Herausgeber: Österreichische Mathematische Gesellschaft in Wien
Schriftleitung: Prof. Dr. W. Wunderlich, Technische Hochschule Wien
Bernhardt-Druck, Wien VI.

NACHRICHTEN

DER

ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT

SEKRETARIAT: WIEN, IV., KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)
TELEPHON U 46-5-30 / POSTSPARKASSENKONTO 82395

3. Jahrgang **Dezember 1949** **Nr. 8/9**

INNSBRUCK 1949

In der Zeit vom 29. August bis zum 2. September 1949 tagte in Innsbruck der „II. Österreichische Mathematikerkongreß". Obzwar wissenschaftliche Kongresse immer und überall dem gleichen Zweck dienen, gewann dieser Kongreß — zumindest für die österreichischen Mathematiker — eine ganz besondere Bedeutung. Als erste Veranstaltung der „Österreichischen Mathematischen Gesellschaft" mit ausländischer Beteiligung fand sie unter den europäischen Mathematikern ein Interesse, das alle Erwartungen weit übertroffen hat: 71 Mathematiker aus 12 Staaten, vielfach begleitet von ihren Ehefrauen, waren der Einladung der österreichischen Kollegen gefolgt, um gemeinsam mit ihnen einige Tage hindurch einen internationalen Gedankenaustausch zu pflegen. Die Kongreßgesellschaft, die rund 150 Teilnehmer umfaßte, gab der Stadt Innsbruck durch einige Tage ein besonderes Gepräge und versinnlichte die zumindest auf dem geistigen Gebiete tatsächlich bestehende Einheit Europas.

Wahre Wissenschaft ist internationales Kulturgut und muß daher auch international gepflegt werden. Dies gilt in ganz besonderem Maße von der Mathematik, deren Erkenntnisse absolute Geltung besitzen und daher keiner Beeinflussung durch politische Leidenschaften oder Vorurteile irgendwelcher Art unterliegen. Die Geschichte der Mathematik ist die Kulturgeschichte der Welt; dies wurde neuerdings durch die insgesamt 74 Vorträge dokumentiert, die am Kongreß in deutscher, englischer, französischer und italienischer Sprache gehalten wurden.

Der Gedanke, den „II. Österreichischen Mathematikerkongreß" in Innsbruck zu einer Manifestation der internationalen Zusammenarbeit der Mathematiker zu gestalten, ergab sich zwangsläufig aus den Eindrücken, die ich als Teilnehmer einer österreichischen Delegation am „III. Kongreß der Unione Matematica Italiana" in Pisa im Herbst

des Jahres 1948 empfangen hatte. Ich war damals tief beeindruckt durch die überaus herzliche Aufnahme, die die österreichische Delegation bei ihrem ersten Auftreten im Auslande im Kreise der italienischen Kollegen und der in Pisa anwesenden Mathematiker aus den anderen Ländern gefunden hatte. Aus der Erkenntnis heraus, daß die italienischen Mathematiker in „Pisa 1948" die Grundlagen für eine Entwicklung geschaffen hatten, die in der Folge zu einer fruchtbringenden Zusammenarbeit der Nationen führen konnte, ergab sich für uns österreichische Mathematiker die Verpflichtung, „Innsbruck 1949" zu einer zweiten Etappe dieser Entwicklung zu gestalten und damit auch unsere uneingeschränkte Bereitwilligkeit zur Förderung dieser Idee zu dokumentieren.

Damit der Kongreß diesen Zweck erfüllen konnte, war es notwendig, den Teilnehmern neben der wissenschaftlichen Kongreßarbeit auch Zeit und Gelegenheit zu einer persönlichen Fühlungnahme zu bieten. Während die Kongreßeröffnung in der Universität, das daran anschließende Essen im Hotel Maria Theresia und der Empfang durch den Herrn Bürgermeister der Stadt Innsbruck eine repräsentativ-gesellschaftliche Note hatten, boten der Abend in Igls, die Seilbahnfahrt auf das Hafelekar, der Abend im Hotel Seegrube und der Tirolerabend im Hotel Mariabrunn Gelegenheiten zu geselliger Unterhaltung. Hierbei traten sich die Kongreßteilnehmer nicht als die Repräsentanten ihrer Länder, sondern als die gleichberechtigten Angehörigen einer geistigen Welt gegenüber. Auf dieser Basis fanden sie oftmals in einer offenen Aussprache ein gegenseitiges Verständnis, um das die Staatsmänner heute vielfach noch vergebens ringen. Zum Abschluß des Kongresses gab eine ganztägige Autobusfahrt durch Tirol den Teilnehmern die Möglichkeit, die landschaftlichen Schönheiten dieses Landes kennenzulernen.

Die Schwierigkeiten bei der Vorbereitung des Kongresses, wie sie sich in einem mit den Nachwirkungen des Krieges noch immer schwer ringenden Lande notwendig ergeben mußten, waren nicht gering, der erzielte Erfolg hat jedoch alle aufgewendete Mühe vollauf belohnt. Im Namen der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft danke ich vor allem unseren Gästen aus dem Auslande für deren Teilnahme, durch die sie deutlich sichtbar ihre Verbundenheit mit den österreichischen Mathematikern zum Ausdruck gebracht haben. Besonderer Dank gebührt dem Bundesministerium für Unterricht, dem Lande Tirol, der Stadt Innsbruck und einer Reihe von Wirtschaftsverbänden, die die Bedeutung des Kongresses richtig erkannt und durch die Gewährung namhafter Subventionen ermöglicht hatten. Die Österreichische Mathematische Gesellschaft wird den eingeschlagenen Weg weiter verfolgen und hofft, ihre Freunde in nicht zu ferner Zukunft wieder in Österreich als ihre Gäste begrüßen zu können. *Inzinger.*

BERICHT ÜBER DEN ABLAUF DES KONGRESSES

Montag, 29. August 1949

Die feierliche Eröffnung des II. Österreichischen Mathematikerkongresses in Innsbruck wurde um 10 Uhr vormittags im großen Festsaal der 1924 vollendeten „Neuen Universität" vor zahlreich erschienenen Gästen vorgenommen, unter welchen sich außer den Kongreßteilnehmern auch die Vertreter der höchsten akademischen und öffentlichen Körperschaften befanden.

Nach herzlichen Begrüßungsworten Seiner Magnifizenz des Rektors der Universität Innsbruck, Prof. Dr. G. Sauser, der gewissermaßen als Hausherr die Kongreßteilnehmer in den Räumen der Universität willkommen hieß und im Verlauf seiner Ansprache die fundamentale und allgemein anerkannte Rolle würdigte, die der Mathematik heute auf fast allen Gebieten menschlicher Tätigkeit zukommt, sprach Prof. Dr. J. Radon (von der Universität Wien) als Vorsitzender der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, der Initiatorin und Veranstalterin des Kongresses. Er führte aus, daß sich die österreichischen Mathematiker nach dem Kriege zunächst vor die Notwendigkeit gestellt sahen, sich zu einer selbständigen Gemeinschaft zusammenzuschließen, nachdem sie vorher durchwegs der Deutschen Mathematiker-Vereinigung angehört hatten, in derem Rahmen sie keinerlei Eigenleben führten. Noch im Jahre 1945 ging man daher daran, die in Wien seit 1903 bestehende „Mathematische Gesellschaft", die bis dahin rein lokalen Charakter besessen hatte, zu reaktivieren und womöglich zu einer alle österreichischen Mathematiker umfassenden Vereinigung auszubauen. Dieser letzte Schritt, der sich im vergangenen Jahr vollzogen hatte, wird nun zum Anlaß genommen, „sich Freunde in das neu errichtete Haus einzuladen", und so ist dieser heutige Kongreß in Österreich der erste mit Auslandsbeteiligung. Der Einladung wurde erfreulich zahlreich Folge geleistet: Mit 36 inländischen sind 71 ausländische Teilnehmer in Innsbruck zusammengekommen (die rund 40 Begleitpersonen nicht inbegriffen), davon 24 aus Italien, 15 aus Deutschland, 10 aus Frankreich, 5 aus England, 4 aus Belgien, je 3 aus den Niederlanden und der Türkei, je 2 aus Dänemark und der Schweiz und schließlich je ein Vertreter Finnlands, Spaniens und Nigerias. Der Redner gab abschließend der Hoffnung Ausdruck, daß diese Tagung unter einem glücklichen Stern stehen und die durch den Krieg unterbrochenen internationalen wissenschaftlichen Beziehungen wieder anknüpfen möge.

Anschließend ergriff Sektionschef Dr. O. Skrbensky, der Leiter der Hochschulsektion im Bundesministerium für Unterricht, das Wort. Er umriß den Siegeslauf der Mathematik von den Anfängen der griechischen Philosophie bis zu ihren Triumphen im Dienste der modernen Naturwissenschaft und Technik und hob ihre zentrale Stellung als Prototyp einer objektiv wahren Wissenschaft hervor, die ihre Forschungen unbeeinflußt von der Meinung des Alltags und unabhängig von geographischen Grenzen vorantreibt und daher zu Ergebnissen universeller Geltung gelangt. Wie glücklich wäre die Menschheit, wenn jeder einzelne bei all seinem Denken und Handeln die objektive Wahrheit zur Geltung bringen könnte! Der Sprecher erklärte, die Unterrichtsverwaltung sei sich der hohen Werte der Mathematik in jeder Hinsicht wohl bewußt und würde sie daher auch stets fördern; darüber hinaus werde aber im Hinblick auf die mit einem gedeihlichen Gedankenaustausch verknüpften völkerverbindenden Tendenzen die Abhaltung von Kongressen besonders begrüßt und würde so wie diesmal immer tatkräftige Unterstützung finden.

Nach einer kurzen Ansprache von Col. Nadau, der als Vertreter der französischen Besatzungsmacht dem Innsbrucker Kongreß gute Stimmung und besten Erfolg wünschte, kamen die Vertreter der örtlichen Behörden zu Wort, zunächst Dr. Gamper als Stellvertreter des Landeshauptmanns von Tirol und dann

der Bürgermeister der Stadt Innsbruck, Dr. A. Melzer, der seine launige, mit zahlreichen antiken Gleichnissen durchwobene Rede mit einer Variation der Inschrift über der Platonischen Akademie schloß, daß nämlich den der Mathematik Unkundigen der Eintritt in die Fremdenverkehrsmetropole Innsbruck zwar nicht verwehrt sei, daß den Teilnehmern des Mathematikerkongresses aber eine besonders herzliche Gastfreundschaft zuteil werden solle.

Seine Magnifizenz der Rektor der Technischen Hochschule Wien, Hofrat Dr. F. Hopfner — der wenige Tage später einem verhängnisvollen Bootsunglück in einem Alpensee zum Opfer fallen sollte — hielt eine kurze Rückschau auf die zahllosen Schwierigkeiten, die die Österreichische Mathematische Gesellschaft nach ihrer Wiederbelebung zu überwinden hatte, und würdigte die Verdienste, die sich ein kleines Häuflein von Idealisten mit Prof. Inzinger an der Spitze erwarb, als es inmitten einer wenig freundlichen Umwelt unbeirrbar seine Ziele verfolgte, und dessen Bemühungen heute, in noch immer schwerer Zeit, durch das Zustandekommen eines Kongresses von internationalem Gepräge gekrönt werden.

Abschließend sprach dann der Dekan der philosophischen Fakultät an der Universität Innsbruck, Prof. Dr. K. Jax. Als Vertreter der klassischen Altertumswissenschaft fand er im Erlebnis der Griechen das einigende Band zum mathematischen Gegenpol und skizzierte den griechischen Einfluß auf die Entwicklung der gesamten abendländischen Wissenschaft, die sich schon frühzeitig durch ihren systematischen und logisch-spekulativen Geist von der Wissenschaft des Orients unterschied, die beispielsweise mathematische Erkenntnisse rein empirisch gewann und nur für praktische Zwecke sammelte. Abgesehen davon wird schließlich aber auch die Mathematik wie jede andere Wissenschaft aus sich heraus die Liebe zur Vergangenheit pflegen, denn diese führt zur Achtung vor dem Alten und schützt damit vor Überheblichkeit.

Anschließend begaben sich die versammelten Gäste zum Eröffnungsvortrag, den Prof. Dr. L. Vietoris von der Universität Innsbruck über „Die Geometrie des Bergsteigers" hielt.

Inzwischen war es Mittag geworden und die Kongreßteilnehmer und Festgäste begaben sich zum Hotel „Maria Theresia", in dessen Prachtsaal ein gemeinsames Diner stattfand, das höchst angeregt verlief. In einem Trinkspruch gedachte Prof. R. Inzinger der italienischen Gastfreundschaft beim vorjährigen Kongreß in Pisa, der in Österreich den Wunsch nach Ähnlichem erweckt hatte, und wünschte nun seinerseits den auswärtigen Gästen einen angenehmen Aufenthalt in Innsbruck und dem Kongreß fruchtbringende Arbeit. Zunächst erwiderte Prof. A. Denjoy (Paris), der die Grüße der französischen Wissenschaft überbrachte. Er fand warme Worte der Anerkennung für die Initiative Österreichs, das durch die Organisation dieses Kongresses die seit der Katastrophe des Krieges zerrissenen internationalen Bande wieder anzuknüpfen bestrebt ist; die große Zahl der eingetroffenen Gäste ist der beste Beweis für die wohlwollende Aufnahme, die diese Bestrebungen in der ganzen Welt finden. Es ist schade, meinte der Redner, daß nicht alle Menschen Mathematik betrieben: Mit deren Problemen beschäftigt, würden sie nicht an Eroberungs- und Vernichtungspläne denken. Die Wahrheiten der auf die Mathematik gestützten Wissenschaften würden — im Gegensatz zu so manchen „Wahrheiten" der Welt — nicht in die Irre, sondern wirklich zur Freiheit führen, wie es die Devise der Innsbrucker Universität „In Veritate Libertas" verheiße. Hierauf brachte Seine Exzellenz Prof. F. Severi (Rom) die herzlichen Grüße und Erfolgswünsche der italienischen Mathematiker zum Ausdruck, die ebenfalls die Wiederaufnahme freundschaftlicher Beziehungen zu ihren Kollegen in anderen Ländern wünschen, da sie sich ihrer Verantwortlichkeit für das Wohl oder Wehe der menschlichen Zivilisation wohl bewußt sind, überhaupt seit die Mathematik der modernen Physik das Rüstzeug liefert. Der Redner unterstrich sodann die Möglichkeiten, die sich

gerade dem österreichischen Volk auf Grund seiner Tradition und der geographischen Lage als verbindendem Element zwischen der romanischen und der germanischen Welt bieten, und erhob schließlich sein Glas auf die Zukunft des österreichischen Landes und seiner Wissenschaft.

Nach dem Festessen kehrten die Kongreßteilnehmer in die Universität zurück, wo Prof. A. Denjoy um 15.30 Uhr für alle Sektionen einen Vortrag über das Thema „Sur l'introduction d'un nouvel élément dans un ensemble ordonné" hielt.

Um 17.30 Uhr waren sämtliche Kongreßteilnehmer Gäste des Innsbrucker Bürgermeisters Dr. Melzer, der sie zu einer Cocktailstunde in dem eleganten Restaurant des modernen Hochhauses empfing, das eine wunderbare Aussicht auf die Stadt bietet. In launigen Worten gedachte er der Stadt Sybaris, die der Sage nach zerstört wurde, weil ihre Einwohner den Pythagoras beleidigt hatten. Auch die Stadt Innsbruck wäre im letzten Krieg fast der Vernichtung anheimgefallen, obwohl sie sich keiner ähnlichen Schuld bewußt sei. Jedenfalls wolle sie nun den Beweis ihrer freundlichen Gesinnung Mathematikern gegenüber erbringen. Es sei ihr allerdings nicht möglich, wie Pythagoras eine Hekatombe von Ochsen zum Opfer zu bringen, denn schon einer allein würde eine Hekatombe von Formularen erfordern, doch werde sie alles tun, was in ihren Kräften stehe, um ihren Gästen in freundlicher Erinnerung zu bleiben.

Dienstag, 30. August 1949

Mit diesem Tage wurde die wissenschaftliche Tätigkeit des Kongresses in vollem Umfang aufgenommen. Von 9 bis 17 Uhr — von einer kurzen Mittagspause abgesehen — fanden in drei großen Hörsälen der Universität laufend die Referate der Sektionen Analysis, Geometrie und Angewandte Mathematik statt. Kurze Auszüge aus den gehaltenen Vorträgen bringt der letzte Teil der vorliegenden Sondernummer. Ein Sammelband mit diesen Auszügen (soweit bereits vorhanden) war den Kongreßteilnehmern gleich am ersten Tag überreicht worden.

Gegen 18 Uhr brachten Autobusse die Kongreßteilnehmer von der Universität nach Igls, wo sie mit den Damen zusammentrafen; diese hatten unter Führung des Damenkomitees den Vormittag zu einer Stadtbesichtigung benützt und nachmittags einen gemeinsamen Ausflug zum Schloß Amras mit seinen historischen Sammlungen unternommen. Der Wetterhimmel, der sich untertags leider nicht freundlich gezeigt hatte, klarte abends schließlich doch auf und gewährte in der eigenartigen Stimmung des scheidenden Lichtes noch einen malerischen Ausblick auf die umliegende Bergwelt. In den gemütlichen Räumen des „Grünwalderhofes" kamen sich die Menschen bei Essen, Musik und Tanz zusehends näher. Das letzte Eis wurde gebrochen, als Frau Beth (Amsterdam) durch vollendet vorgetragene Schubertlieder ihren Sympathien für Österreich Ausdruck gab, und als Frau Dalla Volta und Prof. Fichera (Rom) eine feurige Tarantella vorführten, hatte die Stimmung unbestreitbar ihren Höhepunkt erreicht. Dieser Abend hatte wahrscheinlich mehr zum gegenseitigen Verständnis beigetragen, als manche eigens zu diesem Zweck einberufene Konferenz . . .

Mittwoch, 31. August 1949

Der nächste Morgen brachte zur allgemeinen Freude strahlende Sonne. Nichtsdestoweniger waren die für den Vormittag angesetzten Sektionssitzungen für Algebra und Zahlentheorie, Analysis, sowie Geschichte, Philosophie und Unterricht wieder gut besucht, ebenso der anschließend für alle Teilnehmer gehaltene programmatische Vortrag von Prof. F. Severi (Rom) über „Rigore e geometria algebrica".

Der Nachmittag war nur der Erholung gewidmet. Ab 14 Uhr begann die Auffahrt zum Hafelekar, zunächst mit der Standseilbahn bis zur Hungerburg (960 m), dann mit der Drahtseilbahn über die Seegrube (1905 m) in kühnem Bogen zum Endziel. Hier, in der mühelos erreichten Höhe von 2256 m bot sich den Teilnehmern ein unbeschreiblich prächtiges Panorama naher und ferner Alpengipfel, für viele ein erstmaliges, für alle aber aber ein wunderbares Erlebnis, das dank Sonnenschein und ganz ungewöhnlicher Windstille ungetrübt genossen werden konnte. Der Entschluß zur Rückfahrt fiel manchen sichtlich nicht leicht, doch war ja vorläufig noch eine Zwischenstation im Hotel „Seegrube" vorgesehen, wo nach den „Strapazen" Speis und Trank wacker zugesprochen wurde. Bei gemütlichem Zusammensein wurde es wiederum sehr spät. Der zauberhafte Anblick der juwelengleich in der Tiefe blitzenden Lichter Innsbrucks mutete die die Talfahrt Antretenden wie ein vorgesehenes Schlußbild an und trug nicht zum wenigsten dazu bei, den Tag zu einem unvergeßlichen zu machen.

Donnerstag, 1. September 1949

Der letzte Arbeitstag brachte wiederum Vorträge vom frühen Morgen bis zum späten Nachmittag, und zwar ganztägig für die Sektionen Analysis und Geometrie, und je einen halben Tag für die Sektionen Algebra und Zahlentheorie und Angewandte Mathematik. Es gelang jedenfalls, das vorgesehene Pensum restlos zu bewältigen, obwohl manche Referate erst an diesem Tage angemeldet worden waren.

Das Damenkomitee begab sich — bei schönstem Wetter — nachmittags im Autobus nach dem pittoresken Solbald Hall, wo die Kurverwaltung einen sehr netten Empfang mit Führung und einem kleinen Imbiß veranstaltete. In angeregtester Stimmung trafen die Damen dann am Abend bei der Hungerburg ein, wo sie von den übrigen Kongreßteilnehmern bereits erwartet wurden. Der anschließende Abschiedsabend in den vornehmen Räumlichkeiten des Hotels „Mariabrunn" verlief dann auch bei bester Laune. Er wurde durch das Auftreten einer Tiroler Volkstanzgruppe verschönt, doch kamen auch die Abschiednehmenden selbst nicht zu kurz, und ein Innsbrucker Journalist vermerkte in einem Artikel „Der Kongreß tanzt" mit Erstaunen das „menschliche" Gehaben der vielgelästerten und so gefürchteten Mathematiker. Nach den Abschiedsworten Prof. Radons brachten Sprecher der einzelnen Nationen — Prof. Denjoy für Frankreich, Prof. Blaschke für Deutschland, Prof. Rutherford für England, Prof. Severi für Italien, Prof. Alisbah für die Türkei, Prof. Gerretsen für die Niederlande, Prof. Godeaux für Belgien und Prof. Fabricius-Bjerre für Dänemark — in bewegten Worten ihre Befriedigung über den schönen Ablauf des Kongresses zum Ausdruck und dankten für die ihnen gebotene Gastfreundschaft, die sie in einem solchen Umfang nicht erwartet hatten. Die österreichische Initiative zur Herstellung internationaler wissenschaftlicher Zusammenarbeit wurde voll gewürdigt und die in Innsbruck geknüpften Bande berechtigen wohl zu bester Hoffnung für die Zukunft.

Freitag, 2. September 1949

Etwa 60 Teilnehmer des Kongresses fanden sich am Freitag noch zur sogenannten „Dreipässefahrt" zusammen. Zwei Autobusse führten sie im Verlauf des Tages längs der Route Innsbruck—Telfs—Fernpaß—Reutte—Holzgau—Flexenpaß—Arlbergpaß—St. Anton—Landeck—Innsbruck durch die Schönheiten der Tiroler Landschaft, die sich bei prächtigem Wetter in eindrucksvollen Bildern von ständig wechselndem Gepräge zeigte und manchen Teilnehmer veranlaßte, seine Heimfahrt noch um einige Tage zu verschieben.

Nicht vergessen werden darf schließlich noch des zum Kongreßlokal gewählten „Café Katzung", das allabendlich zahlreiche Kongreßteilnehmer zu zwanglosem Beisammensein versammelte. In seinen behaglichen Polsterecken, die immer wieder durch angerückte Tische erweitert werden mußten, fanden viele angeregte Plauderstunden statt, die die Teilnehmer zu einer fröhlichen Familie vereinten. In dieser Atmosphäre „österreichischer Gemütlichkeit" fielen manche bisher trennenden Schranken, und manche Freundschaft wurde hier geschlossen, die über alle Grenzen hinweg Dauer zu halten verspricht und den Erfolg von „Innsbruck 1949" festigen wird.

Wunderlich.

DELEGIERTENLISTE

Die folgende Zusammenstellung enthält in alphabetischer Länderfolge die durch Professoren beim Kongreß vertretenen Hochschulen.

BELGIEN

Universität Brüssel (Bruxelles): *Prof. Th. Lepage.*
Universität Löwen (Louvain): *Prof. F. Simonart.*
Universität Lüttich (Liége): *Prof. F. Bureau*; *Prof. L. Godeaux.*

DÄNEMARK

Technische Hochschule Kopenhagen (Köbenhavn): *Prof. F. Fabricius-Bjerre.*

DEUTSCHLAND

Universität Berlin: *Prof. H. Hasse.*
Universität Gießen: *Prof. H. Börner*; *Prof. E. Ullrich.*
Universität Göttingen: *Prof. F. Rellich.*
Universität Hamburg: *Prof. W. Blaschke*; *Prof. M. Deuring.*
Technische Hochschule Karlsruhe: *Prof. Th. Pöschl*; *Prof. K. Strubecker.*
Universität Mainz: *Prof. G. Köthe.*
Universität München: *Prof. R. König*; *Prof. R. Steuerwald.*
Universität Münster: *Prof. H. Behnke.*

ENGLAND

Polytechnic Chelsea: *Prof. W. H. George*; *Prof. E. Stein.*
Universität Manchester: *Prof. M. J. Lighthill.*
Universität St. Andrews: *Prof. S. E. Jones*; *Prof. D. E. Rutherford.*

FRANKREICH

Universität Besançon: *Prof. L. Rougier.*
Universität Caen: *Prof. R. Fortet.*
Universität Grenoble: *Prof. B. d'Orgeval.*
Universität Paris: *Prof. A. Denjoy*; *Prof. J. L. Destouches*; *Prof. E. Mourier.*
Collège de France, Paris: *Prof. J. Leray.*
Universität Rennes: *Prof. Y. Martin.*
Universität Straßburg (Strasbourg): *Prof. C. Ehresmann.*

ITALIEN

Universität Bologna: *Prof. L. Cesari*; *Prof. D. Graffi*; *Prof. B. Segre*; *Prof. G. Valle*; *Prof. M. Villa.*
Universität Rom (Roma): *Prof. F. Conforto*; *Prof. G. Fichera*; *Prof. G. Grioli*; *Prof. F. Severi*; *Prof. A. Signorini.*
Universität Triest (Trieste): *Prof. M. Dolcher*; *Prof. L. Sobrero.*
Universität Turin (Torino): *Prof. U. Richard.*

NIEDERLANDE

Universität Amsterdam: *Prof. E. W. Beth*; *Prof. E. M. Bruins.*
Universität Groningen: *Prof. J. C. H. Gerretsen.*

NIGERIA

Universität Ibadan: *Prof. F. V. Atkinson.*

ÖSTERREICH

Universität Graz: *Prof. G. Kantz.*
Technische Hochschule Graz: *Prof. F. Hohenberg*; *Prof. H. Hornich.*
Universität Innbruck: *Prof. W. Gröbner*; *Prof. H. Schatz*; *Prof. L. Vietoris.*
Universität Wien: *Prof. E. Hlawka*; *Prof. N. Hofreiter*; *Prof. J. Radon.*
Technische Hochschule Wien: *Prof. A. Basch*; *Prof. A. Duschek*; *Prof. P. Funk*; *Prof. F. Hopfner*; *Prof. R. Inzinger*; *Prof. E. Kruppa*; *Prof. K. Wolf*; *Prof. W. Wunderlich.*

SCHWEIZ

Universität Bern: *Prof. H. Hadwiger.*

TÜRKEI

Universität Ankara: *Prof. O. Alisbah.*
Universität Istanbul: *Prof. M. Inan*; *Prof. N. Kürkcüoglu.*

TEILNEHMERLISTE

Alisbah O., Prof., Univ. Ankara; Frau Alisbah und Sohn.
Atkinson F. V., Prof., Univ. Ibadan; Frau Atkinson.
Auner M., Ass., T. H. Wien; Frau Auner.
Basch A., Prof., T. H. Wien.
Behnke H., Prof., Univ. Münster.
Benedicty M., Ass., Univ. Roma.
Berger E. R., Ass., T. H. Wien.
Beth E. W., Prof., Univ. Amsterdam; Frau Beth.
Bignami M., Frl.
Bignami R., Frl.
Blaschke W., Prof., Univ. Hamburg.
Börner H., Prof., Univ. Gießen.
Bruins E. M., Prof., Univ. Amsterdam; Frau Bruins.
Bukovics E., Ass., T. H. Wien.
Bureau F., Prof., Univ. Liége.
Carnevali A., Frl., Ass., Univ. Parma.
Cesari L., Prof., Univ. Bologna; Frau Cesari.
Conforto F., Prof., Univ. Roma.
Denjoy A., Prof., Univ. Paris.
Destouches J. L., Prof., Univ. Paris; Frau Dr. Destouches.
Deuring M., Prof., Univ. Hamburg.
Dolcher M., Prof., Univ. Trieste.
Duschek A., Prof., T. H. Wien.
Ehresmann C., Prof., Univ. Strasbourg; Frau Ehresmann und Sohn.
Fabricius-Bjerre F., Prof., T. H. Köbenhavn; Frau Fabricius-Bjerre.
Fichera G., Prof., Univ. Roma.
Fortet R., Prof., Univ. Caen.
Fucyman W., Prof., Realgymn. Horn.
Funk P., Prof., T. H. Wien; Frau Funk.
Gaeta F., Dr., Madrid.
Gambarana L., Frl., Ass., Univ. Parma.
Gambarana R., Frl., Ass., Univ. Parma.
George W. H., Prof., Polytechn. Chelsea.
Gerretsen J. C. H., Prof., Univ. Groningen.
Godeaux L., Prof., Univ. Liége; Frau Godeaux und Sohn.
Graffi D., Prof., Univ. Bologna.
Grioli G., Prof., Univ. Roma; Frau Grioli.
Gröbner W., Prof., Univ. Innbruck; Frau Gröbner.
Gross W., Ass., Univ. Roma.
Hadwiger H., Prof., Univ. Bern.
Haefeli H. G., Prof., Univ. Boston.
Hansen H. H., Mag., Köbenhavn; Frau Hansen.

Hasse H., Prof., Univ. Berlin.
Herzog R., Doz., Univ. Wien.
Hlawka E., Prof., Univ. Wien; Frau Hlawka.
Hofreiter N., Prof., Univ. Wien; Frau Dr. Hofreiter.
Hohenberg F., Prof., T. H. Graz; Frau Dr. Hohenberg.
Hopfner F., Prof. und Rektor, T. H. Wien; Frau Hopfner.
Hornich H., Prof., T. H. Graz.
Inan M., Prof., Univ. Istanbul.
Inzinger R., Prof., T. H. Wien; Frau Inzinger.
Jones S. E., Prof., Univ. St. Andrews.
Kantz G., Prof., Univ. Graz.
Knödel W., Dr., Wien.
König R., Prof., Univ. München.
Köthe G., Prof., Univ. Mainz.
Kruppa E., Prof., T. H. Wien.
Kürkcüoglu N., Prof., Univ. Istanbul; Frau Kürkcüoglu.
Lepage Th., Prof., Univ. Bruxelles.
Leray J., Prof., Collège de France, Paris; Frau Leray.
Lewandowski J., M.-Prof., Lehrauftr. Univ. Wien.
Lighthill M. J., Prof., Univ. Manchester; Frau Lighthill.
Lochs G., Doz., Univ. Innsbruck.
Machan K., Oberbaurat i. R., Unterach.
Martin Y., Prof., Univ. Rennes.
Mourier E., Frl., Prof., Univ. Paris.
Müller H. R., Doz., T. H. Graz; Frau Müller.
Neustein E., Prof., derzeit Wien.
d'Orgeval B., Prof., Univ. Grenoble.
Ostmann N., Doz., Univ. Marburg.
Peczar L., Ass., T. H. Wien; Frau Peczar.
Pellegrino F., Ass., Univ. Roma.
Permutti R., Ass., Univ. Roma.
Pollach F., M.-Prof., Wien.
Pöschl K., Dipl.-Math., T. H. Karlsruhe; Frau Pöschl.
Pöschl Th., Prof., T. H. Karlsruhe.
Prachar K., Ass., Univ. Wien.
Radon B., Frl., Dr., Wien.
Radon J., Prof., Univ. Wien; Frau Radon.
Reeb B., Ass., Univ. Strasbourg.
Rellich F., Prof., Univ. Göttingen.
Richard U., Prof., Univ. Torino.
Rohacek H., Dr., Wien.
Rougier L., Prof., Univ. Besançon; Frau Rougier.
Rutherford D. E., Prof., Univ. St. Andrews.
Schatz H., Prof., Univ. Innsbruck.

Schmetterer L., Doz., Univ. Wien; Frau Schmetterer.
Segre B., Prof., Univ. Bologna; Frau Segre.
Severi F., Prof., Univ. Roma.
Signorini A., Prof., Univ. Roma; Frau Signorini.
Simonart F., Prof., Univ. Louvain; Frau Simonart und Sohn.
Skudrzyk E., Doz., T. H. Wien; Frau Skudrzyk.
Sobrero L., Prof., Univ. Trieste.
Stein E., Prof., Polytechn. Chelsea.
Steuerwald R., Prof., Univ. München.
Strubecker K., Prof., T. H. Karlsruhe; Frau Strubecker.
Ullrich E., Prof., Univ. Gießen; Frau Ullrich.
Vaccaro M., Ass., Univ. Roma.
Valle G., Prof., Univ. Bologna; Frau Valle.
Vietoris L., Prof., Univ. Innsbruck; Frau Vietoris.
Villa M., Prof., Univ. Bologna; Frau Villa und Sohn.
Dalla Volta V., Ass., Univ. Roma; Frau Dalla Volta.
Wallen L., Dr., Helsinki.
Weyel A., Begutachterin, Frankfurt a. Main.
Wolf K., Prof., T. H. Wien.
Wunderlich W., Prof., T. H. Wien; Frau Wunderlich.
Zrunek G., Dr., Wien.

ÜBERSICHT

Die nachstehende Tabelle gibt eine Übersicht über die Verteilung der Kongreßteilnehmer auf die verschiedenen Länder sowie über die in den einzelnen Sektionen gehaltenen Vorträge.

Land	Teilnehmer	Begleitung	Vorträge in Sektion I	II	III	IV	V	insgesamt
Belgien	4	4	—	2	1	—	—	3
Dänemark	2	2	—	1	—	—	—	1
Deutschland	15	3	3	1	2	—	—	6
England	5	1	—	1	—	3	—	4
Finnland	1	—	—	—	—	—	—	—
Frankreich	10	5	3	3	—	3	—	9
Italien	24	8	5	6	1	6	—	18
Niederlande	3	2	—	2	—	—	2	4
Nigeria	1	1	1	—	—	—	—	1
Österreich	36	15	6	7	6	5	2	26
Schweiz	2	—	—	—	—	—	—	—
Spanien	1	—	—	1	—	—	—	1
Türkei	3	3	1	—	—	—	—	1
Summen	107	44	19	24	10	17	4	74

VORTRAGSPROGRAMM
des II. Österreichischen Mathematikerkongresses

Im Verlauf des Innsbrucker Kongresses wurden insgesamt 74 wissenschaftliche Vorträge und Referate gehalten. Hierunter waren drei große, vor dem gesamten Kongreßpublikum gehaltene, je einstündige Vorträge der Herren A. Denjoy, F. Severi und L. Vietoris. Für die übrigen kleineren Vorträge und Referate, die innerhalb der fünf Sektionen

I. Analysis,

II. Geometrie,

III. Algebra und Zahlentheorie,

IV. Angewandte Mathematik,

V. Geschichte, Philosophie und Unterricht

abgehalten wurden, war eine Dauer von je 20 Minuten vorgesehen, doch wurde diese Frist meist überschritten. Zur Bewältigung des reichhaltigen Programms erwies es sich daher von Anfang an als notwendig, die Vorträge in drei parallelen Zügen abzuwickeln.

Nachstehend werden sektionenweise die zur Verfügung gestellten Vortragsauszüge veröffentlicht, in der alphabetischen Reihenfolge der Vortragenden angeordnet. Das Thema ist jeweils in der Sprache angeführt, deren sich der Redner bediente. Aus technischen Gründen mußte gelegentlich die Bezeichnungsweise geändert werden, wofür um freundliches Verständnis gebeten wird.

VORTRAGSBERICHTE
SEKTION I: ANALYSIS

O. Alisbah (Ankara): *Über schlichte Abbildungen.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

F. V. Atkinson (Ibadan, Nigeria): *Zur Spektraltheorie im Banachschen Raum.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

M. Auner (Wien): *Eine Anwendung des Verfahrens der sukzessiven Approximationen.*

Das Verfahren der sukzessiven Approximationen wird auf die Differenzengleichung, der die Gammafunktion genügt, angewandt. Unter der Annahme einer Anfangsbedingung und der Ausgangsfunktion $y(x) = 1$ erhält man eine Reihe von Polynomen mit einfachem Bildungsgesetz. Die Reihe interpoliert die Gammafunktion an den positiven ganzzahligen Argumentstellen und ist im übrigen divergent. Dennoch ergeben die ersten Reihenglieder für einen gewissen Bereich positiver x-Werte eine gute Approximation der Gammafunktion.

Ferner wird eine allgemeinere Differenzengleichung, die noch einen Parameter p enthält und für $p = 1$ in die frühere Gleichung übergeht, betrachtet. Die Ausführung des Iterationsverfahrens ergibt bei weitgehend willkürlicher Wahl der Ausgangsfunktion eine asymptotische Entwicklung der Hauptlösung (im Sinne von Nörlund) nach dem Parameter p. Damit ist die Möglichkeit einer Restgliedabschätzung gegeben. Für $p = 1$ erhält man die früher gefundene Interpolationsreihe für die Gammafunktion.

H. Behnke (Münster): *Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher.*

Von K. Oka erschien 1942 in „The Tohôku Mathematical Journal" ein nur für den genauen Kenner der vorangehenden Arbeiten lesbarer Artikel: „Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables VI". (Das Referat in den „Mathematical Reviews" erschien erst 1946.) Diese Arbeit enthält zum Schluß den Satz: So ist im Raume von zwei komplexen Veränderlichen jedes pseudokonvexe Gebiet ein Regularitätsbereich.

Damit ist grundsätzlich eine Fragestellung beantwortet — die Klärung mancher Einzelfrage bleibt noch offen — die E. E. Levi 1911 formuliert hat und die seitdem zu immer neuen Untersuchungen Anlaß gab. Wie Oka wiederholt hervorhebt, stützt er sich bei seinem Aufbau auf die Ergebnisse französischer und deutscher Arbeiten (H. Cartan, K. Stein, P. Thullen, H. Behnke). So gibt ein chronologischer Bericht Rechenschaft über die Entwicklung der Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher in den letzten Jahrzehnten und führt zugleich in das Verständnis der Okaschen Arbeit ein.

Der Bericht des Vortragenden beginnt mit den Arbeiten von E. E. Levi und zeigt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Kriterien für die Singularitätenmannigfaltigkeiten und die Regularitätsbereiche (im Kleinen und im Großen) auf. Drei Einsichten sind es vor allem, die die Entwicklung kennzeichnen:

1. Die Regulärkonvexität der Regularitätsbereiche (H. Cartan und P. Thullen).
2. Die Regulärkonvexität der Grenzgebiete von Regularitätsbereichen und die Stetigkeit der Hüllenfunktion (H. Behnke und K. Stein).
3. Die Möglichkeit der Heftung von Regularitätsbereichen (K. Oka).

L. Cesari (Bologna): *Area e rappresentazione delle superficie.*

Sei S eine Fréchet-Fläche mit dem Lebesgueschen Flächenmaß $L(S)$ und $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, $z = z(u, v)$ eine beliebige Darstellung von S, bei welcher die Punkte (u, v) einem Jordan-Bereich A entnommen werden. Der Referent führt für ebene Abbildungen T von A — beschrieben durch $x = x(u,v)$, $y = y(u, v)$ — geeignete Begriffe ein, welche Abbildungen von beschränkter Variation, totalstetige Abbildungen und eine verallgemeinerte Funktionaldeterminante $J(u, v)$ von T betreffen. Letztere stimmt mit der gewöhnlichen Funktionaldeterminante $x_u y_v - x_v y_u$ in allen Punkten von A überein, in denen die ersten Ableitungen von x und y nach u und v existieren.

Es läßt sich dann beweisen:

1. $L(S)$ ist dann und nur dann endlich, wenn die drei ebenen Abbildungen T_1, T_2 und T_3, die durch Streichung je einer der Definitionsgleichungen von S erklärt werden, von beschränkter Variation sind.

2. Ist $L(S)$ endlich, dann existieren die drei verallgemeinerten Funktionaldeterminanten $J_i(u, v)$ der T_i und sind L-integrierbar in A.

3. Ist $L(S)$ endlich, dann stellt das über A erstreckte Integral von $(J_1^2 + J_2^2 + J_3^2)^{1/2}$ eine Minorante für $L(S)$ dar, wobei Gleichheit nur dann besteht, wenn die drei Abbildungen T_i totalstetig sind.

4. Ist $L(S)$ endlich, dann existiert eine geeignete Abbildung von S auf das Einheitsquadrat Q der u, v-Ebene mit folgenden Eigenschaften: x, y und z sind stetige Funktionen in Q, ihre ersten Ableitungen nach u und v existieren fast überall in Q und sind daselbst L^2-integrierbar. Für die Koeffizienten der ersten Grundform gilt $E = G$ und $F = 0$ fast überall in Q und das Flächenmaß $L(S)$ stimmt mit dem über Q erstreckten Integral von $(EG - F^2)^{1/2}$ überein. Jede Fréchet-Fläche von endlichem Flächenmaß besitzt also eine „fastkonforme" Darstellung, bei der das Lebesguesche Flächenmaß durch das klassische Integral geliefert wird.

A. Denjoy (Paris): *Sur l'insertion d'un nouvel élément dans un ensemble ordonné.*

Man kann ein Element a entweder vor oder hinter eine geordnete Menge E stellen, oder aber zwischen zwei ergänzende Abschnitte C und D von E. Unter welchen Bedingungen wird dabei der Ordnungstyp von E nicht geändert?

Sei $c_1(E)$ der wohlgeordnete majorante Anfangsabschnitt von E und $d_1(E)$ der ergänzende Schlußabschnitt; $c_2(E)$ der Anfangsabschnitt von E ohne Schlußelement und $d_2(E)$ schließlich der in umgekehrter Reihenfolge geordnete ergänzende Abschnitt hierzu.

Es ist nicht möglich, daß die Einschaltung des Elementes a an beliebiger Stelle von E den Ordnungstyp von E ungeändert läßt. Eine Abänderung tritt ein, wenn a zwischen $c_1(E)$ und $d_1(E)$ oder zwischen $c_2(E)$ und $d_2(E)$ zu liegen kommt.

Es ergibt sich keine Änderung, wenn $d_2(C) + c_1(D)$ unendlich ist.

Es ist möglich, Mengen E zu finden, für welche die Menge $d_2(C) + c_1(D)$ bei jeder Zerlegung von E in effektive Komplementärabschnitte C und D endlich ist und die Einfügung von a zwischen C und D den Ordnungstyp von E stets ungeändert läßt.

G. Fichera (Rom): *Su una estensione del concetto di operatore differenziale alle forme differenziali esterne.*

Es wird der Begriff des auf eine Cartansche Differentialform angewandten Differentialoperators zweiter Ordnung dargelegt. Formeln, die die wohlbekannte Greensche Reziprozität für eine skalare Funktion erweitern, werden abgeleitet.

Ferner werden Probleme betrachtet, die sich auf die Bestimmung einer Differentialform in einer offenen oder geschlossenen topologischen Mannigfaltigkeit beziehen.

R. Fortet (Caen): *Suites équiréparties et méthodes probabilistes.*

Die Zahlentheoretiker haben seit langem die Gleichverteilung gewisser Folgen einfachen arithmetischen Ursprunges bemerkt. Es handelt sich dabei um eine Frage, die man als Problem der Addition zufälliger Veränderlicher auffassen kann, so daß man seit einigen Jahren versucht, Methoden und Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung heranzuziehen. Man hat hauptsächlich Folgen nachstehender Bauart betrachtet: Sei $n_1, n_2, \ldots n_j, \ldots$ eine Folge positiver Zahlen, für welche $n_{j+1}/n_j > k > 1$ gilt, und x eine Zahl zwischen 0 und 1, so ist die fragliche Folge die der Zahlen

$$x_j \equiv n_j x \pmod 1, \text{ wobei } 0 \leq x_j < 1.$$

Mit X wird eine uniforme Zufallsveränderliche im Intervall (0, 1) bezeichnet, mit $f(x)$ eine Funktion mit der Periode 1, deren Integral von 0 bis 1 verschwindet, und mit $g_r(x)$ das arithmetische Mittel der r Funktionswerte $f(n_1 x), \ldots f(n_r x)$. Die Gleichverteilung drückt sich dann durch die Tatsache aus, daß die zufällige Veränderliche $g_r(X)$ für $r \to \infty$ gegen Null strebt. Dieses Resultat konnte nur unter gewissen Einschränkungen bezüglich der Funktion f oder der Folge n_j erhalten werden (Raikov, Kač, Salem, Zygmund).

Für $f = \exp(2\pi i x)$ nimmt g_r eine Gestalt an, die erkennen läßt, daß die Gleichverteilung mit dem Problem der Fast-überall-Konvergenz, bzw. -Divergenz von „trigonometrischen Lückenreihen" verknüpft ist, deren allgemeines Glied die Bauart $a_j \exp(2\pi i n_j x)$ hat. Hierzu einige Resultate:

a) Spezialfall $n_j = a^j$, wobei a eine ganze Zahl größer als 1 ist. Man kann zeigen (Kac, Fortet), daß für Funktionen f, die von beschränkter Variation sind oder einer Lipschitz-Bedingung genügen, abgesehen von einem Ausnahmefall die zufällige Veränderliche $g_r(X)$ asymptotisch von Laplaceschem Typus ist und nach einem iterierten logarithmischen Gesetz gegen Null strebt. Dies gilt auch noch, wenn man die natürliche Exponentenfolge j durch eine ganzzahlige Folge mit wachsenden Differenzen ersetzt.

b) Allgemeiner Fall. Ist $f = \exp(2\pi ix)$, so ist die zufällige Veränderliche g_r asymptotisch von Laplaceschem Typus (Ferrand, Fortet). Für andere Funktionen existiert jedoch immer eine Folge n_j, so daß g_r nicht asymptotisch von Laplaceschem Typus ist.

W. Gross (Rom): *Sviluppo asintotico di alcuni integrali operanti su funzioni di Bessel.*

Es wird das Besselsche Funktionen enthaltende Cauchysche Integral

$$f(u) = \int_0^\infty \frac{J_n(x)\, J_m(x)}{x-u}\, dx$$

betrachtet und für den Fall der Konvergenz eine asymptotische Entwicklung angegeben.

E. Hlawka (Wien): *Über Integrale auf konvexen Körpern.*

Es sei B ein konvexer Körper im m-dimensionalen Raum, der den Koordinatenursprung im Innern enthält. In verschiedenen Problemen der Mathematik benötigt man das über B erstreckte Integral

$$J(l) = \int \exp(ilx)\, dx,$$

wobei lx das skalare Produkt der Vektoren l und x, und dx das Volumselement von B bezeichnet.

Für Würfel und Kugel kann man J leicht durch bekannte Funktionen ausdrücken (trigonometrische, bzw. Besselsche Funktionen erster Art). Unter der Voraussetzung, daß der Rand von B eine beschränkte positive Gaußsche Krümmung besitzt, ist es nun dem Vortragenden gelungen, eine asymptotische Entwicklung für dem Betrage nach große l zu geben. Benützt wird dabei die Methode der stationären Phase. Es ist weiter möglich, gewisse Typen von komplizierteren Integralen von B auf Integrale über J zurückzuführen. Von den so erhaltenen Entwicklungen wurden mehrere Anwendungen gemacht, und zwar z. B. auf

1. Summierungsverfahren mehrfacher Fourierscher Reihen;
2. Abschätzung der Anzahl der Gitterpunkte in B nach oben und unten;
3. Geometrie der Zahlen (Verschärfung eines Satzes von Blichfeldt).

H. Hornich (Graz): *Beschränkte Integrale und unendliche Matrizen.*

Auf den zweiblättrigen Riemannschen Flächen mit reellen, sich nur im Unendlichen häufenden Verzweigungspunkten werden die sämtlichen beschränkten Integrale aufgestellt. Die Perioden der beschränkten Normalintegrale bilden dann eine unendliche Matrix, deren Eigenschaften näher untersucht werden.

Vgl. hierzu: Nachrichten der ÖMG. Nr. 7, S. 9, und Monatshefte f. Math. 53 (1949): 187—201.

R. Inzinger (Wien): *Iterierte Integrale periodischer Funktionen und Verallgemeinerungen Bernoullischer Polynome.*

H. Weyl hat den von B. Riemann und J. Liouville eingeführten Begriff des iterierten Integrals einer Funktion $f(x)$ durch

$$I^n f(x) = f_n(x) = \int_0^\infty f(x-t)\; P_n(t)\; dt$$

auf periodische Funktionen vom Mittelwert Null übertragen. Dabei bedeutet $P_n(x)$ jene Funktion mit der Periode 1, die im Intervall [0,1] mit dem n-ten Bernoullischen Polynom übereinstimmt. Durch Interpolation des Bildungsgesetzes der Fourierreihen der Funktionen $P_n(x)$ gelang es Weyl, diese Funktionen für positive nichtganze Indizes zu verallgemeinern und damit auch das iterierte Integral einer periodischen Funktion für diese Ordnungen zu erklären.

P. Böhmer hat die Bernoullischen Funktionen für beliebige komplexe Ordnungen als partikuläre Lösungen gewisser Differenzengleichungen eingeführt und diese Funktionen durch ein Schleifenintegral definiert, jedoch nur für negative reelle Indizes auch eine reelle Integraldarstellung derselben angegeben.

Ausgehend von einer geometrischen Fragestellung wird in dem Vortrag das von einem Parameter s abhängige iterierte Integral einer periodischen Funktion $f(x)$ eingeführt, wodurch es gelingt, sogenannte „erzeugende Funktionen" $E_n(x, s)$ zu definieren, deren Reihenentwicklungen

$$E_n(x, s) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{B_{n+i}(x)}{n+i} \cdot \frac{s^i}{i!}$$

nach den Potenzen des Parameters s die Bernoullischen Funktionen beliebiger positiver Indizes bestimmen. Für die Funktionen E_n werden reelle Integraldarstellungen angegeben, aus denen solche für die Bernoullischen Funktionen B_n folgen. Es wird gezeigt, daß alle Eigenschaften der Bernoullischen Polynome sinngemäß auch für die Bernoullischen Funktionen gelten.

G. Köthe (Mainz): *Lineare topologische Räume und Funktionentheorie.*

Sei R der lineare Raum aller ganzen transzendenten Funktionen. Er fällt nicht unter die Banachsche Theorie, da er nicht normierbar ist. Seit einiger Zeit ist die Theorie der linearen Räume jedoch erfolgreich ausgedehnt worden auf gewisse allgemeinere lineare topologische Räume, so daß es möglich ist, R und weitere aus analytischen Funktionen gebildete lineare Räume mit den Hilfsmitteln dieser Theorie zu untersuchen und so neue Methoden und Fragestellungen in der Funktionentheorie zu erhalten und umgekehrt aus der Funktionentheorie Anregungen für die linearen Räume zu bekommen.

Fragt man z. B. nach allen linearen stetigen Abbildungen A von R in sich (die Stetigkeit im Sinne der gleichmäßigen Konvergenz in jedem Kreis $|z| \leq r$ verstanden), so erhält man sie in der Form des Umlaufintegrals

$$A\; u(z) = w(z) = \frac{1}{2\pi i} \int A\left(z, \frac{1}{t}\right) u(t)\, \frac{dt}{t},$$

wobei $A(z, t)$, der „Kern" der Abbildung, eine analytische Funktion zweier Variablen mit passendem Konvergenzbereich ist (O. Toeplitz).

Durch Heranziehung des konjugierten Raumes — für R ist dies der Raum der Potenzreihen in O mit positivem Konvergenzradius —, Bildung der adjungierten linearen Operation und Heranziehung der Neumannschen Reihe erhält man eine wesentlich vereinfachte Ableitung der Resultate von E. Hilb und O. Perron über Differentialgleichungen unendlich hoher Ordnung.

Für die allgemeine Theorie der linearen Räume ist umgekehrt z. B. interessant, daß die Multiplikation aller Elemente von R mit einer festen ganzen transzendenten Funktion $a(z)$ mit unendlich vielen Nullstellen einen linearen Isomorphismus von R auf einen abgeschlossenen linearen Teilraum ohne Komplementärraum ergibt; anders als im Hilbertschen Raum braucht daher in R ein linearer Isomorphismus keine linke Reziproke zu haben.

Y. Martin (Rennes): *Sur les séries de polynômes d'interpolation.*

Der Vortragende legt einige kürzlich gewonnene Ergebnisse dar, die Reihen von Interpolationspolynomen der Bauart

$$(1) \qquad \sum_0^\infty a_n P_n(z) \text{ mit } P_0(z) = 1 \text{ und } P_n(z) = \prod_1^n (1 - z/l_m)$$

betreffen. Es werden folgende Fälle betrachtet:

A. Die l_m sind positiv und bilden eine gegen $+\infty$ strebende wachsende Folge. Je nach Divergenz oder Konvergenz der Reihe der Kehrwerte ergeben sich die Unterfälle A_1 und A_2.

B. Die l_m sind komplex und bilden eine absolut konvergente Reihe.

Im Fall A_1 besitzen die Reihen (1) wie Dirichletsche Reihen je eine Abszisse einfacher, bzw. absoluter Konvergenz. Im Falle A_2 genügt die Konvergenz der Reihe für einen einzigen von den l_m verschiedenen Punkt, damit diese in der ganzen Ebene konvergiere. — Die Reihen B besitzen wie Taylorsche Reihen einen Konvergenzradius.

Die beiden Konvergenzabszissen der Reihen A_1 lassen sich als Funktionen der Koeffizienten a_n und der Folge (l_n) angeben.

Die Analogie zwischen den Reihen A_1 und den Dirichletschen Reihen geht noch weiter: Jeder Reihe A_1 läßt sich eine Dirichletsche Reihe zuordnen, welche unter gewissen Bedingungen in denselben Punkten konvergiert wie A_1 und eine Funktion darstellt, die in der Umgebung der Konvergenzgeraden dieselben Singularitäten besitzt, wie die durch A_1 dargestellte Funktion.

Das Studium der notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Darstellbarkeit einer in einer Halbebene erklärten Funktion $f(z)$ durch eine Reihe A_1 führt auf Sätze, die das Wachstum dieser Funktion und die Lage ihrer Nullstellen verknüpfen.

Die Analogie der Reihen B und der Potenzreihen läßt sich schließlich bis zu ihrem Verhalten auf dem Konvergenzkreis verfolgen, wo für die Reihen B Sätze nach Art jener von Abel, Littlewood, Riesz und Fejér gelten.

M. Picone (Rom) — vertreten durch G. Fichera (Rom): *Nuovi fondamenti di analisi funzionale per ricerche quantitative ed esistenziali, concernenti i sistemi di equazioni lineari a derivate parziali.*

Es werden sehr allgemeine Typen linearer Funktionalgleichungen betrachtet, von denen vorausgesetzt wird, daß für sie ein Reziprozitätsgesetz besteht. Es wird eine allgemeine Theorie entwickelt, deren Ergebnisse zur Berechnung der Lösungen der betrachteten Probleme wie auch zu Existenztheoremen führen.

Die hervorstechendste Anwendung erhält man im Falle von Systemen linearer partieller Differentialgleichungen, für welche unter anderem allgemeine Reziprozitätssätze abgeleitet werden.

Unter die vorliegende Theorie fallen jedoch auch noch andere Typen von Funktionalgleichungen, wie beispielsweise die Integro-Differentialgleichungen und die Gleichungen, die sich auf äußere Differentialformen beziehen.

J. Radon (Wien): *Geschlossene Extremalen und isoperimetrische Ungleichungen.*

Wendet man die Weierstraß-Hilbertsche Feldtheorie auf eine einfach unendliche Schar geschlossener Extremalen, die das Gebiet zwischen zwei Hüllkurven H_1, H_2 doppelt bedecken, sinngemäß an, so gelangt man zu Aussagen über Extremwerte eines Integrals vom einfachsten Typus der Variationsrechnung bezüglich geschlossener Kurven, die in dem Gebiet zwischen H_1 und H_2 verlaufen und beide Hüllkurven treffen.

Hieraus lassen sich sehr einfache Beweise für die isoperimetrische Ungleichung sowohl im euklidischen, wie im nichteuklidischen Fall gewinnen, die auch unabhängig von Voraussetzungen aus der Variationsrechnung in wenigen Zeilen darstellbar sind.

Unter Heranziehung des bekannten „Verkreisungsverfahrens" von H. A. Schwarz läßt sich in gleich einfacher Weise auch die Minimaleigenschaft der Kugel nachweisen.

U. Richard (Turin): *Su una equazione non lineare del secondo ordine.*

Zahlreiche Probleme der mathematischen Physik haben die Mathematiker veranlaßt, Differentialgleichungen vom Typ

$$(A) \qquad \frac{d}{dx}(x^2 y') + x^q y^n = 0 \qquad (y' = dy/dx)$$

mit positiven reellen Exponenten n und q zu betrachten und im Bereiche positiver x die Lösungen zu suchen, die einen vorgeschriebenen Anfangswert $y(0) = c > 0$ besitzen (Lösungen von Emden). Für diese Lösungen — die abnehmend ausfallen — interessiert die Entscheidung, ob sie eine endliche Nullstelle oder ein asymptotisches Verhalten aufweisen. Von G. Sansone stammt die für die Existenz einer Nullstelle notwendige und hinreichende Bedingung $2q > n - 1$.

Das Problem läßt sich zunächst auf die Gleichungen

$$(B) \qquad \frac{d}{dx}(x^p y') + x^q y^n = 0 \qquad (p > 0)$$

verallgemeinern, und schließlich überhaupt auf Gleichungen von der Bauart

$$(C) \qquad \frac{d}{dx}(P(x) y') + Q(x) y^n = 0,$$

wobei (im Bereiche positiver x) $P(x)$ eine von Null an wachsende und $Q(x)$ eine beliebige positive Funktion bezeichnen.

Hinsichtlich der Gleichungen (B) sind drei Fälle zu unterscheiden:

(B_1) $p < 1$. Die Singularität im Ursprung läßt sich durch einen Wechsel der Veränderlichen heben.

(B_2) $p > 1$. Die Gleichung läßt sich durch Veränderlichenwechsel auf den Typ (A) zurückführen.

(B_3) $p = 1$. Die Gleichung ist von (A) verschieden; die Emdenschen Lösungen existieren und besitzen immer eine endliche Nullstelle.

Die Methoden und Resultate lassen sich auch auf die Gleichungen (C) übertragen, wobei wiederum drei Fälle zu unterscheiden sind, je nach dem Verhalten des zwischen den Grenzen a und b genommenen Integrals von $1/P(x)$, das kurz mit J bezeichnet sei:

(C_1) J konvergiert für $a \succ 0$;

(C_2) J divergiert für $a \succ 0$ und konvergiert für $b \succ +\infty$;

(C_3) J divergiert für $a \succ 0$ und für $b \succ +\infty$.

Die Fälle (C_1) und (C_3) verhalten sich wie die entsprechenden (B_1) und (B_3); für allgemeingültige Aussagen im Falle (C_2) sind jedoch zusätzliche Voraussetzungen zu treffen.

L. Schmetterer (Wien): *Über trigonometrische Reihen.*

Unter den neueren Kriterien für die Konvergenz der Fourierschen Reihe an einer Stelle verdient wohl das von Young (etwa in der Formulierung von Pollard) besondere Beachtung. Es ist nun bemerkenswert, daß man dieses Kriterium als erstes Glied einer Kette von Kriterien auffassen kann, welche in gewissem Sinne die „besten" sind.

In formalem Zusammenhange damit steht ein Satz über die Lebesgue-Summierbarkeit von Reihen, dessen Voraussetzungen über die Größenordnung der Reihenglieder sich auf „einseitige" Bedingungen ausdehnen lassen. Ein Satz von ähnlichem Typus und ein Kriterium für die Summierbarkeit der Fourierschen Reihe durch logarithmische Mittel erlauben es, unter Hinzuziehung bekannter Umkehrsätze ein ganz neues Konvergenzkriterium für Fourierreihen auszusprechen.

E. Ullrich (Gießen): *Wertverteilung und Differentialgleichungen.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

SEKTION II: GEOMETRIE

M. Benedicty (Rom): *Sopra una trasformazione cremoniana collegata con la teoria delle funzioni quasi abeliane.*

Mit Severi (Funzioni quasi abeliane) wird eine algebraische Kurve vom Effektivgeschlecht Null betrachtet, auf welcher ein neutrales Feld mit Hilfe von n_1 neutralen Paaren getrennter Punkte und n_2 neutralen Paaren zusammenfallender Punkte festgelegt sei.

Der Raum S_n ($n = n_1 + n_2$), dessen Koordinaten $y_1, \ldots y_n$ die zu den Punkt-n-tupeln der Kurve gehörigen elementarsymmetrischen Funktionen sind, stellt ein Modell der fastabelschen Jacobischen Mannigfaltigkeit des neutralen Feldes dar, wenn als Integrale erster Gattung die Größen $u_j = \log R_j$ ($j = 1, \ldots n_1$), $u_k = R_k$ ($k = n_1 + 1, \ldots n$) eingeführt werden, wobei durch $R_i = \text{const}$ gewisse n Hyperebenenbüschel beschrieben werden, die durch die neutralen Paare bestimmt sind.

Ein anderes Modell derselben Mannigfaltigkeit stellt jener Raum S'_n dar, der durch die Koordinaten $x_j = \exp u_j$, $x_k = u_k$ beschrieben wird.

Die hierduch definierte Cremona-Transformation $x_i = R_i(y_1, \ldots y_n)$ hat der Vortragende näher untersucht. Er hat die linearen Formensysteme beider Räume bestimmt, denen Hyperebenen entsprechen, ebenso die Kurven, die in Geraden übergeführt werden, und schließlich die Ausnahmsmannigfaltigkeiten der Verwandtschaft mit besonderer Berücksichtigung ihrer geometrischen Bedeutung.

E. M. Bruins (Amsterdam): *Niederdrücken und Zerbrechen von Invarianten in der Geometrie.*

Viele geometrische Relationen lassen sich einfach darstellen mit Hilfe der zum Übertragungsprinzip von Clebsch inversen Operation, dem „Niederdrücken" von Invarianten. Manche planimetrischen Sätze kann man so auf triviale binäre Identitäten zurückführen.

Eine Methode zur Beseitigung von Asymmetrien, welche oft die Kürzung durch viele Faktoren herbeiführt, ist das „Zerbrechen" von n-ären Invarianten, eine Reduktion auf binäre Invarianten mit Hilfe einer Normalkurve. Für die Plani- und Stereometrie führt das zu einer einfachen Symbolik mit alternierenden Symbolen, die, alle Vorteile der n-ären symbolischen Methode beibehaltend, neue Vereinfachungen ermöglicht. So werden z. B. die fundamentalen Beziehungen im „Hexagramma mysticum" auf sehr einfache und symmetrische binäre Formeln zurückgeführt.

F. Conforto (Rom): *Sopra le trasformazioni in sè delle varietà quasi abeliane di tipo Picard.*

Ein Körper fast-abelscher Funktionen vom Geschlechte p ist nach F. Severi ein Körper meromorpher Funktionen von p Veränderlichen $u_1, u_2, \ldots u_p$ mit nicht mehr als $2p$ unabhängigen Perioden, in welchem ein algebraisches Ad-

ditionstheorem im Weierstraßschen Sinn gilt. Ist die Anzahl der Perioden genau $2p$, so liegt ein gewöhnlicher Körper abelscher Funktionen vor und das Additionstheorem ist in diesem Falle automatisch erfüllt.

Ist nun K ein Körper fast-abelscher Funktionen vom Geschlecht p, so kann man in $Kp + 1$ Funktionen wählen, die durch eine (einzige) algebraische Relation verbunden sind, welche als Gleichung einer algebraischen Mannigfaltigkeit V_p betrachtet werden kann. Man kann außerdem erreichen, daß die Punkte der V_p eineindeutig den modulo ω (ω eine Matrix primitiver Perioden) genommenen Wertegruppen $u_1, u_2, \ldots u_p$ entsprechen. Dann heißt diese — nur bis auf birationale Transformationen definierte — V_p die dem Körper K zugehörige fast-abelsche Mannigfaltigkeit vom Picardschen Typus. Als Funktionen des Punktes der V_p betrachtet, transformieren sich die Funktionen von K in die rationalen Funktionen auf der V_p, und die unabhängigen Veränderlichen $u_1, u_2, \ldots u_p$ in p linear unabhängige Integrale von totalen Differentialen, die als Integrale erster Gattung betrachtet werden dürfen.

Es werden verschiedene Probleme diskutiert und verschiedene Ergebnisse über diejenigen Transformationen einer fast-abelschen V_p vom Picardschen Typus in sich mitgeteilt, die durch lineare Kongruenzen zwischen den Integralen $u_1, u_2, \ldots u_p$ dargestellt werden.

C. Ehresmann (Straßburg): *Sur la notion de connexion infinitésimale dans un espace fibré et sur les espaces à connexion de Cartan.*

1. Der Begriff des Raumes von Cartanschem Zusammenhang knüpft sich an einen allgemeinen Begriff des infinitesimalen Zusammenhanges in einer gefaserten Mannigfaltigkeit: Sei $E(B, F)$ ein differenzierbarer gefaserter Raum mit der Basis B und der Faser F; hierzu existiert stets ein differenzierbares Schnittfeld C von n-dimensionalen Flächenelementen, wobei $n = \dim B$. Ein infinitesimaler Zusammenhang in E wird nun durch ein Feld C definiert, das der folgenden Bedingung (I) genügt: Jeder Bogen xx' von B ist die Projektion einer Integralkurve zz' von C, deren Ursprung z auf der Faser F_x beliebig ist. — Die Zuordnung $z \to z'$ stellt dann einen Homöomorphismus zwischen F_x und $F_{x'}$ dar. Man hat eine Abbildung des Gruppoids der in x geschlossenen Wege auf eine Gruppe von Automorphismen von F_x, die Holonomiegruppe genannt wird und als Strukturgruppe von $E(B, F)$ aufgefaßt werden kann.

2. Sei $E(B, F, G, H)$ eine Faserung mit der Lieschen Gruppe G. F besitzt eine Struktur, die die Automorphismengruppe G zuläßt und sich auf alle Fasern überträgt. Das Feld C wird einen Zusammenhang in E definieren, wenn zu jedem Bogen xx' ein Isomorphismus zwischen F_x und $F_{x'}$ gehört. Ein solcher Zusammenhang wird auch durch ein Schnittfeld C_0 des zugehörigen gefaserten „Hauptraumes" $H(B, G)$, genannt „Raum der Bezugssysteme" (espace des repères), definiert; dieses Feld ist invariant gegenüber den Transformationen $h \to hs$ (h aus H, s aus G). Ein solches Feld existiert immer und erfüllt die Bedingung (I). — Der Zusammenhang ist ferner definiert durch eine Funktion $z + dz \to w(z + dz)$, wobei $z + dz$ einen Tangentenvektor von H und $w(z + dz)$ eine infinitesimale Transformation aus G bedeutet. Für festes z ist w linear und genügt den Bedingungen

$$\text{(II)} \qquad w((z + dz)\, s) = s^{-1}\, w(z + dz)\, s$$

$$w(z\,(s + ds)) = s^{-1}\,(s + ds).$$

3. Der Fall eines Cartanschen Zusammenhanges: $F = G/G'$ (G' = abgeschlossene Untergruppe von G), $\dim B = \dim F$, $E(B, F, G, H)$ besitzt einen

mit B identifizierbaren Schnitt. F_x soll B in x berührend heißen, wenn die Tangentenvektoren von F_x in x mit den Tangentenvektoren von B in x übereinstimmen; dies führt auf charakteristische Klassen von B.

Ist H' der Raum der Bezugssysteme mit dem Ursprung x, so existiert ein Cartanscher Zusammenhang und wird durch eine Funktion $z + dz \to w(z + dz)$ definiert, die der Bedingung (II) genügt und für festes z umkehrbar linear ist; $z + dz$ bedeutet dabei einen Tangentenvektor von H'. Ein Cartanscher Zusammenhang entspricht einem besonderen globalen Parallelismus in H'.

4. Diskussion einiger Globalprobleme, Räume mit Cartanschem Zusammenhang betreffend.

Man vergleiche die einschlägigen Arbeiten des Vortragenden in C. R. 202 (1936): 2033; C. R. 204 (1938): 1433; C. R. 224 (1947): 1611; Colloque de topologie (C. N. R. S., Paris, 3—15).

F. Fabricius-Bjerre (Kopenhagen): *Sur les hélices projectives d'une quadrique.*

Eine Raumkurve wird „projektive Böschungslinie" genannt, wenn ihre Tangenten einen gegebenen Kegelschnitt c treffen. Durch eine Kollineation läßt sie sich in eine gewöhnliche Böschungslinie transformieren. Es sollen nur jene projektiven Böschungslinien betrachtet werden, die auf einer nicht ausgearteten Fläche zweiten Grades F verlaufen.

Der Polarkegel C von c bezüglich F schneidet diese Fläche nach einer Quartik q, die die Spitzen der projektiven Böschungslinien trägt; sie trennt die Gebiete von F, die (reelle) Böschungslinien enthalten von jenen, die keine enthalten. Die Tangentialebenen von C schneiden F in Kegelschnitten k, die q doppelt berühren.

Sei O ein beliebiger Raumpunkt und U seine Polarebene bezüglich F. Die Zentralprojektion l' einer projektiven Böschungslinie l aus O auf U ist im allgemeinen Orthogonaltrajektorie eines Systems nichteuklidischer Kreise k', die die nichteuklidisch-zirkulare Quartik q' doppelt berühren. Der Maßkegelschnitt der Ebene U ist dabei ihr Schnitt mit F. Für besondere Annahmen von O und F bezüglich c erhält man spezielle Aussagen. — Die Projektionen der Spitzentangenten der projektiven Böschungslinien l hüllen die nichteuklidische Evolute von q' ein. Die Berührungspunkte der aus einem Punkt M in U an die Bildkegelschnitte k' legbaren Tangenten liegen im allgemeinen auf einer nichteuklidisch-zirkularen Kurve achter Ordnung, die M als vierfachen Punkt besitzt.

Ist die Fläche F konvex, so läßt sie sich kollinear in eine Kugel transformieren und man kann die Gestalten der projektiven Böschungslinien angeben, die auf der Kugel als Orthogonaltrajektorien einer Schar gewöhnlicher Kreise erscheinen.

Der vorliegende Bericht wurde durch Untersuchungen von W. Wunderlich (Sitzungsber. Ak. Wiss. Wien 155/1947 und 156/1948) angeregt und verallgemeinert einige seiner Resultate.

P. Funk (Wien): *Über zweidimensionale Finslersche Räume mit konstanter Krümmung und mit geradlinigen Extremalen.*

Die Linienelemente für diese Geometrien wurden bereits in früheren Arbeiten bestimmt (Math. Ann. 101/1929; Math. Zeitschr. 40/1935).

Der Vortrag beschäftigt sich hauptsächlich mit dem Fall, wo das Krümmungsmaß eine positive Konstante ist. Das Linienelement hat dann, wenn man ein beliebiges cartesisches System zugrunde legt, die Form

$$ds = F(X, Y, Y') = \frac{u\, dX}{(X - x)^2 + u^2},$$

wobei x und u Funktionen der Bestimmungsstücke $a = Y'$ und $b = Y - XY'$ der Geraden sind.

Setzt man ferner $y = ax + b$ und $v = au$, so sind die vier Größen x, y, u, v der Bedingung

$$y + iv = f(x + iu)$$

unterworfen, wobei f eine analytische Funktion komplexen Argumentes bedeutet. Gleichwertig mit dieser Forderung sind die partiellen Differentialgleichungen

$$u_x + v_y = 0, \; u_x v_y - u_y v_x = 1.$$

Behandelt wird nun das Problem der Bestimmung jener Geometrien unter den genannten, für die bei allen Geraden in der ganzen euklidischen Bildebene die Maßbestimmung stetig und stetig differenzierbar veränderlich ist. Die Frage erweist sich als identisch mit einer el mentaren Abbildungsaufgabe von zwei Schlitzbereichen aufeinander. — Setzt man das starke Monodromieaxiom $AB = BA$ voraus, so erweist sich die elliptische nichteuklidische Geometrie als die einzige Geometrie, die diesen Bedingungen entspricht.

Gleichzeitig wird die Frage beantwortet: Welche Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$z_{xx} z_{yy} - (z_{xy})^2 = 1$$

sind in der ganzen xy-Ebene und welche Lösungen sind in der ganzen xy-Ebene mit Ausnahme eines einzigen Punktes regulär?

F. Gaeta (Madrid): *Ricerche sulle famiglie di curve sghembe algebriche.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

J. C. H. Gerretsen (Groningen): *Eine Abbildung der Linienelemente des n-dimensionalen Raumes auf die Punkte des (2 n — 1) - dimensionalen Raumes.*

Unter einem Linienelement wird die Figur eines Punktes des n-dimensionalen projektiven Raumes (mit algebraisch abgeschlossenem Koordinatenkörper) und einer mit mit ihm inzidenten Geraden verstanden. Diese Linienelemente bilden eine (2 n — 1)-dimensionale (irreduzible) algebraische Mannigfaltigkeit.

Zur Herstellung einer Abbildung dieser Mannigfaltigkeit auf einen linearen Raum betrachten wir im (2 n + 1)-dimensionalen Raum eine Segresche Mannigfaltigkeit V von der Dimension und Ordnung n + 1, die als Produktmannigfaltigkeit eines n-dimensionalen Raumes und einer Geraden entsteht. Diese Segresche Mannigfaltigkeit enthält somit ∞^1 untereinander fremde n-dimensionale Räume R. Einen dieser Räume wählen wir als Grundraum, in dem sich die Linienelemente befinden; daneben werden noch zwei andere, R' und R'', ausgezeichnet. Als Bildraum wählen wir einen (2 n — 1)-dimensionalen Raum allgemeiner Lage. — Die Räume, die den Punkt P eines Linienelementes mit R', bzw. die Gerade p des Elementes mit R'' verbinden, schneiden den Bildraum in einem (n — 1)-, bzw. n-dimensionalen Raum; der Schnittpunkt dieser Räume wird als Bildpunkt des Linienelementes betrachtet. Umgekehrt schneiden die Verbindungsräume eines Bildraumpunktes mit R', bzw. R'' den Grundraum in zwei Punkten P', bzw. P'', welche das Linienelement durch den Punkt $P = P'$ und die Gerade $p = P' P''$ bestimmen. Die Abbildung ist im allgemeinen umkehrbar eindeutig.

Von Interesse sind die Mannigfaltigkeiten der Ausnahmeelemente, bzw. der Ausnahmepunkte, sowie die Mannigfaltigkeiten im Bildraum, die den sogenannten kanonischen Mannigfaltigkeiten der Linienelemente entsprechen, und schließlich die Mannigfaltigkeiten der Linienelemente, deren Bildpunkte lineare Teilräume des Bildraumes erfüllen.

L. Godeaux (Lüttich): *Surfaces non rationnelles de genres zéro.*

Sei F eine reguläre algebraische Fläche vom Geschlecht $p_a > 2$, deren kanonisches System $|C|$ irreduzibel ist und eine zyklische Involution I_p ohne vereinigte Punkte enthält. Damit die Bildfläche G von I_p die Geschlechter $p'_a = p'_g = 0$ habe, ist es notwendig, daß $p = p_a + 1$ ist und daß im System $|C|$ $p - 1 = p_a$ isolierte Kurven auftreten, die I_p angehören. Diesen Kurven entsprechen auf G $p - 1$ Kurven $c_1, c_2, \ldots c_{p-1}$.

Das bikanonische System $|2C|$ von F enthält p lineare Teilsysteme, die I_p angehören. Diesen Systemen entsprechen auf G die Adjungierten zu $c_1, c_2, \ldots c_{p-1}$ und das bikanonische System der Fläche. Haben die Kurven $c_1, c_2, \ldots c_{p-1}$ das Geschlecht π, dann hat G das Bigeschlecht $P_2 = \pi$ und das lineare Geschlecht $p^{(1)}$ von F wird gegeben durch

$$p^{(1)} = (p_a + 1)(\pi - 1) + 1.$$

Nimmt man für F die Schnittfläche von vier Hyperquadriken im R_6 — eine Fläche, deren kanonisches System durch die überebenen Schnitte dargestellt wird —, so ist es möglich, diese Hyperquadriken invariant gegenüber einer zyklischen Kollineationspruppe mit der Periode 8 zu wählen, die keinen Doppelpunkt auf F besitzt. Man hat dann $p_a = 7$ und G ist eine Fläche mit den Geschlechtern $p'_a = p'_g = 0$, $\pi = P_2 = 3$ und $P_3 = 7$. Die Gleichungen eines trikanonischen Modells von G im R_6 lassen sich leicht aufstellen.

F. Hohenberg (Graz): *Eine einfache Fläche achter Ordnung.*

Diese Fläche F stellt eine Verallgemeinerung der Kegelschnitte und auch der Zykliden dar. Für die mit beiden Vorzeichen zu nehmenden Abstände d_i ihrer Punkte von den Ecken F_i eines gleichseitigen Dreieckes gilt nämlich

$$d_1 + d_2 + d_3 = 3a \; (= \text{const}).$$

Für $a = 0$ zerfällt F in die beiden Minimalkegel durch den Umkreis (U, e) des Dreiecks. Für $a > 0$ enthält die Fläche zunächst drei paare Ovale, die um je einen Bogen des Umkreises gelagert sind und sich für wachsendes a der dreifach gezählten Kugel $(U, 3a)$ nähern. Diese drei Ovale schneiden einander zu zweit in drei Doppelkreisen von F. Diese Doppelkreise gehen durch zwei dreifache triplanare Punkte der Fläche. Für $a > e$ existiert noch ein mittleres paares Oval, das sich für $a = e$ auf U zusammenzieht und für große a der Kugel (U, a) nähert. Der absolute Kegelschnitt ist doppelte Rückkehrkante von F; deren Tangentialebenen umhüllen zwei Minimalkegel. — Auf F liegen zahlreiche Raumkurven niedriger Ordnung, z. B. ∞^2 sphärische Raumkurven vierter Ordnung und 18 parabolische Kreise.

Die Fläche hat die Gleichung

$$T^2 + 8a^2 K_1 K_2 K_3 = 0,$$

wobei $T = 0$ den Torus durch die Doppelkreise und $K_i = 0$ die Kugeln durch je zwei Doppelkreise bedeuten. Mit F sind verschiedene andere Flächen verknüpft, auch ist F Koinzidenzfläche einer räumlichen Involution vom Jonquièresschen Typus.

Zwischen F und der Römerfläche Steiners besteht derselbe Zusammenhang, wie zwischen dem Poincaréschen und dem Cayley-Kleinschen Modell der nichteuklidischen Raumgeometrie (Darbouxsche Verwandtschaft).

E. Kruppa (Wien): *Analogien zwischen Raumkurven und Strahlflächen im R_3.*

Der Vortragende hat in einem bereits veröffentlichten und in einem noch unter der Presse befindlichen Aufsatz gezeigt, daß zwischen Raumkurven und Strahlflächen viel mehr Analogien bestehen als bisher bekannt sind (Mh. Math. 52/1948: 323—336; vgl. auch die Vortragsberichte in Nachr. Nr. 4, S. 10, und Nr. 5, S. 6).

Der Vortrag bringt als neues Beispiel dafür einen Satz von Cesàro über Bertrand-Kurven und seine Verallgemeinerung auf Strahlflächen.

J. Leray (Paris): *L'emploi formel, en topologie, du calcul différentiel extérieur.*

Der Bericht stützt sich auf die folgenden Arbeiten aus den letzten Jahren:

J. Leray, Colloque de topologie algébrique (C. N. R. S., Paris); C. R. 222 (1946): 1366, 1419; C. R. 223 (1946): 395, 412; C. R. 228 (1949): 1545, 1784; C. R. 229 (1949), im Druck; Journ. de math., im Druck.

H. Cartan, Colloque de topologie algébrique; C. R. 226 (1948): 148, 303.

J. L. Koszul, Thèse; C. R. 225 (1947): 217, 477.

H. R. Müller (Graz): *Über eine infinitesimale kinematische Abbildung.*

Ausgehend von der Abbildung der orientierten Geraden des dreidimensionalen euklidischen Raumes auf die dualen Punkte der Einheitskugel (Studysches Übertragungsprinzip der Liniengeometrie) wird eine Strahlabbildung auf infinitesimal benachbarte Punktepaare der reellen Einheitskugel betrachtet, bei der der euklidische Punktraum umkehrbar eindeutig auf die Gruppe der infinitesimalen Bewegungen (Drehungen) der Einheitskugel in sich bezogen wird.

In dieser Abbildung hat z. B. ein Strahlbüschel zwei isometrisch bezogene Größtkreise als Bilder, die durch eine infinitesimale Drehung ineinander übergehen. Einem Strahlnetz entspricht das infinitesimale sphärische Gegenstück zur bifokalen Verwandtschaft Burmesters. Die beiden Regelscharen einer Quadrik besitzen zu Bildern einen sphärischen Kegelschnitt k und zwei zu ihm infinitesimal benachbarte, konfokale sphärische Kegelschnitte von gleichem Brennpunktsabstand wie k. Die Abbildung von Regelflächen führt auf infinitesimal benachbarte Kurvenpaare und gibt zu einer einfachen Deutung des Dralls Anlaß; für Torsen sind die Bildkurven isometrisch bezogen. Die Abbildung der wichtigsten differentialgeometrisch ausgezeichneten Strahlkongruenzen liefert einfach zu charakterisierende infinitesimale Transformationen der Einheitskugel in sich: Eine flächentreue infinitesimale Punktverwandtschaft ist Bild eines Normalensystems, eine konforme Transformation entspricht einem isotropen Strahlsystem usf.

B. d'Orgeval (Grenoble): *Involutions rationnelles d'ordre premier sur une surface algébrique possédant un faisceau irrationnel.*

Die für den Fall einer rationalen Involution dritter Ordnung von Pompilij (R. C. Acc. Lincei 1946) verwendete Methode läßt sich leicht auf rationale

Involutionen beliebiger Primzahlordnung erweitern, wenn diese zu algebraischen Flächen gehören, die ein nicht rationales Büschel von Kurven besitzen, deren allgemeine als irreduzibel vorausgesetzt wird. Man zeigt so:

1. Hängt das Büschel vom Geschlecht q mit der Involution von der Ordnung p derart zusammen, daß die einem Punkt M in der Involution zugeordneten Punkte Kurven des Büschels durchlaufen, wenn M eine Büschelkurve beschreibt, dann definiert die Involution eine p-fache Ebene, deren Verzweigungskurve aus höchstens $2p + 2q - 2$ Kurven jenes Büschels besteht, welches das Bild des nichtrationalen Büschels der Fläche darstellt. In diesem Fall ist der Wert von q unabhängig von dem vorgegebenen Wert von p.

2. Ist das Büschel vom Geschlecht q nicht in der obigen Weise mit der Involution p-ter Ordnung verknüpft, so definiert diese eine p-fache Ebene, deren Verzweigungskurve gewissen Bedingungen unterliegt. Der Wert von q kann $(p-1)(p-2)/2$ nicht übersteigen. Die Bilder der Büschelkurven bilden eine einparametrige Schar vom Index p und der Ordnung m, das einem r-parametrigen linearen System mit $r > 1$ angehört. Der Fall $r = 2$ läßt sich auf $m = 1$ zurückführen, wobei die Verzweigungskurve die Klasse p und das Geschlecht q hat; ist im besonderen $q = p - 2$, so existiert immer mindestens eine Regelfläche, außer für $p = 5$.

L. Peczar (Wien): *Über eine einheitliche Methode zum Beweis gewisser Schließungssätze.*

Für je vier Elemente eines Quotientenringes R wird der Begriff des Doppelverhältnisses eingeführt und mit dessen Hilfe, nach Auszeichnung eines Teilkörpers A von R, der Begriff der „A-Ketten" definiert. Aus den Ring- und Körperpostulaten folgt dann sofort der Satz:

Liegen die aus acht Elementen z_i $(i = 1, \ldots 8)$ eines Quotientenringes gebildeten Quadrupel (z_1, z_6, z_5, z_2), (z_2, z_7, z_6, z_3), (z_3, z_8, z_7, z_4) und (z_4, z_5, z_8, z_1) in je einer A-Kette, so sind entweder beide oder keines der weiteren Quadrupel (z_1, z_2, z_3, z_4) und (z_5, z_6, z_7, z_8) in je einer A-Kette enthalten.

Dieser Satz stellt die Existenz von allgemeinen und speziellen Konfigurationen von Elementen und A-Ketten sicher und erweist sich so als die gemeinsame Wurzel von gewissen geometrischen Sätzen, die A. Miquel, E. Müller, U. Graf und R. Kahlau angegeben haben und welche Kreis-, Zykel- und Parabelfiguren beschreiben.

B. Segre (Bologna): *Le rette delle superficie cubiche nei corpi commutativi.*

Es sei F irgend eine kubische Fläche, die in einem kommutativen Körper K erklärt ist. F habe weder in K noch in einer Erweiterung von K einen Doppelpunkt und die Charakteristik von K sei ungleich 2. Wenn K algebraisch abgeschlossen ist, so ist die Anzahl n der Geraden von K auf F immer gleich 27; zwischen den Geraden bestehen Inzidenzbeziehungen, die vom Körper der komplexen Zahlen her bekannt sind. Ist K hingegen nicht algebraisch abgeschlossen, so bestehen für die n Flächengeraden im ganzen zehn Möglichkeiten:

1. $n = 27$; auch in einer Erweiterung von K gibt es keine weiteren Geraden auf F.

2. $n = 15$; die 12 fehlenden Geraden, die F in einem geeigneten Oberkörper von K besitzt, bilden eine Doppelsechs.

3. $n = 9$; diese Geraden bilden ein Steinersches System.

4. $n = 7$; eine dieser Geraden trifft alle übrigen und diese verteilen sich auf drei Paare schneidender Geraden.

5. $n = 5$; eine dieser Geraden trifft alle übrigen und diese verteilen sich auf 2 Paare schneidender Geraden.

6. $n = 3$; alle Geraden liegen in einer Ebene.

7. $n = 3$; die Geraden sind paarweise windschief.

8. $n = 2$; die Geraden sind windschief.

9. $n = 1$.

10. $n = 0$.

Alle 10 Möglichkeiten lassen sich z. B. im Körper der rationalen Zahlen verwirklichen, während im Reellen bekanntlich nur die Fälle 1, 2, 4 und 6 möglich sind.

Diese Ergebnisse werden ungültig, wenn F einen Doppelpunkt besitzt oder K die Charakteristik 2 hat. Wenn man weiß, daß neun Geraden auf F in K ein Steinersches System bilden, so hängt die Ermittlung der übrigen von einer kubischen Gleichung in K ab; je nachdem diese in K drei, eine oder keine Wurzeln besitzt, liegen die Fälle 1, 2 oder 3 vor.

Durch eine geeignete Erweiterung des Verfahrens von Geiser ergibt sich aus dem Vorhergehenden eine Einteilung der ebenen Kurven vierter Ordnung vom Geschlecht 3 in einem Körper K hinsichtlich ihrer Doppeltangenten, die auf elf Typen führt.

F. Severi (Rom): *Rigore e geometria algebrica.*

Es handelt sich darum, auf einige heikle Punkte in den Grundlagen der algebraischen Geometrie italienischer Schule hinzuweisen und die Legenden von mangelnder Strenge zu zerstreuen.

Nichtitalienische Vorläufer der geometrischen Methoden, die dann in Italien entwickelt wurden. Geschichtliche Vergleiche. Wesentliche und formale Strenge.

Definition und erste Eigenschaften der algebraischen Mannigfaltigkeiten, von den Italienern aus der Eliminiationstheorie Kroneckers, von den abstrakten Algebraikern aus dem Basissatz Hilberts abgeleitet.

Lineare und nichtlineare Mannigfaltigkeiten. Die Graßmannschen Mannigfaltigkeiten. Die daraus folgende Bedeutung für den Begriff eines algebraischen Systems von Mannigfaltigkeiten. Gegenüberstellung mit der „zugeordneten Form". Diese Methode liefert in Wirklichkeit nicht, wie man glaubt, die Darstellung einer Mannigfaltigkeit durch eine einzige Gleichung. — Die italienische Geometrie war frühzeitig bemüht, sich die Mittel zu verschaffen, um ihre Sätze strenge fassen zu können. Insbesondere kannte sie bereits seit fast einem halben Jahrhundert die Art, wie ein algebraisches System von Mannigfaltigkeiten in einem linearen Einbettungsraum dargestellt werden kann, während die „zugeordnete Form" dies für einen nichtlinearen Einbettungsraum tut. Daher ist es nicht angebracht, zu glauben, daß beim Aufbau der Äquivalenzsysteme und der virtuellen Mannigfaltigkeiten implizit Eigenschaften vorausgesetzt werden, die erst von der abstrakten Algebra sichergestellt wurden.

Der Begriff des „punto generico" ist einwandfrei und für den Gebrauch genau so wertvoll wie der spätere Begriff „allgemeiner Punkt" von Emmy Noether und van der Waerden.

Die Theorie der Schnittmultiplizität und der verallgemeinerte Satz von Bézout, so wie sie aus den Arbeiten des Vortragenden mit Hilfe der „Grenzresultante" in strenger Form hervorgehen, verbunden mit einem lehrreichen Beispiel von Perron. Rehabilitation der Kroneckerschen Methode.

Ein weiteres Instrument von großer konstruktiver Kraft und bedeutendem Einfluß auf die Grundprinzipien, das von der italienischen Geometrie geliefert wurde: die Korrespondenzen. Hieraus wurde im Jahre 1912 die erste strenge Fassung des Satzes von der Erhaltung der Anzahl und hierauf die präzise Einordnung eines großen Teiles der abzählenden Geometrie gewonnen. Auch die modernen Algebraiker haben sich weitgehend dieses Instruments bedient.

Schlußfolgerungen: Die Grundlagen? Ja! Aber vergessen wir nicht die Entwicklung des Baumes in seinen höchsten Zweigen, sonst kommt der Fortschritt der Wissenschaften zum Stillstand!

F. Simonart (Löwen): *Sur une congruence R associée à une surface harmonique.*

Man kennt die Erzeugungsweise der sogenannten „harmonischen Strahlkongruenzen", die vor kurzem von Vincensini eingeführt wurden: Sei S eine auf die Grundebene E bezogene harmonische Fläche; zieht man dann jeweils durch die Projektion M' eines Flächenpunktes M die Parallele zur Flächennormale, so erhält man eine harmonische Kongruenz, für welche E die Mittelfläche abgibt und die somit zur Familie der „R-Kongruenzen" von Ribaucour gehört.

Ersetzt man nun in dieser Konstruktionsvorschrift die Richtung der Flächennormale durch das Gemeinlot korrespondierender Normalen der Fläche S und ihrer Konjungierten $\overline{S}$, so wird man auf eine andere R-Kongruenz geführt, deren erzeugende Fläche ein Drehparaboloid mit zu E senkrechter Achse ist. Derartige Kongruenzen lassen sich durch eine Eigenschaft charakterisieren, die sie zu den allgemeinsten eigentlich konformen Abbildungen der Ebene E in Beziehung setzt; in der Tat erhält man eine solche Abbildung, wenn man dem Spurpunkt eines Kongruenzstrahles jeweils den Spurpunkt der Parallelen zuordnet, die durch ein beliebiges, außerhalb E gelegenes, festes Zentrum geht. Man gelangt auf diese Weise auch zu einer neuartigen Lösung des Problems der Deformation eines Drehparaboloides.

E. Stein (London): *Brenneigenschaften der linearen Ebenenkomplexe in mehrdimensionalen Räumen.*

Ein linearer Ebenenkomplex erzeugt eine Verwandtschaft

a) zwischen Punkten und Geradenkomplexen,

b) zwischen Geraden und Hyperebenen.

Im allgemeinen sind jeder Geraden eine Hyperebene und jeder Hyperebene ∞^{n-2} Geraden zugeordnet, aber es existieren ∞^{n-1} singuläre oder totale Geraden.

In einem Raume von ungerader Dimensionszahl ($n = 2k + 1$) geht im allgemeinen durch jeden Punkt eine Gerade; es existiert aber eine ($n - 3$)-dimensionale Mannigfaltigkeit von Punkten, durch die ∞^2 singuläre Geraden gehen und die von jeder singulären Geraden in k Punkten geschnitten wird. — Beispiel $n = 5$: Die singuläre Mannigfaltigkeit eines nicht singulären Ebenenkomplexes besteht aus zwei windschiefen Ebenen.

In einem Raume von gerader Dimensionszahl ($n = 2k$) geht nicht durch jeden Punkt eine singuläre Gerade. Wenn aber ein Punkt auf einer singulären Geraden liegt, dann gehen durch ihn mindestens ∞^1 singuläre Geraden. Es gibt aber eine quadratische Hyperfläche von singulären Punkten, durch die je ∞^3 singuläre Geraden gehen. Die Gleichung dieser Mannigfaltigkeit kann aus der Gleichung des Ebenenkomplexes leicht abgeleitet werden. — Beispiel $n = 6$: Die Normalform des allgemeinen Ebenenkomplexes ergibt sich auf Grund seiner Brenneigenschaften zu

$$p_{123} + p_{456} + p_{014} + p_{025} + p_{036} = 0,$$

die Gleichung der singulären Hyperfläche zu

$$x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6 - x_0^2 = 0.$$

K. Strubecker (Karlsruhe): *Über einige Anwendungen der Differentialgeometrie des isotropen Raumes.*

Wählt man das Geradenpaar $t = 0$, $x^2 + y^2 = 0$ als absolutes Gebilde einer projektiven Metrik, so entsteht ein isotroper Raum (x, y, z) mit dem Bogenelement $ds^2 = dx^2 + dy^2$ und einer sechsgliedrigen Bewegungsgruppe.

Der isotrope Raum ist ein Grenzfall des elliptischen Raumes; z. B. existieren auch in ihm zwei dreigliedrige Cliffordsche Schiebungsgruppen (Links- und Rechtsschiebungen), die zu einer neuen Art von Parallelismus der Flächenelemente $E(x, y, z, p, q)$ führen: Verschiebt man E durch Links- und Rechtsschiebung in die Bildebene $z = 0$, so erhält man die beiden Bildpunkte $E_l(x + q, y - p)$ und $E_r(x - q, y + p)$ von E. Diese „parataktische Abbildung" überträgt jede reguläre Fläche $z = z(x, y)$ auf eine eigentlich-flächentreue Abbildung $E_l \rightarrow E_r$ der Bildebene. Man hat so die Möglichkeit, diese Abbildungen übersichtlich mit Hilfe der Flächentheorie des isotropen Raumes zu studieren.

Die vier Grundformen der isotropen Flächentheorie sind

$$I = dx^2 + dy^2 = ds^2, \qquad II = r\,dx^2 + 2\,s\,dx\,dy + t\,dy^2$$

$$III = dp^2 + dq^2 = dS^2, \qquad IV = (s\,dx + t\,dy)\,dx - (r\,dx + s\,dy)\,dy.$$

ds und dS sind die Bogenelemente der Fläche und ihres sphärischen Bildes, $1/R = II/I$ die isotrope Normalkrümmung einer Flächenkurve; $II = 0$ liefert die Asymptotenlinien, $IV = 0$ die isotropen Krümmungslinien.

Das Linienelement ds der Fläche wird in den parataktischen Bildern aufgespalten in die Linienelemente ds_l und ds_r, deren Winkel v sei; es gilt

$$ds_l^2 = I + III + 2\,IV, \; ds_r^2 = I + III - 2\,IV, \; \operatorname{tg} v = \frac{2\,II}{I - III}.$$

Den isotropen Krümmungslinien der Fläche entsprechen also die isometrischen Linien ($ds_l = ds_r$) und den Asymptotenlinien die parallelbezogenen Linien ($v = 0$) der Bildbereiche. — Durch $I + III = \text{const}$ kann man die Indikatrizen der parataktischen Abbildung darstellen, d. h. jene kongruenten Ellipsen i_l, i_r, die in der berührenden Affinität der flächentreuen Verwandtschaft existieren.

Beispiel 1: Die isotropen Minimalflächen (mit verschwindender isotroper mittlerer Krümmung $H = r + t = 0$) sind identisch mit den Potentialflächen $z = \Re f(x + iy)$ der Funktionentheorie. Ihre parataktische Abbildung führt

auf eigentlich-flächentreue Verwandtschaften mit normal gegeneinander verschwenkten Indikatrizen.

Beispiel 2: Die Flächen der festen Relativkrümmung $K = rt - s^2 = +1$ führen auf flächentreue Verwandtschaften mit parallelgestellten Indikatrizen. Diese Verwandtschaften sind nach Study identisch mit jenen flächentreuen Abbildungen, die zwischen den beiden Staudtschen Bildpunkten der komplexen Punkte einer komplexen analytischen Kurve $f(x, y) = 0$ bestehen. Beispielsweise stimmen die Staudtschen Bildpaare der Punkte eines komplexen Kreises überein mit den parataktischen Bildern der Flächenelemente E einer Schraubfläche der festen isotropen Relativkrümmung $K = +1$.

L. Vietoris (Innsbruck): *Geometrie des Bergsteigers.*

Die Orientierung des Bergsteigers ist wie die des Seefahrers Anwendung der Geometrie. Während sich aber der Seemann auf der äußerst regelmäßigen Meeresoberfläche bewegt und nur in Küstengebieten mit örtlichen Besonderheiten zu tun bekommt, steht der Bergsteiger gewöhnlich an einer Stelle, welche auch bei Unwetter oder Nacht durch geometrische und nichtgeometrische Eigenschaften von anderen Stellen unterscheidbar ist, wie etwa durch die Seehöhe oder die Richtung der durch den Standpunkt laufenden Fallinie.

Die für die Orientierung wichtigen geometrischen Eigenschaften des Geländes werden vorgeführt und ihre Verwendung gezeigt.

M. Villa (Bologna): *Nuove ricerche sulle trasformazioni puntuali e di contatto.*

Der Vortragende berichtet über einige neue Ergebnisse, betreffend Punktverwandtschaften und Berührungstransformationen im kleinen und großen, insbesondere das Produkt zweier Punktverwandtschaften, das einer Punktverwandtschaft assoziierte Differentialgleichungssystem, die algebraischen Berührungstransformationen und die charakteristischen Kurven einer Punkttransformation.

M. Villa (Bologna): *Proprietà differenziali caratteristiche delle varietà algebriche.*

Der Vortragende berichtet über einige Ergebnisse, die Charakterisierung algebraischer Mannigfaltigkeiten durch projektiv-differentielle Eigenschaften betreffend.

W. Wunderlich (Wien): *Über die polykonischen Loxodromen.*

Zur Untersuchung stehen jene Raumkurven, die die Erzeugenden zweier Kegel unter konstanten Winkeln durchsetzen. Nach Pirondini (1897) verlaufen sie im allgemeinen auf gewissen Drehflächen vierter Ordnung und gehen bei Verebnung des achsenparallelen Zylinders, auf welchem sie liegen, in den Bogen einer gemeinen Zykloide über. Cesàro erkannte dann 1903 den Drehflächenmeridian als Cartesisches Oval, entdeckte noch einen dritten Kegel, für den eine solche Kurve Loxodrome ist, und einen vierten, auf dem sie eine geodätische Linie ist.

Diese Tatsachen lassen sich einem umfassenden Satz unterordnen, wonach eine polykonische Loxodrome bei der Abwicklung ihres Verbindungskegels mit einem beliebigen Achsenpunkt in eine zyklische Linie übergeht; insbesondere entsteht eine Kreisevolvente, wenn die Kegelspitze im außerordentlichen Brennpunkt angenommen wird. Hieraus folgen auf durchaus elementarem Wege alle bekannten sowie zahlreiche neue Eigenschaften, z. B. daß nicht nur die Tangenten und Schmiegebenen, sondern auch die Normalebenen und Krümmungsachsen eine feste Kugel berühren. Eine solche Loxodrome und ihre Planevolute (Polare) sind geodätische Linien auf kongruenten Kegeln, und die polykonischen Kegelloxodromen sind die einzigen Kegelgeodätischen überhaupt, deren Planevolute wieder eine Kegelgeodätische ist. Die auf der genannten Drehfläche — einer speziellen Zyklide — verlaufenden ∞^2 polykonischen Loxodromen stellen deren Darboux sche Linien dar, weil ihre Schmiegkugeln die Fläche berühren. Die Loxodromen sind in einem gewissen Sinn anallagmatisch, als sie durch Inversionen von den drei ordentlichen Flächenbrennpunkten aus in kongruente Kurven übergeführt werden können.

Die analytische Darstellung der mehrfachen Kegelloxodromen führt im allgemeinen auf elliptische Integrale. — Als Sonderformen zählen zu diesen Kurven die sphärischen Bündelloxodromen sowie die Böschungslinien auf Drehflächen zweiten Grades mit lotrechter Achse.

SEKTION III: ALGEBRA UND ZAHLENTHEORIE

M. Deuring (Hamburg): *Die Auflösung der Singularitäten algebraischer Mannigfaltigkeiten.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

M. Dolcher (Triest): *Sur l'axiomatisation de la systématique des théories mathématiques par une théorie générale des structures.*

Es handelt sich um ein Programm, das der Vortragende im Anschluß an seine Definition der „Struktur" (Rend. Sem. Mat. Padova 1949: 265—291) entwickelt. Aus der Bemerkung, daß man nicht jeder Struktur eine „Art" (im Sinne von Bourbaki) zuweisen kann, — da ja im allgemeinen die gleiche Struktur durch ganz verschiedenartige Beziehungen zwischen den Elementen der Menge gegeben sein kann — wird gefolgert, daß der Begriff des Isomorphismus zwischen zwei mit einer Struktur versehenen Mengen aufgestellt werden müsse, ohne auf die speziellen Ausdrücke zurückzugehen, durch welche die Verknüpfungen zwischen den Mengenelementen jeweils dargestellt werden. Das ist möglich, wenn man zwei Mengen als „isomorph" (d. h. von gleicher Struktur) ansieht, falls ihre Automorphismengruppen auf Grund der vorausgesetzten Relationen identisch sind; dies ist so zu verstehen, daß sie einander in einer umkehrbar eindeutigen Zuordnung der symmetrischen Gruppen der vorgelegten Mengen entsprechen. Eine Struktur wird damit auf eine Untergruppe einer (endlichen oder unendlichen) symmetrischen Gruppe zurückgeführt, was den Vorteil hat, daß jede Willkür in der Wahl der Verknüpfungsausdrücke verschwindet.

Es taucht nunmehr das Problem auf, unter den möglichen Strukturtypen jene zu untersuchen, welche für die eine oder andere mathematische Theorie von Interesse sind, d. h. die wichtigsten Strukturtypen durch Eigenschaften ihrer Automorphismengruppen zu charakterisieren; auf diese Weise würde man — auf die allgemeinste Weise — die „Arten" als Klassen der Untergruppen von symmetrischen Gruppen wiederfinden. Eine solche Untersuchung (die anscheinend nur für sehr spezielle Fälle unternommen worden ist) würde eine logische Grundlage für eine „Systematik" der mathematischen Theorien darstellen, die vorläufig lediglich für Kriterien angeregt wurde, die von Anwendungen herrühren, für welche sich die Theorien als geeignet erwiesen haben.

W. Gröbner (Innsbruck): *Über die Eliminationstheorie.*

Die Grundaufgabe der Eliminationstheorie besteht darin, aus einem gegebenen Gleichungssystem in n Variablen ein äquivalentes System — „Resultantensystem" — in $n-1$ Variablen abzuleiten, derart daß jede Lösung des ersten Systems auch eine Lösung des zweiten ist und umgekehrt jede Lösung des zweiten Systems zu einer solchen des ersten ergänzt werden kann. Das Resultantensystem ist durch diese Eigenschaften aber nicht eindeutig festgelegt; daher gibt es verschiedene Eliminationsmethoden, die jedoch bei feineren, die Vielfachheit der Lösungen betreffenden Untersuchungen versagen. Diese Mängel können erst durch Heranziehung der Idealtheorie beseitigt werden. Die Idealtheorie eröffnet aber auch noch

andere direkte Methoden, die Lösungen eines algebraischen Gleichungssystems durch Ermittlung der „reduzierten Darstellung" des betreffenden Polynomideals zu gewinnen.

H. Hasse (Berlin): *Invariante Kennzeichnung galoisscher Körper.*

Es handelt sich um das Analogon der Erzeugung abelscher Körper durch Radikale für beliebige galoissche Körper.

Sei $\mathfrak{G}$ eine endliche Gruppe der Ordnung g und L ein Körper mit nicht in g aufgehender Charakteristik, der die g-ten Einheitswurzeln enthält. Sei ferner $G_\mathfrak{u}$ ein Vertretersystem in L der absolut-irreduziblen Darstellungsklassen von $\mathfrak{G}$, gekennzeichnet durch die einfachen Charaktere u von $\mathfrak{G}$, mit den Graden $f_\mathfrak{u}$, und seien $C_\mathfrak{u}(S)$ die den Elementen S aus $\mathfrak{G}$ zugeordneten Matrizen aus $G_\mathfrak{u}$. Sei schließlich K ein galoisscher Körper oder allgemeiner eine galoissche kommutative Algebra über L mit der Gruppe $\mathfrak{G}$ und Q^s eine Normalbasis von K/L. Dann bilden die g Elemente der Matrizen

$$W_\mathfrak{u} = \frac{1}{g} \sum_s f_\mathfrak{u} C_\mathfrak{u}(S^{-1})$$

eine sogenannte „Faktorbasis" von K/L mit dem Verhalten

$$W_\mathfrak{u}{}^S = C_\mathfrak{u}(S)\, W_\mathfrak{u}$$

bei den Automorphismen S aus $\mathfrak{G}$. Ist

$$G_\mathfrak{u} \times G_\mathfrak{v} = P_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}}{}^{-1}\, G_{\mathfrak{u}\mathfrak{v}}\, P_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}}$$

das Kronecker-Multiplikationsschema der $G_\mathfrak{x}$, wobei $G_{\mathfrak{u}\mathfrak{v}}$ vollständig in die $G_\mathfrak{x}$ mit gewissen Vielfachheiten zerfällt, und bildet man analog $W_{\mathfrak{u}\mathfrak{v}}$, so hat das Multiplikationsschema der Faktorbasis $W_\mathfrak{x}$ die Gestalt

$$W_\mathfrak{u} \times W_\mathfrak{v} = P_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}}{}^{-1}\, W_{\mathfrak{u}\mathfrak{v}}\, P_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}} \cdot A_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}}$$

mit einem Faktorensystem $A_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}}$ aus Matrizen der Grade $f_\mathfrak{u} f_\mathfrak{v}$ über L, in welchem auf Grund der Kommutativität und Assoziativität von K Kommutativ- und Assoziativrelationen bestehen und welches, der Halbeinfachheit von K entsprechend, einer Regularitätsbedingung genügt. Die Klasse der zu $A_{\mathfrak{u},\mathfrak{v}}$ assoziierten Faktorensysteme, den noch zulässigen Substitutionen $W_\mathfrak{u} \rightarrow W_\mathfrak{u} R_\mathfrak{u}$ mit regulären Matrizen $R_\mathfrak{u}$ über L entsprechend, bildet eine K kennzeichnende Invariante in L.

N. Hofreiter (Wien): *Über den Zusammenhang zwischen Inhalt und Gitterpunktverteilung.*

Es werden Relationen aufgestellt, die im n-dimensionalen Raum zwischen dem Inhalt eines ebenflächig begrenzten Körpers und der Anzahl von Gitterpunkten bestehen, die im Innern oder auf dem Rande des Körpers liegen. So gilt beispielsweise für den Inhalt J eines Parallelepipeds, dessen Eckpunkte Gitterpunkte sind, folgende Formel:

$$2^n J = (A_0 + 2 A_1 + \ldots + 2^n A_n) \cdot d;$$

dabei ist A_0 die Anzahl der Gitterpunkte in den Ecken (2^n), A_1 die Anzahl der Gitterpunkte in den Kanten, allgemein A_k die Anzahl der Gitterpunkte in den k-dimensionalen Seitenflächen und A_n die Anzahl der Gitterpunkte im Innern; ferner bedeutet d den Inhalt des Grundparallelepipeds.

G. Kantz (Graz): *Über affektlose algebraische Gleichungen über dem Körper der rationalen Zahlen.*

Der Kern des Vortrages ist der Satz: Enthält die Diskriminante einer ganzen algebraischen Zahl eine Primzahl p genau zur ersten Potenz, so ist die Gruppe der sie definierenden (irreduziblen) Gleichung die symmetrische.

Man bemerke, daß der Satz genau so gut für die Körperdiskriminante D ausgesprochen werden kann. Ein in p aufgehendes und in dem der irreduziblen Gleichung zugeordneten Galoiskörper enthaltenes Primideal ist verzweigt, so daß seine Trägheitsgruppe mindestens die Ordnung 2 hat. Sie ist im vorausgesetzten Falle genau 2, da die erste Verzweigungsgruppe nur aus dem Einheitselement allein bestehen kann. Eine erzeugende Substitution der Trägheitsgruppe enthält also nur elementfremde Transpositionen und besteht, wie genauer gezeigt wird, aus einer Transposition allein, die natürlich auch Element der Galoisgruppe der Gleichung ist. Da die Galoisgruppe eine Transposition enthält und primitiv ist, ist sie die symmetrische Gruppe.

W. Knödel (Wien): *Ein Satz über Primzahlen.*

Der Vortragende beweist mit Hilfe der zahlentheoretischen Mittel von V. Brun: Wird die Reihe der natürlichen Zahlen $1, 2, \ldots, y, \ldots$ durchlaufen, dann gibt es immer wieder ein y_0, zu dem unendlich viele Primzahlpaare p, p' mit der Differenz y_0 gehören.

Für die Anzahl der y_0 mit dieser Eigenschaft und für die Anzahl der zugehörigen Primzahlpaare werden untere Schranken angegeben. Ferner werden die Resultate für den Fall verallgemeinert, daß p' natürliche Zahl mit weniger als N verschiedenen Primfaktoren ist.

Th. H. Lepage (Brüssel): *Sur les matrices symétriques et les matrices symplectiques.*

J. Radon (Mh. Math. Phys. 48, 1939) hat bewiesen, daß es zu zwei Matrizen A, B gleicher Ordnung n mit reellen oder komplexen Elementen mindestens eine symmetrische Matrix S gibt, so daß $A + BS$ den Rang r hat, wenn die Matrix (A, B) vom Rang r ist. Diese Aussage ist in einem beliebigen Körper mit von 2 verschiedener Charakteristik gültig, wie G. Papy (Bull. Soc. Sci. Liége 9, 1942) bemerkt hat.

Es wird nun gezeigt, daß sie eine Folge einer Eigenschaft der Klasse $W_\mathfrak{n}$ der Formen n-ten Grades des Quotientenringes $A_{2\mathfrak{n}}/J$ ist, wobei $A_{2\mathfrak{n}}$ die über einem kommutativen Körper K definierte Graßmannsche Algebra vom Grade $2n$ bedeutet und J das Ideal bezeichnet, das durch die einer äußeren quadratischen Form F vom Maximalrang $2n$ assoziierten n Fundamentalformen erzeugt wird. Jede Klasse $W_\mathfrak{n}$ besitzt einen Repräsentanten $R_\mathfrak{n}$, welcher durch die Bedingung $R_\mathfrak{n} F = 0$ bestimmt ist. Die Gesamtheit der Formen $R_\mathfrak{n}$ ist ein K-Modul, der die Eigenschaft hat, eine Basis zerlegbarer Formen $S(P_k)$ zu besitzen; die P_k bezeichnen dabei $\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-2}$ symmetrische und orthogonale Matrizen aus den Elementen $+1$, -1 und 0. Daraus folgt, daß ein Element Y von $A_{2\mathfrak{n}}$ dem Ideal J dann und nur dann angehört, wenn $Y.S(P_k) = 0$ ist. Hieraus fließt unmittelbar eine Struktureigenschaft der symmetrischen Matrizen n-ter Ordnung (Beziehung von Kronecker-Runge). Da andrerseits eine einfache oder zerlegbare Form

$$S = S(A, B) = \prod_i (a_{ij} x_j + b_{ij} y_j), \quad i = 1, \ldots p, \; j = 1, \ldots n$$

vom Grade p (nicht größer als n) dem Ideal J nicht angehören kann, so verschwindet notwendig $S(A, B)\, S(P_k)$ für irgendeinen Index k nicht, woraus folgt, daß $A + BP_k$ den Rang p hat.

Als Konsequenz ergibt sich eine Darstellung von symplektischen Matrizen als Produkt von je drei symplektischen Matrizen bestimmter Bauart.

G. Lochs (Innsbruck): *Die Lösungszahl einer Diophantischen Ungleichung.*

Für positive a_j und positives x wird die Anzahl der nichtnegativen, ganzzahligen Lösungssysteme $x_1, x_2, \ldots x_k$ der Ungleichung

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k \leq x$$

mittels der Eulerschen Summenformel untersucht.

Die Abweichung dieser Lösungszahl vom Ausdruck

$$\frac{x^k}{k!\, a_1 a_2 \ldots a_k} + \frac{x^{k-1}(a_1 + a_2 + \ldots + a_k)}{2\,(k-1)!\; a_1 a_2 \ldots a_k}$$

hängt von den arithmetischen Eigenschaften der a_i ab. Besteht keine Relation $a_1 n_1 + a_2 n_2 + \ldots + a_k n_k = 0$ mit ganzen n_i, so ist diese Abweichung (für $k > 1$) $o(x^{k-1})$. — Eine ausführliche Darstellung soll im Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung erscheinen.

K. Prachar (Wien): *Über die Minima quadratischer Formen.*

Sei f eine positiv definite binäre quadratische Form mit der Determinante 1. Ferner sei die Zahl m_k in folgender Weise definiert: f ist kleiner als m_k für höchstens $k-1$ Gitterpunktpaare, jedoch kleiner oder gleich m_k für mindestens k Gitterpunktpaare.

Es wird das Minimum M_k der m_k für alle f bestimmt. Ferner wird das analoge M_2 für Hermitesche Formen in einigen imaginär-quadratischen Zahlkörpern bestimmt; M_1 wurde in diesen Fällen von Speiser und Perron berechnet.

SEKTION IV: ANGEWANDTE MATHEMATIK

E. Bukovics (Wien): *Numerische Integration von Differentialgleichungen, insbesondere Randwertaufgaben.*

Die Verfahren von Runge-Kutta und von Blaeß ermöglichen die angenäherte Lösung von Anfangswertproblemen bei gewöhnlichen Differentialgleichungen n-ter Ordnung. Dabei wird durch entsprechende Verbesserungen eine Genauigkeit bis zu Taylorgliedern $(n+2)$-ter Ordnung erreicht. (Vgl. d. Bericht über den Vortrag vom 17.12. 1948, Nachr. Nr. 6.)

Die Anwendung dieser Verfahren auf Randwertaufgaben bei linearen Differentialgleichungen bietet im allgemeinen keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, doch steigert sich der Rechenaufwand gegenüber Anfangswertproblemen erheblich.

Es wird gezeigt, daß bei linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung $y'' = a(x)\, y' + b(x)\, y + c(x)$ mit den Randbedingungen $y(a) = A$, $y(b) = B$ durch eine entsprechende Modifikation der Verfahren wesentliche Vereinfachungen erreicht werden können, insbesondere für den Fall $a(x) = 0$. Probleme, bei denen statt $y(a)$, $y(b)$ die Ableitungen oder Linearkombinationen der Funktionswerte und ihrer Ableitungen an den Stellen a und b gegeben sind, können ganz analog behandelt werden.

Weiters wird die Anwendung der Verfahren auf Randwertaufgaben bei linearen Differentialgleichungen vierter Ordnung besprochen. — Einige Beispiele zeigen die Anwendung der Methoden.

J. L. Destouches (Paris): *Conditions géométriques en théorie générale des prévisions.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

G. Fichera (Rom): *Determinazioni al contorno delle soluzioni di problemi d'integrazione di equazioni lineari a derivate parziali.*

Als Anwendung der Piconeschen Methoden werden einige Probleme der mathematischen Elastizitätstheorie betrachtet, die sich auf das Gleichgewicht verschiedenartig gelagerter Rechteckplatten beziehen. Es wird ein auf diesen Methoden beruhendes Verfahren zur numerischen Berechnung der unbekannten Verschiebungen, Schubspannungen und Biegemomente längs des Plattenrandes auseinandergesetzt, das eine bemerkenswerte Konvergenz zeigt.

G. Grioli (Rom): *Esempio di applicazione di un nuovo metodo d'integrazione dei sistemi di equazioni lineari a derivate parziali in un problema di elasticità piana.*

Es wird auf ein Integrationsverfahren für die Gleichungen der Elastizitätstheorie hingewiesen, das man Picone verdankt und das auf der Anwendung des Reziprozitätstheorems von Betti beruht. Seine Zurichtung für das Problem des elastischen Gleichgewichtes von Brücken wird auseinandergesetzt.

Mit Bezug auf dieses Problem wird eine untere Grenze für die maximale Senkung festgesetzt, welche außer dem Anfangswert ein Kontrollelement für die Güte der Annäherung liefert, wenn man die ersten Glieder der Reihen nimmt, auf welche jede Integrationsmethode notwendigerweise führt.

G. Grioli (Rom): *Questioni di dinamica dei solidi.*

Der Vortragende beschreibt kurz die unlängst von ihm gefundenen dynamisch möglichen regulären Präzessionsbewegungen eines unsymmetrischen schweren Körpers, der in einem seiner Punkte reibungslos aufgehängt ist.

Auf Stabilitätsfragen, die diese Präzession betreffen, wird hingewiesen, wobei deren instabiler Charakter zutage tritt.

Ferner wird eine charakteristische Eigenschaft angegeben, die die Bewegung des Antipols der Momentanachse bezüglich der Zentralellipse der hindurchgehenden Schwerebene betrifft.

W. Gross (Rom): *Sul calcolo della capacità elettrostatica di un cubo.*

Prof. Pólya von der Stanford University (USA.) hat dem italienischen „Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo" die Berechnung der elektrostatischen Kapazität eines Würfels vorgeschlagen. Die für diese Rechnung verwendete Methode und die dabei erzielten Ergebnisse werden mitgeteilt.

R. Herzog (Wien): *Neue Methode zur Berechnung des Potentials am Rande von koachsialen Zylindern.*

In einem beiderseits unendlich langen Zylinder, der das Potential Null hat, befindet sich ein zweiter Zylinder auf anderem Potential, das gegeben ist. Dieser zweite Zylinder reicht nur einseitig ins Unendliche, sein anderes Ende liegt im Endlichen. Gesucht ist der Potentialverlauf in der Nähe dieses Endes, insbesondere auf der Zylinderachse.

Zur Lösung dieses Problems werden für jeden der beiden Zylinder getrennte Reihenentwicklungen angesetzt, deren Koeffizienten sich aus der Bedingung der Stetigkeit mit Hilfe der Fehlerausgleichsrechnung ermitteln lassen. Dieses noch verallgemeinerungsfähige Verfahren führt bereits nach verhältnismäßig kurzer Rechenarbeit zu Resultaten, die eine für praktische Zwecke ausreichende Genauigkeit besitzen.

S. E. Jones (Kingstone): *The Application of Mathematics to Industrial Productivity Problems.*

Es wird die Einführung von Lohnprämiensystemen und relativen Lohnstufen im Hinblick auf eine Ausgleichung antagonistischer Elemente in der Produktion behandelt. Damit im Zusammenhang steht die Schaffung rechtlicher Grundlagen für eine der Leistung angemessene Bezahlung, die zu schnellem Arbeiten ohne Qualitätseinbuße und ohne übermäßige Verschwendung aneifern soll.

Der Vortragende beschreibt Methoden, die auf dem Gebiete der industriellen Produktion bereits in Anwendung sind und welche die Aufstellung von Normen und die Zusammenstellung von Produktionsziffern ermöglichen, so daß die Lohnverrechnung auch von halbqualifizierten Arbeitskräften durchgeführt werden kann. Über die Erfahrungen mit solchen Systemen wird berichtet, ferner werden die den Methoden anhaftenden Schwächen aufgezeigt und Wege zur Behandlung von Anomalien angegeben.

M. J. Lighthill (Manchester): *The spread of a progressive wave at infinity.*

Es liege eine Wellenbewegung vor, beschrieben durch eine quasilineare hyperbolische Gleichung

$$v_{xy} + a\, v_y + b\, v_x + c\, v = A\, v_{xx} + B\, v_{xy} + C\, v_{yy} + D,$$

mit linearen Gliedern auf der linken und Gliedern höherer Ordnung auf der rechten Seite. Die Ausbreitung kleiner Störungen wird durch die linearen Glieder beherrscht, doch gilt dies nur innerhalb eines begrenzten Bereiches; je weiter die Störung — etwa in der x-Richtung — fortschreitet, um so mehr wächst der Einfluß der nichtlinearen Terme, bis er vielleicht schließlich überwiegt.

Der Vortragende hat folgende Vorschrift entwickelt, um unter gewissen Voraussetzungen aus der linearisierten Lösung auf die wahren Vorgänge für große x zu schließen:

Sei $u\,(= v_y) = u_0\,(x, y)$ die den Randbedingungen genügende Lösung der linearisierten Gleichung; mit $u = u_0\,(x, y)$ sei ferner auch $C\,(x, y) \sim F\,(y) . x^{-n}$ für $x \to \infty$. Dann ist $u = u_0\,(x, z)$, worin z implizit durch $y = z - F\,(z) . x^{1-n}/(1 - n)$ gegeben ist, eine Näherungslösung, die für alle x gleichmäßig gilt.

Die Linien $z =$ const sind näherungsweise Charakteristiken; für ebene, zylindrische und sphärische Schallwellen sind sie der Reihe nach Geraden eines Büschels ($n = 0$), Parabeln ($n = 1/2$), bzw. logarithmische Linien ($n = 1$).

E. Mourier (Paris): *Résultats récents sur la regression linéaire.*

Sind X und Y zwei zufällige Veränderliche, so ist der mathematische Erwartungswert von Y für den Fall $X = x$ — falls er überhaupt existiert — eine Funktion von x, die die Regression von Y bezüglich X heißt. Existieren die ersten Momente von X und Y, so kann man sie als verschwindend voraussetzen; bezeichnen ferner $f\,(u)$ und $g\,(u, v)$ die charakteristischen Funktionen von X, bzw. (X, Y), so besteht die notwendige und hinreichende Bedingung für die lineare Regression von Y bezüglich X darin, daß die partielle Ableitung g_v für $v = 0$ zur Ableitung f' proportional ist (Darmois).

Sei nun $X = Z_1 + Z_2$ und $Y = Z_1 + Z_3$, mit unabhängigen Z_i. Sind deren charakteristische Funktionen f_1 und f_2 analytisch und im Nullpunkt regulär, und ist $f_3'\,(0) = 0$, so ist die obige Bedingung äquivalent der Aussage, daß f_2 eine Potenz von f_1 ist (Darmois).

Eine Reihe von Fällen, in denen diese oder ähnliche Bedingungen erfüllt sind, werden diskutiert.

E. Neustein (derzeit Wien): *Zur Hermitik der Feldoperatoren in Wellenfeldern.*

Bei Berücksichtigung spezieller Feldtypen erscheinen die Tensorkomponenten T_{ik} als interpretierte Operatoren, wobei die Dirac sche Deltafunktion im Limes des Kontinuums aufscheint. Aus der Gestaltung des Dirac-Deltas als Fourier-Integral ist die Bedeutung der Hermitizitätsbedingungen ersichtlich.

Analog vollzieht sich im reellen Vakuumfeld die Umwandlung kanonisch konjugierter Felder zu ortsabhängigen, hermitischen Operatoren. Aus gleichartigen Anordnungen in der Tensorstruktur des Mesonfeldes und der Nuklearik ergibt sich die Kongruenz von Operator- und Schrödingerscher Wellengleichung.

G. Reeb (Straßburg): *Sur les trajectoires fermées de certains systèmes différentiels.*

Mehrere bekannte topologische Eigenschaften der Differentialgleichung

$$x'' + x = f(x, x') \tag{1}$$

sind Folgerungen des folgenden Umstandes: Die Trajektorien von $x'' + x = 0$ sind die Fasern einer Faserung der Phasenebene (x, x'). Daher lassen sich diese Eigenschaften auch auf Systeme mehrerer Freiheitsgrade ausdehnen. Es ist also naheliegend, auf einer Mannigfaltigkeit V Systeme von Differentialgleichungen zu studieren, welche von einem Parameter u abhängen und deren Trajektorien für $u = 0$ eine Kreisfaserung von V bilden.

Beispiele solcher Systeme finden sich in folgenden Problemen der Dynamik:

1. Geodätische Linien einer Riemannschen Mannigfaltigkeit, die wenig verschieden von einer gewöhnlichen Sphäre S_n des euklidischen R_{n+1} ist.
2. Gewisse Fragen des eingeschränkten Dreikörperproblems.
3. Bewegungen von q harmonischen Oszillatoren mit Zwischenwirkungen im Fall der Resonanz.

Auf den so erklärten allgemeinen Fall dehnt man dann leicht aus:

a) Die Methode der kleinen Parameter (Poincaré u. a.), welche das Studium der durch (1) definierten periodischen Bewegungen auf die Untersuchung der Nullstellen eines Vektorfeldes zurückführt.

b) Die Existenz einer periodischen Lösung für die Relaxationsschwingungen (bei ungeradem q, vgl. 3).

D. E. Rutherford (St. Andrews): *Some properties of certain continuant determinants arising in Mathematical Physics.*

Kontinuanten und analoge Matrizen treten in der Theorie der Kristallstruktur, in der Theorie der Struktur großer Moleküle und bei der numerischen Auflösung von Differentialgleichungen nach der Relaxationsmethode auf. Einige derartige Determinanten sind vom Vortragenden in den Proc. Roy. Soc. Edinburgh 42: 229—236, untersucht worden

Der hier betrachtete Typ tritt bei der Anwendung der Relaxationsmethode zur Auflösung der partiellen Differentialgleichung $V_{xxxx} + V_{yyyy} = k\,V$ auf, oder als Säkulardeterminante eines quadratischen Gitters von „Atomen", deren jedes durch seine nächsten und zweitnächsten Nachbarn beeinflußt wird.

A. Signorini (Rom): *Deformazioni elastiche finite: casi anomali rispetto a vedute tradizionali della teoria dell'elasticità.*

Betrachtet werde ein erzwungener Gleichgewichtszustand eines freien elastischen Körpers, der einer bestimmten Beschleunigung unterliegt. Die klassische Elastizitätstheorie setzt stillschweigend aber systematisch für die Verschiebungskomponenten gewisse Reihenentwicklungen voraus, mit der Absicht, nur deren erste Glieder beizubehalten.

Die Theorie der endlichen Deformationen liefert für die Reihenglieder aufeinanderfolgende Systeme von Differentialgleichungen mit gewissen Integrabilitätsbedingungen, die sich im allgemeinen als günstig für die klassische Theorie erweisen, da sie im allgemeinen nur eine passende Wahl für die Gesamtdrehung

des Körpers verlangen und so eine traditionelle Unbestimmtheit beseitigen. Man kann aber mit Hilfe einfacher Beispiele feststellen, daß es doch auch Fälle klarer Unverträglichkeit gibt, in welchen die Integrabilitätsbedingungen von den zweiten Gliedern ab nicht erfüllbar sind und die von der klassischen Theorie stillschweigend vorausgesetzten Reihenentwicklungen gar nicht existieren, und zwar unabhängig von irgendwelchen Konvergenzfragen. Die Unverträglichkeit kann nur dann auftreten, wenn die auf den natürlichen Zustand des elastischen Körpers bezogene Beschleunigung eine Gleichgewichtsachse im Sinne von Möbius zuläßt (insbesondere im Falle astatischen Gleichgewichtes).

Im Gegensatz hierzu können sich bei Vorhandensein einer solchen Gleichgewichtsachse auch auf Grund der vollkommenen Theorie immer unendlich viele Lösungen des statischen Problems ergeben. Die Unbestimmtheit entspricht daher notwendig nur dann einer starren Verschiebung, wenn die Kräfte untereinander parallel sind und die Gleichgewichtsachse eindeutig ist: Andernfalls kann sich von einer Lösung zur anderen auch der Verzerrungszustand ändern, ein Umstand, der jedoch von der klassischen Theorie nicht angezeigt wird.

E. Skudrzyk (Wien): *Die elektrische, mechanische und akustische Impedanz, erläutert am Beispiel einer generellen Theorie der Schallsender und Schallempfänger.*

Ähnlich wie die elektrische Impedenz in der Elektrotechnik, ermöglicht die mechanische Impedanz in der Schwingungslehre und die akustische Impedanz in der Akustik wesentliche Vereinfachungen bei der Behandlung zusammengesetzter Systeme.

Ein reizvolles Beispiel für das Zusammenwirken und die wechselseitige Verkettung dieser drei Begriffe ist die Theorie der Schallsender und Schallempfänger. Mit Hilfe des Energieprinzips kann man zeigen, daß die Umwandlung elektrischer Leistung in mechanische und akustische, bzw. akustischer und mechanischer Leistung in elektrische nur auf zweifache Art möglich ist, nämlich auf Grund des elektrischen oder auf Grund des magnetischen Feldes. Entsprechend ergeben sich zwei verschiedene elementare Gleichungssysteme, die die gesamte Theorie der Schallsender und -empfänger beherrschen und die Verkettung von elektrischer, mechanischer und akustischer Impedanz, beispielsweise die Rückwirkung der mechanischen Bewegung auf den elektrischen Kreis, bzw. die des elektrischen Kreises auf die mechanische Bewegung klar zum Ausdruck bringen.

L. Sobrero (Triest): *Vortragstitel nicht bekannt.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

L. Vietoris (Innsbruck): *Zu den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.*

Will man die Wahrscheinlichkeit eines Merkmals a in einem Spiel dadurch ermitteln, daß man die relative Häufigkeit des Auftretens von a bei sehr vielen Zügen beobachtet, dann muß man voraussetzen, daß die Spielbedingungen sich während der Reihe dieser Züge nicht ändern. Das hat grundsätzliche Schwierigkeiten. Mit Hilfe einfacher Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird ein Ausweg gezeigt.

SEKTION V: GESCHICHTE, PHILOSOPHIE UND UNTERRICHT

E. W. Beth (Amsterdam): *Die gegenwärtige Lage und die Zukunftsaufgaben der Philosophie der Mathematik.*

Es werden unterschieden:

1. die eigentliche mathematische Forschung;
2. die formalisierte Grundlagenforschung;
3. die Philosophie der Mathematik;
4. die allgemeine Philosophie.

Obwohl Mathematik und Grundlagenforschung sich gegenseitig näher gekommen sind (Theorie der Verbände, rekursive Funktionen, Entscheidungsproblem, logische Behandlung topologischer Fragen), ist letztgenannte ihrem philosophischen Beruf treu geblieben, wie z. B. aus der Entwicklung der semantischen Methode Tarskis hervorgeht.

In der allgemeinen Philosophie gibt es seit dem Zusammenbruch des Kantianismus — welcher unter anderem durch die Arbeit des Wiener Kreises veranlaßt wurde —:

1. einen traditionellen Rationalismus;
2. einen modern anmutenden Irrationalismus;
3. die wissenschaftliche Philosophie.

Die Philosophie der Mathematik, welche vorzüglich diejenigen Probleme behandelt, die sich — ob prinzipiell oder vorübergehend, werde dahingestellt — den formalisierten Methoden entziehen, nimmt demgemäß im Ganzen des heutigen philosophischen Lebens eine Schlüsselstellung ein; stellt sie doch einerseits der wissenschaftlichen Philosophie ihre Ergebnisse zur Verfügung, während sie andrerseits den Kontakt mit dem traditionellen Rationalismus aufrechterhält, dessen Bestreben methodischer Strenge sie würdigt, ebenso wie mit dem modernen Irrationalismus, mit dem sie die Orientierung auf die Gegenwart verbindet.

E. M. Bruins (Amsterdam): *Quadratwurzeln und pythagoreische Zahlen in der babylonischen Mathematik.*

Durch genauen Vergleich einiger Keilschrifttexte bei Berücksichtigung des Kontextes ergab sich, daß das allgemeine Verfahren zur Quadratwurzelberechnung der babylonischen Mathematik in einer Interpolation vom Typus

$$d^2 = a^2 + b^2 \;\rightarrow\; d = a + \frac{b}{m}$$

besteht. Die Hilfsgleichung $m - (1/m) = 2\,a/b$ führt, falls sie mit der Reziprokentabelle nicht exakt lösbar ist, auf die Schranken $(2\,a/b) + 1$ und $2\,a/b$ für m, und damit auf

$$a + \frac{b^2}{2\,a + b} < d < a + \frac{b^2}{2\,a}\,.$$

Diese Beziehung folgt übrigens auch aus der Identität $d = a + b^2/(a + d)$ mittels der evidenten Tatsache, daß d zwischen a und $a + b$ liegen muß.

Auf Grund der für $b = 1$ geltenden Relation $(d - a)\,(d + a) = 1$ wurde mittels der Summe und Differenz der Kolonnen der Reziprokentabelle eine Tabelle pythagoreischer Zahlen zusammengestellt.

W. Fucyman (Horn): *Querverbindungen zwischen dem Unterricht in Mathematik und Philosophischer Propädeutik an der Mittelschule.*

Anschließend an die in den provisorischen Lehrplänen für österreichische Mittelschulen beim Lehrstoff für Mathematik in der achten Klasse gestellte Forderung „Rückblicke und Ausblicke nach geschichtlichen und philosophischen Gesichtspunkten" wird gezeigt, daß diese Aufgabe nur dann fruchtbringend erledigt werden kann, wenn sie in den früheren Klassen schon entsprechend vorbereitet wurde. Dies kann aber erst dann erfolgreich durchgeführt werden, wenn man Aufgaben, die nur zum Einüben der Lehrsätze und zur Schulung des geistigen Kombinationsvermögens dienen, jedoch weder Wert für den Aufbau der Mathematik in der Schule, noch für die praktische Anwendung haben, auf ein vernünftiges Maß reduziert.

Die dadurch gewonnene Zeit soll mit solchen Stoffgebieten ausgefüllt werden, die entweder eine Querverbindung zum Unterricht in der Philosophischen Propädeutik vorbereiten (wie Induktion, Deduktion, direkter und indirekter Beweis, Axiom, Unendlichkeitsproblem usw.) oder in der achten Klasse den Abschluß eines Teilgebietes bei der „Erweiterung und Vertiefung" desselben ermöglichen (Kegelschnitte als zentrisch-kollineares Bild eines Kreises, Polarentheorie usw.).

Der durchzunehmende Lehrstoff soll in den verschiedenen Mittelschultypen derselbe sein, ein Unterschied darf nur im Ausmaß des durchzuarbeitenden Übungsmaterials auftreten.

J. Lewandowski (Pfaffstätten b. Wien): *Extremwerte in elementarer Behandlung.*

Wenn man die Methoden sichtet, die bei elementarer Lösung von Extremalaufgaben verwendet werden, so lassen sie sich etwa folgendermaßen gruppieren:

1. Rein geometrische Methoden;
2. Diskriminanten algebraischer Gleichungen;
3. Ungleichungen;
4. Verkappte Differentiation.

Seit Einführung der Differentialrechnung in die Mittelschule sind die elementaren Methoden, die manchmal viel Reizvolles boten, völlig in den Hintergrund getreten, obwohl sie oft mit primitiven Hilfsmitteln überraschende Resultate liefern. So sehr es auch zu begrüßen ist, daß in der Differentialrechnung eine allgemeingültige Methode vorliegt, so wurde durch sie der Schablonisierung Tür und Tor geöffnet. Bei Prüfungen begnügt man sich oft mit einem mechanisch eingelernten Rechenverfahren. Deutung und Sinn des Resultates kommen kaum zur Sprache, d. h. die Prüfung endet dort, wo sie an die Urteilskraft und Phantasie des Kandidaten appellieren sollte.

Anschließend werden einzelne Extremalaufgaben skizziert.

SPRINGER-VERLAG IN WIEN

I, Mölkerbastei 5

Soeben erschienen:

VORLESUNGEN ÜBER HÖHERE MATHEMATIK

In vier Bänden

Von Dr. phil. **A. Duschek,**
ordentl. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Wien

Band I.

Integration und Differentiation der Funktionen einer Veränderlichen. Anwendungen. Numerische Methoden. Algebraische Gleichungen. Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Mit 167 Textabbildungen. X, 395 Seiten. 1949.

S 78.—, sfr 33.90, $ 7.80, DM 26.—,
geb. S 87.—, sfr 37.80, $ 8.70, DM 29.—

Band II.

Integration und Differentiation der Funktionen von mehreren Veränderlichen. Abschluß der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Fehlertheorie. Ausgleichsrechnung. Lineare Gleichungen und Determinanten. Erscheint im Frühjar 1950.

Band III.

Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen. Reihenentwicklungen. Integralgleichungen. Variationsrechnung.

In Vorbereitung.

Band IV.

Grundzüge der Funktionentheorie. — In Vorbereitung.

ZEITSCHRIFT FÜR ANGEWANDTE MATHEMATIK UND PHYSIK

Journal of applied Mathematics and Physics

Journal de Mathématiques et Physique appliquées

ZAMP

Editores: *J. Ackeret, E. Baumann, P. Niggli, P. Scherrer, E. Stiefel, F. Stüssi, H. Ziegler*

Redactor: *R. Sänger*

Zusammenfassende Berichte über ausgewählte Gebiete der reinen und angewandten Mathematik und Physik — *Originalarbeiten,* in denen die Verfasser über ihre neuesten Erkenntnisse und Forschungen berichten — *Besprechungen* wichtiger neuerschienener Bücher und *Berichte* über Tagungen und bevorstehende Konferenzen orientieren eingehend über Stand und Entwicklung von Mathematik und Physik

Jahresabonnement (6 Nummern): Ausland sfr 34.—, Schweiz sfr 28.—,
Einzelnummer sfr 6.—

Erscheint regelmäßig ab Januar 1950

Format 16 × 23 cm mit zirka 80 Seiten

ELEMENTE DER MATHEMATIK

Revue de Mathématiques Elémentaires

Rivista di Matematica Elementare

Editores: *G. Dumas, R. Fueter, H. Fehr, H. Jecklin*

Redactor: *L. Locher-Ernst*

Organ für den Verein Schweizerischer Mathematiklehrer. Abhandlungen aus allen Gebieten der Mathematik und aus der Geschichte der Mathematik, die für ein breiteres Publikum von Interesse sind, Forschungsberichte und Literaturübersichten versuchen die Verbindung zwischen Schulmathematik und wissenschaftlicher Forschung aufrechtzuerhalten. Die Rubrik für Aufgaben gibt dem Lehrer wertvolle Hinweise für den Unterricht

Jahresabonnement (6 Nummern): Ausland sfr 10.—, Schweiz sfr 7.—
Einzelnummer Fr. 1.80

VERLAG BIRKHÄUSER BASEL (SCHWEIZ)

Verlangen Sie, bitte, auf Grund dieser Inserate Gratis-Probehefte!

COMMENTARII MATHEMATICI HELVETICI

Herausgegeben von der Schweiz. Mathemat. Gesellschaft

Generalsekretär: Prof. Dr. **Rudolf Fueter,** Zürich 32, Klosbachstraße 75

Redaktionskomitee: R. Fueter, H. Fehr, M. Plancherel, G. Dumas, A. Speiser, F. Gonseth, F. Bays, W. Saxer, R. Wavre, W. Scherrer, R. Kollros, P. Buchner, P. Finsler, G. de Rham, M. Gut, Ch. Blanc.

Umfang: Jährlich ein Band zu 4 Heften, zusammen 320 bis 400 Seiten.

Abonnement: Pro Band sfr 30.—, für Mitglieder der Schweiz. Math. Gesellschaft sfr 18.—, für Mitglieder ausländischer Gesellschaften, die Gegenrecht halten, sfr 24.—. Zu beziehen durch:

ORELL FÜSSLI VERLAG, ZÜRICH 22

ARCHIV DER MATHEMATIK

Herausgegeben vom

Mathematischen Forschungsinstitut

Oberwolfach (Schwarzwald)

unter Leitung von *W. Süss*, Freiburg im Breisgau

Beirat: *G. Bol* (Freiburg), *P. ten Bruggencate* (Göttingen), *Ch. Ehresmann* (Straßburg), *H. Görtler* (Freiburg), *H. Hadwiger* (Bern), *H. Hopf* (Zürich), *H. Kneser* (Tübingen), *W. Magnus* (Göttingen), *C. Pauc* (Kapstadt), *J. Radon* (Wien), *K. Reidemeister* (Marburg), *J. A. Schouten* (Amsterdam), *H. Seifert* (Heidelberg), *E. Sperner* (Freiburg), *E. Stiefel* (Zürich)

Das „Archiv der Mathematik" erscheint im Abstand von 2 Monaten; 6 Hefte bilden einen Jahrband. Jedes Heft (Format 17 × 24 cm) hat zirka 80 Seiten. Die Zeitschrift enthält folgende Abteilungen: Kürzere Originalarbeiten — Selbstreferate — Kleine wissenschaftliche Mitteilungen — Zusammenfassende Berichte über neueste Forschungsergebnisse — Mitteilungen aus dem mathematischen Leben (Ankündigungen und Berichte von Tagungen, Berufungen usw.)

Preis pro Heft DM 8.—

VERLAG G. BRAUN GMBH. — KARLSRUHE

Mathematische Nachrichten

Publikationen des Forschungsinstituts für Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin und der Mathematischen Institute der Universität Berlin

Herausgegeben von
E. Schmid gemeinsam mit *G. Hamel, H. Hasse, H. L. Schmid* und *K. Schröder*

Jährlich 2 Bände zu je 6 Heften vorgesehen

Bezugspreis je Heft $ 2.10, je Bd. $ 12.60

Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik

Ingenieurwissenschaftliche Forschungsarbeiten

Herausgegeben von *Fr. A. Willers* (Dresden) unter Mitwirkung von *K. Beyer, G. Hamel, K. Klotter, L. Prandtl, W. Tollmien* und *C. Weber*

29. Jahrgang

Erscheint einmal monatlich

Bezugspreis je Heft $ 1.80, vierteljährlich $ 4.50

Forschungen und Fortschritte

Nachrichtenblatt der deutschen Wissenschaft und Technik

Begründet von *K. Kerkhof*, herausgegeben im Auftrage der Deutschen Akademien der Wissenschaften

25. Jahrgang

Erscheint einmal im Monat in Doppelheften

Bezugspreis vierteljährlich $ 0.90

Deutsche Literaturzeitung

für Kritik der internationalen Wissenschaft

Herausgegeben im Auftrage der Deutschen Akademien der Wissenschaften
Redaktion *K. Griewank* und *J. Vorstius*

70. Jahrgang

Erscheint einmal monatlich

Bezugspreis vierteljährlich $ 0.90

AKADEMIE-VERLAG // Berlin NW 7, Schiffbauerdamm 19