NACHRICHTEN

DER

ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT

SEKRETARIAT: WIEN, IV., KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)
TELEPHON U 46-5-30 / POSTSPARKASSENKONTO 82395

3. Jahrgang — April 1949 — Nr. 6

ZWEITER ÖSTERREICHISCHER MATHEMATIKERKONGRESS IN INNSBRUCK

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft ladet die Mathematiker aller Länder zur Teilnahme am

II. ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATIKERKONGRESS

ein, der in der Zeit vom 29. August bis 2. September 1949 in Innsbruck (Tirol) stattfindet.

Die Abhaltung des Kongresses entspringt dem Bedürfnis, den in- und ausländischen Mathematikern eine Gelegenheit zu internationalem wissenschaftlichem Gedankenaustausch und zu persönlicher Fühlungnahme zu geben. Die Österreichische Mathematische Gesellschaft gibt der Erwartung Ausdruck, daß zahlreiche Fachgenossen dieser Einladung Folge leisten werden, um damit die geistige Verbundenheit der Mathematiker aller Länder zu bekunden.

VORLÄUFIGES KONGRESSPROGRAMM

Montag, 29. August 1949.

Vormittag: Eröffnung des Kongresses durch einen Festakt an der Universität Innsbruck.

Mittag: Empfang der Kongreßteilnehmer durch die Stadtgemeinde Innsbruck.

Nachmittag: Gemeinsame Sitzung aller Sektionen.

Abend: Fahrt in das Mittelgebirge, gemeinsames Abendessen in Igls.

Dienstag, 30. August 1949.

Vormittag: Sitzungen in den Sektionen.
Anschließend Stadtbesichtigung.

Nachmittag: Sitzungen in den Sektionen.

Abend: Tirolerabend in einem Hochgebirgsdorf in der Umgebung von Innsbruck.

Mittwoch, 31. August 1949.

Vormittag: Sitzungen in den Sektionen.

Nachmittag: Jause auf der Hungerburg. Seilbahnfahrt auf die Nordkette (2256 m).

Abend: Gemeinsames Abendessen im Hotel Seegrube (1905 m).

Donnerstag, 1. September 1949.

Vormittag: Sitzungen in den Sektionen.

Nachmittag: Ausflüge in die Umgebung von Innsbruck.

Freitag, 2. September 1949.

Ganzer Tag: Autobusrundfahrt durch Tirol.

Während der Arbeitssitzungen des Kongresses wird ein Damenkomitee für die Betreuung der Damen sorgen.

Die wissenschaftliche Arbeit des Kongresses gliedert sich in die Sektionen

Analysis, Geometrie und Topologie, Algebra und Zahlentheorie, Angewandte Mathematik, Geschichte, Philosophie und Unterricht.

Die Redezeit für die Referate in den einzelnen Sektionen soll im allgemeinen 20 Minuten nicht überschreiten. Die Vortragenden werden gebeten, der Kongreßleitung bis spätestens 1. August 1949 einen kurzen Auszug aus dem Referat, der 20 Zeilen nicht übersteigen soll, für die Aufnahme in das Kongreßprogramm und zur späteren Veröffentlichung in den „Nachrichten" zur Verfügung zu stellen. Als Kongreßsprachen sind alle Sprachen zugelassen.

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft wird sich bemühen, den Kongreßteilnehmern hinsichtlich Reise, Unterkunft und Verpflegung soweit als möglich behilflich zu sein. Zu diesem Zwecke werden verbindliche Teilnahmeerklärungen bis spätestens 30. Juni 1949 erwartet.

Sämtliche Zuschriften in Kongreßangelegenheiten werden an das

Sekretariat der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft
Technische Hochschule, Wien, IV., Karlsplatz 13

erbeten, das den Kongreßteilnehmern in allen Belangen beratend zur Verfügung steht.

NEUE MITGLIEDER

Aigner A., Dr., Privatdozent — Graz, Humboldtstraße 17.
Alexander A., geb. 1909 Graz, 1934 Lpr. Ma. Ph., 1936 prom. U. Graz, 1940 Ass. T. H. Graz, 1947 hab. U. Graz.

Hofbauer A., Dipl.-Ing., M. Prof. — XIX., Billrothstraße 13.
Anton H., geb. 1899 Wien, 1922 Dipl.-Ing. T. H. Wien, 1923 Ass. T. H. Wien, 1929 Lpr. Ma. Ge., M. Prof. Traiskirchen, 1932 M. Prof. Wien.

Koch A., Dr. Ing., Hochschulprofessor — Graz-Waltendorf, Rudolfstraße 47
Alois K., geb. 1900 Graz, 1927 Dipl.-Ing. T. H. Graz, 1935/36 Lpr. Ma. Ge., 1938 prom. T. H. Graz, 1948 ao. Prof. f. Mathematik u. Darst. Geometrie a. d. Montan. Hochsch. Leoben.

Lauer J., Hauptschullehrer — XIII., Testarellogasse 23.
Josef L., geb. 1894 Wien, Hauptschulprüfung f. Mathematik.

Ludwig E., Hofrat, Realschuldir. i. R. — XVIII., Eckpergasse 8.
Emil L., geb. 1878 Edersdorf, 1906 Lpr. Ma. Ge. Sten., 1903 M. Prof. Proßnitz, Brünn, Wien, 1923 Dir. v. RI, Wien.

Pich W., Steuerjurist und Buchprüfer — XV., Kiernbergergasse 1.
Wolfgang P., geb. 1911 Wien, 1933 prom. U. Wien, 1934 Lpr. Ma. Ph., 1937 bis 1945 Reg.-Rat d. Fin. Verw. Wien.

Reuschel A., Dr., Mathematiker — XIII., Feldmühlgasse 16.
Arnulf R., geb. 1908 Graz, 1928 w. H. a. d. T. H. Wien, 1932 Lpr. Ma. Ge., 1935 Ass. T. H. Wien, 1938 M. Prof. Wien, 1944 prom. T. H. Wien, 1949 wiss. Mitarbeiter d. Opt. Werke Reichert, Wien.

Skudrzyk E., Dr., Dozent — XVIII., Schafberg, Bergfried 10.
Eugen S., geb. 1913 Znaim, 1934 Dipl.-Ing. London, 1939 prom. U. Berlin, 1948 hab. T. H. Wien, Dozentur f. Akustik am Schwachstrominstitut d. T. H. Wien.

Slibar A., Dr., Dipl.-Ing., Hochschulass. — XI., Geiselbergstraße 36.
Alfred S., geb. 1921 Wien, 1946 Dipl.-Ing. T. H. Wien, 1948 prom. u. Ass. T. H. Wien.

Söchting F., Dr., Dipl.-Ing. — XII., Oswaldgasse 30.
Fritz S., geb. 1903 Wien, 1925 Dipl.-Ing. T. H. Wien, 1927 wiss. Hilfskraft T. H. Wien, 1928 Deutsche Schiffs- u. Maschinenbau A. G. Bremen, 1930 Ass. T. H. Wien, 1932 prom. T. H. Wien.

Stuchlik H., Dr., M. Prof. — IX., Türkenstraße 21.
Herta S., geb. 1915 Lublin, 1939 prom. U. Wien, 1946 Lpr. Ma. Ph.

Weinberger O., Dr., Senatsvorsitzender und Privatdozent — III., Neulinggasse 14.
Otto W., geb. 1882 Brünn, 1905 Dr. d. Rechte, 1923 Dr. d. Staatsw., 1946 Dr. d. Theol., sämtlich U. Wien; 1945 Priv. Doz. f. Volkswirtschaftslehre u. Soziologie a. d. U. Wien, Mitglied d. Akad. d. Wiss. zu Neapel u. Mantua.

AUSLÄNDISCHE MITGLIEDER

Strubecker K., Dr., Univ.-Prof. — Karlsruhe, Hertzstraße 14, Deutschland.

Karl S., geb. 1904 Groß Hollenstein/Ybbs, 1928 prom. U. Wien, 1929 Lpr. Ma. Ge., 1931 hab. T. H. Wien, 1935 hab. U. Wien, 1938 Suppl. T. H. Wien, 1939 pl. ao. Prof. (Math.) T. H. Wien, korr. Mitglied d. Akad. d. Wiss. Wien, 1940 pl. ao. Prof. U. Wien, 1942 o. Prof. U. Straßburg, 1947 o. Prof. T. H. Karlsruhe.

Ullrich E., Dr., Univ.-Prof. — Gießen, Johannesstraße 1, Deutschland.

Egon U., geb. 1902 Wien, 1925 prom. U. Graz, 1927 Helsinki u. Jena, 1931 hab. U. Marburg/L., 1934 Göttingen, 1935 ao. Prof. (Math.) U. Gießen, 1940 o. Prof. Gießen, 1943/45 Frankfurt, 1947 Gastprof. Mainz, 1948 Gastprof. Tübingen, 1948 o. Prof. Liebig-Hochschule Gießen.

KORRESPONDIERENDE MITGLIEDER

I. Lehrkanzel für Mathematik an der Technischen Hochschule Graz.
Bundesgewerbeschule, Wien, IV., Argentinierstraße 11.
„Das Internationale Buch" Ges. m. b. H., Wien, I., Trattnerhof 1.

AUSTRITTE

Bundesrealgymnasium, Wien, I., Stubenbastei 6—8.
1. Bundesrealschule, Wien, II., Vereinsgasse 21.
Bundesrealgymnasium, Wien, II., Kleine Sperlgasse 2c.
Prof. Dr. Paul **Urban**, Graz, wurde in Nachr. Nr. 4 irrtümlich als Mitglied der Gesellschaft angegeben.

ERNENNUNGEN UND AUSZEICHNUNGEN
von Mitgliedern der Mathematischen Gesellschaft

O. Prof. Dr. W. **Gröbner** (Innsbruck) hat die Semesterferien im Februar 1949 auf Einladung der dortigen Universität in **Rom** verbracht. Er hielt Vorträge über „La teoria degl' ideali e la geometria algebrica" im Istituto nazionale di alta matematica, über „Metodi d'integrazione delle equazioni a derivate parziali della dinamica non lineare" im Istituto per le applicazioni del calcolo, und nahm auch an den Sitzungen der Accademia dei Lincei teil.

Ao. Prof. Dr. H. **Hornich** wurde mit 1. II. 1949 zum ordentlichen Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Graz ernannt.

Priv. u. Hon. Doz. Dr. techn. Leonhard **Kneißler** wurde mit 1. XII. 1948 zum außerordentlichen Professor für Theoretische Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Wien ernannt.

VORTRAGSBERICHTE

Im abgelaufenen Wintersemester 1948/49 fanden im Rahmen der Mathematischen Gesellschaft insgesamt 8 Vorträge statt, darunter 2 Gastvorträge, über welche im folgenden berichtet wird.

4. Oktober 1948. Gastvortrag von Prof. Dr. G. **Szegö** (Stanford University, Kalifornien): *Neuere Untersuchungen über die elektrostatische Kapazität und verwandte Größen.*

Einer Jordan-Fläche im Raum werden die folgenden Größen zugeordnet: Das Volumen V des eingeschlossenen Raumteiles, die Oberfläche S, die Kapazität C und — im Falle einer konvexen Fläche — die Minkowskische Konstante M. In ähnlicher Weise werden die folgenden Größen betrachtet, die mit einer Jordan-Kurve in der Ebene verbunden sind: Der Inhalt A des eingeschlossenen Gebietes, der Umfang U, das polare Trägheitsmoment I einer gleichmäßig im Innern der Kurve ausgebreiteten Masse in bezug auf den Schwerpunkt, der innere (konforme) Radius R_0, der äußere Radius (transfinite Durchmesser) R_1, die Frequenz N des Grundtones, die Steifheit P, die Kapazität C der Platte, die von der Kurve begrenzt ist, usw.

Es ist das Ziel systematischer Untersuchungen, allgemein gültige Ungleichungen zwischen diesen Größen festzustellen. Diese lassen sich besonders einfach formulieren, wenn man im Raum die Radien v, s, c, m derjenigen **Kugeln** einführt, deren Volumen, Oberfläche usw. mit der entsprechenden Größe der gegebenen Fläche übereinstimmt; diese Radien sollen durch den entsprechenden Kleinbuchstaben bezeichnet werden. Es ist dann stets v höchstens gleich c $(= C)$ und c höchstens gleich m.

Mit Benützung einer analogen Bezeichnungsweise im Falle der Ebene sind hier vorläufig die folgenden aufsteigenden Reihenfolgen festgestellt worden: r_0 $(= R_0)$, p, a, i, r_1 $(= R_1)$, u und r_0, n, a, c.

12. November 1948. Dr. K. **Prachar**: *Zur Eulerschen Summierung.*

Es wird das **Euler-Knopp**sche Summierungsverfahren auf Reihen nach **Legendre**schen Polynomen angewendet und der Konvergenzbereich des Verfahrens untersucht.

19. November 1948. Prof. Dr. R. **Inzinger**: *Konvexe Bereiche, Laplace-Transformation und Operatorenrechnung.*

Es wird eine ein-eindeutige Transformation T der stützbaren Bereiche einer Ebene untersucht, die in dem Sinne **linear** ist, als sie jede Linearschar von Bereichen in eine ebensolche überführt; die Punkte und die Kreise der Ebene bleiben hierbei fest. Jeder nicht kreisförmige Bereich H_0 wird durch T in einen ebensolchen und mit H_0 **umfanggleichen** Bereich H_1 transformiert, der einen **größeren Flächeninhalt** als H_0 besitzt und mit H_0 im Krümmungsschwerpunkt und daher auch im bestapproximierenden Kreis übereinstimmt. Die Transformation T vergrößert den Inkreisradius, die Dicke und die minimale Krümmung des Bereichsrandes; sie verkleinert dagegen den Umkreisradius, die Breite des Bereiches und die maximale Krümmung des Randes. Die Anzahlen der Scheitel, sowie der gemeinsamen Schnittpunkte und Stützgeraden des Bereichsrandes mit dem bestapproximierenden Kreis werden hingegen nicht vergrößert.

Aus jedem stützbaren Bereich H_0 ergibt sich durch ständige Wiederholung der Transformation T eine Bereichsfolge H_1, die gleichmäßig gegen den gemeinsamen bestapproximierenden Kreis dieser Folge konvergiert. — Konvexe Bereiche werden durch T in ebensolche übergeführt, während ein nichtkonvexer stützbarer Bereich unter Umständen erst nach mehreren Schritten in einen konvexen verwandelt wird.

Die genannte Transformation T ergibt sich als die Zusammensetzung einer zentrischen Ähnlichkeit mit einer Evolventoidenbildung, die im folgenden für sich allein betrachtet wird und folgendermaßen erklärt ist: Unter den zu einem Winkel u gehörigen isogonalen Trajektorien der Stützgeradenschar des Ausgangsbereiches $H_0 = H^0$ gibt es — sofern u als von einem rechten Winkel verschieden vorausgesetzt wird — eine und nur eine, die geschlossen ist und demgemäß einen stützbaren Bereich H^1 begrenzt, der als „u-Evolventoidenbereich von H^0" bezeichnet wird. Die Stützgeradenfunktion $h^1(x)$ von H^1 ergibt sich aus der Stützgeradenfunktion $h^0(x)$ von H^0 als das mit der Integrationsveränderlichen t von 0 bis ∞ erstreckte Integral von $h^0(x+t) \cdot \exp(-t \cdot \cot u)$. Diese Integraldarstellung gestattet sodann die Iteration der Evolventoidenbildung und deren Definition für beliebige nicht negative reelle Ordnungen. Dadurch ergibt sich aus einem stützbaren Bereich H^0 für die verschiedenen Winkel u und die verschiedenen Ordnungen der Evolventoidenbildung eine zweiparametrige Bereichsmannigfaltigkeit, an der die Laplace-Transformierte der Stützgeradenfunktion von H^0 sowie die entsprechenden Sätze über Verknüpfungen von Funktionen im Ober- und Unterbereich in geometrisch einfacher Weise gedeutet werden können.

Zum Schluß wird angedeutet, in welcher Weise die Heavisidesche Operatorenrechnung in der Menge der stützbaren Bereiche zu einem widerspruchsfreien Kalkül ausgestaltet werden kann.

3. Dezember 1948. Doz. Dr. Ing. F. Hauer: *Kartenentwurfslehre nach Tissot.*

Die von Tissot entwickelte Lehre von der Abbildung und den dabei auftretenden Verzerrungen ist auf die Abbildung irgend einer analytischen Fläche auf eine andere verwendbar. Dem Kartographen ist es allerdings nur darum zu tun, die Erde, die als Rotationsfigur angenommen wird, in einer Karte, also in der Ebene, zur Darstellung zu bringen.

Denkt man sich auf der Rotationsfläche einen Punkt A (u, v) gegeben, dem in der Ebene der Punkt A' (x, y) entspricht, so geht, wie immer auch die Abbildungsfunktionen x (u, v) und $y(u, v)$ beschaffen sein mögen, in erster Näherung ein kleiner Kreis um den Punkt A auf der Fläche in eine kleine Ellipse um den Bildpunkt A' in der Ebene über. Drückt man nun die Koordinaten des laufenden Punktes dieser Ellipse in Einheiten des Kreisradius aus, so nimmt sie endliche Dimensionen an; diese Ellipse von endlichen Dimensionen ist die „Tissotsche Indikatrix". Ihr entspricht der Einheitskreis um den Punkt A in der Tangentialebene der Rotationsfläche; er hängt durch eine affine Transformation mit der Tissotschen Indikatrix zusammen.

Aus dieser Erkenntnis ergeben sich die allgemeinen Eigenschaften der Abbildung. Im besonderen hat man es mit einer winkeltreuen Abbildung zu tun, wenn die Tissotsche Indikatrix ein Kreis ist, und es liegt eine flächentreue Abbildung vor, wenn der Flächeninhalt der Indikatrix jenem des Einheitskreises gleich ist. — Als Maß der Streckenverzerrung wird das Verhältnis eines Linienelements in der Karte zum entsprechenden Linienelement auf der Rotationsfläche definiert. Hieraus sowie aus den Eigenschaften der affinen Abbildung

folgen in einfacher Weise die Formeln, die zur Untersuchung der Winkeltreue, der Flächentreue, der Streckenverzerrungen für Meridiane und Parallelkreise, der Maximalwinkelverzerrung und zur Bestimmung der Achsen der Tissotschen Indikatrix notwendig sind.

Die Tissotsche Lehre ist aber nicht nur geeignet, vorliegende Abbildungen hinsichtlich ihrer Eigenschaften zu untersuchen, sondern sie ermöglicht es auch, Abbildungen herzuleiten, die vorgegebene, einander nicht widersprechende Eigenschaften besitzen sollen; dies wird zum Schluß des Vortrages an zwei einfachen Beispielen gezeigt.

17. Dezember 1948. Dr. E. Bukovics: *Direkte Methoden zur numerischen Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen.*

Blaeß hat ein Verfahren zur numerischen Integration von Differentialgleichungen 2. Ordnung $y'' = f(x, y, y')$ entwickelt. Von den Anfangswerten x_0, y_0, y'_0 ausgehend werden an äquidistanten Stellen $x_1 = x_0 + h$, $x_2 = x_0 + 2h$, ... die Funktionswerte f_1 f_2, ... berechnet. Dazu werden Grobwerte herangezogen, die durch Einsetzen in die entsprechenden Taylorreihen (bis zum Gliede 2. Ordnung) gewonnen werden. Nach einer gewissen Zahl k von Schritten werden diese Grobwerte durch einen Ausdruck $V = (A_1 f_1 + \ldots + A_k f_k)\ h^2/2$ verbessert. Dabei sind die A_i so bestimmbar, daß die verbesserten Werte mit der „wahren" Taylorentwicklung bis zu Gliedern 3. Ordnung übereinstimmen (Genauigkeit h^3).

Es wird gezeigt, wie die Genauigkeit auf einfache Weise durch einen erweiterten Ansatz für die Verbesserung (unter Verwendung der partiellen Ableitung von f nach y' an der Stelle x_0) bis zur Ordnung h^4 gesteigert werden kann.

Außerdem wird die Verallgemeinerung des Verfahrens auf Differentialgleichungen n-ter Ordnung erläutert. Die Genauigkeit ist bei Verallgemeinerung des Blaeßschen Ansatzes von $(n+1)$-ter, bei Verallgemeinerung des verbesserten Ansatzes von $(n+2)$-ter Ordnung. Dieselbe Genauigkeit wird von einer Verallgemeinerung des Runge-Kuttaschen Verfahrens erreicht, die Zurmühl auf Differentialgleichungen n-ter Ordnung durchgeführt hat.

An einem Beispiel wird die Leistungsfähigkeit der besprochenen Verfahren erläutert.

10. Jänner 1949. Gastvortrag von Prof. Dr. E. Ullrich (Justus-Liebig-Hochschule in Gießen, Deutschland): *Primzahlzwillinge.*

Der Vortragende berichtet über seine Untersuchungen betreffend die Häufigkeit der Primzahlzwillinge und allgemeiner der „Paarlinge", nämlich solcher Primzahlpaare, die eine vorgeschriebene Differenz $2q$ besitzen.

Die Anzahl der Zwillinge unterhalb einer Schranke x ist asymptotisch gleich $kx/\lg^2 x$, wobei k eine Konstante ist, deren Wert von Stäckel zu 1,320 bestimmt wurde. Geleitet von einem heuristischen Wahrscheinlichkeitsprinzip konnte der Vortragende feststellen, daß für die Anzahl der $2q$-Paarlinge unterhalb x eine analoge asymptotische Beziehung gilt, die sich von jener für die Zwillinge nur durch einen von q abhängigen Faktor V unterscheidet. Dieser Faktor stellt sich dar als das Produkt aller Quotienten $(p-1) : (p-2)$ für die ungeraden Primteiler p von q. Alle 2^n-Paarlinge haben demnach die gleiche Häufigkeit wie die Primzahlzwillinge, während die Sechserpaarlinge doppelt so häufig sind, die Dreißigerpaarlinge $8/3$-mal so häufig usw.

Eine groß angelegte, unter Verwendung graphischer Übersichten durchgeführte Nachprüfung für die Differenzen 2 bis 40 im Bereich bis $x = 200000$ ergab eine ausgezeichnete Bestätigung dieser Beziehungen. So fanden sich etwa für die Differenzen 2, 4, 8, 16, 32 die Anzahlen 2160, 2136, 2194, 2129, 2131, also im Mittel 2150, was gegenüber dem Formelwert eine Abweichung von nur 1% bedeutet. Auch die Anzahl der Sechserpaarlinge mit 4297 zeigt dieselbe Übereinstimmung.

Übrigens zieht die Tatsache, daß der Faktor V beliebig große Werte annehmen kann, die überraschende Folgerung nach sich, daß es Paarlinge mit beliebig hoher Häufigkeit gibt, verglichen mit den Zwillingen, die zu den seltensten Paarlingen zählen.

21. Jänner 1949. Prof. Dr. W. Wunderlich: *Über einen Zusammenhang zwischen den sphärischen Kegelloxodromen und den geodätischen Linien auf Drehflächen 2. Grades.*

Betrachtet wird die Mannigfaltigkeit der gemeinsamen Tangenten t zweier Kugeln K, L und insbesondere die aus solchen Tangenten aufgebauten Torsen, über welche schon Untersuchungen von E. J. Nyström [Soc. sci. Fenn. 7 (1933) und 9 (1936)] vorliegen. Eine derartige Torse T stützt sich mit ihrer Gratlinie k etwa auf K und berührt L längs einer Fadenevolvente l von k.

Sind P und Q die Berührungspunkte einer Tangente t, so schneidet die Hilfskugel H über dem Durchmesser PQ die Grundkugeln K und L unter rechten Winkeln, geht also durch zwei feste Punkte F_1 und F_2, die die Mittelpunkte der im Büschel KL enthaltenen Nullkugeln darstellen. Aus der Konstanz der Verhältnisse $F_1P : F_2P$ und $F_1Q : F_2Q$ läßt sich sofort die Konstanz der Winkel F_1PQ und F_2PQ folgern. Die Gratlinien k der oben genannten Torsen T haben demnach die Eigenschaft, die Erzeugenden der Verbindungskegel F_1k und F_2k unter konstanten Winkeln zu durchsetzen, sind also in zweifacher Weise Kegel- oder Bündelloxodromen; als solche sind sie schon von Pirondini (1897) bemerkt worden.

Die Polarität bezüglich einer Kugel um F_1 oder F_2 verwandelt die Grundkugeln in zwei (konfokale) Drehflächen 2. Grades K' und L' und transformiert jede Torse T in eine neue, aus gemeinsamen Tangenten von K' und L' aufgebaute. Deren auf L' verlaufende Gratlinie l' hat die Eigenschaft, daß ihre Schmiegebenen zu den Tangentialebenen von L' normal sind, denn dieselben gehen aus den Punkten Q und P hervor und der rechte Winkel QFP bleibt erhalten. In Übereinstimmung mit einem bekannten Satz von Chasles ist l' also geodätische Linie auf der Drehfläche L'. Sie ist übrigens kollinear zur Berührungskurve l zwischen T und L und hat die anscheinend noch nicht bemerkte Eigenschaft, daß ihre Schmiegebenen gegen die Tangentialebenen des Fokalkegels Fl' konstante Neigung aufweisen.

Bemerkenswert ist der Sonderfall berührender Grundkugeln. Eine Inversion aus dem Berührungspunkt $F_1 = F_2$ führt jede Gratlinie k in eine ebene Bündelloxodrome k^* über, die Berührungslinie l in eine gleichfalls ebene Kurve l^*, die zur Evolute von k^* kongruent ist, wie die Betrachtung der zu den Orthogonalkugeln H inversen Ebenen lehrt. Beide Kurven erweisen sich als Pseudozykloiden, u. zw. ist k^* eine Para-, l^* eine Hyperzykloide. — Die mit diesem Sonderfall zusammenhängenden Geodätischen auf dem Drehparaboloid bilden sich bei Normalprojektion in Achsenrichtung ebenfalls als Hyperzykloiden ab, was eine bequeme Parameterdarstellung ermöglicht.

4. Feber 1949. Dr. F. Wolfahrt: *Approximationen durch quadratische und Hermitesche Formen.*

J. Heinhold hat das Problem untersucht, die untere Grenze aller Zahlen C^2 zu bestimmen oder nach oben abzuschätzen, welche die Eigenschaft besitzen, daß es zu jedem Punkt der Ebene einen homologen gibt, für den eine vorgegebene binäre quadratische Form einen Wert annimmt, der absolut kleiner als C^2 ist. Er hat für definite und semidefinite Formen die scharfe Schranke bestimmt und für indefinite Formen eine obere Grenze angegeben, die schärfer als die von Minkowski gefundene ist und für unendlich viele Klassen indefiniter Formen die scharfe Schranke darstellt.

Diese Überlegungen wurden nun auf binäre Hermitesche Formen in imaginärquadratischen Zahlkörpern verallgemeinert. Hier sind die scharfen Schranken für semidefinite Formen in Körpern der Klassenzahl 1 und für definite Formen in $K(i)$, sonst nur obere Grenzen gefunden worden.

LITERATURBERICHTE

A. Basch: *Geometric Rules Governing Subsoil Water Flow.* Proc. of the IInd Intern. Conf. of Soil Mechanics and Foundation Engineering (Rotterdam 1948).

Vgl. den Bericht über den Vortrag vom 30. I. 1948 (Nachr. Nr. 3).

A. Duschek u. A. Hochrainer: *Tensoralgebra (Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung, I. Teil)*, 2. Auflage. Springer-Verlag, Wien, 1948. 129 S., 26 Abb.

Daß nach knapp zwei Jahren bereits eine Neuauflage des Buches erforderlich war, beweist, daß damit eine Lücke der mathematischen Lehrbuchliteratur ausgefüllt wurde. Die vorliegende zweite Auflage ist im wesentlichen ein unveränderter Abdruck der ersten. (Vgl. Nachr. Nr. 1).

Man darf dem angekündigten II. und III. Teil, deren baldiges Erscheinen in Aussicht gestellt wurde, mit Interesse entgegensehen. *Inzinger.*

W. Gröbner u. N. Hofreiter: *Integraltafel. I. Teil: Unbestimmte Integrale.* Springer-Verlag, Wien u. Innsbruck 1949. 166 S.

Die vorliegende Integraltafel stellt einen vorzüglichen Behelf dar, um den Mathematikern, Physikern und Ingenieuren die zeitraubenden Ausrechnungen von Integralen zu ersparen. Eine genügende Vertrautheit mit den grundlegenden Begriffen und Regeln der Integralrechnung wird vorausgesetzt, fallweise werden jedoch auch kurze Überblicke über alle in den einzelnen Fällen brauchbaren Methoden gegeben.

Der umfangreiche Stoff ist in drei Abschnitten angeordnet: I. Rationale Integranden, II. Algebraisch irrationale Integranden, III. Transzendente Integranden; jeder dieser Abschnitte ist wieder nach Grundtypen von Integralen unterteilt, die sich ihrerseits wieder in eine große Anzahl von Sonderfällen aufspalten. Die Tafel enthält ungefähr 1800 wesentlich verschiedene Integrale, wobei es die Verfasser strenge vermieden haben, solche Integrale, die sich lediglich durch verschiedene Zahlenwerte der im Integranden auftretenden Parameter unterscheiden, einzeln anzuführen. Zweckmäßige Abkürzungen in der Schreibung oftmals wiederkehrender Ausdrücke erhöhen die Übersichtlichkeit der Tafel und erleichtern ihren Gebrauch.

Es ist sehr zu begrüßen, daß die elliptischen Integrale sowie die Integrale der Weierstraßschen und Jacobischen elliptischen Funktionen eine eingehende Berücksichtigung erfahren haben. Die elliptischen Integrale werden sowohl in der Legendreschen als auch in der Weierstraßschen Form angeführt und ausführliche Hinweise für die Herstellung dieser Formen, ihre gegenseitige Überführung, sowie für die Gaußsche und Landensche Transformation angegeben.

Die vorliegende Integraltafel ist das bisher vollständigste Werk dieser Art. Man darf mit großem Interesse dem II. Band der Tafel, der die bestimmten Integrale behandeln wird, entgegensehen. *Inzinger.*

H. Hornich: *Die algebraischen Funktionen, deren Iteration die Identität liefert.* Mh. Math. 52 (1948), 311—322.

Vgl. den Bericht über den Vortrag bei der I. Österr. Mathematikertagung am 21. V. 1948 (Nachr. Nr. 4).

J. Krames: *Über allgemeine „gefährliche Raumgebiete" der Luftphotogrammetrie.* Mh. Math. 52 (1948), 265—285.

Der Verfasser hat seit 1940 in einer großen Reihe von Arbeiten die von ihm entdeckte Mehrdeutigkeit der Hauptaufgabe der Luftphotogrammetrie (d. i. die Rekonstruktion eines Objektes aus zwei Bildern mit innerer Orientierung) behandelt. In der vorliegenden Arbeit werden unabhängig von früheren Arbeiten dieser Gegenstand und insbesondere die für die Rekonstruktion „gefährlichen Flächen" und „gefährlichen Raumgebiete" — letztere erstmalig im allgemeinen Fall — neu dargestellt. Die wichtigsten Ergebnisse sind die folgenden:

Nennen wir je zwei Strahlen der beiden Zielstrahlbündel konjugiert, wenn sie sich in der Aufnahmestellung schneiden, so gibt es nach irgend einer Verlagerung der beiden Bündel unter den dreifach unendlichvielen Paaren konjugierter Strahlen stets zweifach unendlichviele, die in einer willkürlich gewählten Richtung r eine vorgegebene Parallaxe haben, d. h. daß sie in der Richtung r den konstanten Abstand P haben. Diese besonderen Strahlenpaare schneiden sich, wenn man die Ausgangslage wieder herstellt, in den Punkten einer „Fläche konstanter Parallaxe". Für dieselbe Anfangs- und Endlage der beiden Bündel und für dieselbe Richtung r bilden diese Flächen für veränderliches P ein Büschel von orthogonalen Regelflächen zweiten Grades mit einem geraden kubischen Kreis und einer seiner Sehnen als Grundkurve. Die Bündelscheitel liegen auf diesem kubischen Kreis symmetrisch zum Scheitel. In dem genannten Flächen-Büschel ist die $P = 0$ entsprechende Fläche als „gefährliche Fläche" zu bezeichnen, weil ihre Rekonstruktion nicht eindeutig ist. Wird $P = P_0$ gleich der kleinsten y-Parallaxe angenommen, die im verwendeten Auswertegerät gerade noch feststellbar ist, so erfüllen die Flächen konstanter Parallaxe, die zum Parallaxenintervall zwischen $+P_0$ und $-P_0$ gehören, den „gefährlichen Raum". Die Rekonstruktion irgend einer Fläche, die im gefährlichen Raum liegt, ist ebenso unsicher wie die der gefährlichen Fläche. *Kruppa.*

J. Krames: *Die Bedeutung der „gefährlichen Raumgebiete" für das optisch-mechanische Orientieren von Luftaufnahmen.* Phot. Korr. 84 (1948), 41—50.

Der optisch-mechanische Orientierungsvorgang von Luftaufnahmepaaren beruht auf sukzessiven Operationen am Auswertegerät, die sich aus kleinen Kippungen, Schwenkungen, Kantungen und Verschiebungen der beiden Kammern

zusammensetzen. Da es sich hierbei geometrisch um starre Bündelbewegungen handelt, ist mit jeder solchen Operation ein „gefährlicher Raum" verbunden, der durch die feststehende y-Parallaxenschranke bestimmt ist (vgl. das vorangehende Referat). Die Quadriken des zugehörigen Büschels beschreiben gleichzeitig die räumliche Verteilung der y-Parallaxenwerte, deren Kenntnis von Nutzen ist.

Es werden zunächst die zu den Grundoperationen gehörigen gefährlichen Räume und Flächenbüschel gekennzeichnet; durch Überlagerung lassen sich auch zusammengesetzte Operationen übersehen. Sodann wird die Bedeutung dieser Gebiete für die Praxis ausführlich erörtert. Es ist klar, daß die Abmessungen eines gefährlichen Gebietes umso größer werden, je kleiner die Bündelbewegungen sind; hieraus erklärt sich auf anschaulichste Weise die bekannte Erscheinung, daß die endgültige Orientierung zweier Aufnahmen umso ungenauer einzustellen ist, je kleiner die wegzuschaffenden Restparallaxen geworden sind. *Wunderlich.*

E. Kruppa: *Strahlflächen als Verallgemeinerungen der Cesàro-Kurven.* Mh. Math. 52 (1948), 323—336.

Vgl. den Bericht über den Vortrag bei der I. Österr. Mathematikertagung am 20. V. 1948 (Nachr. Nr. 4).

E. Müller-E. Kruppa: *Lehrbuch der darstellenden Geometrie.* 5., ergänzte Auflage. Springer-Verlag, Wien 1948, 404 S., 375 Abb.

Dank dem Entgegenkommen des Verlages konnte dieses altbewährte Werk, das zufolge außergewöhnlicher Zeitumstände schon längere Zeit auf dem Büchermarkte fehlte, nunmehr in fünfter Auflage erscheinen. Diese neue Auflage bildet zum größten Teil eine photomechanische Wiedergabe der vierten, die 1936, von E. Kruppa neu bearbeitet, ebenso wie die drei ersten Auflagen bei B. G. Teubner in Leipzig erschienen ist.

Gegenüber dieser 4. Auflage ist der bekannte Inhalt des Buches jetzt um folgende Ergänzungen bereichert: An Stelle des früheren Abschnittes über die Umkehraufgaben der Perspektive trat ein in sich abgeschlossenes Kapitel über die „Geometrischen Grundbegriffe der Photogrammetrie", das im Hinblick auf die ständig wachsende Bedeutung dieser Disziplin von großem Nutzen sein wird. Aufbauend auf die Entzerrung des Zentralrisses einer Geraden werden vorerst die Entzerrungen der perspektiven Bilder von ebenen und quaderförmigen Objekten ausführlich dargestellt. Im darauffolgenden Abschnitt über die Rekonstruktion eines Objektes aus zwei Perspektiven wird auch auf das Kernpunktproblem und den Hauptsatz der Photogrammetrie näher eingegangen. Die mit den sogenannten „gefährlichen Flächen" zusammenhängenden Sonderfälle werden kurz gestreift. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels enthält Ausführungen über die stereoskopische Abbildung, eine Ableitung der Grundformeln der Stereophotogrammetrie und einige Hinweise auf die mechanische Verwirklichung dieser Abbildungsregeln bei verschiedenen in der Praxis verwendeten Instrumenten. — Die Verwendung von Anaglyphenbildern zur plastischen Darstellung von Raumobjekten wird ebenfalls erklärt. — Ein neu hinzugefügter Anhang über das Zeichnen achsonometrischer Bilder nach dem „Einschneideverfahren" und eine neue Ableitung der exakten Konstruktion des Normalrisses eines Achsenkreuzes für die Verkürzungsverhältnisse 2:1:2 tragen neueren Unterrichtsbedürfnissen Rechnung.

Das Buch wird seinem starken Publikumserfolg zweifellos treu bleiben. *Krames.*

H. R. Müller: *Zyklographische Betrachtung der Kinematik der speziellen Relativitätstheorie.* Mh. Math. 52 (1948), 337—353.

Nach dem Vorgang von Minkowski kann das kinematische Geschehen in einer Ebene dadurch geometrisch veranschaulicht werden, daß man in der zur Ebene senkrechten Richtung die Zeitkoordinate t als Länge aufträgt. Jedem materiellen Punkt P der zweidimensionalen Welt, der sich zur Zeit t an der Stelle (x, y) befindet, wird auf diese Weise ein räumlicher Bildpunkt $\mathfrak{P}$ zugeordnet, dessen Ortslinie nach Art eines „graphischen Fahrplans" das Schicksal des bewegten Punktes P widerspiegelt.

Bildet man im Sinne der Zyklographie E. Müllers den Punkt $\mathfrak{P}$ auf einen Zykel der Ebene, d. h. einen orientierten Kreis um $P(x, y)$ mit dem Radius t ab — der als Welle aufgefaßt werden mag —, so ergibt sich die Möglichkeit, das relativistisch betrachtete physikalische Geschehen in der Ebene mittels zyklographischer Verfahren konstruktiv zu verfolgen. Der Gruppe der Lorentz-Transformationen entspricht dabei in isomorpher Weise die engere Laguerresche Gruppe der Kreisgeometrie in der Ebene, bzw. die pseudoeuklidische Bewegungsgruppe des Bildraumes, die den absoluten Fernkegelschnitt $x^2+y^2-t^2 = 0$ invariant läßt.

Der Verfasser unternimmt es nun, die dadurch hergestellten Zusammenhänge zwischen Relativitätstheorie und Zyklographie im einzelnen darzulegen, und zwar eigentlich weniger um neue Erkenntnisse zu gewinnen, als vielmehr um die darstellende Geometrie auf ein vernachlässigtes Anwendungsgebiet hinzuweisen. Unter anderem werden Konstruktionen für Eigenzeit, Ruhlänge und Relativgeschwindigkeiten angegeben. *Wunderlich.*

H. Parkus: *The Disturbed Flapping Motion of Helicopter Rotor Blades.* Journ. aeronaut. sci. 15 (1948), 103—106.

H. Parkus: *Zur Berechnung der Luftkräfte an einer schwingenden Tragfläche.* Anz. Österr. Ak. Wiss. Wien, 1948, Nr. 10.

Der Verfasser entwickelt Berechnungen für den Auftrieb und Widerstand und gibt Formeln für die Luftkräfte und das Moment einer schwingenden Tragfläche. Diese wird als starr, eben und unendlich dünn vorausgesetzt und bewegt sich horzional in einer inkompressiblen Flüssigkeit; sie führt außerdem eine harmonische Schlagbewegung senkrecht dazu und eine Drehschwingung um eine Achse in der Tragfläche parallel zur Flügelspannweite aus. Die Strömung ist instationär, so daß die Eulersche Gleichung, aus der die auf den Körper wirkenden Drücke berechnet werden, in vollständiger Form genommen werden muß. Die Schwingungen der Tragfläche werden in komplexer Schreibweise eingeführt. Die interessanten Rechnungen, die durchwegs vektoriell ausgeführt werden, ergeben, daß die Mittelwerte von Auftrieb und Widerstand von der Kutta-Joukowskyschen Gleichung richtig gegeben werden, momentane Werte aber nur durch Hinzunahme weiterer Glieder gefunden werden. *Bruniak.*

M. Pinl: *Über Flächen mit isotropem mittlerem Krümmungsvektor.* Mh. Math. 52 (1948), 301—310.

Die Arbeit handelt von den Flächen $\mathfrak{x}(u_1, u_2)$ mit isotropem mittlerem Krümmungsvektor im R_4. Sind u_1, u_2 isotrope Parameter, so sind diese Flächen durch das Verschwinden von $\mathfrak{x}^2{}_1$, $\mathfrak{x}^2{}_2$, $\mathfrak{x}^2{}_{12}$ bestimmt. Ist $\mathfrak{e}$ der durch $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, $\mathfrak{x}_{12}$ bestimmte Trivektor, so ist für den Charakter der Fläche der Rang r der von $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$ gebildeten Matrix entscheidend. Für $r = 1$ liegt die Fläche in einem

isotropen R_3. Für $r = 2$ liegen die einzelnen Parameterkurven einer der beiden Scharen in je einem isotropen R_3. Die Flächen des allgemeinen Falles $r = 3$ werden integrallos als Rückkehrflächen einer zweiparametrigen isotropen R_3-Schar, die von einer willkürlichen Funktion $f(u_1, u_2)$ abhängt, dargestellt, vorausgesetzt, daß f_{1212} nicht verschwindet.

Abschließend wird auf diesem Wege eine Fläche vorgeführt, die verschwindende Gaußsche Krümmung hat, ohne Torse zu sein, und eine weitere Fläche der behandelten Gattung mit nicht verschwindender Gaußscher Krümmung. *Kruppa.*

J. Radon: *Zur mechanischen Kubatur.* Mh. Math. 52 (1948), 286—300.

Vgl. den Bericht über den Vortrag vom 20. VI. 1947 (Nachr. Nr. 2).

A. Reuschel: *Über ein einheitliches kinematisches Konstruktionsprinzip zur Ermittlung der Krümmung von Bahnkurven und Hüllbahnen.* Österr. Ing. Arch. 3 (1949), 9—23.

Bei der Bewegung des begleitenden Zweibeins einer ebenen Kurve wälzt sich bekanntlich die Normale auf der Evolute ab, ohne zu gleiten. Das Momentanzentrum der Bewegung fällt also in jedem Augenblick mit dem Krümmungsmittelpunkt der Leitkurve zusammen. Gelingt es im Falle einer gesetzmäßig erzeugten Kurve, die Bewegung des begleitenden Zweibeins durch einen Mechanismus in Form einer zwangläufigen Kette zu verwirklichen, so ist die Krümmungsmittenkonstruktion auf die Ermittlung eines Momentanzentrums zurückgeführt, das durch Vervollständigung des Polplanes (einer polyedralen Konfiguration) leicht und nach einem einheitlichen Prinzip gefunden werden kann.

Dieser Gedanke, den schon J. Krames zu einer höchst durchsichtigen Ableitung der bekannten Krümmungskreiskonstruktion von Euler-Savary für Radlinien benützt hatte, wird nun vom Verfasser systematisch ausgewertet. Nach Darstellung der Gesichtspunkte, die zur Auffindung der benötigten Mechanismen maßgebend sind, wird die Savarysche Konstruktion für die Punkt- und Hüllbahnen einer beliebigen Bewegung bewiesen und schließlich die Krümmungsmittenkonstruktion für eine Anzahl von speziellen Kurven (Kegelschnitte, Exponentialkurve, Sinuslinie) durchgeführt. *Wunderlich.*

L. Schrutka: *Elemente der höheren Mathematik für Studierende der technischen und Naturwissenschaften.* 7. Auflage. Deuticke (Wien), 1948. 635 S.

Die vorliegende Auflage des im März 1945 verunglückten Verfassers ist ein unveränderter Abdruck der vorhergehenden Auflage aus dem Jahre 1943 (die 1. Auflage erschien 1912). Das Buch ist als eine erste Einführung in das Studium der höheren Mathematik, besonders für Naturwissenschaftler und Techniker, gedacht. Seine Vorzüge sind eine gewissenhafte, dabei einfache und anschauliche Darstellung, sowie die starke Berücksichtigung der Anwendungsgebiete und der Bedürfnisse des numerischen Rechnens. Diese Eigenschaften lassen das Werk auch heute noch für den gedachten Zweck nützlich erscheinen, obwohl andererseits manche sachlichen und didaktischen Erkenntnisse der letzten Jahrzehnte in ihm noch keine Berücksichtigung gefunden haben. Wünschenswert wäre z. B. eine noch engere Verknüpfung des Integralbegriffes mit dem des Differentialquotienten, ferner eine stärkere Hervorkehrung des Gruppenstandpunktes in der Geometrie.

Der Inhalt sei kurz angedeutet: Kapitel 1—3 behandeln den Funktionsbegriff (Beschränkung auf „anschauliche" Funktionen) und die Grundlagen der Differential- und Integralrechnung, Kapitel 4 den Logarithmus (der dekadische wird als bekannt vorausgesetzt), die Exponential- und die Winkelfunktionen. In Kapitel 5 werden der Taylorsche Satz, die Potenzreihen, die komplexen Zahlen und die Fourierschen Reihen behandelt, in den beiden folgenden Kapiteln die analytische Geometrie der Ebene und des Raumes und die Vektorrechnung. Kapitel 8 behandelt die Funktionen von mehreren Veränderlichen (mehrfache Integrale ohne Transformationstheorie), Kapitel 9 die algebraische und numerische Auflösung von Gleichungen, die Interpolation und die numerische Quadratur. Eine Formelsammlung und ein ausführliches Register erhöhen die Brauchbarkeit des Buches.
Auner.

H. Thirring: *Die Idee der Relativitätstheorie.* 3., verb. u. erg. Auflage. Springer-Verlag, Wien 1948. VI, 168 S., 8 Abb.

Wer den Ausführungen des Verfassers mit Interesse und Aufmerksamkeit folgt, muß erkennen, daß sich die spezielle Relativitätstheorie aus den gesicherten Grundtatsachen, Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und Relativitätsprinzip, denknotwendig ergibt. Das Grundprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie von der Äquivalenz der trägen und schweren Masse wird ebenso logisch aus der philosophischen Unzulänglichkeit der Newtonschen Trägheitskräfte, die auch im leeren Raum vorhanden sein müßten, gefolgert.

Der Verfasser, der schon in der 1921 erschienenen 1. Auflage des Buches mutig für Einstein eingetreten ist, ergänzt nun die im wesentlichen unveränderte 3. Auflage durch einen kurzen Abschnitt über die Atomenergie, der auch die unverbesserlichsten Zweifler von der Richtigkeit des wichtigen Satzes über die Trägheit der Energie überzeugen dürfte.

Die einfache, jedem gebildeten Laien verständliche Darstellung sichert dem interessanten Buch einen großen Leserkreis.
Magyar.

C. Torre: *Der Spannungszustand in einem schweren Erdkörper.* Sitzgsber. Ak. Wiss. Wien 156 (1947), 583—592.

A. N. Whitehead: *Einführung in die Mathematik.* Übersetzung von B. Schenker. (Sammlung „Die Universität", Bd. 3.) Humboldt-Verlag, Wien 1948. 218 S.

Über das vor fast 40 Jahren erschienene Buch von Whitehead ist weiter nichts zu sagen, denn die stattliche Reihe von Auflagen beweist, daß es ein ganz ausgezeichnetes Buch ist. Über diese sehr verspätete deutsche Ausgabe ist hingegen zu sagen, daß sie ein recht erbärmliches Machwerk ist. Schon die Lektüre der ersten Seite erweckt die Vermutung, daß der Übersetzer kein Mathematiker ist und weder deutsch noch englisch kann. Diese Vermutung wird auf den nächsten Seiten zur Gewißheit. Man kann das Buch aufschlagen, wo man will, man wird so ziemlich überall grobe und sinnstörende sprachliche oder mathematische Fehler finden. Ich kann mich hier wegen des beschränkten Raumes nicht auf Einzelheiten einlassen und verweise auf meine ausführlichere Besprechung in der „Wiener Zeitung" vom 27. Feber 1949.

Dem Verlag sei empfohlen, seinen Ehrgeiz nicht so sehr in anspruchsvollen Namen, als in der Qualität der Produkte zu bekunden.
Duschek.

WICHTIGE AUSLANDSERSCHEINUNGEN

W. Blaschke: *Projektive Geometrie. (Bücher der Mathematik und Naturwissenschaften).* Wolfenbüttler Verlagsanstalt, Wolfenbüttel u. Hannover, 1947. 160 S., 61 Abb.

Der führende deutsche Geometer W. Blaschke, den wir nach seiner Grazer Heimat und nach seiner Studienzeit in Graz und Wien zu uns Österreichern zählen dürfen, hat zu der oben genannten Sammlung einen Doppelband „Projektive Geometrie" beigetragen. Die Bemerkung des Verfassers im Vorwort: „Unser vorliegendes Büchlein soll den Studierenden der Anfangssemester mit den wesentlichen Gedanken und Figuren des Gegenstandes vertraut machen" läßt die erstaunliche Reichhaltigkeit dieses kleinen Buches nicht vermuten. Es gibt vielmehr im Sinne des bekannten, allzu überschwenglichen Wortes von A. Cayley: „Descriptive geometry is all geometry" einen tiefen Einblick in die höhere Geometrie, insbesondere in den Kapiteln über nichteuklidische Geometrie und die Vierflachpaare von Möbius.

Bei diesem reichen Inhalt in beschränktem Rahmen verzichtet der Verfasser auf eine vom euklidischen Raum unabhängige Grundlegung. Stets die Gebilde, Begriffe und Lehrsätze auf dem kürzesten Wege in Angriff nehmend, bedient er sich je nach Bedarf der synthetischen oder analytischen Methode. Überall empfindet der Leser die starke Forscher- und Lehrerpersönlichkeit des Verfassers. Bemerkenswert sind auch die zahlreichen eingestreuten historischen und biographischen Hinweise.

In derselben Sammlung ist auch ein Band „Analytische Geometrie" vom gleichen Verfasser erschienen. Die beiden Bücher sind ein Zwillingspaar gleichen Geistes.
Kruppa.

W. Blaschke: *Analytische Geometrie. (Bücher der Mathematik und Naturwissenschaften).* Wolfenbüttler Verlagsanstalt, Wolfenbüttel u. Hannover 1948. 147 S.

Wenn ein Geometer vom Range W. Blaschkes eine „Analytische Geometrie" schreibt, dann darf man mit Recht eine originelle Auswahl des Stoffes und eine ebensolche Gestaltung des Textes erwarten. Das vorliegende Buch erfüllt diese Erwartungen in vollem Maße. Blaschke verfällt vor allem nicht in den Fehler anderer Autoren, die eine „Lineare Algebra" schreiben und das Werk dann „Analytische Geometrie" nennen. Im Vordergrund der Betrachtungen stehen vielmehr immer die geometrischen Sachverhalte, zu deren Beschreibung jeweils die hierzu geeigneten analytischen Hilfsmittel, wie Vektoren, Matrizen, Gruppen, Quaternionen und duale Zahlen herangezogen werden.

Der umfangreiche Inhalt gliedert sich in sieben Abschnitte, von denen der erste den Grundbegriffen, Vektoren, Matrizen und der Bewegungsgeometrie, der zweite den Geometrien von Möbius und Laguerre in der Ebene und im Raum gewidmet ist. Besonders zu begrüßen ist es, daß im dritten und vierten Abschnitt die Beziehungen zur Mechanik, vor allem zur Statik und Kinematik des starren Körpers ausgiebig erörtert werden. Der fünfte Abschnitt enthält die Theorie der Quadriken sowie ihre affin-, bzw. bewegungsgeometrische Klassifikation, während der sechste Abschnitt der Darstellung der interessanten Beziehungen gewidmet ist, die bei konfokalen Quadriken auftreten. Der siebente Abschnitt wird wegen der gedrängten Darstellung zwar als Formelsammlung bezeichnet, doch enthält er eine sehr weitgehende stoffliche Abrundung der vorhergehenden Abschnitte.

Blaschke gelang der Beweis, daß es möglich ist, den umfangreichen Stoff in bloß 147 Seiten originell, übersichtlich und leicht verständlich darzustellen.
Inzinger.

H. S. M. Coxeter: *Regular Polytopes.* Methuen u. Co. (London), 1948. 321 S.

Berufen wie kein zweiter schrieb Coxeter ein auf hohem Niveau stehendes Lehrbuch über reguläre Körper. Obwohl man sich schon mehr als 2000 Jahre mit diesem Thema befaßt, gelingt es dem Verfasser, ein sehr fesselndes Buch zu schreiben, das auch neueste, zum Teil noch unveröffentlichte Ergebnisse bringt.

Natürlich beschränkt sich Coxeter nicht auf die fünf Platonischen Körper; sie sind nur Ausgangspunkt. Das Buch bringt Verallgemeinerungen, insbesondere auf höhere Dimensionen. Meisterhaft zieht der Verfasser verschiedene mathematische Disziplinen, Algebra, Gruppentheorie, Trigonometrie, Analytische Geometrie, Integralrechnung und Topologie heran, um seine Probleme mit Erfolg lösen zu können. Nahezu alle Kapitel schließen mit historischen Bemerkungen.
Hofreiter.

G. Doetsch: *Tabellen zur Laplace-Transformation und Anleitung zum Gebrauch. (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 54.)* Springer-Verlag, Berlin u. Göttingen 1947. 185 S.

Der erste Teil dieses Buches enthält eine sehr ausführliche Anleitung zum Gebrauch der Laplace-Transformation. Im zweiten Teil sind die Rechenoperationen und nahezu 800 nach den Unterfunktionen geordnete Funktionenpaare zusammengestellt, die durch die Laplace-Transformation einander im Unter- und Oberbereich (Bild- und Ausgangsbereich) entsprechen.

Während man demnach zu jeder in der Tafel aufscheinenden Unterfunktion die zugehörige Oberfunktion unmittelbar auffinden kann, benötigt man für den umgekehrten Übergang das am Schluß des Buches befindliche Funktionenregister, das nach Funktionssymbolen alphabetisch gereiht ist. Neben jedem Funktionssymbol ist dort angegeben, wo die betreffende Funktion oder eine einfache Modifikation von ihr in der Tafel als Oberfunktion auftritt.

Für eine praktische Handhabung der Laplace-Transformation wäre es wünschenswert, wenn ein solches Tafelwerk auch eine nach den Oberfunktionen geordnete Tabelle der Korrespondenzen enthalten würde. Außerdem wäre es erwünscht, wenn die Tafel zu jeder Unterfunktion womöglich immer die explizite Darstellung der zugehörigen Oberfunktion angeben würde.

Es ist ein großes Verdienst des Verfassers, die bisher umfangreichste, übersichtlichste und zuverlässigste Zusammenstellung von Laplace-Korrespondenzen herausgegeben zu haben. Dieses Tafelwerk wird sicher zu einer weiteren Verbreitung und ausgiebigeren Benutzung der Laplace-Transformation in der Mathematik und ihren Anwendungsgebieten beitragen.
Reuschel.

W. Haack: *Differentialgeometrie, I. Teil.* Wolfenbüttler Verlagsanstalt, Wolfenbüttel u. Hannover, 1948.

Kurzer Abriß der Theorie der Raumkurven und Flächen, als „Notdruck" in sehr bescheidenem, aber in Text und Figuren typographisch einwandfreiem Gewand. Stofflich wird dem Anfänger alles Wesentliche in geschickter Darstellung geboten, doch stören einige Unkorrektheiten in der Handhabung des analytischen Apparates, die sich leicht hätten vermeiden lassen.
Radon.

A. Ostrowski: *Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. I. Band: Funktionen einer Variablen.* Verlag Birkhäuser (Basel), 1945.

Aus Universitätsvorlesungen des Verfassers erwachsen, liegt hier ein neues, sehr empfehlenswertes Lehrbuch vor, an dem besonders die Fülle historischer Hinweise und das pädagogische Geschick bemerkenswert sind, mit dem der Autor dem Anfänger die Notwendigkeit einer arithmetisch strengen Behandlungsweise einleuchtend zu machen versteht. Eine Fülle anregender und origineller Aufgaben macht einen weiteren Vorzug des Werkes aus.
Radon.

G. Sansone: *Equazioni differenziali nel campo reale, I. Teil.* Zanichelli (Bologna) 1948.

Neuauflage des 1941 zuerst erschienenen Werkes, das sowohl in der Theorie dem neuesten Stand der Forschung gerecht wird, wie es auch für die Anwendungen alles Wesentliche enthält.
Radon.

E. Stiefel: *Lehrbuch der darstellenden Geometrie. (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften. Mathematische Reihe: Bd. 6).* Verlag Birkhäuser, Basel, 1947. 173 S., 110 Abb.

Die Abbildungsverfahren der darstellenden Geometrie und die damit verbundenen Konstruktionen finden in diesem Buch, das in einer außerordentlich klaren und lebendigen Sprache abgefaßt und mit sehr deutlichen und übersichtlichen Figuren ausgestattet ist, eine ausgezeichnete und originelle Darstellung. Der Verfasser erreicht dies vor allem dadurch, daß er sich auf eine klare Herausarbeitung der geometrischen Leitgedanken und Grundkonstruktionen beschränkt, Nebenfragen und konstruktive Einzelheiten hingegen bewußt der Eigentätigkeit des Lesers überläßt.

Dadurch gelingt es, die im ersten Teil des Buches behandelte elementare darstellende Geometrie (zugeordnete Normalrisse, orthogonale Axonometrie, konstruktive Behandlung gekrümmter Flächen) bei eingehender Darstellung auf eine beachtenswert kurze Form zu bringen.

Im zweiten Teil werden die Fernelemente in sehr vorteilhafter Weise durch die Antipolarität des Einheitskreises eingeführt und das Dualitätsprinzip und die Lehre von den Kegelschnitten auf diese reziproke Abbildung gegründet.

Der dritte Teil behandelt die allgemeinste geradentreue Abbildung, die Zentralprojektion und die schiefe Axonometrie. Da diese Abbildungen einheitlich auf das axonometrische Prinzip und nicht wie üblich auf den Sehprozeß gestützt werden, wird z. B. der Satz von Pohlke entbehrlich und der Verfasser erreicht in der Darstellung des Stoffes eine Kürze und Übersichtlichkeit, die seinen Lehrgang nachahmenswert erscheinen lassen, wenn man einen allgemeinen Überblick geben will. — Daß auch das „Einschneideprinzip" des Wiener Geometers L. Eckhart aufgenommen wurde, zeigt, daß dieses einfache Verfahren zur Herstellung axonometrischer Bilder in den modernen Lehrbüchern der darstellenden Geometrie bereits einen festen Platz erobert hat.

Der vierte Teil ist den winkeltreuen Abbildungen gewidmet, nämlich der stereographischen Projektion, der Inversion und der Mercatorabbildung.

Im Anhang wird eine nichtlineare Axonometrie als topologische Verallgemeinerung der projektiven Axonometrie kurz umrissen. Sie stützt sich auf ein Sechseckgewebe, dessen Theorie mithin benötigt wird.

E. Stiefel hat durch sein ausgezeichnetes Lehrbuch der darstellenden Geometrie die Literatur um ein modernes Werk bereichert, das in wissenschaftlicher und didaktischer Hinsicht gleich bedeutungsvoll ist.
Reuschel.

NACHRICHTEN AUS DEM AUSLANDE

Die Schriftleitung bittet alle Mitglieder und Freunde der Gesellschaft, ihr laufend geeignete Nachrichten zur Veröffentlichung zur Verfügung zu stellen.

ENGLAND

Die Zeitschrift „Mathematical Tables and other Aids to Computation" hat in den Jahren 1946—1948 eine Reihe von Artikeln veröffentlicht, die über die letzten Bemühungen zur Kontrolle der 707 Dezimalen der Zahl π berichten, wie sie W. Shanks 1873 mitgeteilt hat. Unabhängig voneinander haben D. F. Ferguson (Manchester, England) und J. W. Wrench Jr. (Washington, USA.) die Rechnung bis auf 808 Stellen vorangetrieben, um die Genauigkeit der Zahl e zu erreichen; ersterer benützte die bekannte Machinsche Formel, letzterer eine ähnliche dreigliedrige Formel von Loney. Die Ergebnisse stimmen überein und zeigen, daß der Wert von Shanks von der 528. Dezimale ab unrichtig ist.

J. W. Wrench hat übrigens auch die Potenzen von 2 bis zur 1207-ten berechnet und hat damit den seinerzeitigen Rekord von Shanks, der bei der 721. Potenz lag, weit übertroffen. *I.R.M. 4/15.*

FRANKREICH

Im vergangenen Jahr ist in Paris eine „Gruppe für numerisches Rechnen" gebildet worden, die es sich zur Aufgabe macht, den Kontakt zwischen Theorie und praktischer Anwendung zu fördern und Gemeinschaftsarbeiten auf dem Gebiet des Zahlenrechnens zu organisieren. Ein Bericht über die Tätigkeit der Arbeitsgemeinschaft wird alljährlich dem Kongreß der A. F. A. S. vorgelegt und im I. R. M. abgedruckt werden. *I.R.M. 4/15.*

ITALIEN

Prof. L. Cesari (Bologna) befand sich im Wintersemester am Institute for Advanced Study (Princeton, USA.) und ist nunmehr im Sommersemester Gastprofessor an der Universität von Kalifornien.

NIEDERLANDE

Dr. J. A. Schouten und Prof. Dr. B. L. van der Waerden wurden zu Professoren an der Universität Amsterdam ernannt.

M. van der Corput befand sich im Wintersemester auf einer Vortragsreise in der Schweiz.

SCHWEIZ

Eine „Internationale Gesellschaft zur Pflege der Logik und Philosophie der Wissenschaft" wurde am 21. XII. 1946 durch P. Bernays, K. Dürr, F. Gonseth und K. R. Popper in Zürich gegründet.

VEREINIGTE STAATEN

Vor einem Jahr wurde in Kalifornien das „Institut ... Numerical Analysis" gegründet. Es gehört zum N... Bureau of Standards und steht mit drei anderen Forschungsg... unter der Leitung von Dr. John Curtis. Der Hauptzweck ... stitutes ist Forschung auf dem Anwendungsgebiete der „a. ... (automatic digital computing machines), während die Konst... solcher Maschinen in einer der anderen Gruppen studiert wi... restlichen zwei Gruppen sind dem „Numerischen Rechnen" ... „Statistik" gewidmet. — Unter den Mathematikern, die vorlä... Institut gewirkt haben, waren Beckenbach, Blanck, Cameron, F... Greenwood, Hartree, Herrick, Milne, Ostrowski, Rademacher, ... Szász, Todd und Taussky-Todd. Die numerischen Problen... studiert wurden, entstammten vor allem dem Gebiete der Diffe... gleichungen, der algebraischen und analytischen Zahlentheo... Theorie der Spiele und der Astronomie; auch Eigenwertpr... wurden behandelt.

(Aus einer brieflichen Mitteilung von Olga Taussky-Todd. ... College, London.)

Prof. V. Hlavaty (Prag) wurde zum Visiting Professor ... Indiana University ernannt.

Dr. Walther Mayer (Institute for Advanced Study, Pri... starb am 12. IX. 1948 im Alter von 61 Jahren. — Der Vers... war gebürtiger Wiener, wirkte bis 1930 an der Universität Wi... ging dann als Mitarbeiter von A. Einstein nach Berlin, ... dann auch nach Amerika folgte.

Herausgeber: Österreichische Mathematische Gesellschaft in Wien
Schriftleitung: Prof. Dr. W. Wunderlich, Technische Hochschule Wien
Druck: Richard Bernhardt, Wien VI.