Internationale Mathematische Nachrichten
International Mathematical News
Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83), P. Flor (1986–99) und M. Drmota (2000–2007).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/104, A-1040 Wien. email *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 35,–

Bankverbindung: Konto Nr. AT83-1200-0229-1038-9200, bei der Bank Austria-Creditanstalt (BIC-Code BKAUATWW).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Weinitzendruck, 8044 Weinitzen.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903
http://www.oemg.ac.at/
email: *oemg@oemg.ac.at*

Sekretariat:

TU Wien, Institut 104,
Wiedner Hauptstr. 8–10, A 1040 Wien.
Tel. +43-1-58801-10401
email: *sekr@oemg.ac.at*

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 35,–

Bankverbindung: Konto Nr. AT83 1200022910389200 bei der Bank Austria–Creditanstalt (BKAUATWW).

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News
Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 230 (69. Jahrgang) **Dezember 2015**

Inhalt

Die Titelseite zeigt dessins d'enfant, die zu Morphismen der Riemannschen Zahlenkugel in sich gehören.

Der Begriff des dessin d'enfant, wörtlich „Kinderzeichnung", wurde von Felix Klein in seinen *Vorlesungen über das Ikosaeder* unter der Bezeichnung „Linienzug" benutzt. Seinen modernen Namen erhielt er anlässlich seiner Wiederentdeckung durch Alexander Grothendieck im Jahr 1984. Für eine holomorphe Funktion f von einer Riemannschen Fläche X in die Riemannsche Zahlenkugel, die nur $0, 1, \infty$ als kritische Werte besitzt (Belyi-Morphismus), ist die dazugehörige Kinderzeichnung definiert als derjenige in X eingebettete bipartite Graph, dessen schwarze Knoten bzw. weiße Knoten bzw. Kanten insgesamt die Mengen $f^{-1}(0)$ bzw. $f^{-1}(1)$ bzw. $f^{-1}([0,1])$ formen. Es gibt eine Bijektion zwischen Klassen von kombinatorisch-isomorphen Zeichnungen einerseits und Klassen von isomorphen Belyi-Morphismen andererseits.

Literatur: Leonardo Zapponi. What is a Dessin d'Enfant? *Notices AMS* 50 (2003), 788–789.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 230 (2015), 1–12

Probabilistic Methods in Analysis and Number Theory

Christoph Aistleitner
Johannes Kepler University Linz and Graz University of Technology

About the Author: *Christoph Aistleitner studied mathematics at Vienna University of Technology and wrote a master's thesis on 'Normal Numbers' under supervision of Michael Drmota. Then he moved to Graz University of Technology and became a PhD student of István Berkes and Robert Tichy. In 2008 he received a PhD degree for his thesis on 'Investigations in Metric Number Theory'. After several research stays abroad of a few months each (Budapest, Oberwolfach, Bonn) he was awarded a Schrödinger scholarship of the Austrian Science Fund which consists of two years abroad plus one year of "return phase", which he spent at the University of New South Wales in Sydney, at Kobe University, and at Johannes Kepler University in Linz. In June 2016 he will begin with his FWF START project at TU Graz, investigating, among others, the problems mentioned in this paper. Christoph Aistleitner has also been awarded the 2015 'Förderungspreis' of the Austrian Mathematical Society.*

1 Uniform distribution theory and discrepancy theory

The theory of uniform distribution modulo one plays a central role in my scientific life, just as it played and still plays a major role in the scientific life of many other Austrian mathematicians, starting with Edmund Hlawka; most of my research work is loosely centered around this theory. The origins of uniform distribution theory are connected with the Kronecker approximation theorem, which asserts that the fractional parts $(\{n\alpha\})_{\neq 1}$ of the sequence $(n\alpha)_{n\geq 1}$ are dense in the unit interval whenever $\alpha \notin \mathbb{Q}$. In 1909/1910 this statement was improved independently by Bohl, Sierpińksi and Weyl to the fact that $(n\alpha)_{n\geq 1}$ is even *uniformly distributed modulo one* (u.d. mod 1) for irrational α, which essentially means that

ISSN 0020-7926

every subinterval of $[0,1]$ asymptotically obtains its "fair share" of elements of the sequence. More precisely, an infinite sequence of real numbers $(x_n)_{n\geq 1}$ is called uniformly distributed modulo one if

$$\lim_{N\to\infty} \frac{A(N,[a,b])}{N} = b-a \tag{1}$$

for all $[a,b] \subset [0,1]$, where $A(N,[a,b])$ denotes the number of fractional parts $\{x_1\},\ldots,\{x_N\}$ which are contained in $[a,b]$. In other words,

$$A(N,[a,b]) = \sum_{n=1}^{N} \mathbb{1}_{[a,b]}(\{x_n\}),$$

where $\mathbb{1}_{[a,b]}$ denotes the indicator function of $[a,b]$.

This theory experienced an enormous boost with the appearance of Hermann Weyl's [19] seminal paper *Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins* in 1916,[1] which contains an abundance of brilliant ideas and connects the subject with number theory, in particular with the theory of exponential sums, and linked the topic with the emerging fields of probability theory and ergodic theory. The most important single idea from this paper is the *Weyl criterion*: a sequence $(x_n)_{n\geq 1}$ is u.d. mod 1 if and only if

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} e^{2\pi i h x_n} = 0$$

for all $h \in \mathbb{Z},\ h \neq 0$. Another observation is the following, which already anticipates the role of uniform distribution theory in so-called *Quasi-Monte Carlo integration* (QMC integration): a sequence $(x_n)_{n\geq 1}$ of numbers in $[0,1]$ is u.d. mod 1 if and only if

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} f(x_n) = \int_0^1 f(x)\, dx \tag{2}$$

for every Riemann-integrable function on $[0,1]$.

The quantitative version of uniform distribution theory is based on the notion of the *discrepancy*, which roughly speaking measures the deviation of the empirical distribution of a finite point set from the "perfect" uniform distribution. More precisely, for $x_1,\ldots,x_N \in [0,1]$ the discrepancy $D_N(x_1,\ldots,x_N)$ is defined as

$$D_N(x_1,\ldots,x_N) = \sup_{0\leq a<b\leq 1} \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathbb{1}_{[a,b]}(x_n) - (b-a) \right|. \tag{3}$$

[1] There is a centennial to celebrate in 2016!

An infinite sequence $(x_n)_{n\geq 1}$ of numbers in $[0,1]$ is u.d. mod 1 if and only if $D_N(x_1,\dots,x_N) \to 0$ as $N \to \infty$, and the discrepancy measures the "speed of convergence" in (1) or the "quality" of the distribution of a uniformly distributed sequence $(x_n)_{n\geq 1}$. The definition (3) should be compared to the definition of the (two-sided) Kolmogorov-Smirnov statistic for testing the empirical distribution of an observation $X_1,\dots,X_N$ against the uniform distribution – both notions coincide, and thus it is not surprising that methods from probability theory often play a major role in discrepancy theory, in particular if the point set under consideration is constructed in a randomized or parametric way. Note also that by the Glivenko-Cantelli theorem an infinite random sample $X_1(\omega), X_2(\omega),\dots,$ chosen independently and identically distributed from the uniform distribution on $[0,1]$, is almost surely u.d. mod 1 – thus a deterministic sequence which is u.d. mod 1 may be seen in a very vague way as a sequence showing "random" behavior.

The notions of uniform distribution modulo one and discrepancy extend to the multi-dimensional setting in a natural way, by replacing subintervals of $[0,1]$ by axis-parallel boxes contained in $[0,1]^d$. There is a quantitative version of (2), called the *Koksma-Hlawka inequality*, which states that for a d-variate function $f(\mathbf{x})$ on $[0,1]^d$ and points $\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N \in [0,1]^d$ we have

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} f(\mathbf{x}_n) - \int_{[0,1]^d} f(\mathbf{x})\, d\mathbf{x} \right| \leq (\mathrm{Var}\, f)\, D_N(\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N). \tag{4}$$

Here *Var* denotes the total variation of f in an appropriate sense (that is, in the sense of Hardy-Krause). The sum on the left of (4) is the so-called *Quasi-Monte Carlo estimator* of the integral of f, and by the right hand side the quality of this estimator can be improved by using a point set $\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N$ whose discrepancy is as small as possible. It is known that for all N,d there exist point sets $\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N \in [0,1]^d$ whose discrepancy is as small as

$$D_N(\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N) \leq c_d \frac{(\log N)^{d-1}}{N}; \tag{5}$$

thus QMC integration can achieve a convergence rate of order almost N^{-1}. The main competitor of QMC integration is *Monte Carlo integration* (MC integration), which uses random sampling points instead of deterministic ones. The main advantage of QMC integration are

- reliable deterministic error bounds rather than probabilistic ones,
- the avoidance of philosophical issues (How can we actually obtain a *random* point?), and
- a convergence rate of order almost N^{-1} rather than the MC error rate of order $N^{-1/2}$.

The construction of low-discrepancy point sets is a mathematical branch in its own right, which is intensively investigated at the Department of Financial Mathematics and Applied Number Theory of the Johannes Kepler University Linz, where I am currently working. This is a fascinating area of research which combines number theory, numerical analysis, harmonic analysis and the theory of finite fields. One of the main topics is the dependence of the discrepancy (and of the error of the QMC estimator) on the dimension d; see also Section 3 below. By the way, it is unknown whether the exponent of the logarithmic term in (5) can be reduced or not; this is the *Grand Open Problem* in this field.

For more information on uniform distribution theory and discrepancy theory, see the monographs of Kuipers and Niederreiter [14] and Drmota and Tichy [10].

2 Metric number theory, GCD sums and the Riemann zeta function

Metric number theory is concerned with the properties of *typical* real numbers, where typical numbers are those contained in a set of full measure. Here the measure classically is the Lebesgue measure, but may also be for example the Hausdorff dimension. A classical result in this field is Borel's theorem of 1909, which states that almost all numbers are *normal numbers*. This property is usually defined in terms of the asymptotic number of appearances of digits and blocks of digits in the expansion of a real number with respect to a base $\beta \in \mathbb{Z},\ \beta \geq 2$. However, using the notions from the previous section, Borel's theorem can also be phrased as the fact that $(\beta^n x)_{n \geq 1}$ is u.d. mod 1 for almost all x. Thus Borel's theorem can be seen as a special case of a later result of Weyl, who proved (in the paper of 1916, which was already mentioned above) that for every sequence $(a_n)_{n\geq 1}$ of distinct integers the sequence $(a_n x)_{n\geq 1}$ is u.d. mod 1 for almost all x.

The precise discrepancy estimate for Weyl's theorem is an important open problem. R.C. Baker [6] proved that for every strictly increasing sequence $(a_n)_{n\geq 1}$ of integers

$$D_N(\{a_1 x\}, \ldots, \{a_N x\}) = O\left(\frac{(\log N)^{3/2+\varepsilon}}{\sqrt{N}}\right)$$

for almost all x, and it is known that in this general result the exponent of the logarithmic term cannot be reduced below 1/2 (Berkes and Philipp [7]). Baker's theorem depends on Carleson's famous convergence theorem for the Fourier series of functions in the class L^2, as well as on the *Erdős-Turán inequality*, a classical tool in discrepancy theory which allows to estimate the discrepancy in terms of exponential sums. The problem concerning the discrepancy of $(\{a_n x\})_{n\geq 1}$ is closely connected with the problem concerning the almost everywhere convergence of series of dilated 1-periodic functions of the form

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n f(nx), \tag{6}$$

where f is assumed to satisfy certain regularity assumptions (such as being of bounded variation on $[0,1]$). This problem, in turn, is closely connected with certain sums involving greatest common divisors, an observation probably first made by Koksma in the 1930s. To see how this works, let us assume for simplicity that f is the indicator function of an interval $[a,b] \subset [0,1]$, extended with period 1 and centered to have mean zero (that is, $f(x) = \mathbb{1}_{[a,b]}(\{x\}) - (b-a)$). To obtain a convergence result for (6), the natural way to proceed is to find an upper bound for the variance of a partial sum, then use Chebyshev's inequality and apply the Borel-Cantelli lemma. Thus we have to estimate

$$\int_0^1 \Big(\sum_{n=1}^{N} c_n f(nx) \Big)^2 \, dx.$$

Expanding f into a Fourier series

$$f(x) \sim \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j e^{2\pi i j x},$$

we easily obtain $b_0 = 0$ and

$$b_j = \int_0^1 f(x) e^{-2\pi i j x} \, dx = \int_a^b e^{-2\pi i j x} \, dx, \qquad j \neq 0,$$

and accordingly

$$|b_j| \leq \frac{1}{\pi |j|}, \qquad j \neq 0.$$

Thus, by orthogonality, we have

$$\begin{aligned} \int_0^1 \Big(\sum_{n=1}^{N} c_n f(nx) \Big)^2 \, dx &= \underbrace{\sum_{m,n=1}^{N} \sum_{j,k \in \mathbb{Z}}}_{jm=kn} c_m c_n b_j \bar{b}_k \\ &\leq \underbrace{\sum_{m,n=1}^{N} \sum_{j,k \in \mathbb{Z}}}_{jm=kn} c_m c_n \frac{1}{\pi^2 |jk|}. \end{aligned} \tag{7}$$

When is $jm = kn$? One can easily see that this is the case whenever

$$j = \frac{hn}{\gcd(m,n)} \quad \text{and} \quad k = \frac{hm}{\gcd(m,n)}$$

for some integer h. Thus the sum in (7) is bounded by

$$\sum_{m,n=1}^{N} \sum_{h \in \mathbb{Z},\ h \neq 0} c_m c_n \frac{(\gcd(m,n))^2}{\pi^2 h^2 mn} \quad \leq \quad \frac{1}{3} \sum_{m,n=1}^{N} c_m c_n \frac{(\gcd(m,n))^2}{mn}.$$

This is the simplest way in which a so-called *GCD sum* can occur in this field; however, they also appear in several related areas, such as in metric Diophantine approximation in the context of the still unsolved *Duffin-Schaeffer conjecture*. The general form of such GCD sums which one has to deal with is

$$\sum_{m,n=1}^{N} c_m c_n \frac{(\gcd(a_m,a_n))^{2\alpha}}{(a_m a_n)^{\alpha}},$$

where $(a_n)_{1 \leq n \leq N}$ are distinct positive integers and α is a real parameter (usually from the range $[1/2,1]$). Optimal upper bounds for such GCD sums have been obtained in the case $\alpha = 1$ in 1949 by Gál [11] (solving a prize problem suggested by Erdős), in the case $\alpha \in (1/2,1)$ very recently by the author together with István Berkes and Kristian Seip [2], and a solution for $\alpha = 1/2$ was announced in summer 2015 by Bondarenko and Seip [8]. At the moment I am working together with Roswitha Hofer and Gerhard Larcher in Linz on applications of this machinery in metric number theory (see for example [5]), and we try to adapt these methods to handle problems concerning the distributions of so-called *pair correlations*, which play an important role in mathematical physics as the distributions of the spacings of the energy levels of certain integrable systems (for details see [16]). However, recently a totally unexpected and very exciting connection was found between GCD sums and problems concerning the order of the Riemann zeta function in the critical strip, which will be described in the subsequent paragraph.

It is common knowledge that the Riemann zeta function plays a leading role in number theory, and that there are many conjectures and unsolved problems concerning its behavior in the critical strip (of arguments having real part between 1/2 and 1). The Riemann zeta function is given by

$$\zeta(s+it) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{s+it}} = \prod_{p} \left(1 + \frac{1}{p^{s+it}} + \frac{1}{p^{2(s+it)}} + \frac{1}{p^{3(s+it)}} + \dots\right),$$

which already gives a hint on how both the additive and the multiplicative structure of the integers are embodied in this function.[2] The most prominent open problem

[2] Of course one has to be very careful with respect to convergence issues, the function is extended from $\{s+it:\ s>1\}$ to $\mathbb{C}\backslash\{1\}$ by analytic continuation.

is clearly the *Riemann hypothesis*, which asserts that all nontrivial zeroes of ζ have real part $1/2$. Another famous open problem is the Lindelöf hypothesis, which asserts that

$$|\zeta(1/2+it)| = O(t^{\varepsilon}) \quad \text{as } |t| \to \infty$$

for all $\varepsilon > 0$. The Lindelöf hypothesis is weaker than the Riemann hypothesis, but still a proof seems to be far out of reach; the classical upper bound

$$|\zeta(1/2+it)| = O(t^{1/6})$$

of Hardy-Littlewood (using methods of Hermann Weyl) was only improved to

$$|\zeta(1/2+it)| = O(t^{53/342+\varepsilon})$$

(Bourgain, 2014, [9]) over a period of roughly 100 years (note that $1/6 \approx 0.167$ and $53/342 \approx 0.155$, so the total reduction accounts only for roughly 7% of the original exponent). The corresponding lower bound is

$$\max_{t\in[0,T]} |\zeta(s+it)| \geq c_1 \exp\left(c_2 \frac{(\log T)^{1-s}}{(\log\log T)^s}\right),$$

for $s \in [1/2,1)$ (and constants c_1, c_2 depending on s), due to Montgomery [15] in 1977. Montgomery's method uses "typical" methods from analytic number theory such as contour integrals, together with results from Diophantine approximation. Recently, a totally different approach was presented by Soundararajan [17]. This approach, called the *resonance method*, is based on the following principle. Assume we want to prove the existence of a large value of $|\zeta(s+it)|$ for t in the range $[0,T]$. We find a "resonator" function $A(t)$ such that

$$I_1 := \int_0^T |\zeta(s+it)A(t)|^2 \, dt \qquad \text{is "large"}$$

while

$$I_2 := \int_0^T |A(t)|^2 \, dt \qquad \text{is "small",}$$

since then we have

$$\max_{t\in[0,T]} |\zeta(s+it)|^2 \geq \frac{I_1}{I_2}.$$

Clearly the problem is to find a good resonator $A(t)$. Presenting everything in a much oversimplified form, we may assume that $A(t)$ is a *Dirichlet polynomial*, that is, a function of the form

$$A(t) = \sum_{j=1}^{J} c_j j^{it},$$

and that

$$\zeta(s+it) \approx \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n^{s+it}}$$

for some appropriate values of J and N. Then, squaring out, we have

$$I_1 \approx \int_0^T \sum_{m,n=1}^{N} \sum_{j,k=1}^{J} c_j \bar{c}_k \frac{1}{m^s n^s} \left(\frac{jm}{kn}\right)^{it} dt.$$

This double sum can be split into those indices (m,n,j,k) for which $jm = kn$ (which give the desired contribution), and those for which this is not the case (the "remainder"). When is $jm = kn$? We have already seen this question above, and in the same way as above the answer gives rise to a GCD sum (with exponent $s \in [1/2,1)$). To bound the remainder gets increasingly hard when the value of J is raised; on the other hand, raising J gives larger values for the GCD sum. Similar issues occur with I_2. The whole topic cannot be fully described in a few lines; the reader is referred to [1] for a detailed exposition. In this paper we developed a method to use "long" resonators, and to recapture Montgomery's results with this machinery. Many interesting questions remain open, including possible improvements of the method and generalizations to other functions instead of the Riemann zeta function (such as, for example, functions from Selberg's class of L-functions). Still, one amazing breakthrough was already obtained using this method: a few months ago, Bondarenko and Seip [8] showed that the lower bound

$$\max_{t \in [0,T]} |\zeta(1/2+it)| \geq c_1 \exp\left(c_2 \frac{\sqrt{\log T}}{\sqrt{\log\log T}}\right)$$

of Montgomery can actually be improved to

$$\max_{t \in [0,T]} |\zeta(1/2+it)| \geq c_1 \exp\left(c_2 \frac{\sqrt{\log T}\sqrt{\log\log\log T}}{\sqrt{\log\log T}}\right),$$

thereby obtaining the first significant improvement in this field in almost 40 years. In this whole context, many things seem to be not yet understood – which means plenty of opportunities for the researcher.

3 Numerical integration and tractability theory

As explained in Section 1, the Koksma-Hlawka inequality and the existence of low-discrepancy point sets provide the framework for Quasi-Monte Carlo integration. However, the method does not come without its pitfalls. What one usually wants to calculate is a high-dimensional integral, as they arise in quantitative finance (pricing of financial derivatives) and actuarial mathematics (finding the expected loss). Thus we have to calculate an integral of the form

$$\int_{\mathbb{R}^d} g(y_1,\dots,y_d)\, d\mathbb{P}(y_1,\dots,y_d). \tag{8}$$

Some textbooks on quantitative finance just note that "this expected value can be transformed into an integral of the form

$$\int_{[0,1]^d} f(u_1,\dots,u_d)\, d(u_1,\dots,u_d), \tag{9}$$

and then proceed to develop the standard machinery of QMC integration. Technically it is true that such a transformation exists (moving from the measure $\mathbb{P}$ on $\mathbb{R}^d$ to the uniform measure on $[0,1]^d$ by inverting the conditional distributions coordinate-wise – the so-called *Rosenblatt transform*). However, when changing from (8) to (9) in this way, the possible irregularities of the measure $\mathbb{P}$ are incorporated into the function f. This is not a major issue in MC integration, where only distributions play a role. However, this can be a key obstacle for QMC integration, where *regularity* properties of the integrand are extremely important (be it bounded variation, bounded partial derivatives, bounded Fourier coefficients, etc.). It is easily seen that this problem is not so relevant when $\mathbb{P}$ is the d-dimensional product of 1-dimensional measures; and actually, since by Sklar's theorem every probability distribution function $F(y_1,\dots,y_d)$ can be written in the form

$$F(y_1,\dots,y_d) = C(F_1(y_1),\dots,F_d(y_d))$$

for a *copula* C (that is, for a probability distribution C whose one-dimensional marginals are uniform), one sees that what really matters is mainly the *dependence* between respective coordinates in the original measure (which can be incorporated into the copula C). Thus one is led to consider the general integration problem

$$\int_{[0,1]^d} f(\mathbf{x})\, d\mu(\mathbf{x})$$

rather than (9), where μ is a given probability measure, and the question is whether a theory of QMC integration can be developed in this more general setting. The two key ingredients for QMC integration are the Koksma-Hlawka inequality and the availability of low-discrepancy point sets – do they both also exist when in the integration problem and in the definition of the discrepancy the uniform measure is replaced by a general probability measure μ? Somewhat surprisingly, the answer is positive (see [3, 4]). In particular, for every μ and every d,N there exist points $\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N \in [0,1]^d$ such that

$$D_N(\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N;\mu) \le c_d \frac{(\log N)^{(3d+1)/2}}{N}, \tag{10}$$

where

$$D_N(\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N;\mu) = \sup_{A\in\mathcal{A}} \left| \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \mathbb{1}_A(\mathbf{x}_n) - \mu(A) \right|,$$

and where the supremum is extended over all axis-parallel boxes in $[0,1]^d$. Astonishingly, the constant on the right hand side of (10) is independent of the measure μ. However, several important questions are unsolved. In comparison with (5), one wonders whether the right hand side of (10) can actually be improved to that appearing on the right hand side of (5) in the case of the uniform measure. Most importantly, the proof of (10) is a pure (combinatorial-probabilistic) existence proof, and it is totally unclear how to construct low-discrepancy point sets for non-uniform measure. A natural approach is to start with classical low-discrepancy point sets (with respect to the uniform measure), and try to transform them in such a way as to obtain a low-discrepancy point set with respect to a different measure μ. However, this method does not seem to produce satisfactory results, which means that totally new ideas will be necessary for a solution of the problem.

Another problem with classical QMC integration is the fact that error estimates such as $(\log N)^{d-1}/N$ are only useful if N is very large in comparison with d.[3] However, in applications one often has to choose d large (say $d = 365$), which means that QMC integration in this setting is completely infeasible on a computer. To address this issue, the notion of the *inverse of the discrepancy* has been introduced: let $n(d,\varepsilon)$ denote the smallest possible cardinality of a point set in $[0,1]^d$ having discrepancy at most ε. It is known that $n(d,\varepsilon) \leq c_{\text{abs}} d\varepsilon^{-2}$ by a fundamental result of Heinrich, Novak, Wasilkowski and Woźniakowski [12]. The corresponding lower bound is $n(d,\varepsilon) \geq c_{\text{abs}} d\varepsilon^{-1}$ (Hinrichs [13]); thus the inverse of the complexity depends only linearly on the dimension (which came as quite a surprise). However, all the proofs are probabilistic; in particular, the proof of the upper bound depends on large deviations inequalities for the supremum of empirical processes, due to Talagrand, together with entropy estimates for the class of axis-parallel boxes, due to Haussler. So the situation is somewhat similar to that in the previous paragraph: we know that well suited low-discrepancy point sets exist (also when d is large and N is moderate in comparison with d), but we do not have any understanding of how such point sets can be actually constructed.

The problems explained in the two paragraphs above are just two examples from the theory of *irregularities of distributions* (asking for the minimal deviation of a specific pattern from a given "optimal" distribution) and from the theory of *information-based complexity*, respectively. The former has close ties with harmonic analysis and with combinatorics, which cannot be presented here in detail – keystones of the combinatorial aspect are *The Probabilistic Method* in the spirit

[3] Note that $(\log N)^{d-1}/N$ is an increasing function in N for $N < e^{d-1}$.

of Paul Erdős and balancing estimates such as Spencer's *Five standard deviations suffice* theorem, and problems often concern the existence of well-balanced colourings such as in the *Erdős discrepancy problem*, where a solution has been recently announced by Terence Tao [18]. The latter subject of information-based complexity deals with the question of how many pieces of information (think of function evaluations) one requires in order to approximate the value of a certain functional (think of an integral) up to a given precision. This theory is connected with problems about entropy (such as covering numbers, packing numbers) and with the theory of function spaces (since for error estimates the functional of interest usually operates on the unit ball of a given function space). The question asking which problems are computationally *tractable* and which are *intractable* (for example because they suffer the *curse of dimensionality*, an exponential dependence of the information-complexity on the dimension) is of course of fundamental importance for numerical analysis – but still, the question of how the dimensionality of a problem influences the computational complexity is relatively new, and provides a rich and exciting hunting ground for a researcher.

4 Acknowledgments

The author is supported by a Schrödinger scholarship of the Austrian Science Fund (FWF), and by FWF projects I1751-N26 and F5507-N26.

References

[1] C. Aistleitner. Lower bounds for the maximum of the Riemann zeta function along vertical lines. *Math. Ann.* To appear. Available at *http://arxiv.org/abs/1409.6035*.

[2] C. Aistleitner, I. Berkes, and K. Seip. GCD sums from Poisson integrals and systems of dilated functions. *J. Eur. Math. Soc.*, 17(6):1517–1546, 2015.

[3] C. Aistleitner and J. Dick. Low-discrepancy point sets for non-uniform measures. *Acta Arith.*, 163(4):345–369, 2014.

[4] C. Aistleitner and J. Dick. Functions of bounded variation, signed measures, and a general Koksma-Hlawka inequality. *Acta Arith.*, 167(2):143–171, 2015.

[5] C. Aistleitner, R. Hofer, and G. Larcher. On parametric Thue-Morse sequences and lacunary trigonometric products. Preprint. Available at *http://arxiv.org/abs/1502.06738*.

[6] R. C. Baker. Metric number theory and the large sieve. *J. London Math. Soc. (2)*, 24(1):34–40, 1981.

[7] I. Berkes and W. Philipp. The size of trigonometric and Walsh series and uniform distribution mod 1. *J. London Math. Soc. (2)*, 50(3):454–464, 1994.

[8] A. Bondarenko and K. Seip. Large GCD sums and extreme values of the Riemann zeta function. Preprint. Available at *http://arxiv.org/abs/1507.05840*.

[9] J. Bourgain. Decoupling, exponential sums and the Riemann zeta function. Preprint. Available at *http://arxiv.org/abs/1408.5794*.
[10] M. Drmota and R. F. Tichy. *Sequences, discrepancies and applications*, volume 1651 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.
[11] I. S. Gál. A theorem concerning Diophantine approximations. *Nieuw Arch. Wiskunde (2)*, 23:13–38, 1949.
[12] S. Heinrich, E. Novak, G. W. Wasilkowski, and H. Woźniakowski. The inverse of the star-discrepancy depends linearly on the dimension. *Acta Arith.*, 96(3):279–302, 2001.
[13] A. Hinrichs. Covering numbers, Vapnik-Červonenkis classes and bounds for the star-discrepancy. *J. Complexity*, 20(4):477–483, 2004.
[14] L. Kuipers and H. Niederreiter. *Uniform distribution of sequences*. Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], New York-London-Sydney, 1974.
[15] H. L. Montgomery. Extreme values of the Riemann zeta function. *Comment. Math. Helv.*, 52(4):511–518, 1977.
[16] Z. Rudnick and P. Sarnak. The pair correlation function of fractional parts of polynomials. *Comm. Math. Phys.*, 194(1):61–70, 1998.
[17] K. Soundararajan. Extreme values of zeta and *L*-functions. *Math. Ann.*, 342(2):467–486, 2008.
[18] T. Tao. The Erdős discrepancy problem. Preprint. Available at *http://arxiv.org/abs/1509.05363*.
[19] H. Weyl. Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins. *Math. Ann.*, 77(3):313–352, 1916.

Author's address: Christoph Aistleitner, Department of Financial Mathematics and Applied Number Theory, Johannes Kepler University Linz. Altenbergerstraße 69, A-4040 Linz. email aistleitner@math.tugraz.at.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 230 (2015), 13–20

Open Access

Falk Reckling,
Guido Blechl und Brigitte Kromp,
Peter Michor

Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung (FWF)
Zentralbibliothek für Physik in Wien
Fakultät für Mathematik, Universität Wien

Open Access bei Springer publizieren

Meinung: Falk Reckling

Das Österreichische Bibliothekskonsortium und der Wissenschaftsfonds FWF haben mit dem Springer-Verlag eine „Compact Lizenz" vereinbart. Forscherinnen und Forscher können damit in über 1.600 Zeitschriften des Verlags Publikationen frei zugänglich veröffentlichen. Falk Reckling vom FWF erklärt, warum der Vertrag trotz mancher Bedenken wegweisend ist.

Die Vereinbarung „Springer Compact" mag keine optimale Vereinbarung sein, sehr zufriedenstellend ist sie aber allemal, weil sie den Weg zur vollständigen Umstellung des akademischen Publikationssystems auf Open Access ebnet. Aber es gibt natürlich auch weiterhin Bedenken gegen Open Access im Allgemeinen und gegen solche Vereinbarungen im Besonderen.

Vorbehalte und Skepsis. Einige Verlage, aber auch Bibliotheken, sind der Überzeugung, dass es keine Veränderungen im bestehenden System braucht. Der Tenor lautet: Alles ist gut, so wie es ist. Als ein Argument für das So-weitermachen-wie-bisher wird etwa angeführt, dass die Menge der Publikationen, die den Wisschafterinnen und Wissenschaftern von den Verlagen zur Verfügung gestellt wird, mehr steigt als der Preis. Einige Wissenschafterinnen und Wissenschafter und Forschungsförderer meinen weiters, es wäre völlig ausreichend, wenn die Scientific

ISSN 0020-7926

Lizenzmodell „Springer Compact“

Bisher hatten die Wissenschafterinnen und Wissenschafter nur einer Forschungsstätte in Österreich Zugriff auf alle Springer-Subskriptionszeitschriften (über 1.600). Und Open Access konnten in diesen Zeitschriften fast ausschließlich vom FWF geförderte Autorinnen und Autoren publizieren. Ab Jänner 2016 haben nun Wissenschafterinnen und Wissenschafter von 34 wissenschaftlichen Einrichtungen in Österreich Zugriff auf alle Springer-Subskriptionszeitschriften, und sie können in diesen Zeitschriften, wenn sie corresponding authors sind, kostenfrei Open Access publizieren. Im Vergleich zur bisherigen Vereinbarung kostet die neue zwar geringfügig mehr, bietet aber Autorinnen und Autoren sowie Leserinnen und Lesern weitaus mehr Leistungen.

Community, also die Wissenschafterinnen und Wissenschafter unter sich, Zugriff auf Publikationen und Daten haben.

Neben den Verfechtern eines traditionellen Publikationssystems gibt es aber auch durchaus Bedenken unter den Befürwortern und Anhängern von Open Access selbst, die lieber eigenorganisiert auftreten und sich von den großen Verlagen distanzieren wollen – in dem Glauben, die Community könne das System besser, unabhängig und günstiger regeln.

Entwicklungen in Gang setzen. Daher ist es umso bemerkenswerter, dass es mit dieser Vereinbarung gelungen ist, sich aus der Umklammerung der angeführten und üblichen Bedenken zu lösen und diesen wichtigen Schritt zu wagen. Er ist ein bedeutender Baustein in eine zukunftsweisende Richtung. Das heißt für uns nun aber auch, diese Entwicklung voranzutreiben und die nächsten Schritte zu setzen. Denn nach dem Deal ist vor dem Deal. Das bedeutet, es geht weiter und es geht sicherlich noch besser. Wie der FWF schon an anderer Stelle dargelegt hat, braucht es zumindest vier Maßnahmen für einen funktionalen akademischen Publikationsmarkt der Zukunft.

Weitere Maßnahmen und Ziele. Erstens braucht es eine größere Kostentransparenz, denn es gibt starke Indizien (siehe für Österreich), dass bereits jetzt ausreichend Geld im System ist, um Open Access zu finanzieren. Die Max Planck Gesellschaft hat hierzu einen sehr guten Vorschlag gemacht.

Zweitens ist mehr Wettbewerb zwischen den Publikationsanbietern nach dem Preis-Leistungs-Prinzip nötig, sonst wird es einen zunehmenden Konzentrationsprozess am Markt und weitere Preisanstiege geben. Dazu gehört auch, dass sich die Wissenschaftsinstitutionen wieder stärker bei der Etablierung auch nicht kommerzieller, hochqualitativer Publikationsmodelle engagieren müssen.

In einer zusehends internationalisierten Wissenschaft bedarf es drittens mehr grenzübergreifender Kooperationen der Fördergeber, inklusive des „Poolens" von Fördergeldern.

Open Access sollte viertens, so wie in den Niederlanden, Bestandteil der offiziellen Regierungspolitik werden. Hier erhoffen wir uns durch die EU-Präsidentschaft der Niederlande 2016 neue Impulse für Europa wie auch für Österreich.

Zahlreiche Beteiligte ermöglichen neues Modell. Abschließend möchte ich im Namen des Wissenschaftsfonds FWF für das Zustandekommen der Vereinbarung ein großes Dankeschön an alle Beteiligten aussprechen. Eine Reihe von Personen trägt ihren Anteil an der Verwirklichung dieses Modells:

- Beim Springer Verlag gilt der Dank insbesondere Heike Klingebiel, Juliane Ritt und auch Wim van der Stelt, die sehr konstruktiv verhandelt haben.
- Die Kooperation E-Medien und hier allen voran Brigitte Kromp von der Universität Wien, aber auch Bruno Bauer von der Medizinischen Universität Wien, haben mit hohem Einsatz und viel Pragmatismus – wie auch schon bei einigen Vorläufer-Abkommen wie $SCOAP^3$, mit IoP Publishing oder mit Taylor & Francis – die Vereinbarung erst ermöglicht.
- Das Bundesministerium für Wissenschaft, Forschung und Wirtschaft (BMWFW), insbesondere in der Person von Peter Seitz, unterstützt die Verlagsverhandlungen und das Open Access Network Austria (OANA) seit Jahren sehr engagiert.
- Vom FWF möchte ich ganz besonders den ehemaligen Präsidenten Christoph Kratky, aber auch das derzeitige Präsidium hervorheben, weil es unter ihnen möglich war, auch gegen Widerstände Risiken einzugehen und offensiv Akzente zu setzen.
- Die Universitätenkonferenz (UNIKO) hat vor allem in Person von Vizerektorin Susanne Weigelin Schwierdzik, aber auch von Präsident Heinrich Schmidinger einen maßgeblichen Anteil. Sie haben durch ihren Einsatz dem Thema den nötigen forschungspolitischen Nachdruck verliehen. Dass das ein Erfolgsrezept ist, zeigt die Strategie der niederländischen Universitäten. Dort haben die Rektorinnen und Rektoren die Verhandlungsführung mit den Verlagen übernommen, um Open Access durchzusetzen.

Falk Reckling ist Leiter der Abteilung Strategie-Analysen beim Wissenschaftsfonds FWF. Dort verantwortet er die Bereiche Strategie des FWF, Forschungsstatistik und -dokumentation sowie „Scholarly Communication" inklusive Open Access.

Dieser Artikel wurde auf der Webseite des FWF publiziert (*http://scilog.fwf.ac.at/artikel/2826/open-access-bei-springer-publizieren*). Der Nachdruck erfolgt mit freundlicher Genehmigung.

Open Access für die Universitätsbibliothek Wien

Wieso die Universitätsbibliothek Wien den neuen Springer Compact-Vertrag abgeschlossen hat – von Guido Blechl und Brigitte Kromp

1. Zum Vertrag. Springer, der Wissenschaftsfonds FWF und die *Kooperation E-Medien Österreich* (KEMÖ) haben ein weitreichendes, neues Lizenzmodell „Springer Compact“ für den Zeitraum 2016–2018 vereinbart. Springer Compact verbindet die Nutzung von Inhalten auf „Springer Link“ mit der Möglichkeit, Open Access zu publizieren („Read & Publish“). Dies bedeutet, dass Angehörige der 34 am Konsortium teilnehmenden Einrichtungen einerseits lesenden Zugriff auf über 2.000 Springer-Zeitschriften haben und andererseits ab 1.1.2016 in über 1.600 Springer-Subskriptionszeitschriften ohne Bezahlung von Gebühren Open Access publizieren können.

Österreich ist nach den Niederlanden das zweite Land, in welchem dieser innovative Lizenzvertrag mit einer Open Access-Komponente umgesetzt wurde.

Weitere Pilotprojekte wurden mit der Max-Planck-Gesellschaft und dem *Joint Information Systems Committee* in Großbritannien abgeschlossen. Ziel des Abkommens ist es, die Transformation von einem subskriptionsbasierten auf ein Open Access-basiertes Publikationssystem voranzutreiben und dabei gleichzeitig zur Erhöhung der weltweiten Sichtbarkeit der österreichischen Forschung beizutragen.

2. Positive Effekte. Für Wissenschafterinnen und Wissenschafter und Institutionen gibt es die folgenden positiven Effekte:

- Sichtbarkeit des österreichischen Forschungsoutput wird stark erhöht
- Finanzielle und administrative Entlastung der Wissenschafterinnen und Wissenschafter
- Open Access-Mandate (z.B. Horizon 2020, FWF) können leicht erfüllt werden, Open Access-Veröffentlichung auch in „traditionellen“ Zeitschriften möglich
- Artikel erhalten Creative Commons-Lizenzen (CC BY oder CC BY-NC), wodurch deren Verbreitung und Nachnutzbarkeit möglich ist
- Sofortiger Upload des finalen Artikels in der Verlagsversion in jedes Repositorium und auf jede Homepage erlaubt
- Neue Wege der Transformation des Publikationswesens von Closed zu Open Access: Andere Verlage werden ermutigt, ebenfalls Read & Publish-Pakete anzubieten
- Österreichische Universitäten und der FWF als Early Adopter und Förderer für innovative Publikationsmodelle
- Österreich gestaltet Entwicklungen im Publikationswesen proaktiv mit und kann so wertvolle Erfahrungen für zukünftige Verlagsverhandlungen sammeln.

3. Finanzierung. Die Kosten des neuen Vertrags bestehen aus einem Pauschalpreis, der drei Komponenten abdeckt: Zugang zu rund 2.000 Zeitschriften, Archivrechte auf diese Zeitschriften für die bezahlten Jahre 2016–2018 und kostenfreies Open Access-Publizieren in rund 1.600 Subskriptionszeitschriften. Voraussetzungen für das Open Access-Publizieren sind, dass die Autorinnen und Autoren Angehörige einer der teilnehmenden Einrichtung sind und als *corresponding author* aufscheinen. Im Vergleich zur bisherigen Vereinbarung konnte neben der Open Access-Komponente erstmalig auch der Zugriff auf das gesamte Portfolio von Springer für alle Konsortialteilnehmer verhandelt werden. Insgesamt kostet der neue Springer Compact-Vertrag zwar geringfügig mehr als der Vorgängervertrag, bietet aber sowohl den Autorinnen und Autoren als auch den Leserinnen und Lesern weitaus mehr Leistungen.

Adresse der Autoren:

DI Guido Blechl, Open Access Office, c/o Zentralbibliothek Physik der Universität Wien, Boltzmanngasse 5, 1090 Wien.

Mag. Brigitte Kromp, Leiterin der Zentralbibliothek für Physik und der Fachbereichsbibliothek Chemie der Universität Wien, Boltzmanngasse 5, 1090 Wien.

Eine akzeptable pragmatische Lösung

Peter Michor

"Open Access" ist von seiner Intention und seinem Ansatz her ein richtiger und moralisch guter Vorschlag. Doch die großen Wissenschaftsverlage haben "Open Access" schnell in einen weiteren Einkommensstrom verwandelt, der keine nennenswerten Kosten verursacht. Wissenschaftliches Publizieren ist eine wirtschaftliche Tätigkeit mit gefangenem Markt, der bis zu 40 Prozent Rohgewinn vom Umsatz bietet; dies steht so sogar in Hauptversammlungs-Prospekten mancher Verlage. Dieser Gewinn kommt fast ausschließlich aus Forschungsgeldern, also aus Steuergeldern.

Die jetzt getroffene Vereinbarung mit dem Springer-Verlag sieht nicht mehr nach Kapitulation vor finanziellem Wegelagerertum aus. Sie ist pragmatisch und moralisch durchaus akzeptabel.

Peter Michor war von 1995 bis 1998 Sekretär der Europäischen Mathematischen Gesellschaft, dabei Initiator und Mitbegründer von http://www.univie.ac.at/EMIS/, und 1999–2003 Vorsitzender des Committee on Electronic Information and Communication (CEIC) der Internationalen Mathematischen Union.

Mathematische Zeitschriften des Springer-Verlags

Wir geben im Folgenden für die einzelnen mathematischen Zeitschriften des Springer-Verlags an, wie sich das *Springer Compact*-Abkommen auf sie auswirken wird. Diese Angaben basieren auf Daten, die freundlicherweise von der Zentralbibliothek Physik in Wien zur Verfügung gestellt wurden, und auf Informationen, die auf den Webseiten des Springer-Verlags zu finden sind. Die Redaktion der IMN möchte trotz Sorgfalt in der weiteren Verarbeitung dieser Daten keine Garantie für die Richtigkeit und Vollständigkeit der folgenden Listen übernehmen.

Die folgenden 115 mathematischen Zeitschriften sind unter den 1.671 Zeitschriften, in welchen Angehörige der an *Springer Compact* teilnehmenden Institutionen ohne Kosten Open Access publizieren können (sofern sie die korrespondierenden Autoren sind).

• *Acta Applicandae Mathematicae* • *Acta Mathematica Vietnamica* • *Advances in Comput. Mathematics* • *Afrika Matematika* • *Algebras and Representation Theory* • *Annales Henri Poincare* • *Annales mathématiques du Québec* • *Annali dell'università di Ferrara* • *Annali di Matematica Pura ed Applicata (1923–)* • *Annals of Combinatorics* • *Annals of Global Analysis and Geometry* • *Applied Categorical Structures* • *Applied Mathematics & Optimization* • *Arabian J. Mathematics* • *Archiv der Mathematik* • *Archive for Math. Logic* • *Archive for Rational Mechanics and Analysis* • *Beiträge zur Algebra und Geometrie* • *BIT Numerical Mathematics* • *Bulletin of Math. Biology* • *Calculus of Variations and Partial Differential Equations* • *Calcolo* • *Collectanea Mathematica* • *Communications in Mathematics and Statistics* • *Communications in Math. Physics* • *Comput. and Applied Mathematics* • *Comput. and Math. Organization Theory* • *Comput. Methods and Function Theory* • *Comput. Optimization and Applications* • *Computing* • *Computing and Visualization in Science* • *Constructive Approximation* • *Decisions in Economics and Finance* • *Designs, Codes and Cryptography* • *Discrete & Comput. Geometry* • *Discrete Event Dynamic Systems* • *Educational Studies in Mathematics* • *European Actuarial J.* • *European J. Mathematics* • *Extremes* • *Finance and Stochastics* • *Foundations of Comput. Mathematics* • *Fuzzy Optimization and Decision Making* • *Geometriae Dedicata* • *Geometric and Functional Analysis* • *Graphs and Combinatorics* • *Inventiones mathematicae* • *GEM – International J. Geomathematics* • *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* • *Japan J. Industrial and Applied Mathematics* • *J. für Mathematik-Didaktik* • *J. Algebraic Combinatorics* • *J. Applied Mathematics and Computing* • *J. Combinatorial Optimization* • *J. Dynamical and Control Systems* • *J. Dynamics and Differential Equations* • *J. Engineering Mathematics* • *J. Fixed Point Theory and Applications* • *J. Geometric Analysis* • *J. Geometry* • *J. Global Optimization* • *J. Heuristics* • *J. Homotopy and Related Structures* • *J. Math. Biology* • *J. Math. Chemistry* • *J. Math.*

Fluid Mechanics • *J. Math. Modelling and Algorithms in Operations Research* • *J. Nonlinear Science* • *J. Operations Research Society of China* • *J. Scientific Computing* • *J. Optimization Theory and Applications* • *J. Theoretical Probability* • *Lettera Matematica Pristem* • *Letters in Math. Physics* • *Lifetime Data Analysis* • *Manuscripta Mathematica* • *Math. Geosciences* • *The Math. Intelligencer* • *Math. Methods of Operations Research* • *Math. Physics, Analysis and Geometry* • *Math. Programming* • *Math. Programming Computation* • *Mathematics and Financial Economics* • *Mathematics Education Research J.* • *Mathematics in Computer Science* • *Mathematics of Control, Signals, and Systems* • *Mathematische Annalen* • *Mathematische Semesterberichte* • *Mathematische Zeitschrift* • *Methodology and Computing in Applied Probability* • *Monatshefte für Mathematik* • *Numerical Algorithms* • *Numerische Mathematik* • *Optimization and Engineering* • *Optimization Letters* • *Order* • *Periodica Mathematica Hungarica* • *Potential Analysis* • *Probability Theory and Related Fields* • *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas* • *The Ramanujan J.* • *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (1952–)* • *Revista Matemática Complutense* • *Ricerche di Matematica* • *São Paulo J. Math. Sciences* • *Science China Mathematics* • *Set-Valued and Variational Analysis* • *Statistical Inference for Stochastic Processes* • *Statistical Methods & Applications* • *Statistics and Computing* • *Stochastic Partial Differential Equations: Analysis and Computations* • *Theoretical and Math. Physics* • *Vietnam J. Mathematics* • *ZDM* • *Z. für angewandte Mathematik und Physik.*

Die folgenden 10 mathematischen Zeitschriften sind Open Access-Zeitschriften in der Kategorie *Springer Open*, die sich unverändert dadurch finanzieren, dass die Autoren für die Veröffentlichung bezahlen. Sie sind von dem *Springer Compact*-Abkommen nicht betroffen.

• *Advances in Difference Equations* • *Boundary Value Problems* • *Bulletin of Math. Sciences* • *J. Inequalities and Applications* • *The J. Math. Neuroscience* • *J. Mathematics in Industry* • *J. Uncertainty Analysis and Applications* • *Math. Sciences* • *Research in Number Theory* • *Research in the Math. Sciences.*

Die folgenden 52 mathematischen Zeitschriften werden im Rahmen des *Springer Compact*-Abkommens für alle teilnehmenden Institutionen frei zugänglich sein, es gibt aber nicht die Möglichkeit, kostenfrei Open Access zu publizieren; der Hauptgrund dafür ist, dass diese Zeitschriften nicht dem Springer-Verlag gehören.

• *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg* • *Acta Mathematica* • *Acta Mathematica Hungarica* • *Acta Mathematica Sinica, English Series* • *Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series* • *Algebra and Logic* • *Analysis Mathematica* • *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* • *Applications of Mathematics* • *Applied Mathematics and*

Mechanics • Applied Mathematics – A Journal of Chinese Universities • Automatic Documentation and Math. Linguistics • Arkiv för Matematik • Bollettino dell'Unione Matematica Italiana • Bulletin of the Brazilian Math. Society, New Series • Chinese Annals of Mathematics, Series B • Combinatorica • Comput. Mathematics and Math. Physics • Comput. Mathematics and Modeling • Czechoslovak Math. J. • Differential Equations • Doklady Mathematics • Frontiers of Mathematics in China • Functional Analysis and Its Applications • Indian J. Pure and Applied Mathematics • Israel J. Mathematics • Japanese J. Mathematics • J. d'Analyse Mathématique • J. Applied and Industrial Mathematics • J. Contemporary Math. Analysis • J. Math. Sciences • Lithuanian Math. J. • Lobachevskii J. Mathematics • Math. Methods of Statistics • Math. Models and Computer Simulations • Math. Notes • Moscow University Comput. Mathematics and Cybernetics • Moscow University Mathematics Bulletin • Numerical Analysis and Applications • P-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications • Proceedings – Math. Sciences • Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics • Publications mathématiques de l'IHÉS • Regular and Chaotic Dynamics • Russian J. Math. Physics • Russian Mathematics • Siberian Advances in Mathematics • Siberian Math. J. • Ukrainian Math. J. • Moscow University Mathematics Bulletin • Vestnik St. Petersburg University: Mathematics • Wuhan University J. Natural Sciences.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 230 (2015), 21–37

Mathematics at IST Austria

Nick Barton, Herbert Edelsbrunner, László Erdős, Tamás Hausel, Jan Maas, Robert Seiringer, Caroline Uhler, Uli Wagner

IST Austria

Introduction

IST Austria is a multidisciplinary research institution dedicated to cutting-edge, curiosity-driven basic research in the natural, mathematical, and computer sciences, both theoretical and experimental. It is not a university in the traditional sense, its focus is solely on research and the training of graduate students. Apart from student interns we do not have regular undergraduate students and we cannot grant B.Sc. or M.Sc. degrees. The official language is exclusively English on the whole campus to ensure that international students and faculty members can participate equally in all scientific and social activities.

We believe IST Austria is almost unique in the world; among other institutions world-wide its structure is probably the closest to the Weizmann Institute. In fact, Professor Haim Harari, former president of the Weizmann Institute, has played a pivotal role in setting up the concept of IST Austria. The vision was to create a special environment where researchers from different disciplines have much more interaction than at a traditional institute with separate faculties, departments and schools.

We have several colleagues who struggled to find their home at their previous institutions with more rigid departmental boundaries. Herbert Edelsbrunner and Uli Wagner are equally at home in mathematics and computer science, and always wished not having to make a choice. Robert Seiringer is a physicist by education and has spent most of his academic life in physics departments, but his work is very mathematical. Nick Barton's primary interest is evolutionary biology but some of his work has remarkable mathematics components; in addition he enjoys teaching mathematics. They all feel much more comfortable at IST Austria, where they are free to choose their level of involvement in the activities of different

ISSN 0020-7926

disciplines and where they have ample opportunity to interact with researchers of other areas.

To foster a creative and interdisciplinary scientific atmosphere, all hierarchical and separating organizational structures, such as departments, are avoided at IST Austria. The scientists are organized into independent research groups, each headed by a professor or a tenure-track assistant professor. Each professor has full control over his/her research group, and in particular can solely decide about hiring postdocs. The research budget of the group consists of three parts. A basic budget is provided by the institute and is renegotiated every five years based upon performance. Additionally, several targeted funds are available within the institute for which every IST faculty member can compete (for example we have special funds for novel interdisciplinary projects or for long term visitors). Finally, a large part of the group budget comes from third party funding and most of our current funding comes from abroad (EU-financed projects, mostly ERC grants).

The key policy issues beyond the research group, such as strategic planning, faculty hiring and graduate school, are discussed at the level of the whole institute with the participation of all faculty members. Many decisions need to be reached on a broader basis, and we learn to respect the specific needs and concerns of our colleagues from other disciplines. Naturally, mathematicians play the decisive role in hiring new mathematics faculty or in shaping the curriculum of mathematics courses, but other colleagues bring in their opinion as well. Special attention is given to opportunities to foster mutual interests across disciplines. Jointly designed courses, interdisciplinary seminars and joint social activities open to all members, including our cafe, retreats, table-tennis tournaments and the like, bring together mathematicians, physicists, computer scientists, neuroscientists and biologists.

Interdisciplinarity is a key mission of IST Austria. We interpret it not as knowing a little bit of everything, but rather deeply knowing our own area – in the classical sense of academic education – combined with the ability and openness to communicate about research outside of our own discipline. While an interdisciplinary attitude is always welcome, we fully recognize that several areas of mathematics do not have a direct interdisciplinary component. In order to promote integrity of mathematics on campus and bring IST Austria onto the world map of the mathematics community, we keep our doors open to excellent mathematicians working in such areas as well. In fact, interdisciplinary research is not a requirement, as scientific excellence is the only criterion for evaluating our performance, and some colleagues achieve this strictly within the boundaries of mathematics. However, the open environment strongly encourages interactions. Sometimes these interactions result in joint publications, grant proposals, co-supervised students; sometimes it is only an illuminating discussion with no concrete follow-up. But more important is that a culture of openness is established and passed on to our students.

Our graduate school is also designed to serve this mission. In addition to students with a canonical B.Sc. or M.Sc. degree in a single discipline, we also admit students with a very mixed educational background. Broad intellectual curiosity is more important than particular grades in the admission process. We also encourage students to leave their comfort zone, at least temporarily, and explore other areas before they follow advanced specialized courses. All first year students at IST Austria (not only mathematicians) are required to take a multidisciplinary core course on *Modelling* where they work on diverse projects in groups consisting of a few mathematics and a few non-mathematics students. In addition, every student has to complete three half-semester projects (so-called *rotations*) with three different research groups outside his or her primary research area. The aim is to introduce them to the language and culture of different disciplines before they specialize and eventually affiliate with a research group. Even after affiliation, the cross-boundaries remain open; we have several students being co-advised by more than one faculty member.

The mathematics colleagues regularly teach introductory courses in linear algebra, differential equations, probability and statistics for students whose primary focus is outside of mathematics. The core course on Modelling is co-taught by a mathematics and a non-mathematics oriented professor. In addition, this year we develop a core mathematics course that will be required for every mathematics oriented student and it is designed to give a broad overview. Finally, we have several advanced courses that reflect the research interests of the faculty. They introduce students to the necessary background of the actual work done at the research groups. The regular courses are complemented with many seminars, group meetings and often *ad hoc* discussions. We regularly ask outside speakers coming to our research seminars to give an additional informal presentation on the background of their topic where students are explicitly encouraged to ask questions.

Research Groups in Mathematics at ISTA

According to the long term development plan of the institute, we hire about four to five new faculty members each year. There are no pre-set yearly quotas to regulate the growth of various disciplines, but we strive for a healthy balance over a longer run. Mathematics was a bit underrepresented at the beginning. Only three mathematicians, Nick Barton, Herbert Edelsbrunner and Caroline Uhler, were on campus by 2013, but the process has speeded up since then: László Erdős, Robert Seiringer and Uli Wagner joined in 2013, Jan Maas came in 2014 and Tamás Hausel will start in 2016. In the following we introduce the mathematical interests of each research group.

Barton Group – Mathematical Models of Evolution

Nick Barton is an eminent evolutionary biologist with strong connections to mathematics. He was the very first professor on IST Austria campus starting in 2007.

His research centres on theoretical models for the evolution of populations that are distributed through space, and that experience natural selection on many genes. These models use a variety of mathematical methods, the most important being diffusion approximations to the evolution of probability distributions; stochastic PDEs that describe populations in one or two spatial dimensions; and statistical models for traits that depend on large numbers of genes. The research group includes students and postdocs with backgrounds in biology, physics, computer science, and mathematics, and collaborates with mathematicians and theoretical computer scientists. Some of their more mathematical projects are summarised below.

Multilocus theory: Barton has developed general methods for calculating the response of multilocus systems to selection, which avoid the usual assumptions of additivity and normality. These link the statistical description of phenotypes (i.e., quantitative genetics) with the underlying dynamics of genotype frequencies; the same approach extends to give a rigorous basis for kin selection, the key concept in social evolution. Recent work shows that existing ad hoc models of gene interaction can easily be analysed in a general framework [3].

Genealogies and branching processes: During the past decade, theoretical population genetics has been dominated by the coalescent process, which describes the evolution of genealogical relationships among samples of neutral genes. This approach is ideally suited to analyzing DNA sequences, but there are formidable difficulties when populations are structured, either in space, or by selection on multiple genetic backgrounds. Barton has developed several approaches that extend the simple coalescent process:

(i) With A. Etheridge, he has found a simple representation of genealogies in spatially continuous populations [2]; this has now been applied to devise novel ways to estimate population structure [1].

(ii) Modern analysis of sequence data is based on understanding the effects of selection on linked neutral variation. Barton has made an exact analysis of the effects of the classical hitch-hiking process on genealogies, and recently has extended this to populations spread over one or two spatial dimensions; hitch-hiking is then less effective overall, but leaves a characteristic spatial signature.

(iii) Lohse et al. [4] introduced a general method for calculating the probability of genealogies in structured populations, and in the presence of recombination. They are now applying this to whole-genome data from a variety of organisms, including gall wasps, Drosophila, Heliconius, pigs and Neanderthals.

(iv) Branching processes can be used to find the probabilities of fixation of favourable alleles under a variety of population structures. An important recent result is that adaptation is limited by the rate of recombination: the maximum rate at which new favourable mutations can be established on a linear genome depends primarily on the total rate of recombination, independent of other parameters [7].

Evolutionary computation: The process of selection that is responsible for the complex adaptations that we see in nature, and for the domesticated varieties on which agriculture depends, can also be used to solve computational problems. The analogy with natural evolution has inspired a substantial and diverse research community in computer science. Yet, this has stayed largely separate form evolutionary biology, and has hardly developed the relevant theory. Much of Barton's recent research has aimed both to apply population genetic theory to computational problems, and conversely, to apply insights from evolutionary computation to biology. This work has been funded by an ERC Advanced Grant, which led on to an FP7 grant, in collaboration with theoretical computer scientists. This work so far has established a general framework for studying both biological and computational evolution [5]; shown how quantitative genetics can optimise the design of selection schemes; and used results from computer science to determine the rate of evolution on complex adaptive landscapes.

References

[1] Barton, N.H., Etheridge, A.M., Kelleher, J. and Veber, A: Genetic hitch-hiking in spatially extended populations. *Theoretical Population Biology* 87:75–89 (2013)

[2] Barton, N.H., Etheridge, A.M. and Véber, A.: A new model for evolution in a spatial continuum. Electronic Journal of Probability 15:162–216. (2009)

[3] Barton, N.H. and Turelli, M.: Spatial waves of advance with bistable dynamics: cytoplasmic and genetic analogs of the Allee effect. American Naturalist 178: E48-E75 (2011)

[4] Lohse, K., Harrison, R. and Barton, N.H. A general method for calculating likelihoods under the coalescent process. Genetics 189:977–987 (2011).

[5] Paixao, T., Badkobehe, G., Barton, N.H., Dolgan, C., Dang, D.C., Friedrich, T., Lehre, P.K., Sudholt, D., and Trubenova, B.: Towards a unifying framework for evolutionary processes. J. Theor. Biol. 383:28–43.

[6] Spirtes P., Glymour C. and Scheines R. *Causation, Prediction and Search*. MIT Press 2001.

[7] Weissman, D.B. and Barton, N.H.: Limits to the rate of adaptation in sexual populations. PloS Genetics 8:e1002740 (2012)

Edelsbrunner Group – Algorithms, Computational Geometry and Topology

The core of Herbert Edelsbrunner's research is a combination of mathematics and computer science, always driven by the relevance in applications. Starting his academic career on questions in discrete and computational geometry, the relevance to industry as well as to deeper areas within mathematics increased during a shift towards algebraic topology. For the last hundred or so years, this field flourished within mathematics but was divorced from any applications until the introduction of persistent homology some 15 years ago. This concept comes with fast algorithms and turns the description of shapes and spaces via homology groups into a notion that can be applied to images and data in a variety of disciplines, including scientific visualization, structural molecular biology, systems biology, geometry processing, medical imaging but also abstract data such as text documents, social networks, and human languages. The success of the concept can perhaps be rationalized by the combination of mathematical and computational innovation it represents. On the mathematical side, it quantifies holes and thus forms a bridge between algebraic topology and geometric measure theory. A key result is the stability of persistent homology, which can be combined with Crofton's integral geometry formulas to get continuous formulations of the intrinsic volume of non-convex shapes. It also functions as a nonlinear transform that has been used to experimentally reconstruct cyclic behavior in classical dynamical systems. As usual in such cases, there are many open questions, and a deeper mathematical understanding of this transform is one of them.

Erdős Group – Mathematics of Disordered Quantum Systems and Matrices

Erdős is a mathematical physicists who worked for many years on rigorous spectral analysis of large atoms in non-homogeneous magnetic fields. One of his recent main result in this direction is the proof of that self-generated magnetic fields influence the famous Scott correction term, the subleading term in the ground state energy for large atoms [1].

Later in his career he switched to quantum dynamics. First, jointly with H.T. Yau he studied the effective evolution equation of a single quantum particle moving in a weakly disordered media and proved that on large space and time scales the linear Boltzmann equation describes the dynamics [4] and on even larger scales a diffusion equation appears [2]. This was the first mathematically rigorous derivation of the quantum diffusion from first-principle quantum mechanics, i.e. from the Schrödinger equation. He also studied dynamics of many-body models with mean-field type interactions; the main result is the derivation of the time-dependent Gross-Pitaevskii equation from the many-body Schrödinger equation with a very short range interaction [3].

In the last 7–8 years Erdős' focus shifted to random matrices. One of the motivations is that the typical Wigner random matrix is the mean field analogue of the random Schrödinger operator but it is much more accessible for mathematical analysis. The fundamental question is: what do the eigenvalues of large matrices look like? How do energy levels of large quantum systems behave? According to

Eugene Wigner's pioneering vision from 1955, these two questions have the same answer and it is universal in a sense that it depends only on the basic symmetry type of the system, but is otherwise independent of the details.

Large complex systems tend to develop universal patterns that often represent their essential characteristics similarly to the central limit theorem, i.e. large sums of independent random variables tend to be Gaussian. Since quantum systems are described by operators or by large matrices, the natural analogous question is to find universality behind large random matrices. The right concept was found by Eugene Wigner who predicted that the local statistics of eigenvalues tend to follow a universal pattern. In fact, he envisioned that the very same statistics describe energy levels of any sufficient chaotic quantum system. This bold conjecture has been verified numerically and experimentally in many situations, but it still defies a rigorous proof for any realistic physical model.

A central physical example is impurities in metal, described by random Schrödinger operators. Metallic lattices are typically good conductors since their regular structure allows the formation of coherent electronic states that extend throughout the sample. If the regular arrangement of ions is slightly disturbed, one still expects conductance, perhaps a weaker one. However, this fundamental fact has not been established with full mathematical rigor. In contrast, it is proven that the sample becomes an insulator for large disorder (Anderson transition). Local spectral statistics can distinguish between the two regimes; the general belief is that random matrix statistics prevails in the conductance regime.

While the rigorous proof of this paradigm in such generality is yet to be found, local spectral universality has been proven for a large class of models, namely for the Wigner matrices with a general distribution. This is the celebrated Wigner-Dyson-Mehta conjecture, first stated about fifty years ago and proved recently by Erdős *et. al.* in a sequence of papers, see [5] for a good summary.

References

[1] L. Erdős, S. Fournais, J.P. Solovej: *Scott correction for large atoms and molecules in a self-generated magnetic field.* Comm. Math. Phys. **312** no. 3 (2012), 847–882.

[2] L. Erdős, M. Salmhofer, H.-T. Yau, *Quantum diffusion of the random Schrödinger evolution in the scaling limit.* Acta Math. **200**, no.2, 211–277 (2008)

[3] L. Erdős, B. Schlein, H.-T. Yau, *Derivation of the Gross-Pitaevskii equation for the dynamics of Bose-Einstein Condensate.* Ann. Math. (2) **172**, no.1, 291–370 (2010)

[4] L. Erdős and H.-T. Yau, *Linear Boltzmann equation as the weak coupling limit of the random Schrödinger equation.* Commun. Pure Appl. Math, Vol. LIII. 667–735 (2000).

[5] L. Erdős, H.-T. Yau: *Universality of local spectral statistics of random matrices.* Bull. Amer. Math. Soc. **49**, no.3 (2012), 377–414.

Hausel Group – Geometry, Topology

Tamás Hausel will join IST Austria only in the fall 2016. His research interests include combinatorial, differential and algebraic geometry and topology. Main tool is representation theory connecting his studies to number theory and physics.

More specific focus is the study of the geometry, topology and arithmetic of several moduli spaces appearing in supersymmetric quantum field theories including moduli spaces of Yang-Mills instantons in four dimensions, the moduli space of magnetic monopoles in three dimensions and the moduli space of Higgs bundles in two dimensions. The questions he and his group studies have motivations in mathematical physics, such as string theory and topological quantum field theory as well as in number theory, in particular in the realm of the Langlands program.

The immediate question is to describe the topology of such spaces, starting with the structure of holes of various dimensions. Besides the traditional techniques of global analysis and Morse theory, he also employs arithmetic methods, which in turn will invariably lead to problems in representation theory of various objects in algebra. Examples include the representation theory of quivers, finite groups and algebras of Lie type and various Hecke algebras.

What results is a colourful palette of subjects in mathematics and theoretical physics and the focus is on the interconnectedness of these fields inside mathematics.

Maas Group – Stochastic Analysis

Jan Maas works in probability theory and mathematical analysis. His research focuses on stochastic processes, which describe a wide variety of real-world systems subject to randomness or uncertainty.

Optimal transport played a key role in major developments at the interface of analysis, geometry, and probability theory in the past 15 years. In particular, Lott, Sturm, and Villani developed a synthetic theory of Ricci curvature for metric measure spaces, which found many applications to non-smooth geometry and analysis [12, 9]. This theory relies on convexity properties of entropy functionals along geodesics in the space of probability measures induced by the so-called 2-Wasserstein metric from optimal transport. However, for a long time, the theory seemed to be limited to "continuous" (more precisely, geodesic) state spaces, since the 2-Wasserstein metric degenerates in discrete settings.

In recent years Maas introduced a new discrete transport metric $\mathcal{W}$, based on the minimisation of a discrete kinetic energy over curves in the space of probability measures [10]. A main result is the identification of discrete heat equations (i.e., Kolmogorov forward equations for reversible Markov chains) as gradient flow equations for the entropy with respect to the transport metric $\mathcal{W}$. Independent work is due to Mielke [11], who discovered this gradient flow structure in the setting of reaction-diffusion systems.

In [1], the metric $\mathcal{W}$ has been used to define a notion of discrete Ricci curvature based on geodesic convexity of the entropy. Unlike previous approaches to discrete Ricci curvature, this notion implies a number of geometric and functional inequalities with sharp constants. In particular, it was shown that a strictly positive lower bound on the Ricci curvature implies a modified logarithmic Sobolev inequality. This result may be regarded as a discrete version of the celebrated Bakry-Émery criterion. A discrete Otto-Villani Theorem was also obtained that involves a new discrete Talagrand inequality, which yields a spectral gap inequality and concentration of measure estimates.

In recent work, Maas et. al. obtained discrete Ricci curvature bounds for interacting particle systems, such as the Bernoulli-Laplace model and the random transposition model [2]. A systematic method for proving Ricci curvature bounds has been developed in [3] and applied to zero-range processes on the complete graph.

Stochastic partial differential equations (SPDEs) are used to model a wide variety of physical systems subject to randomness or noise. A major difficulty in their analysis is the fact that solutions to many interesting SPDEs are very rough in space. As a consequence, physically relevant SPDEs are often mathematically ill-posed (at least classically), since solutions do not have the required regularity to make sense of the nonlinearities appearing in the equations. In his Fields Medal-winning work [5, 6], Hairer developed a solution theory for a large class of subcritical SPDEs which had long been outside the scope of rigorous mathematics.

In joint work with Hairer and Weber, Maas studied approximations to the stochastic Burgers equation

$$\partial_t u = \partial_x^2 u + g(u)\partial_x u + \xi \,, \qquad (SBE)$$

where $u = u(x,t) \in \mathbb{R}$, the function $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is smooth and given, and ξ denotes space-time white noise. A general class of spatial approximations to this equation was considered, in which the Laplacian, the noise, and the derivative in the nonlinearity were all approximated.

Local well-posedness of (SBE) can be established using classical SPDE methods. Nevertheless, the main result in [7] shows that solutions of seemingly natural approximation schemes do *not* always converge to solutions of (SBE). In fact, it was shown that limits of approximation schemes can be completely characterised in terms of a one-parameter family of SPDEs, given by

$$\partial_t u = \partial_x^2 u + g(u)\partial_x u - \Lambda g'(u) + \xi \,,$$

where $\Lambda \in \mathbb{R}$ is an explicit constant depending on the details of the approximation scheme. The correction term is a consequence of the spatial roughness of the solutions, and can be interpreted as a spatial analogue of the classical Itô-Stratonovich correction appearing in temporal approximations to stochastic ODEs.

The main results in [7] extend without difficulty to the case where the unknown function u is vector-valued and the matrix-valued function g is a gradient. However, in path-sampling problems one is naturally led to consider the situation where g is *not* a gradient. In this case, the equation cannot be treated using classical SPDE methods, and a solution theory has been developed only recently by Hairer [4] based on T. Lyons' theory of rough paths.

In [8] an approximation theory for (SBE) in the $\mathbb{R}^n$-valued non-gradient case was developed. Although the formulation of the result is similar to the gradient case, the proof is completely different, as it requires many delicate rough path-estimates. The methods developed in this work are expected to be useful in a much wider context of rough stochastic PDEs, e.g., in the approximation theory for the Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) equation.

References

[1] M. Erbar and J. Maas. Ricci curvature of finite Markov chains via convexity of the entropy, *Arch. Ration. Mech. Anal.* 206 (3) (2012), 997–1038.

[2] M. Erbar, J. Maas and P. Tetali. Discrete Ricci curvature bounds for Bernoulli-Laplace and random transposition models, *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.* 24 (4) (2015), 781–799.

[3] M. Fathi and J. Maas. Entropic Ricci curvature bounds for discrete interacting systems, *Ann. Appl. Probab.*, to appear, arXiv:1501.00562.

[4] M. Hairer. Rough stochastic PDEs. *Comm. Pure Appl. Math.*, 64 (11) (2011), 1547–1585.

[5] M. Hairer. Solving the KPZ equation. *Ann. of Math.* 178 (2) (2013), 559–664.

[6] M. Hairer. A theory of regularity structures. *Invent. Math.* 198 (2) (2014), 269–504.

[7] M. Hairer and J. Maas. A spatial version of the Itô-Stratonovich correction. *Ann. Probab.* 40 (4) (2012), 1675–1714.

[8] M. Hairer, J. Maas, and H. Weber. Approximating rough stochastic PDEs. *Comm. Pure Appl. Math.*, 67 (5) (2014), 776–870.

[9] J. Lott and C. Villani. Ricci curvature for metric-measure spaces via optimal transport. *Ann. of Math.* 169 (3) (2009), 903–991.

[10] J. Maas. Gradient flows of the entropy for finite Markov chains, *J. Funct. Anal.* 261 (8) (2011), 2250–2292.

[11] A. Mielke. A gradient structure for reaction-diffusion systems and for energy-drift-diffusion systems. *Nonlinearity* 24 (4) (2011), 1329–1346.

[12] K.-T. Sturm. On the geometry of metric measure spaces. I, II. *Acta Math.* 196 (1) (2006), 65–131 & 133–177.

Seiringer Group – Mathematical Physics

Robert Seiringer and his research group focus on many-body systems in quantum mechanics. In particular, they are interested in problems in quantum statistical mechanics and condensed matter physics. Such systems display a rich variety of complex phenomena, and it is of fundamental importance to understand the basic underlying principles as thoroughly and precisely as possible.

The goal of their research is the development of new mathematical tools for a rigorous analysis of such quantum many-body systems. These tools comprise mostly, but not exclusively, questions in (functional) analysis. Because of the complexity of the systems many phenomena are so far only understood using either perturbation theory or uncontrolled approximations whose justification remains open. It therefore remains a challenge to derive non-perturbative results and to obtain precise conditions under which the various approximations can or cannot be justified. For this purpose it is often necessary to apply modern mathematical techniques or even to develop new ones. In this way, physical ideas and intuition tend to give rise to new mathematical methods. These new methods lead to different points of view and thus increase our understanding of physical systems.

Concrete problems currently under investigation include the occurrence of Bose-Einstein condensation in dilute gases, the validity of the Bogoliubov approximation for weakly interacting systems, the spin wave approximation for quantum spin systems, as well as the study of superconductivity and superfluidity within the BCS approximation of fermionic systems.

Uhler Group – Algebraic Statistics, Optimization and Computional Biology

In recent years several mathematical fields not classically considered part of applied mathematics have contributed to the study of various problems in Statistics. One such field is Applied Algebraic Geometry and in particular its computational aspects relying on tools from symbolic computation. This led to the development of a new field called *Algebraic Statistics*. In addition, it has become clear that many statistical problems can be formulated as problems in *Convex Optimization*. Caroline Uhler and her research group focus on Mathematical Statistics and exploit the use of Algebraic Geometry and ideas from Convex Optimization to develop new methods and algorithms for data analysis. The beauty and value of statistics also stems from its role as a link between theory and real-world problems. Uhler and her research group engage in collaborative cross-disciplinary research and work on various applications to biology.

Causal inference for Multivariate Data: Causal inference is a cornerstone of scientific discovery because it seeks to determine causative relationships between variables. It is of particular interest to determine causal structure among variables based on *observational data*, since conducting randomized controlled trials is often impractical or prohibitively expensive. A popular approach to make the causal inference problem more tractable is given by directed acyclic graph (DAG) models, which describe conditional dependence information and causal structure. One of the most widely used approaches for inferring the DAG model is a two-step procedure known as the *PC algorithm* [6]. It is consistent under the so-called *faithfulness assumption*, which requires that all conditional independences respect the graph structure.

In various collaborations Uhler studied the faithfulness assumption [3, 4, 6]. By establishing a link to algebraic geometry she proved that the proportion of unfaithful distributions is surprisingly large and grows with the number of nodes and the number of edges. This implies severe limitations for the PC algorithm through inconsistent estimation for a large class of DAGs even when the causal effects are large. Uhler's research group is currently working on developing scalable and consistent algorithms for learning DAGs that are relevant and practical for genomic applications. The ultimate goal is to apply the new methodology to learn time-varying gene regulatory networks from time series gene expression data throughout the development of Drosophila.

Linear Gaussian Covariance Models: In various statistical applications the covariance matrix must satisfy certain constraints. Anderson [1] introduced *linear Gaussian covariance models*, Gaussian models with linear constraints on the covariance matrix. These models arise in many applications, such as stationary stochastic processes from repeated time series data or Brownian motion tree models used for phylogenetic tree reconstruction. Since for this model class the linear constraints are on the covariance matrix, the log-likelihood function is in general not concave and may have multiple local maxima. This considerably complicates inference and parameter estimation.

In recent work with P. Zwiernik and D. Richards, Uhler proved a pretty surprising result, namely that the problem of maximizing the log-likelihood function for linear Gaussian covariance models is nevertheless essentially a convex optimization problem [8]. Therefore, any hill-climbing method, when initiated in a reasonable starting point, will behave as if it were maximizing a concave function and converge monotonically to the global optimum. Uhler is now working on extending and applying these results to learn phylogenetic trees and to infer the path data takes through the Internet (i.e., network tomography).

Bayesian Learning in Gaussian Models: Undirected Gaussian graphical models have received considerable attention during the past four decades from the statistical and machine learning communities and are used throughout the natural sciences, social sciences and economics. An important question in the Bayesian approach to structure learning is the choice of the prior. Using the *G-Wishart distribution* as prior is extremely attractive since it is the conjugate family for the concentration matrix in a Gaussian graphical model.

Up to now, use of the G-Wishart distribution as a conjugate prior for Gaussian graphical models has fallen short of its promise, because calculation of the normalizing constant for general graphs seemed intractable. In a recent collaboration with A. Lenkoski and D. Richards, Uhler solved this 20-year old problem and found a closed-form formula for the normalizing constant of the G-Wishart distribution for arbitrary graphs [5]. Uhler is now working on making this theoretical result useful for applications. Her goal is to develop methodology for model selection in Gaussian graphical models that can handle very large networks as they appear, for example, in meteorological or environmental models.

Packing Ellipsoids with Overlap: Although the sphere packing and the sphere covering problem have attracted a lot of attention by mathematicians, the arrangements of spheres encountered in biological models usually fall between sphere packing and sphere covering: They consist of overlapping spheres (or soft spheres that can be viewed as hard spheres with possible overlap), which do not fill the whole space, and one is often interested in maximal density configurations of spheres where we allow a certain amount of overlap [2]. Also, the spheres often come in different sizes or even as ellipsoids.

This problem arises for example when studying the spatial organization of chromosomes in the cell nucleus. During most of the cell cycle, each chromosome occupies a roughly ellipsoidal domain called a *chromosome territory*. The proximity of chromosomes and genome regions are critical for gene activity. Uhler in collaboration with S. J. Wright modeled a chromosome arrangement as a minimal overlap configuration of ellipsoids of various sizes and shapes inside an ellipsoidal container, the cell nucleus, and devised a bilevel optimization procedure for finding minimal overlap configurations of ellipsoids [7]. In a collaboration with G. V. Shivashankar, an experimental cell biologist, Uhler is currently testing the predictive power of this model to study the link between nucleus shape, spatial chromosome arrangement, and transcription activity.

References

[1] Anderson, T. W.: Estimation of covariance matrices which are linear combinations or whose inverses are linear combinations of given matrices. *Essays in Probability and Statistics.* Univ. North Carolina Press. 1–24 (1970)

[2] Iglesias-Ham, M., Kerber, M. and Uhler, C.: Sphere packing with overlap. Proc. 26th Canadian Conference on Computational Geometry. 2014

[3] Klimova, A., Uhler, C. and Rudas, T.: Faithfulness and learning of hypergraphs from discrete distributions. arXiv:1404.6617

[4] Lin S., Uhler C., Sturmfels B. and Bühlmann P.: Hypersurfaces and their singularities in partial correlation testing. *Found. Comp. Math.* 14(5):1079–1116, 2014.

[5] Uhler C., Lenkoski A. and Richards D.: Exact formulas for the normalizing constants of Wishart distributions for graphical models. arXiv:1406.4901

[6] Uhler C., Raskutti G., Yu B. and Bühlmann P.: Geometry of faithfulness assumption in causal inference. *Ann. Stat.* 41 (2013), 436–463
[7] Uhler, C. and Wright, S. J.: Packing ellipsoids with overlap. *SIAM Review* 55 (2013), 671–706.
[8] Zwiernik P., Uhler C. and Richards D.: Maximum likelihood estimation for linear Gaussian covariance models. arXiv: 1408.5604

Wagner Group – Discrete and Computational Geometry and Topology

The research of Uli Wagner and his group combines *geometric and algebraic topology*, *discrete and convex geometry*, and *theoretical computer science*. They study topological questions – such as *embeddings* or the *homotopy classification of continuous maps* – from computational, combinatorial, and quantitative viewpoints, and they develop and apply topological methods to problems in discrete mathematics and computer science. For the purposes of algorithms and applications, the main focus is on spaces that are represented as *simplicial complexes* (compact polyhedra with a specified triangulation). Viewing simplicial complexes as natural higher-dimensional generalizations of graphs, the general flavor of the group's research can also be described, from a combinatorial perspective, as the study of higher-dimensional analogues of fundamental graph-theoretic concepts, such as *graph planarity*, *crossing numbers*, *expander graphs*, and *graph minors*. Three interrelated problems illustrating this are as follows:

Computational Theory of Embeddability. Given a (finite) simplicial complex K, does there exist an embedding (an injective continuous map) $K \hookrightarrow \mathbb{R}^d$? This *embeddability problem* is a classical question in geometric topology (and closely related to the problem of classifying embeddings up to ambient isotopy, e.g., *knot theory*). The most classical special case is embeddability of 1-dimensional complexes into $\mathbb{R}^2$, i.e., *graph planarity*, which is also a well-studied and central topic in graph theory and discrete and computational geometry, and for which beautiful *combinatorial characterizations* (such as *Kuratowski's theorem*) and fast (linear-time) *planarity testing algorithms* are available. Together with Matoušek and Tancer, Wagner [10] initiated the systematic study of the *algorithmic embeddability problem* in higher dimensions: For integer parameters $d \geq k \geq 1$, does there exist an algorithm – and if so, is there an efficient (polynomial-time) one – to decide whether a given k-dimensional complex embeds into $\mathbb{R}^d$? The computational complexity of this problem turns out to vary drastically, depending on k and d, and an interesting panorama is beginning to emerge. Matoušek, Tancer and Wagner showed that the problem is *NP hard* if $d \geq 4$ and $d \geq k \geq (2d-2)/3$ (and even algorithmically undecidable for $d \geq 5$ and $d-k \leq 1$). On the other hand, for $k < (2d-2)/3$ the classical *Haefliger-Weber theorem* guarantees that a k-dimensional complex K embeds into $\mathbb{R}^d$ if and only if there is a map from the *deleted* *product* $(K)^2_\Delta = K^2 \setminus \{(x,x) \mid x \in K\}$ into S^{d-1} that is *equivariant* with respect to the natural $\mathbb{Z}_2$-actions on both spaces, and the existence of such a map can be decided in polynomial time (for fixed d) using *computational homotopy theory* [3, 4, 6]. Using very different techniques from 3-manifold topology, Matoušek, Sedgwick, Tancer and Wagner [11] very recently obtained the first algorithm for testing whether a simplicial complex embeds into $\mathbb{R}^3$.

Computational Homotopy Theory. Many geometric and topological questions reduce to the problem of understanding the structure of all continuous maps between two spaces X and Y up to *homotopy*. In the computational version of this problem, X and Y are given as finite simplicial complexes, and the goal is to compute $[X,Y]$, the set of all homotopy classes of such maps. In full generality, this is known to be algorithmically unsolvable, since for $X = S^1$ it includes a well-known undecidable problem: testing triviality of the fundamental group $\pi_1(Y)$. Together with Čadek, Krčál, Matoušek, Sergeraert, and Vokřínek, Wagner [3, 4] recently gave the first algorithm for computing $[X,Y]$ in the *stable range*, i.e., under the assumption that $\dim X \leq 2d-2$ and that Y is $(d-1)$-*connected*, for some $d \geq 2$; for instance, Y can be the d-dimensional sphere S^d. Moreover, the algorithm runs in polynomial time if d is fixed, and also solves related problems such as the *extension problem*, where we are given a subspace $A \subset X$ and a map $A \to Y$ and ask whether it extends to a map $X \to Y$. As a byproduct, they obtain an algorithm for computing the first *n Postnikov stages* and the first *n homotopy groups* of simply connected space Y. On the other hand, they also proved that outside the stable range, the extension problem is algorithmically undecidable [5].

Multiple intersections and Tverberg-type problems. Embeddings are maps without *double points*. More generally, it is natural to study, for some parameter $r \geq 2$, the *r-fold points* of maps $f\colon K \to \mathbb{R}^d$ from a simplicial complex, i.e., image points $y \in \mathbb{R}^d$ with at least r distinct preimages. Such multiple intersections also play an central role in many applications of topological methods in combinatorics and discrete geometry, where one is often interested in *global* r-fold points, which have preimages in r pairwise disjoint simplices of K (with respect to a fixed triangulation of K). An important example is the well-known *topological Tverberg conjecture*, which asserts that for $N = (d+1)(r-1)$, every map from the N-dimensional simplex to $\mathbb{R}^d$ has a global r-fold point. This was proved in the case where r is a prime [1, 2] or a prime power [12] in the 1980's, but the case of arbitrary r was a long-standing open problem. Together with Mabillard, Wagner [9] recently developped a new approach to constructing counterexamples to the conjecture whenever r is not a prime power. Generalizing classical results about embeddings like the *Whitney trick* and the *Van Kampen obstruction* they proved that for $d/r = k/(r-1) \geq 3$, a k-dimensional complex K admits a map $K \to \mathbb{R}^d$ without global r-fold points if and only if a natural homotopy-theoretic criterion is satisfied, viz. if there exists a map from the r-fold deleted product $(K)^r_\Delta$ into the sphere $S^{d(r-1)-1}$ that is equivariant with respect to the natural actions of the symmetric group $\mathfrak{S}_r$. Based on this approach, the first counterexamples to the topological Tverberg conjecture were constructed by Frick [7] for $d \geq 3r+1$, and a different construction for $d \geq 3r$ was given in [9].

References

[1] E. G. Bajmóczy and I. Bárány. On a common generalization of Borsuk's and Radon's theorem. *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, 34(3-4):347–350 (1980), 1979.

[2] I. Bárány, S. B. Shlosman, and A. Szűcs. On a topological generalization of a theorem of Tverberg. *J. London Math. Soc., II. Ser.*, 23:158–164, 1981.

[3] M. Čadek, M. Krčál, J. Matoušek, F. Sergeraert, L. Vokřínek, and U. Wagner. Computing all maps into a sphere. *J. ACM* 61(3), Art. 17-44, 2013.

[4] M. Čadek, M. Krčál, J. Matoušek, L. Vokřínek, and U. Wagner. Polynomial-time computation of homotopy groups and Postnikov systems in fixed dimension. *SIAM J. Comput.* 43(5), pp. 1728–1780, 2014.

[5] M. Čadek, M. Krčál, J. Matoušek, L. Vokřínek, and U. Wagner. Extendability of continuous maps is undecidable. . *Discrete Comput. Geom.* 51(1), pp. 24–66, 2014.

[6] M. Čadek, M. Krčál, and L. Vokřínek. Algorithmic solvability of the lifting-extension problem. Prepring, arXiv:1307.6444, 2013.

[7] F. Frick. Counterexamples to the topological Tverberg conjecture, Preprint, arXiv:1502.00947, 2015.

[8] P. M. Gruber and R. Schneider. Problems in geometric convexity. In *Contributions to geometry (Proc. Geom. Sympos., Siegen, 1978)*, pages 255–278. Birkhäuser, Basel-Boston, Mass., 1979.

[9] I. Mabillard and U. Wagner. Eliminating Higher-Multiplicity Intersections, I. A Whitney Trick for Tverberg-Type Problems Preprint, arXiv:1508.02349. Extended abstract in Proc. 30th Symp. Comput. Geom. (SoCG), 2014, 171–180.

[10] J. Matoušek, M. Tancer, and U. Wagner. Hardness of embedding simplicial complexes in $\mathbb{R}^d$. *J. Eur. Math. Soc.* 13(2), pp. 259–295, 2011.

[11] J. Matoušek, E. Sedgwick, M. Tancer, and U. Wagner. Embeddability in the 3-sphere is decidable. . Preprint, arXiv:1402.0815. Extended abstract in Proc. 30th Symp. Comput. Geom. (SoCG), 2014, 78–84.

[12] M. Özaydin. Equivariant maps for the symmetric group. Unpublished manuscript, available online at *http://minds.wisconsin.edu/handle/1793/63829*, 1987.

Outlook

As mathematics is the core of any quantitative science, there is a general understanding and a strong support for mathematics overall at IST Austria. The current long term development plan of the institute foresees about 80–90 research groups working on campus by 2026; currently we have 38. We expect to hire a new colleague in mathematics every year, including interdisciplinary scientists with a very strong mathematics component. Our hiring concept is open to every direction in mathematics and its applications and we do not earmark our job announcements. Nevertheless, we strive for a healthy balance where not only the core directions of mathematics, analysis, geometry and algebra, are present, but also key areas of broad applications, such as probability, statistics, numerics, combinatorics etc. While scientific excellence is the ultimate selection criterion, we also envision a development plan where every new colleague would feel connected to at least one existing group without duplicating it. The current faculty is already sufficiently diverse to offer connections to a wide spectrum of mathematicians.

On the side of the graduate education, the biggest challenge we face is to attract excellent students. Compared with traditional universities with a natural access to a broad base of undergraduate students, we have a certain disadvantage. While the number of applications increases and we can easily select 6–7 excellent students with a serious interest in mathematics every year, we have not yet reached the stage where we would be a natural target for the worldwide best mathematics undergraduates, especially not yet from North America. We work hard on this, partly by designing a unique graduate program and partly by using the international connections of our faculty to bring IST Austria on the map. We believe that on a long run, with the unique environment and excellent conditions at IST Austria, we have a good chance to become one of the institutes with the best research in mathematics worldwide.

Authors' address: Institute of Science and Technology Austria (IST Austria), Am Campus 1, A-3400 Klosterneuburg

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 230 (2015), 39–40

Nachruf auf Heinrich Reitberger

Ulrich Oberst
Universität Innsbruck

In diesem Nachruf auf unseren Kollegen und Freund, Universitätsprofessor Dr. Heinrich Reitberger, werde ich sein berufliches Wirken skizzieren. Über sein Familien- und Privatleben werde ich nicht sprechen, obwohl er mir immer wieder und meistens freudig von seiner Familie, seiner Frau, seinem Sohn, seiner Tochter und seinen Enkelinnen erzählt hat. Heinrich ist 75 Jahre alt geworden.

Trotz seiner schweren Erkrankung war Heinrich nach meinem Eindruck in den letzten Monaten vor seinem Tod hoffnungsvoll gestimmt, mit einer ganz neuen, besser verträglichen Chemotherapie seine Krankheit noch in den Griff zu bekommen. Diese Hoffnung hat sich leider nicht erfüllt. Am 1. Juni war er noch bei dem Treffen der alten Kollegen des Instituts und lebhaft wie immer; etwas Granteln gehörte wie früher auch dazu. Im vergangenen Jänner hat er seinen letzten wissenschaftlichen Beitrag zum Geburtstagsband für Professor Reich aus Graz geschrieben, und zwar über ein nichtlineares dynamisches System, das die zeitliche Entwicklung einiger Parameter während seiner Chemotherapie beschreibt. Es ist erstaunlich, dass er in seinem geschwächten Zustand diese Umwandlung des eigenen Unglücks in allgemeingültige wissenschaftliche Aussagen und ein Geschenk für einen Kollegen noch schaffen konnte und wollte.

Ich kannte Heinrich schon seit 1971. Bereits vor meiner Berufung nach Innsbruck besuchte er mich damals in München, um mich über die Innsbrucker Mathematik, insbesondere die seines Doktorvaters Professor Gröbner, und über das Institut aufzuklären. Wir waren uns von Anfang an sympathisch und haben dann fast 35 gemeinsame Jahre an diesem Institut verbracht und auch häufig zusammengearbeitet.

Heinrich besaß mehrere wesentliche Qualitäten, die allgemein für das Institut und insbesondere für mich von großer Bedeutung waren:

— Er war umfassend mathematisch gebildet, sowohl in Höherer Algebra, z.B. Algebraischer Geometrie, wie in Höherer Analysis, z.B. Dynamischen Systemen. Er verbrachte weit mehr Zeit als üblich in der Bibliothek und studierte immer alle neu erschienenen Zeitschriftenartikel, nicht in jedem Detail, aber so weit, dass er uns von den Fortschritten berichten und uns auf mögliche neue Forschungsthemen aufmerksam machen konnte. Auf die Systemtheorie, die in den letzten drei

ISSN 0020-7926

Jahrzehnten mein Hauptarbeitsgebiet war, bin ich insbesondere von Heinrich hingewiesen worden. Er spielte für das Institut eine Rolle, die später vom Internet und von Google übernommen wurde.

— Seine genaue Literaturkenntnis hat ihn in seiner eigenen Forschung auch manchmal etwas behindert, da er dadurch an sich selbst sehr hohe Originalitäts- und Qualitätsansprüche stellte.

— Seine umfassende Bildung ermöglichte ihm, immer wieder neue höhere Vorlesungen anzubieten, was für unser kleines Institut eine bedeutende Bereicherung darstellte. Ich selbst habe einige dieser immer gut vorbereiteten Vorlesungen besucht.

— Mit den Standardlehraufgaben des Instituts und als beliebter Betreuer von Diplomarbeiten war er natürlich auch wesentlich beschäftigt.

— Heinrich hat jahrelang die Bibliothek des Instituts betreut, die durch seine fachkundige Bücherauswahl trotz des beschränkten Etats eine sehr gute Sammlung darstellte und noch darstellt. Es sei hinzugefügt, dass dies auch ein großes Verdienst des Kollegen Kremser von der Technischen Fakultät war.

— Von etwa 1980 bis 1995 war Heinrich aktives Mitglied der Arbeitsgemeinschaft des Kollegen Liedl über Funktionalgleichungen und Iterationstheorie, insbesondere die Pilgerschritt-Transformation, und der entsprechenden Tagungen mit Innsbrucker, Grazer und internationalen Kollegen.

— In den letzten Jahren vor seiner Pensionierung hat er auch noch maßgebliche Artikel über die berühmten früheren Professoren Vietoris und Gröbner des Instituts und ihre bedeutenden Beiträge zur Topologie, Algebra und Analysis verfasst. Auch behandelte er die Geschichte der Auflösung von Varietäten. Wie gesagt, konnte Heinrich über viele Gebiete der Mathematik einen Überblick geben.

— Alle seine früheren Kollegen am Institut sind Heinrich für seine verdienstvolle Tätigkeit, seine Hilfsbereitschaft, seine Loyalität, sein Interesse am Institut und seine Freundschaft sehr dankbar. Wir werden ihn in guter Erinnerung behalten, solange uns das möglich ist. Seinen Hinterbliebenen sprechen wir unser herzliches Beileid über diesen einschneidenden Verlust aus.

In den siebziger Jahren beging ich mit Heinrich mehrere interessante Klettersteige in den Dolomiten, z.B. Civetta, Pala und Schiara, und bestieg mit ihm mehrere Tiroler Berge, insbesondere zusammen mit meiner Frau auch den Similaun. Obwohl er nicht regelmäßig Sport betrieb, waren seine Kondition und sein geringer Getränkebedarf für mich immer erstaunlich. Es ist möglich, dass diese körperliche Konstitution zu seiner späteren Erkrankung und seinem Tod beigetragen hat.

Adresse des Autors: Prof. Ulrich Oberst, Institut für Mathematik der Universität Innsbruck, Technikerstraße 13, 6020 Innsbruck

Buchbesprechungen

F. Baudoin: Diffusion Processes and Stochastic Calculus. (EMS Textbooks in Mathematics) EMS, Zürich, 2014, xi+276 S. ISBN 978-3-03719-133-0 H/b € 48,–.

Dieses Lehrbuch entstand aus Vorlesungen des Autors in Toulouse sowie an der Purdue University und richtet sich an fortgeschrittene Leser ("at the graduate level"). Es behandelt die Theorie der stetigen stochastischen Prozesse und kann als aktuelle Erweiterung des klassischen Buchs von D. Revuz und M. Yor, *Continuous Martingales and Brownian Motion*, gesehen werden.

In sauberer, aber vielleicht etwas trockener und schnörkelloser Weise wird der Kalkül von Diffusionsprozessen entwickelt, um schließlich zu neueren Entwicklungen zu gelangen. Insbesondere widmet sich das Buch in den letzten Abschnitten dem Malliavin-Kalkül sowie der von T. Lyons 1998 begründeten *rough path theory*. Diese Themen wurden bisher noch selten in methodisch aufgebauten Büchern präsentiert und sind z.B. für das Verständnis von Arbeiten von Martin Hairer zur KPZ-Gleichung wesentlich.

W. Schachermayer (Wien)

L. C. Evans: An Introduction to Stochastic Differential Equations. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2013, viii+151 S. ISBN 978-1-4704-1054-4 P/b $ 34,–.

Der Autor ist ein hochrenommierter Mathematiker in Berkeley und durch seine Arbeiten und sein Textbuch auf dem Gebiet der partiellen Differentialgleichungen bekannt. Das vorliegende schlanke Buch ist eine Ausarbeitung seiner wiederholten Vorlesungen über stochastische Differentialgleichungen. Es ist auf relativ elementarem Niveau gehalten. Voraussetzung sind ein Grundwissen über maßtheoretisch basierte Analysis, aber keine speziellen Kenntnisse der Wahrscheinlichkeitstheorie.

In methodisch hervorragender Weise werden die Begriffe Martingal, Brownsche Bewegung und Ito-Integral eigeführt. Die Präsentation orientiert sich an dem A. Einstein zugeschriebenen Prinzip: So einfach wie möglich, aber nicht einfacher!

Danach werden stochastische Differentialgleichungen analysiert und schließlich einige Anwendungen präsentiert: die Feynman-Kac-Formel, optimales Stoppen und ein Exkurs über Optionsbewertung in der Finanzmathematik.

Das Buch ist didaktisch hervorragend gelungen und als Basis für eine Vorlesung sehr geeignet.

W. Schachermayer (Wien)

D. Grieser: Mathematisches Problemlösen und Beweisen. Eine Entdeckungsreise in die Mathematik. (Bachelorkurs Mathematik, Springer Spektrum) Wiesbaden 2013, xi+292 S. ISBN 978-3-8348-2459-2 S/b € 23,59.

Gleich vorweg: Das Buch ist großartig! Es kann allen, die ein Studium beginnen, aber auch interessierten Schülerinnen und Schülern empfohlen werden – vor allem denjenigen, die an der Mathematikolympiade teilnehmen.

Ziel des Buchs ist ein schrittweises systematisches Erarbeiten von Problemlösestrategien sowie das Finden und Formulieren mathematischer Beweise und dabei das Herausarbeiten von übergreifenden Ideen der Mathematik. An diesen Ideen orientieren sich auch die einzelnen Kapitel, z.B. Rekursion, vollständige Induktion, Graphen, Abzählen, Schubfachprinzip, Extremalprinzip, Invarianzprinzip. Anhand passender Problemstellungen aus verschiedenen Bereichen der Mathematik wird das Problemlösen bzw. Beweisen Schritt für Schritt erarbeitet. Am Ende jedes Kapitels wird im „Werkzeugkasten“ rekapituliert, welche Ideen für die Lösung der Probleme hilfreich waren. Anschließend werden Aufgaben gestellt, jeweils mit einem Hinweis auf den Schwierigkeitsgrad; zu einigen Aufgaben gibt es am Ende des Buchs Lösungshinweise.

M. Kronfellner (Wien)

M. Haase: Functional Analysis. An Elementary Introduction. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 156). American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2014, xviii+372 S. ISBN 978-0-8218-9171-1 H/b $ 79,–.

As indicated by the title, the present textbook provides a gentle introduction for students. In particular, the book tries to keep the requirements to a minimum and hence nothing much beyond basic analysis and linear algebra is assumed. The necessary results from integration theory are discussed (but not proven) within the text. The selection of topics is intended for an applied audience and hence most of the book takes place in Hilbert spaces (so if you feel that functional analysis should start with topological vector spaces, this is probably not the right book for you). In particular, basic Hilbert space theory, applications to Fourier analysis, Sobolev spaces and the Poisson problem in one dimension, compact operators including the spectral theorem for self-adjoint compact operators and some applications are covered. Furthermore, there is also a chapter on the contraction principle and its applications plus two final chapters covering the basic results from Banach space theory (uniform boundedness principle, open mapping, closed graph, Hahn-Banach). At the end there is a brief historic sketch of the development of functional analysis and six appendices providing further background material.

What sets the book apart are the many examples throughout the text as well as the many exercises (divided into three categories according to their difficulty). Moreover, there are numerous gray boxes which try to further motivate/explain things or point out common pitfalls for beginners. Also, several parts are marked as optional such that they can be easily skipped without the risk of running into dependencies later on. These features make the book an ideal basis for an introductory course as well as for independent self-study. The only thing I found a bit irritating at first, is the fact that the issue of convergence is avoided in the first two chapters, although the norm and even bounded linear operators are introduced there. Obviously the author wanted to get right into the geometry of Hilbert spaces first, at the price of postponing the discussions of convergence in metric spaces to Chapters 3, 4, and hence coming to convergence and completeness only afterwards in Chapter 5. But this is a minor issue (and a matter of personal taste) and it is clear that I can only warmly recommend this book to every student (and teacher) of functional analysis.

G. Teschl (Wien)

W. Kaballo: Aufbaukurs Funktionalanalysis und Operatortheorie. Distributionen – lokalkonvexe Methoden – Spektraltheorie. (Lehrbuch) Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014, xi+493 S. ISBN 978-3-642-37793-8 P/b € 35,97.

In dem vorliegenden Werk gibt der Autor eine Darstellung gewisser Themen aus der Funktionalanalysis. Diese sind in drei Kapitel gegliedert: Distributionen und Differentialoperatoren, Lokalkonvexe Methoden der Analysis, Lineare Operatoren und Spektraltheorie.

Obwohl diese Themenbereiche wohl in vielen Lehrbüchern behandelt werden, enthält das vorliegende Buch immer wieder erfrischend andere Zugänge und allgemeine Begriffe und Sätze, die sich in der „Standardliteratur“ nicht so finden. Als Beispiel möchte ich nur die Versionen der Sätze vom abgeschlossenen Graphen und der offenen Abbildung anführen oder die Behandlung von halbbeschränkten Operatoren und Gelfand-Tripeln. Manchmal entpuppt sich das Buch als wahrer Fundus von Ergebnissen, die man nicht oft in dieser Weise dargestellt findet.

Insgesamt ist das Buch ein äußerst gelungenes Werk. Die Darstellung ist ordentlich und klar, man findet Bemerkungen zur historischen Entwicklung, viele Literaturverweise, sowie weiterführende Sätze die im Text selbst nur kurz angerissen werden. Dazu gibt es eine Vielzahl von passend ausgewählten Aufgaben, und einen ausführlichen Index. Eine besonders gute Idee, die ich hier auch explizite anführen möchte, ist, dass jedes Kapitel mit ein paar (hervorragend gewählten und gestellten) Fragen beginnt, anhand derer es klar wird dass das Entwickeln der dann folgenden Theorie natürlich und eine Notwendigkeit ist.

Dem Klappentext, wo bemerkt wird, dass sich das Buch als Begleitlektüre und zum Selbststudium eignet, möchte ich noch hinzufügen dass es sich ebenso als Unterlage zur Vorbereitung eigener Vorlesungen eignet.

Einziger Nachteil ist, dass das Buch in Deutsch verfasst ist, da dieses die potentielle Leserschaft sehr einschränkt. Auch werden dadurch, teils zwanghaft anmutende, Übersetzungen fachspezifischer Terminologie notwendig, die bei vorangegangener oder weiterführende Lektüre zunächst einmal etwas Verwirrung stiften können. Aber hoffentlich gibt es bald eine Übersetzung ins Englische; die Lektüre lohnt sich für alle!

H. Woracek (Wien)

A. Bonifant, M. Lyubich, S. Sutherland (eds.): Frontiers in Complex Dynamics. In Celebration of John Milnor's 80th Birthday. (Princeton Mathematical Series) Princeton Univ.Press, Princeton, 2014, xii+787 S. ISBN 978-0-691-15929-4 H/b $ 99,–.

Aus Anlass des achtzigsten Geburtstags des bedeutenden Mathematikers John Milnor fand 2011 in Banff in den kanadischen Rocky Mountains eine große Konferenz statt. Der vorliegende Band (mit über 750 Seiten!) ist ein Produkt dieser inhaltsreichen Veranstaltung. Es ist daher nicht möglich, den Inhalt näher zu beschreiben, aber die wesentlichen Teile seien genannt: Teil I ist komplexen dynamischen Systemen in einer Variablen gewidmet, ein Gebiet, welches durch die Arbeiten von Julia und Fatou wohl begründet, aber erst Jahrzehnte später intensiv bearbeitet wurde. Teil II enthält Arbeiten zur reellen eindimensionalen Dynamik und Teil III zur Dynamik in mehreren komplexen Variablen. Die Teile IV und V beschäftigen sich mit verschiedenen Aspekten der Theorie der Mannigfaltigkeiten. Sehr schöne Bildtafeln enthalten nicht nur einige persönliche Photos mit Jack Milnor und Teilnehmern der Konferenz, sondern auch weitere faszinierende Bilder zur komplexen Dynamik. Allen, die sich mit dynamischen Systemen oder mit moderner Differentialgeometrie beschäftigen, kann dieser Band wärmstens empfohlen werden.

F. Schweiger (Salzburg)

F. Thuselt, F. P. Gennrich: Praktische Mathematik mit Matlab, Scilab und Octave. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013, xi+439 S. ISBN 978-3-642-25824-4 P/b € 41,07.

Zwei Sätze aus dem Vorwort charakterisieren die Zielsetzung ziemlich gut: „Mathematische Programmiersprachen sind notwendiges Handwerkszeug. Zusätzlich muss man aber auch lernen, dieses richtig einzusetzen. Es nützt nichts, einen Hammer zu besitzen, man muss auch in der Lage sein, damit Nägel einzuschlagen.“

Das Buch bietet eine 'hands-on'-Einführung in die mathematischen Softwaretools *Matlab*, *Scilab* und *Octave*. Diese drei Pakete sind vom Grundkonzept sehr ähnlich, wobei *Matlab* kommerziell vertrieben wird, und die beiden anderen frei verfügbar sind. Im ersten Kapitel wird, ausgehend von einigen Installationshinweisen der einzelnen Pakete, auf die Grundkonstrukte eingegangen: Vektoren, Matrizen und wie man rechnerisch mit diesen umgeht. Danach werden die Kontrollstrukturen erklärt, um auch kleinere Programme selber zu erstellen.

In weiterer Folge werden Lösungsansätze für lineare Gleichungen in allen Formen mittels der Softwaresysteme dargeboten. Dies reduziert sich letztlich auf das Kommando $x = A\backslash b$.

Ein umfangreiches Kapitel widmet sich auch Fragen nach der Interpolation und Approximation mit Polynomen. Hier zeigt sich auch die Stärke der Graphikfähigkeit aller Pakete. Den Abschluss bieten drei Kapitel über Fourier- und Wavelet-Transformationen, über numerische Integration und Differentiation sowie numerische Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen.

Das Buch nimmt die Leserin an der Hand und bietet mittels zahlreicher Screenshots Befehlsfolgen in *Matlab*, *Octave* und auch *Scilab* zur Umsetzung von einfachen Aufgaben an. Nützlich ist dabei auch die syntaktische Gegenüberstellung der einzelnen Pakete. Ich halte das Buch für sehr gut geeignet zum Selbststudium von grundlegenden Verfahren der Angewandten Mathematik.

F. Rendl (Klagenfurt)

N. Tzanakis: Elliptic Diophantine Equations. A concrete approach via the elliptic logarithm. (Series in Discrete Mathematics and Applications 2) De Gruyter, Berlin/Boston, 2013, xvi+179 S. ISBN 978-3-11-028091-3 H/b € 89,95.

Die vorliegende Monographie ist der Aufgabe gewidmet, die Lösungen diophantischer Gleichungen zu finden, die elliptische Kurven (über $\mathbb{Q}$) bestimmen. Der Autor hat zu dieser Fragestellung wichtige Beiträge geleistet. Zu Beginn gibt er einen kurzen Überblick über jene Teile der Theorie elliptischer Kurven, die seinen Ausgangspunkt bilden – wie Weierstraß-Gleichungen und den Satz von Mordell-Weil. Danach behandelt er die für seinen Zwecke benötigten Arten von Höhen, die Weierstraßsche $\wp$-Funktion und elliptische Kurven über $\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$, bevor er den elliptischen Logarithmus einführt und seine Verwendung erklärt. In den nachfolgenden Kapiteln werden obere Schranken für Linearformen in elliptischen Logarithmen in verschiedenen speziellen Situationen hergeleitet (etwa wenn die elliptische Kurve in Form einer Weierstraß-Gleichung durch ein Polynom vierten Grades oder zwei gekoppelte Pellsche Gleichungen gegeben ist). Im anschließenden Kapitel wird ein Satz von Sinnou David, der eine entsprechende untere Schranke angibt, bewiesen und angewandt. Das vorletzte Kapitel beschreibt, wie ein Reduktionsverfahren von de Weger, das auf dem LLL-Algorithmus beruht, verwendet werden kann, um die gesuchten Punkte tatsächlich zu bestimmen. Als Abschluss präsentiert der Autor eine p-adische Version der Theorie, mit deren Hilfe Lösungen aus Ringen S-ganzer Zahlen gefunden werden können.

Das Buch ist lebhaft geschrieben und vermittelt dem Leser einen faszinierenden Einblick in die ganz und gar nicht einfache Mathematik, die hinter den Befehlen weitverbreiteter Softwarepakete steht. Es ist ein Gewinn für alle, die sich für die darin behandelten Fragen der modernen Zahlentheorie interessieren.

C. Baxa (Wien)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Protokoll der Generalversammlung der ÖMG am 13.11.2015, TU Wien

Freitag, 13.11.2015, 17:30–19:00 Uhr (Freihaus HS 3, TU Wien)

Tagesordnung:

1. Begrüßung und Feststellung der Beschlussfähigkeit
2. Berichte des Vorsitzenden, des Kassiers und weiterer Vorstandsmitglieder
3. Bericht der Rechnungsprüfer und gegebenenfalls Entlastung des Vorstands
4. Berichte aus den Landessektionen und den Kommissionen
5. Finanzen: Mitgliedsbeitrag, Veranstaltungen und Fördermaßnahmen der ÖMG
6. Wahl des Vorstands 2016–2017, Nachwahl Didaktikkommission
   Zusatz: Änderungen im Beirat, Wahl der Rechungsprüfer
7. Verleihung des Studienpreises und des Förderungspreises
8. Allfälliges

1. Begrüßung und Feststellung der Beschlussfähigkeit. Der Vorsitzende begrüßt die Anwesenden. Die Beschlussfähigkeit ist gegeben.

2. Berichte des Vorsitzenden, des Kassiers und weiterer Vorstandsmitglieder.

Mitgliederstand: Derzeit hat die ÖMG 633 persönliche Mitglieder, davon 533 im Inland und 100 im Ausland. Von diesen 633 persönlichen Mitgliedern sind 11 nicht zahlende Mitglieder (6 Ehrenmitglieder, 5 Mitglieder sind wegen Bedürftigkeit befreit). Es gibt derzeit 19 institutionelle Mitglieder (Schulen, Bibliotheken und Institute).

Seit der letzten Generalversammlung am 21.11.2014 gab es 16 Beitritte und 21 Austritte, inklusive einem Zusendestopp für 12 Mitglieder wegen mehrmaligen Nichtzahlens des Mitgliedsbeitrags (das entspricht einem Austritt). Bemerkenswert ist, dass es viele Eintritte aus dem schulnahen Bereich gibt.

In einer Schweigeminute gedenken die Anwesenden eines der ÖMG bekannten Todesfalle: Heinrich Reitberger ist am 30. Juli 2015 verstorben.

Tätigkeiten mit Bundesministerum und bifie: Bis jetzt wurde jeder AHS- und BHS-Maturatermin durch eine Dreiergruppe begutachtet. Das *bifie* und die zuständigen Ministerialabteilungen (Ministerialrat Dangl, Sektionsschef Dorninger) sind sehr zufrieden. Weiters wurden auch und werden weiterhin mehrere Lehramtscurricula begutachtet. Eine Gesprächsrunde mit Dangl, Dorninger (*bmbf*), Hofer, Sattlberger (*bifie*), Humenberger, Kaltenbacher, Oberguggenberger (ÖMG) fand am 13.11.2015 von 9:00–12:00 statt.

Mathe-Brief: Derzeit gibt es 255 Abonnentinnen und Abonnenten. Seit dem letzten Bericht sind folgende Mathe-Briefe erschienen: Mathe-Brief 52 (November 2014): *Eine etwas andere Zahldarstellung* (Schweiger), 53: *Das Newtonsche Näherungsverfahren* (Helmberg), 54: *Ein bisschen Zahlenmagie* (Glaeser), 55: *Im Dickicht der Gitterpunkte* (Summerer), 56: *Die Kochkurve* (Helmberg), 57: *Schneller rechnen* (Pilz), 58: *Approximation von Quadratwurzeln* (Schweiger), 59: *Abwickelbare Flächen und Kurven-Falten* (Wallner), 60 (Juli 2015): Anfrage, ob der Mathe-Brief im Juli pausieren soll, und Anekdote (Helmberg), 61 (September 2015): *Verzerrungen, wohin beide Augen blicken: Raumkollineationen in Fotografie und Stereoskopie* (Glaeser), 62: *Die durch n Punkte in der Ebene bestimmten Abstände* (Summerer), 63: *Buchbesprechung: Elisabeth Green "Building a Better Teacher – How Teaching Works (and How to Teach It to Everyone)"* (Krön). Als Nachfolger des mit Wintersemester 2015/2016 ausgeschiedenen Gerhard Kirchner hat sich im Einverständnis mit dem ÖMG-Vorstand Walther Janous (Ursulinen-Realgymnasium Innsbruck) im September bereit erklärt, in der Redaktion mitzuarbeiten.

ÖMG-Datenbank: Eine Modernisierung der Datenbank ist in Planung. Die Kosten dafür werden sich auf etwa € 2.000 belaufen.

Tagungen: Der Kongress in *Györ* (25. bis 27.8.2015) war ein großer Erfolg, vor allem dank der sehr guten Organisation der ungarischen Kolleginnen und Kollegen und einem äußerst freundlichem Empfang. Es gab etwa 100 Teilnehmerinnen und Teilnehmer und 59 Vorträge, darunter 23 aus Österreich.

Die nächste Tagung der ÖMG gemeinsam mit der DMV findet von 11.–15.9. 2017 in *Salzburg* statt. Die Vorbereitungen sind gut im Laufen. Die Mitglieder des Programmkomitees sind Clemens Fuchs (Salzburg, Vorsitz), Verena Bögelein (Salzburg), Barbara Kaltenbacher (Klagenfurt), Evelyn Buckwar (Linz), Franz Schuster (Wien), Barbara Gentz, Katrin Wendland und Michael Röckner aus Deutschland. Die Hauptvortragenden Martin Hairer, Michael Eichmair, Ursula Hamenstädt, Gigliola Staffiliani, Gabriele Nebe und Carola Schönlieb haben schon zugesagt.

Die Tagung CSASC (gemeinsame Tagung der katalanischen, slowenischen, österreichischen, slowakischen und tschechischen mathematischen Gesellschaften; Prag 2010, Krems 2011 und Koper 2013) wird voraussichtlich von 13.–16.9.2016 in Barcelona stattfinden. Es sollen gemeinsame *special sessions* unter Beteiligung von jeweils mindestens zwei Personen der 5 Gesellschaften organisiert werden. Vorschläge für diese special sessions sind erbeten.

Preise: Beim Schülerinnen- und Schülerpreis gab es 20 Einreichungen, davon 11 Schüler und 9 Schülerinnen. Die Jury (Gerd Kadunz, Peter Schüller, Gabriela Schranz-Kirlinger (Vorsitz)) hat 6 Preise vergeben. Der Springer-Verlag hat dankenswerterweise die Buchpreise gesponsert.

Weitere Berichte von Vorstandsmitgliedern: A. Ostermann berichtet über die Finanzen und präsentiert eine ÖMG Einnahmen-Ausgabenrechnung für das Kalenderjahr 2014, aus der sich ein Überschuss von € 16.326,42 ergibt.

Einnahmen in €		*Ausgaben in €*	
Inserate	1.036,00	Ausgaben: Didaktiktag	2.994,46
IMN-Verkauf Inland	45,45	Büromaterial	168,50
IMN-Verkauf EU-Ausland	403,64	Mitarbeiterhonorare	5.600,00
Mitgliedsbeiträge Inland	13.812,72	Preise	2.708,45
Mitgliedsbeiträge EU-Ausl.	1.795,47	Diverse Ausgaben	797,15
Mitgliedsbeiträge Ausland	475,00	Kostenbeitrag DMV-Versand	3.000,00
Spenden, USt-pflichtig (Buch)	229,19	Druckkosten IMN, Lektorat	5.144,93
Spenden, USt-frei	537,50	Porto	2.752,62
Subvention f. Didaktiktag	4.077,15	Mitgliedsbeiträge (EMS,...)	639,94
Tagung/Kongress	13.008,84	Spesen (Vortr., Bewirtung, Reisen)	697,25
Zinsen, Kurswertänderung	6.221,42	Buchungs- und Bankgebühren	812,66
Summe Einnahmen	*41.642,38*	*Summe Ausgaben*	*25.315,96*

W. Müller, der Beauftragte für Entwicklungszusammenarbeit, berichtet zum Thema Integration von Flüchtlingen an Universitäten. (Die Zuständigkeit für Aufnahmeverfahren als außerordentliche Hörerinnen und Hörer liegt bei den Rektoraten. Ein reger Zugang ist voraussichtlich ab SS 2016 zu erwarten. Französische Literatur wäre wünschenswert.)

3. Bericht der Rechnungsprüfer, Entlastung des Vorstands H.G. Feichtinger und P. Szmolyan haben alle Unterlagen genauestens geprüft und die Richtigkeit der Abrechnungen bestätigt. Es gab keine Beanstandungen. Der Antrag zur Entlastung des Vorstands wird einstimmig angenommen.

4. Berichte aus den Landessektionen und Kommissionen

Wien: Ch. Krattenthaler (Wien) berichtet, dass M. Beiglböck die Universität Wien verlässt und ab 1.1.2016 die Professur *Stochastik in den Wirtschaftswissenschaften* an der TU Wien antreten wird. An der TU Wien ist das Berufungsverfahren *Angewandte Statistik* im Laufen.

Innsbruck: H.-P. Schröcker berichtet, dass Ch. und S. Geiß die Universität Innsbruck verlassen haben. Eine Professur für *Stochastik* ist ausgeschrieben, derzeit läuft die Begutachtung. Die Professur *Angewandte Algebra und Diskrete Mathematik* wird T. Netzer von der TU Dresden am 1.2.2016 übernehmen. Die Sektion Innsbruck hat die Mathematik-Olympiade mit Buchpreisen unterstützt. Am Tag der Mathematik, am 9.4.2015, wurden Vorträge von J. Schicho (JKU) und Ch. Spannagel (PH Heidelberg) abgehalten. Die junge Uni am 6.11.2015 (Mathe-Cool!) hatte diesmal das Thema: „Wir falten Polyeder." Das Lehramtsstudium neu (mit der Kath. Päd. Hochschule, der PH Tirol und PH Vorarlberg) wird voraussichtlich mit WS 2016 in Innsbruck beginnen. Die Koordination der Lehrveranstaltungen erfolgt durch Beirat und Rektorate.

Graz/Leoben: W. Woess berichtet über die Professur *Computational Topology and Geometry* an der TU Graz, die M. Kerber vor Kurzem angetreten hat. Bei der Professur *Stochastik* an der KFU Graz finden demnächst die Berufungsvorträge statt. Bei der Professur *Stochastik und Versicherungsmathematik* an der TU Graz wird zur Zeit verhandelt. Eine Professur *Angewandte Statistik* wird demnächst an der TU Graz ausgeschrieben.

Klagenfurt: In Abwesenheit von Ch. Pötzsche berichtet M. Oberguggenberger. Der Dreiervorschlag für die Professur *Stochastische Prozesse* ist erstellt.

Linz: F. Pillichshammer berichtet über Veranstaltungen zur Nachwuchsförderung. Das Berufungsverfahen für die Professur *Algebra* (Nachfolge G. Pilz) ist noch nicht abgeschlossen.

Salzburg: In Abwesenheit von P. Hellekalek berichtet M. Oberguggenberger. Der Fachbereich Mathematik befindet sich nach den Neubesetzungen von 4 Professuren und 4 Assistenzprofessuren jetzt in der Phase der Profilbildung. Im neuen Entwicklungsplan der Universität Salzburg wird es 5 Arbeitsgruppen geben: Analysis (Leitung: V. Bögelein), Diskrete Mathematik (C. Fuchs), Geometrie (Ch. Buchta), Statistik (A. Bathke) und Technische Mathematik (A. Schröder). Der neue Fachbereichsleiter ist seit 1.10.2015 A. Schröder, in Nachfolge von A. Bathke, der seit 1.10.2015 Dekan der Naturwissenschaftlichen Fakultät ist.

Im Rahmen des *Sparkling Science*-Projekts EMMA (Experimentieren mit mathematischen Algorithmen) arbeitet der Fachbereich Mathematik mit der HTL Braunau und dem akademischen Gymnasium in Salzburg zusammen; Aktivitäten sind ein Freifach an der HTL, vom Landesschulrat Salzburg finanzierte Kurse und Workshops.

5. Finanzen, Mitgliedsbeitrag, Veranstaltungen und Fördermaßnahmen

Der Kassier A. Ostermann schlägt vor, den Beitrag von derzeit € 25 auf € 35 zu erhöhen. Gründe dafür sind die erhöhten Kosten für die DMV-Mitteilungen (€ 5 pro Mitglied und Jahr) und die allgemeine Kostensteigerung (IMN, Honorare, etc.). Das Vermögen der ÖMG sollte nicht für die Abdeckung des laufenden

Betriebs verwendet werden. Der Antrag auf Erhöhung des Mitgliedsbeitrags wird einstimmig angenommen.

Geplant ist weiters ein Abbau des Vereinsvermögens durch Unterstützung/ Organisation von vereinsrelevanten Aktivitäten, vor allem zur Nachwuchsförderung. Es wurde in der Vorstandsitzung eine Subkommission (Ch. Krattenthaler, A. Ostermann, W. Woess) zur Ausarbeitung und Sammlung von entsprechenden Vorschlägen nominiert.

6. Wahl des Vorstands 2016–2017, Nachwahl der Didaktikkommission

Der Vorschlag für den ÖMG-Vorstand für die Periode 2016–2017 lautet:

Vorsitzender: Michael Oberguggenberger (Univ. Innsbruck)
Stellvertreter: Barbara Kaltenbacher (Univ. Klagenfurt)
Herausgeber der IMN: Johannes Wallner (TU Graz)
Kassier: Alexander Ostermann (Univ. Innsbruck)
Stellvertreter: Bernhard Lamel (Univ. Wien)
Schriftführer: Clemens Fuchs (Univ. Salzburg)
Stellvertreterin: Gabriela Schranz-Kirlinger (TU Wien)
Beauftragte für Frauenförderung: Evelyn Buckwar (Univ. Linz)
Beauftragter für Öffentlichkeitsarbeit: Gerald Teschl (Univ. Wien)

Außerdem werden als Rechnungsprüfer Hans Georg Feichtinger (Univ. Wien) und Peter Szmolyan (TU Wien) vorgeschlagen.

M. Oberguggenberger wird in geheimer Abstimmung in seiner Funktion als Präsident einstimmig wiedergewählt. Auch der übrige Vorstand und die beiden Rechnungsprüfer werden einstimmig wiedergewählt. A. Vohns (Klagenfurt) wird in die *Didaktikkommission* nachnominiert, da W. Peschek ausscheidet. W. Wurm möchte aus dem *Beirat* ausscheiden. H. Zeiler (Stadtschulrat Wien) wird für den Beirat kooptiert. Die nächste Wahl des Beirats findet bei der Generalversammlung 2016 statt.

7. Verleihung des Studienpreises und des Förderungspreises Mit den ÖMG-Studienpreis wird diesmal die Dissertation von Florian Lehner (TU Graz) ausgezeichnet. Der ÖMG-Förderungspreis wird an Christoph Aistleitner verliehen, die Laudatio wird von Robert Tichy gehalten.

8. Allfälliges. Es gibt keine Wortmeldungen.

Vorsitzender: Michael Oberguggenberger
Schriftführerin: Gabriela Schranz-Kirlinger

Laudatio für Christoph Aistleitner aus Anlass der Verleihung des Förderungspreises 2015

Christoph Aistleitner wurde am 25. Februar 1982 in Linz geboren. In den Jahren 2001–2006 studierte er Technische Mathematik an der TU Wien. Seine Diplomarbeit zum Thema *Normale Zahlen* wurde von Michael Drmota betreut. Danach wechselte Christoph Aistleitner an die TU Graz, um in den Jahren 2006–2008 sein Doktoratsstudium durchzuführen. Die unter der Betreuung von István Berkes verfasste Dissertation mit dem Titel *Investigations in Metric Discrepancy Theory* wurde mit dem Studienpreis der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft und dem *Award of Excellence* des Bundesministeriums für Wissenschaft und Forschung ausgezeichnet. Einen Teil der Zeit seit Abschluss seines Doktorats war Christoph Aistleitner in meiner Arbeitsgruppe an der TU Graz tätig, wo er sich auch im Jahr 2014 habilitierte. Davon abgesehen verbrachte er mehrmonatige Forschungsaufenthalte am Rényi Institut in Budapest, am Mathematischen Forschungszentrum Oberwolfach und am Hausdorff Institut in Bonn. Im Jahr 2012 erhielt er ein Schrödinger-Stipendium und führt seitdem sein Forschungsprojekt unter dem Titel *Probabilistic Methods in Number Theory, Analysis and Applications* durch. Das erste Jahr dieses Stipendiums verbrachte er an der University of New South Wales in Sydney, Australien, in der Gruppe von Ian Sloan, das zweite Jahr bei Katusi Fukuyama in Kobe, Japan. Das dritte Jahr (die sogenannte „Rückkehrphase“) verbringt Christoph Aistleitner derzeit mit der Gruppe von Gerhard Larcher am Institut für Finanzmathematik der Universität Linz. Christoph Aistleitner wurde bereits durch viele wissenschaftliche Preise ausgezeichnet: Im Jahr 2014 erhielt er den Hlawka-Preis der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, 2015 den renommierten START-Preis des Österreichischen Wissenschaftsfonds und kürzlich die Talentförderungsprämie des Landes Oberösterreich in der Kategorie Wissenschaft sowie den Kardinal Innitzer-Förderungspreis.

Das Forschungsgebiet von Christoph Aistleitner befindet sich im Schnittbereich von Stochastik, Analysis und Zahlentheorie. Wiederkehrende Themen sind die Theorie der Gleichverteilung modulo Eins und die Diskrepanztheorie, die Frage nach der (fast sicheren) Konvergenz von Fourier-Reihen und anderen Funktionenreihen, die Quantifizierung des “pseudo-zufälligen” Verhaltens von deterministischen Zahlenfolgen sowie die sogenannte Quasi-Monte Carlo-Methode zur numerischen Integration und deren Eigenschaften im hochdimensionalen Fall. Christoph Aistleitner hat mehr als 50 wissenschaftliche Arbeiten verfasst, davon knapp weniger als die Hälfte als Alleinautor, und die restlichen Arbeiten gemeinsam mit zahlreichen Kollaborationspartnern aus verschiedenen Ländern. Zahlreiche von Christoph Aistleitners Arbeiten wurden in sehr renommierten mathematischen Zeitschriften veröffentlicht, darunter *Probability Theory and Related Fields*, *Transactions of the American Mathematical Society*, *Acta Arithmetica*, *Mathematische Zeitschrift*, *Mathematics of Computation*, *Israel Journal of Mathematics* und *Journal of the European Mathematical Society*.

Ich werde im Folgenden einige spezifische Resultate von Christoph Aistleitner darstellen, möchte aber gleichzeitig darauf hinweisen, dass diese Auswahl nur einen kleinen Ausschnitt aus seiner Forschungsarbeit darstellt; viele interessante Resultate müssen unerwähnt bleiben. Im Rahmen seines Doktoratsstudiums beschäftigte sich Christoph Aistleitner insbesondere mit der Theorie sogenannter lakunärer Reihen. Einfach gesagt handelt es sich um das Studium von Objekten der Form

$$\sum_{k=1}^{N} f(n_k x), \qquad x \in [0,1], \tag{1}$$

wobei $f(x)$ eine 1-periodische Funktion mit gewissen Regularitätseigenschaften und $(n_k)_{k\geq 1}$ eine sehr schnell wachsende (d.h. lakunäre) Folge ganzer Zahlen ist. Eng damit verwandt ist die Untersuchung der Diskrepanz von parametrischen Folgen der Form $(\{n_k x\})_{k\geq 1}$, wobei $x \in [0,1]$ und $\{\cdot\}$ den Bruchteil einer reellen Zahl bezeichnet. Es ist seit Langem bekannt, dass solche Systeme ungefähr dieselben Eigenschaften wie Folgen unabhängiger, identisch verteilter Zufallsvariablen aufweisen; das exakte Verhalten hängt aber von einem komplizierten und faszinierenden Zusammenspiel stochastischer und zahlentheoretischer Phänomene ab. Aus Christoph Aistleitners Forschungsarbeit lässt sich ersehen, dass hierbei insbesondere die Anzahl von Lösungen (k,ℓ) der diophantischen Gleichung

$$an_k \pm bn_\ell = c, \qquad a,b,c \in \mathbb{Z},$$

eine wichtige Rolle spielt. Damit konnte Christoph Aistleitner beispielsweise ein optimales Kriterium dafür angeben, wann das entsprechend normierte System (1) den zentralen Grenzwertsatz erfüllt. Entsprechende Resultate konnten auch für das Gesetz vom iterierten Logarithmus bewiesen werden. Insgesamt liegt somit endlich eine befriedigende Erklärung für das “reguläre” bzw. “irreguläre” Verhalten solcher lakunären Systeme vor; ein Problem, das bereits Paul Erdős beschäftigte, und das nun weitgehend verstanden ist. Die Beweise basieren übrigens auf der Approximation mittels sogenannter Martingal-Differenzen und einem dazugehörigen *almost sure invariance principle*, also auf anspruchsvollen Methoden aus der Stochastik. Dadurch können klassische Fragen der metrischen diophantischen Approximation und Diskrepanztheorie zu einem Abschluss gebracht werden.

Als zweites wichtiges Ergebnis möchte ich Christoph Aistleitners Forschungsarbeit über die fast sichere Konvergenz von Funktionenreihen besprechen. Ein fundamentales Ergebnis von Lennart Carleson besagt, dass die Fourier-Reihe einer L^2-Funktion fast sicher konvergiert; das heißt insbesondere, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos 2\pi x < \infty \qquad \text{und} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin 2\pi x < \infty$$

sofern

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 < \infty. \tag{2}$$

Entsprechende Resultate für allgemeine Funktionenreihen

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k f(kx) \tag{3}$$

für 1-periodisches $f(x)$ folgen ganz anderen Gesetzmäßigkeiten, und die Bedingung (2) ist im Allgemeinen nicht mehr ausreichend, um fast sichere Konvergenz zu garantieren. Es ist schon lange bekannt, dass diese Art von Problem mit der maximalen Größe von Summen der Form

$$\sum_{1 \leq k, \ell \leq N} \frac{(\gcd(n_k, n_\ell))^{2\alpha}}{(n_k n_\ell)^\alpha}, \qquad \alpha \in [1/2, 1], \tag{4}$$

für verschiedene positive ganze Zahlen $n_1, \ldots, n_N$ zusammenhängt. Die maximale Größe dieser Summen war aber bisher nur für den Fall $\alpha = 1$ exakt bekannt (Gál, 1949, der damit ein Preisproblem von Erdős löste). Gemeinsam mit István Berkes und Kristian Seip gelang es Christoph Aistleitner nun, die exakte maximale Größe dieser Summen zu berechnen und damit ein im Wesentlichen optimales Kriterium für die fast sichere Konvergenz von Funktionenreihen der Form (3) anzugeben. Die Methode ist ebenso überraschend wie beeindruckend, nämlich wird die Summe (4) als komplexes Integral, oder genauer als ein sogenanntes Poisson-Integral auf der unendlichdimensionalen *polydisc* identifiziert. Diese Arbeit hat einen erstaunlichen Zusammenhang zwischen der Theorie der fast sicheren Konvergenz von Funktionenreihen und der analytischen Zahlentheorie hergestellt; es hat sich nämlich inzwischen auch herausgestellt, dass die Summen (4) auf natürliche Weise als Integrale in einem bestimmten stochastischen Modell der Riemannschen Zetafunktion auftreten (Lewko und Radziwiłł, 2014), und dass sich diese Summen mittels der sogenannten Resonanzmethode von Soundararajan zur Bestimmung von unteren Schranken für den maximalen Absolutbetrag der Riemannschen Zetafunktion $\max_{0 \leq t \leq T} |\zeta(\alpha + it)|$ für fixes α verwenden lassen (Aistleitner, 2014). Diese Methode mittels Resonanz vermeidet einige Probleme der (ganz anderen) klassischen Methode von Montgomery, die für den Fall allgemeinerer L-Funktionen zu komplizierten Problemen der inhomogenen diophantischen Approximation führt, und es ist daher plausibel, dass sich in weiterer Folge neue, verbesserte untere Schranken für den Betrag allgemeiner L-Funktionen erhalten lassen.

Nur ganz kurz möchte ich noch einige weitere Resultate von Christoph Aistleitner erwähnen:

- Einen einfachen Beweis des berühmten Resultats von Heinrich, Novak, Wasilkowski und Woźniakowski (2001), wonach die sogenannte Inverse der Diskrepanz nur linear von der Dimension abhängt. Im Gegensatz zu dem früheren Resultat enthält Aistleitners Ergebnis keine unspezifizierten Konstanten.

- Die Konstruktion von Punktmengen mit niedriger Diskrepanz auf der Sphäre S^2 durch Transformation aus dem Einheitswürfel mittels einer flächentreuen Abbildung (gemeinsam mit Brauchart und Dick).
- Die Beantwortung mehrerer offener Fragen von Alon, Kohayakawa, Mauduit, Moreira und Rödl über die *pseudorandomness*-Eigenschaften binärer Ziffernfolgen.
- Mehrere grundlegende Resultate zur Existenz von Punktmengen mit niedriger Diskrepanz sowie die Durchführbarkeit der Quasi-Monte Carlo-Integration bezüglich allgemeiner Maße (nicht nur, wie üblich, bezüglich der Gleichverteilung).
- Eine exakte quantitative Version des bekannten Resultats von Koksma, dass die Folge $(\{x^k\})_{k\geq 1}$ für fast alle $x > 1$ gleichverteilt modulo Eins ist.

Ich wiederhole, dass die erwähnten Resultate nur einen kleinen Ausschnitt aus dem wissenschaftlichen Schaffen Christoph Aistleitners darstellen. Christoph Aistleitner ist ein hervorragender und vielseitiger junger Mathematiker, von dem in der Zukunft noch vieles zu erwarten ist. Er ist auch ein besonders angenehmer junger Kollege, die Kooperation mit ihm in den vergangenen Jahren war immer ein besonderes Vergnügen. Daher freue ich mich sehr, dass er im nächsten Sommersemester mit seinem START-Projekt in unserer Arbeitsgruppe beginnen wird. Für seine wissenschaftliche und private Zukunft wünsche ich ihm viel Erfolg und auch das nötige Glück.

(Robert Tichy)

Neue Mitglieder

Franziska Fritsche, B.Sc. – Wien. geb. 1991. 2014 Abschluss Bachelor Technische Mathematik Innsbruck. Derzeit Studentin der Mathematik und der Physik an der Universität Wien. email *franziska@fritsche.bz*.

Günter Maresch, Mag.Dr. – Universität Salzburg. geb. 1969. 1995 Abschluss des Studiums Mathematik und Darstellende Geometrie an der TU Wien, 2005 Doktorat Univ. Salzburg. Seit 2015 Ass.-Prof. für Didaktik der Mathematik und Geometrie in der *School of Education* der Univ. Salzburg. email *guenter.maresch @sbg.ac.at*, *http:// www. geotic. at*.

Monika Musilek, Mag. Dr. – Pädagogische Hochschule Wien. geb. 1970. Lehramtsstudium Mathematik und Physik, 2002 Dissertation am Atominstitut der Österr. Universitäten. Seite 2014 Lehrende im Fachbereich Neue Mittelschule (Mathematik) an der PH Wien und Leiterin des Haus der Mathematik der PH Wien. email *monika.musilek@gmx.at*.

Andreas Vohns, Assoz.Prof. Dr. – Universität Klagenfurt. geb. 1975. Promotion 2007 zum *Dr. paed.* an der Universität Siegen, set 2008 Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Klagenfurt, seit 2014 assoziierter Professor. email *andreas.vohns@aau.at*, *http://www.aau.at/avohns/*.

Ausschreibung der Preise der ÖMG

Ausschreibung des ÖMG-Förderungspreises 2016

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2016 wieder ihren jährlichen Förderungspreis. Infrage kommen junge Mathematikerinnen oder Mathematiker, die in überdurchschnittlichem Maße durch ihre mathematische Forschung hervorgetreten sind und welche einen wesentlichen Teil ihrer Arbeiten in Österreich erbracht haben. Dabei soll die Promotion mindestens zwei bis maximal zehn Jahre zurückliegen (Überschreitungen sind möglich bei Kindererziehungszeiten und bei nachweislichen Präsenz- oder Zivildienstzeiten).

Die Nominierung muss durch einen zum Zeitpunkt der Nominierung in Österreich an einer Universität oder Forschungseinrichtung beschäftigten habilitierten Mathematiker bzw. eine Mathematikerin erfolgen. Der Vorschlag muss in elektronischer Form bis spätestens 14. März 2016 beim Vorsitzenden der ÖMG einlangen und folgende Unterlagen enthalten: 1. Beschreibung und Wertung der wissenschaftlichen Leistung; 2. Publikationsliste; 3. Wissenschaftlicher Lebenslauf.

Aus den eingereichten Vorschlägen wählt eine Begutachtungskommission den Preisträger oder die Preisträgerin aus. Der Preis ist mit 1.000 € und einer Ehrenmedaille dotiert. Außerdem wird der Preisträger oder die Preisträgerin eingeladen, beim nächsten ÖMG-Kongress in einem Vortrag über die erzielten Forschungsergebnisse zu berichten. Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird er oder sie auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

Adresse für Einsendungen: Univ.Prof. Dr. Michael Oberguggenberger, Universität Innsbruck. email *michael.oberguggenberger@uibk.ac.at*.

Ausschreibung der ÖMG-Studienpreise 2016

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2016 wieder zwei Studienpreise. Die Preisträger sollen junge Mathematikerinnen und Mathematiker sein, die in den Jahren 2014 oder 2015 eine Diplom- oder Masterarbeit (im Folgenden als Masterarbeit bezeichnet) bzw. eine Dissertation eingereicht haben.

Voraussetzung für den Studienpreis für Masterarbeiten ist ein Abschluss eines Magister- oder Diplomstudiums an einer österreichischen Universität. Voraussetzung für den Studienpreis für Dissertationen ist entweder der Abschluss des Doktoratsstudiums an einer österreichischen Universität oder, im Falle eines Doktoratsstudiums an einer ausländischen Universität, das Vorliegen eines abgeschlossenen

Magister- oder Diplomstudiums an einer österreichischen Universität. Die Nominierung muss durch einen zum Zeitpunkt der Nominierung in Österreich an einer Universität oder Forschungseinrichtung beschäftigten Mathematiker bzw. eine Mathematikerin erfolgen.

Der Vorschlag muss in elektronischer Form bis spätestens 14. März 2016 beim Vorsitzenden der ÖMG einlangen und folgende Unterlagen enthalten: 1. Ein Exemplar der als besonders hochqualifiziert bewerteten mathematischen Masterarbeit bzw. Dissertation; 2. Zwei begründete Bewertungen dieser Arbeit; 3. Einen Lebenslauf des Kandidaten bzw. der Kandidatin einschließlich einer kurzen Beschreibung des Studienablaufs.

Aus den eingereichten Vorschlägen werden durch eine vom Vorstand der ÖMG eingesetzte Begutachtungskommission die Preisträger ermittelt. Jeder ÖMG-Studienpreis ist mit 500 € dotiert. Jeder Preisträger erhält eine Urkunde. Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird er bzw. sie auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

Adresse für Einsendungen: Univ.Prof. Dr. Michael Oberguggenberger, Universität Innsbruck. email *michael.oberguggenberger@uibk.ac.at*.

Ausschreibung der Schülerinnen- und Schülerpreise der ÖMG 2016

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft zeichnet herausragende vorwissenschaftliche Arbeiten, die 2015 oder 2016 an österreichischen Schulen entstanden sind, und die einen starken Bezug zu Mathematik oder Darstellender Geometrie aufweisen, mit Preisen aus. Diese Arbeiten müssen in elektronischer Form, als PDF-Datei, bis 10. Juli 2016 bei der ÖMG einlangen und werden von einer Jury begutachtet.

Die Verfasserinnen und Verfasser jener Arbeiten, die im Zuge dieser Begutachtung durch die Jury ausgewählt werden, werden zu einem Kurzvortrag eingeladen, in dem sie ihre Arbeit präsentieren können. Anschließend erfolgt die Preisverleihung. Die Präsentationen und die Preisverleihung der prämierten Arbeiten finden im Herbst 2016 zu einem noch festzusetzenden Termin statt.

Die ÖMG bittet alle ihre Mitglieder sowie die Leserinnen und Leser der IMN, potentiell Interessierte von dieser Einladung zu informieren und Schulen zur Teilnahme zu ermuntern.

Adresse für Einsendungen: Univ.Prof. Dr. Michael Oberguggenberger, Universität Innsbruck. email *michael.oberguggenberger@uibk.ac.at*.