AN ALLE MATHEMATIKER

Die „Internationalen Mathematischen Nachrichten" wollen immer rasch und umfassend über alles Wissenswerte aus aller Welt berichten. Dieses Ziel kann jedoch nur dann erreicht werden, wenn alle Mathematiker mitarbeiten und Informationen über Ernennungen, Ehrungen, Preisverteilungen, Jubiläen und Todesfälle so rasch wie möglich an irgend einen der Redakteure oder Korrespondenten übermitteln. In gleicher Weise werden die wissenschaftlichen Gesellschaften und Institute gebeten, alle Informationen über Neugründungen und organisatorische Veränderungen sowie über die Abhaltung von Kongressen, Tagungen und Gastvorlesungen bekanntzugeben. Darüber hinaus werden die wissenschaftlichen Verlagsanstalten eingeladen, Ankündigungen über neu erschienene Bücher, Zeitschriften und Forschungsberichte umgehend mitzuteilen.

Interessenten, die die „Internationalen Mathematischen Nachrichten" laufend beziehen wollen, wenden sich an das Sekretariat der

ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT
Wien IV, Karlsplatz 13 (Technische Hochschule), Österreich.

TO ALL MATHEMATICIANS

The „International Mathematical News" always endeavour to report quickly and extensively all that is worth while from everywhere. This aim, however, can only be reached if all mathematicians cooperate and transmit as rapidly as possible news concerning appointments, honours conferred, awarding of prizes, jubilees and deaths to one of the editors or correspondents. Likewise scientific societies and institutes are kindly requested to give information about new foundations, developments and reorganizations, as well ab about congresses, meetings and visiting lectureships held. Further, scientific editing houses are invited to send in occasional announcements of new books, reviews and research reports.

All those interested, who wish to get regularly the „International Mathematical News", should address themselves to the Secretary of the

AUSTRIAN MATHEMATICAL SOCIETY
Wien IV, Karlsplatz 13 (Technical University), Austria.

A TOUS LES MATHÉMATICIENS

Les „Nouvelles Mathématiques Internationales" prennent pour devoir de fournir toujours des informations synoptiques dans le plus bref délai possible de tout ce qu'il y a d'intéressant de par tout le monde. Ce but, cependant, ne peut être atteint que par le concours de tous les mathématiciens en faisant parvenir le plus tôt possible à un des rédacteurs ou correspondants des informations concernant nominations, honorations, jubilés et décès. Les sociétés et instituts scientifiques sont également priés de bien vouloir donner des informations à l'égard de fondations nouvelles et de réorganisations, de même que de congrès, assemblées et lectures en hôte organisés. En plus les maisons d'édition scientifiques sont invitées à faire part, le cas échéant, de l'apparition de nouveaux livres, de revues et de comptes rendus de recherches.

Tous ceux, intéressés a recevoir régulièrement les „Nouvelles Mathématiques Internationales", veuillent s'adresser au Secrétariat de la

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE D'AUTRICHE
Wien IV, Karlsplatz 13 (Université technique), Autriche.

NACHRICHTEN

DER

ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT

*

SONDERNUMMER

BERICHT ÜBER DEN III. ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATIKERKONGRESS SALZBURG, 9. — 14. IX. 1952

NR. 21/22 OKT. 1952

WIEN

ÖSTERREICHISCHE MATHEMATISCHE GESELLSCHAFT
Gegründet 1903
SEKRETARIAT: WIEN IV, KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)
TELEPHON U 46 5 30 — POSTSPARKASSENKONTO 82 395

Vorstand für das Vereinsjahr 1951/52:

NACHRICHTEN
DER
ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT

SEKRETARIAT: WIEN IV, KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)
TELEPHON U 46-5-30 / POSTSPARKASSENKONTO 82395

6. Jahrgang | Oktober 1952 | Nr. 21/22

SALZBURG 1952

Der III. Österreichische Mathematikerkongreß, der vom 9. bis 14. September 1952 in Salzburg stattfand, ist vorbei. Dank des zahlreichen Zuspruches aus dem Auslande, dessen er sich erfreute — den 75 Österreichern standen 328 auswärtige Gäste gegenüber — war er wirklich das geworden, was er seinem Untertitel nach sein wollte: Ein „Internationales Mathematikertreffen“, das einen echten Beitrag für den globalen Verständigungsgedanken liefern sollte. Am Erfolge kann nach den spontanen Meinungsäußerungen eines Großteils der Anwesenden nicht gezweifelt werden, und die übrige Welt müßte glücklich sein, wenn ihre Politiker zu dem gleichen Einvernehmen gelangen würden wie die Mathematiker! Jedenfalls darf das Treffen „Salzburg 1952“ als würdiges Glied in der Kette der internationalen mathematischen Nachkriegsveranstaltungen größeren Stils gelten, als 5. Meilenstein auf dem Wege zur harmonischen Zusammenarbeit der Mathematiker in aller Welt, auf welchem bereits die Marken „Pisa 1948“, „Innsbruck 1949“, „Cambridge 1950“ und „Taormina 1951“ errichtet wurden.

Es muß auffallen, daß gerade Italien und Österreich, zwei schwer unter den Folgen des letzten Weltkrieges leidende und außer mit Naturschönheiten und geschichtlichen Erinnerungen kaum mit Glücksgütern gesegnete Staaten, bereits wiederholt die Initiative ergriffen haben, Mathematiker aller Länder in größerer Zahl bei sich zusammenzurufen, um im Rahmen anregender Tagungen für die Idee überstaatlicher Verbundenheit — wenigstens unter den Wissenschaftlern — zu werben. Es ist anderseits wiederum verständlich, daß das entsprechende Bedürfnis nicht überall in gleichem Maße ausgeprägt ist. Österreich bemüht sich jedenfalls trotz seiner Fesseln, im Bewußtsein der ihm auf Grund seiner zentralen Lage und seiner historischen Erfahrungen zukommenden Vermittlerrolle, nach besten Kräften das seine zur Völkerverständigung zu tun, und es darf stolz sein, daß seine Bestrebungen von vielen Seiten durchaus gewürdigt und anerkannt werden.

Der Salzburger Kongreß hat wieder einmal bewiesen, daß auch ein armes Land in seinen Bestrebungen keineswegs zurückzustehen braucht, und daß es bei seinem ehrlichen Bemühen, die Nationen zusammenzuführen, sogar guten Mutes wagen darf, eine größere Zahl von Gästen ins Haus zu rufen. Wenn diesen auch von vornherein nicht jene Gastfreiheit in Aussicht gestellt werden konnte, wie sie andernorts geboten werden mag, so haben die Veranstalter doch alles darangesetzt, um durch eine Summe kleinerer Aufmerksamkeiten wenigstens jene herzliche Atmosphäre der Gastfreundlichkeit zu schaffen, die den Österreichern nachgerühmt wird. Sie hoffen aufrichtig, daß dies einigermaßen geglückt ist, bot doch gerade die alte Mozartstadt Salzburg mit ihrem anheimelnden Zauber die besten Voraussetzungen dafür.

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft darf sich glücklich schätzen, daß ihr nach allen Richtungen ergangener Ruf so freundlichen Widerhall gefunden hat, und daß so zahlreiche Gäste aus nah und fern der Einladung zur Kongreßteilnahme Folge geleistet haben. Insgesamt waren 20 Nationen in Salzburg vertreten, und zwar (mit den in Klammern vermerkten Teilnehmerzahlen): Algerien (4), Belgien (14), Deutschland (128), Finnland (4), Frankreich (23), Griechenland (5), Großbritannien (16), Italien (67), Jugoslawien (3), Niederlande (14), Norwegen (4), Österreich (75), Schweden (4), Schweiz (8), Spanien (4), Südafrika (1), Türkei (4), Vereinigte Staaten (21), Vietnam (2), Westafrika (2). Die Salzburger Zeitungen — die im Herbst allen Anlaß gehabt hätten, bereits etwas kongreßmüde zu sein — sprachen erstaunt vom „internationalsten Kongreß" des heurigen Jahres . . .

Der wissenschaftliche Erfolg des Kongresses ist in erster Linie den Gästen zu verdanken, die den Großteil der Vorträge bestritten. An den vier Arbeitstagen wurden nicht weniger als 136 Referate gehalten, ein beachtliches Pensum, das nur in mehrfachen Parallelsitzungen bewältigt werden konnte. Zieht man ferner die sich häufig anschließenden lebhaften Diskussionen und die angeregten Fachgespräche in den Couloirs und insbesondere im Kongreßcafé in Betracht, so darf man mit gutem Grund die Hoffnung hegen, daß viele wertvolle Erkenntnisse vermittelt und fruchtbringende Anregungen ausgetauscht worden sind.

Im Vordergrund eines jeden Kongresses steht aber natürlich das persönliche Erlebnis, das durch das Zusammentreffen so vieler gleichgesinnter, von derselben Leidenschaft beseelter Menschen ausgelöst wird. Welch freudige Erfüllung liegt beispielsweise in der erstmaligen

Begegnung von Fachkollegen, die bislang bloß in brieflicher Beziehung standen; welch nachhaltige Eindrücke bedeuten die vielfältigen Gelegenheiten, die prominenten Gelehrten der eigenen Wissenschaft von Angesicht zu Angesicht kennenzulernen; und welche Chance vor allem für die jüngeren Mathematiker, ihre Talente hervortreten zu lassen und wertvolle Verbindungen zu knüpfen!

Im Dienste dieser weitverzweigten menschlichen Wechselbeziehungen stand auch das gesellschaftliche Programm des Kongresses, das zahlreiche Gelegenheiten zu unbeschwertem Beisammensein bot. Jeder Tag hatte sein besonderes Ereignis, angefangen vom Begrüßungsempfang der Salzburger Landesregierung, über das Mozartkonzert, den Gasteiner Ausflug, den Salzburger Abend, das Abschiedsbankett der Salzburger Stadtgemeinde bis zu den Schlußfahrten ins Salzkammergut und auf die Glocknerstraße, ganz zu schweigen von dem speziellen „Damenprogramm", das sich während der Arbeitssitzungen eigens der begleitenden Damen annahm, die rund ein Drittel der Kongreßgesellschaft ausmachten.

Daß es der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, die ja selbst über keine nennenswerten Mittel verfügt, möglich gemacht wurde, ihren Gästen ein einigermaßen reichhaltiges Programm zu bieten, ist der verständnisvollen Unterstützung zu danken, die sie vielenorts fand. An erster Stelle ist hier dem Bundesministerium für Unterricht Dank zu sagen, dessen namhafte Subvention gewissermaßen den Grundstock des Betriebskapitals bildete, ferner dem Bundesland und der Stadtgemeinde Salzburg, die sich zur Übernahme bedeutender Sachleistungen bereit erklärten. In weiterer Folge wären dann das Verkehrs- und das Handelsministerium, der Salzburger Fremdenverkehrsförderungsfonds, die Gasteiner Kurverwaltung, die Generalpostdirektion, die österreichischen Salinen, die Tabakregie und die vielen anderen, aus der Spenderliste zu ersehenden Körperschaften, Unternehmungen und Firmen zu nennen, die den Bitten der Kongreßleitung ein geneigtes Ohr schenkten und in richtiger Erkenntnis der Bedeutung des Kongresses sehr ansehnliche Bar- und Sachspenden gewährten.

Das ausschlaggebende Aktivum besaß die Mathematische Gesellschaft jedoch im Organisationsgenie ihres einfallsreichen und unermüdlichen Vorsitzenden, Prof. R. Inzinger. Es muß einmal mit aller Deutlichkeit gesagt werden, daß die Aufmachung wie die Durchführung des Kongresses auf seinen ureigensten Ideen beruhten, und daß er es verstand, alle denkbaren Hilfsquellen und Hilfskräfte in Bewegung zu setzen und sich trotzdem noch persönlich um jedes Detail der Planung zu kümmern. Von der Fülle der Aufgaben und den oft geradezu lächerlichen Schwierigkeiten bei ihrer Durchführung kann sich der Fernerstehende keinen Begriff machen, und er kann daher auch kaum ermessen, wieviel Zeit, Mühe und Verhandlungsgeschick zur Überwindung aller Hindernisse aufzuwenden waren. Dank dem aufopfernden Einsatz seiner eigenen Person und der tatkräftigen Unterstützung aller Mitarbeiter und dank einer ziemlich einsichtsvollen Wetterregie ist denn schließlich alles zu einem guten Ende gediehen, und nach einer anregenden Woche haben, wie man glauben darf, Gäste wie Veranstalter Salzburg befriedigt und mit angenehmen Erinnerungen wieder verlassen.

Unter dem Kongreßpublikum war eine stattliche Zahl von „Stammgästen" zu bemerken gewesen, die schon 1949 in Innsbruck beim II. Österreichischen Mathematikerkongreß „dabei gewesen" waren. Die Gastgeber haben das mit Freude zur Kenntnis genommen und hoffen, mit einer entsprechend erweiterten Menge von Stammgästen rechnen zu dürfen, wenn sie — nach gebührender Ruhepause — den Ruf zum IV. Österreichischen Mathematikerkongreß werden ergehen lassen!

W. Wunderlich.

EINDRÜCKE VOM SALZBURGER KONGRESS

Der dritte Kongreß der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft vereinte in Salzburg in der Zeit vom 9. bis 14. September 1952 rund 400 Personen, die aus 20 europäischen und außereuropäischen Ländern dem Rufe der österreichischen Mathematiker gefolgt waren, deren hohe Gastlichkeit und Organisationskunst sich schon 1949 beim Innsbrucker Kongreß aufs beste bewährt hatten. Die meisten der deutschen Gäste hatten unmittelbar vorher an der Tagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in München (4. bis 9. September 1952) teilgenommen, die auf Wunsch der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft in die zeitliche und räumliche Nähe der Salzburger Tagung gelegt worden war.

Der Salzburger Kongreß zeichnete sich wieder durch ein sehr reichhaltiges wissenschaftliches und gesellschaftliches Programm aus. In fünf Sektionen (Analysis, Geometrie und Topologie, Algebra und Zahlentheorie, Angewandte Mathematik, Geschichte und Philosophie der Mathematik) wurden rund 140 Vorträge von je 20 Minuten Normaldauer geboten, die durchwegs auf sehr hohem wissenschaftlichem Niveau standen und ein eindrucksvolles Bild der mathematischen Nachkriegsforschung vermittelten. Es war erfreulich zu sehen, wie in diesem vielstimmigen, vorwiegend europäischen Konzert der Mathematik auch die Vertreter des österreichischen Gastlandes durch zahlreiche schöne Beiträge Hervorragendes leisteten und hohe Anerkennung erwarben. Es scheint mir als auswärtigem Teilnehmer kaum angängig, einzelne Vorträge besonders hervorzuheben, die, auf deutsch, italienisch, französisch oder englisch gehalten, durch ihren Gegenstand, ihr Ergebnis oder ihre Diktion bleibenden Eindruck hervorriefen. Ein wesentliches Zeichen des großen Interesses, das die meisten Vorträge fanden, waren die häufig anschließenden ausgedehnten Debatten, die oft quer durch alle Sprachen liefen und ausgezeichnete Gelegenheiten boten, die Leistungen auch anderer Nationen aus jüngster Zeit kennenzulernen und neue Anregungen zu vermitteln. Gerade diese Diskussionen sind ja für den Vortragenden stets ein wertvolles und freundliches Zeichen der Wirkung seines Gegenstandes. Ohne Zweifel nimmt der Salzburger Kongreß durch die Fülle und das Gewicht des dargebotenen wissenschaftlichen Materials, das in den reinlich vervielfältigten Vortragsberichten in orientierenden Kurzfassungen den Teilnehmern bereits bei Kongreßbeginn zur Verfügung gestellt wurde, unter ähnlichen Veranstaltungen

einen bevorzugten und vorbildlichen Rang ein. Die Spaltung in vier Hauptsektionen war eine sehr kluge Maßnahme der Kongreßleitung; sie kam vor allem den Vortragenden zugute, die ihr Thema in befriedigendem Umfang und ohne zeitliche Bedrängnis abwickeln konnten. Die dabei allgemein bewahrte und von den verschiedenen Vorsitzenden beobachtete Zeitdisziplin gestattete den an verschiedenen Sektionen Interessierten den pünktlichen Wechsel zwischen den Vortragssälen — was, nebenbei vermerkt, in Innsbruck noch nicht stets möglich gewesen war.

So kann die Österreichische Mathematische Gesellschaft mit dem hauptsächlichen, nämlich m a t h e m a t i s c h e n Z w e c k e des Salzburger Kongresses in jedem Grade, ja selbst bei anspruchsvollstem Maße, zufrieden sein, wie umgekehrt auch alle Teilnehmer in diesem Belange gewiß voll und ganz auf ihre Rechnung gekommen sind.

Ein wissenschaftlicher Kongreß erschöpft sich jedoch nicht in seinen Fachvorträgen und Diskussionen, und am wenigsten kann das von einem Kongreß in S a l z b u r g gelten. Mindestens ebenso wichtig ist die p e r s ö n l i c h e F ü h l u n g n a h m e der teilnehmenden Gelehrten und die freundschaftliche Aussprache bei den verschiedenen gesellschaftlichen Anlässen eines großen und wohlorganisierten Treffens. Auch dazu hatte die rührige Kongreßleitung in Salzburg selbst und bei den verschiedenen Ausflügen in die herrliche österreichische Seen- und Alpenlandschaft beste Möglichkeiten geschaffen.

Schon der inoffizielle B e g r ü ß u n g s a b e n d am Montag, den 8. September, verlief in den Räumen des „Sternbräus" äußerst anregend. Den ersten Sitzungstag (9. Sept.) umrahmte vormittags der Festakt der K o n g r e ß e r ö f f n u n g in der schönen Aula academica der Salzburger Theologischen Fakultät und abends der festliche E m p f a n g durch die Salzburger Landesregierung in den stilvollen Prunkräumen der Fürsterzbischöflichen Residenz.

Nach Begrüßungsworten an die Kongreßteilnehmer, die Delegierten zahlreicher Universitäten, Hochschulen und Akademien und die übrigen Festgäste aus dem Munde des Vorsitzenden der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Prof. R. I n z i n g e r, sprachen im Verlauf des feierlichen Eröffnungs-Festaktes Bürgermeister St. P a c h e r für die Stadt Salzburg und Landeshauptmann Dr. J. K l a u s für das Land Salzburg, worauf der österreichische Bundesminister für Unterricht, Dr. E. K o l b, in längerer, gehaltvoller Rede Wert und Bedeutung der mathematischen Wissenschaften würdigte und die Eröffnung des Kongresses vollzog. Anschließend ergriffen noch Prof. M. M o r s e (Princeton, USA) als Vertreter der Internationalen Mathematischen Union, sowie die Professoren E. K a m k e (Tübingen), A. D e n j o y (Paris) und E. B o m p i a n i (Rom) im Namen der gelehrten Delegationen ihrer Länder das Wort.

Den zweiten Arbeitstag (der Herren) begleitete ein reichhaltiges D a m e n p r o g r a m m: Vormittags ein Rundgang durch die Stadt Salzburg und nachmittags eine mit besonderer Freude und Anerkennung aufgenommene Modeschau in der Residenz. Den Abschluß des Tages bildete ein M o z a r t k o n z e r t des Mozarteumorchesters unter P. W a l t e r im großen Saal des Mozarteums, wobei in hervorragender Wiedergabe die Idomeneo-Ouvertüre, das Violinkonzert in A-Dur und die Jupitersymphonie geboten wurden.

Der folgende Donnerstag (10. Sept.) war einem schönen und wohlgelungenen Ausflug der gesamten Kongreßgesellschaft in den weltbekannten Kurort B a d G a s t e i n mit seinen radioaktiven Heilquellen gewidmet, dessen berühmter Ski- und Aussichtsberg, der Stubnerkogel (2245 m), in bequemer Gondelfahrt erklommen wurde. Nach einem vergnügten und eindrucksvollen Tage sammelte dann abends die schmucke Gasteiner Trachtenkapelle die Kongreßangehörigen aus den gemütlichen Gasteiner Lokalen, brachte sie zur Bahn und verabschiedete sie dort mit ihrem Zapfenstreich zu unterhaltsamer Heimreise.

Auch der dritte Arbeitstag (12. Sept.) ließ die Damen nicht ruhen: Es rief vormittags der zweite Teil des Stadtrundganges, nachmittags der durch natürlichen und künstlichen Regen bemerkenswerte Ausflug nach dem Schloß H e l l b r u n n mit seinen berühmten Wasserkünsten. Diesen Tag beschloß ein folkloristischer S a l z b u r g e r A b e n d im Stieglbräukeller mit Salzburger Volksmusik und Trachtentänzen sowie regen mathematischen Eigentänzen.

Ähnlich lief dem vierten Arbeitstag (13. Sept.) parallel ein Damenprogramm mit vormittägigem Besuch der Mozart-Gedenkstätten und nachmittägigem Ausflug auf den G a i s b e r g (1288 m) und auf die Zistelalpe, wie stets mit „Jause" — eine Vokabel, die sich sehr bald bei allen Nationen allgemeiner Beliebtheit erfreute. Diesen letzten offiziellen Kongreßtag beendete ein von der Stadt Salzburg im geräumigen Stadtsaal des Festspielhauses veranstalteter S c h l u ß a b e n d, bei dem nach Worten des Bürgermeisters St. P a c h e r und einem Abschiedsgruß der Professoren R. I n z i n g e r und W. W u n d e r l i c h endlich auch die Vertreter der Gäste, nämlich die Professoren E. K a m k e, A. D e n j o y, G. S a n s o n e, E. H i l l e, J. A. S c h o u t e n, und schließlich, in heiterer Version, Geh. Rat. H. T i e t z e, die erwünschte Gelegenheit fanden, der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft und den Hauptorganisatoren des Kongresses, nämlich den Herren R. I n z i n g e r, N. H o f r e i t e r und W. W u n d e r l i c h, und allen ihren Hilfskräften für die einjährige aufopfernde Mühe der Veranstaltung dieses so wunderbar gelungenen internationalen Mathematikertreffens zu danken, das allen Teilnehmern ein unvergeßliches Erlebnis bleiben wird.

Wie unendlich genau der Kongreß vorbereitet war und wie exakt er ablief, ist schlechterdings bewundernswert. Die täglich erscheinende K o n g r e ß - z e i t u n g enthielt neben dem genauen Tagesprogramm in übersichtlicher Form alle nötigen Hinweise, so daß keine Frage nach dem „wie", „wann" und „wo" offen blieb. Die Vortragsprogramme des Kongresses waren nach klaren und zweckmäßigen Gesichtspunkten geordnet, wobei auch die Vorsitzenden von vornherein bekannt waren. So lief die wissenschaftliche Arbeit, aber auch das gesellschaftliche Programm in klaren Linien und ohne Hemmung ab.

Selbst das in Salzburg stets so launische Wetter schien mitorganisiert zu sein. Zwar kam man am Montag bei dichtem, irgendwie trostlosem „Schnürlregen" in Salzburg an, und auch fast alle Arbeitstage waren zeitweise damit gesegnet (was dem Besuche der wissenschaftlichen Sitzungen zugute kam), alle Ausflugstage erfreuten sich jedoch eines planmäßig schönen Wetters. So bereits der interessante Ausflug nach Bad Gastein, vor allem aber die Schlußausflüge des strahlend-schönen Sonntags (14. Sept.), an dem die Teilnehmer entweder die Stadt H a l l e i n und ihr bekanntes Salzbergwerk besuchten, oder die herrliche S a l z k a m m e r g u t - R u n d f a h r t mitmachten, die zum Mondsee, Attersee und Traunsee (Mittagsrast in Gmunden) und über Ischl und St. Wolfgang mit seinen Anziehungspunkten (Pacher-Altar, Weißes Rößl) und längs des Wolfgangsees und Fuschlsees wieder zurück nach Salzburg führte. Ebenso gut und überraschend schien die G r o ß g l o c k n e r f a h r t am folgenden Montag (15. Sept.) eingerichtet zu sein. In Zell am See kam wohl leichter Regen auf und im Anstieg durch das Fuscher Tal ging es direkt in die Wolken, so daß auf der aussichtsberühmten Edelweißspitze (2577 m) einfach nichts zu sehen war; wie hob sich aber dann die Stimmung der Reisegesellschaft, als auf der Kärntner Seite der Tauern blauer Himmel hervorkam und die majestätische Gletscherwelt des Großglockners (3798 m) sich in blendender Weiße ausbreitete! Auch die traumhafte Rückfahrt durch die dicken Wolkenbänke der Salzburger Seite in den sicher geführten, wendigen Autobussen der österreichischen Post ist wohl allen Teilnehmern ein nachhaltiges Erlebnis geblieben.

Ich möchte damit den kunstlosen Bericht meiner Eindrücke, den ich auf Wunsch der Kongreßleitung verfaßt habe, beschließen. Trotz strikter Aufforderung, nötige Kritik zu üben, finde ich in meiner Erinnerung nichts, was

an dem Kongreß zu tadeln wäre, aber unendlich vieles, was des aufrichtigen Lobes und Dankes wert ist. Zuvörderst die außerordentlich liebenswürdige Gastfreundschaft der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, der schönen (für manche vielleicht etwas preisgehobenen) Stadt Salzburg und des gastfreien Landes, ferner die wunderbare Organisation des Kongresses mit seinen zahlreichen stilvollen Darbietungen und seinem eklatanten wissenschaftlichen Erfolg. Nichts hätte besser und wirkungsvoller für die wunderschöne Stadt Mozarts und das österreichische Alpenland, in dem viele Mathematiker vor und nach der Tagung erholsame Ferien verbracht haben, werben können, als dieses Salzburger Mathematikertreffen und sein so überaus glücklicher und harmonischer Verlauf! Möge in vier Jahren dem IV. Österreichischen Mathematikerkongreß ein ebensolcher Erfolg beschieden sein, gleich, ob er in Wien oder Graz, am Wörthersee oder am Bodensee stattfinden mag . . .

K. Strubecker (Karlsruhe).

AUSZUG AUS DEM KONGRESSPROGRAMM

Montag, 8. September: Anreisetag.

Zwanglose Zusammenkünfte, nachmittags im Café Tomaselli, Alter Markt 9, abends im Restaurant Sternbräu, Griesgasse 23.

Bis 22 Uhr Anmeldemöglichkeit der Kongreßteilnehmer in der Kongreßkanzlei: Bundesgewerbeschule, Rudolfskai 42.

Dienstag, 9. September: Eröffnung und 1. Arbeitstag.

10 Uhr: Eröffnung des Kongresses durch einen Festakt in der Aula academica, Universitätsplatz.
15—18 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
18.30 Uhr: Empfang der Kongreßteilnehmer durch die Landesregierung in den Prunkräumen der Fürsterzbischöflichen Residenz, Residenzplatz 1.

Mittwoch, 10. September: 2. Arbeitstag.

9—12 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
10—12 Uhr: *Damenprogramm.* Stadtrundgang, 1. Tour.
15—18 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
16—18 Uhr: *Damenprogramm.* Modeschau in den Prunkräumen der Fürsterzbischöflichen Residenz, veranstaltet vom Modehaus F. R e s m a n n und verbunden mit einer Jause der Firma J. M e i n l.
19.30 Uhr: Orchesterkonzert im Mozarteum, Schwarzstraße 26, ausgeführt vom Mozarteumorchester unter Kapellmeister P. W a l t e r, als Solist Konzertmeister J. S t e i n h a u s e r (Violine). Programm: Ouvertüre zu Idomeneo, Violinkonzert in A-Dur, Jupitersymphonie.

Donnerstag, 11. September: Ausflug nach Bad Gastein.

7.45 Uhr: Gemeinsame Abfahrt vom Hauptbahnhof in Salzburg mittels Sonderzug nach Bad Gastein.
10—12 Uhr: Führung durch den Kurort und Besichtigung der Thermalquellen.
12—13 Uhr: Gruppenweises Mittagessen in den vorgesehenen Hotels.
13—14 Uhr: Gruppenweise Bergfahrt mit der Gondelseilbahn auf den Stubnerkogel (2245 m).
14—17 Uhr: Talfahrt nach Belieben der Teilnehmer.
Spätnachmittag und Abend nach freier Gestaltung.
19.30 Uhr: Zapfenstreich und Platzkonzerte der Gasteiner Stadtmusik als Zeichen zum rechtzeitigen Aufbruch.
21—23 Uhr: Rückfahrt des Sonderzuges nach Salzburg.

Freitag, 12. September: 3. Arbeitstag.

9—12 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
10—12 Uhr: *Damenprogramm.* Stadtrundgang, 2. Tour.
15—18 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
14—18 Uhr: *Damenprogramm.* Besuch von Schloß Hellbrunn, verbunden mit einer Alt-Wiener Jause im Schloßrestaurant.
19—20 Uhr: Spaziergang über die Mönchsbergterrasse auf die Festung Hohensalzburg.
20 Uhr: Salzburger-Abend im Stieglbräukeller, Festungsgasse. Gemeinsames Abendessen im großen Saal mit Volksmusik und Tanzeinlagen der Heimatgruppe „Jung-Salzburg", anschließend Publikumstanz.

Samstag, 13. September: 4. Arbeitstag.

9—12 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
10—12 Uhr: *Damenprogramm.* Besuch der Mozart-Gedenkstätten.
15—18 Uhr: Sitzungen in den Sektionen.
14—18 Uhr: *Damenprogramm.* Ausflug auf den Gaisberg (1288 m), verbunden mit einer Jause auf der Zistelalpe (985 m).
20 Uhr: Schlußabend, veranstaltet von der Stadtgemeinde Salzburg im Stadtsaal des Festspielhauses.

Sonntag, 14. September: Schlußausflug nach Hallein.

8 Uhr: Gruppenweise Abfahrt der Autobusse vom Kongreßhaus nach Hallein.
9—10 Uhr: Bergfahrt mit der Gondelseilbahn auf den Dürrnberg. Platzkonzert der Halleiner Bergknappenkapelle.
10—12 Uhr: Gruppenweise Besichtigung des Salzbergwerkes.
12—15 Uhr: Gruppenweise Rückfahrt der Autobusse zum Kongreßhaus.

SPENDERLISTE

Die nachstehend angeführten Stellen, Verbände und Unternehmungen haben durch Barsubventionen oder Sachleistungen entscheidend zum Gelingen des III. Österreichischen Mathematikerkongresses beigetragen, wofür ihnen hier nochmals der aufrichtige Dank ausgesprochen sei.

Bundesministerium für Unterricht
Bundesministerium für Verkehr und verstaatlichte Betriebe
Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau
Land Salzburg
Stadt Salzburg
Landesfremdenverkehrsförderungsfonds Salzburg
Austria Tabakwerke A. G. (Österreichische Tabakregie)
Generaldirektion für die Post- und Telegraphenverwaltung
Generaldirektion der Österreichischen Salinen
Österreichische Stickstoffwerke A. G., Linz
Elin A. G. für elektrische Industrie, Wien
Verband der Versicherungsanstalten Österreichs
Ingenieurkammer für Wien, Niederösterreich und Burgenland
Verband der Freunde der Technischen Hochschule Wien
Handelsaktiengesellschaft, Wien
Julius Meinl A. G., Wien
Modehaus F. Resmann, Salzburg
Stubnerkogel-Bergbahn A. G., Bad Gastein

Vereinigte Mautner-Markhofsche Preßhefefabriken, Wien
Österreichische Brau-A. G., Linz
Sternbrauerei, Salzburg
Innung der Fleischhauer und Selcher, Salzburg
Konsumgenossenschaft „Union", Salzburg
Hutter & Schrantz A. G., Wien
Garvenswerke, Maschinen-, Pumpen- und Waagenfabrik, Wien
Maschinen-, Apparate- und Werkzeugfabrik Strager & Co., Wien
Leykam-Josefsthal, A. G. für Papier- und Druckindustrie
Pölser Zellulose- und Papierfabrik A. G.
Kaufhaus A. Herzmansky, Wien
Feldbacher Zwieback- und Backwarenfabrik Dr. Zach
Waffeln-, Zucker- und Schokoladefabrik R. Auer, Wien
Kakao- und Schokoladefabrik Bensdorp Ges. m. b. H., Wien
Likör- und Schokoladefabrik J. Casali's Neffe, Wien
Zuckerwarenfabrik E. Kirstein u. Sohn, Wien
Schokoladefabrik J. Manner & Co., Wien
Rajsigl, Salzburger Süßwarenfabrik m. b. H.
Kakao- und Schokoladenfabriken Gebrüder Stollwerck A. G., Wien
Weingroßhandlung Bibulowicz, Wien
Weinbrennerei Camis & Stock A. G., Wien
Weinbrennerei und Likörfabrik A. H. Gautier & Co., Wien
Weingroßhandlung L. Grün u. Bruder, Wien
Großbrennerei L. Hofkirchner, Wien-Klosterneuburg
Essig- und Likörfabrik C. Huber, Wien
Weingut- und Großkellerei R. Kutschera u. Söhne, Wien
Weinkellereien A. Metzger, Wien
Weinkellerei L. Pelikan, Wien
Weinkellerei H. Posselt, Wien
Weingroßhandlung H. Scholdan, Wien
Weinkellereien Windisch-Graetz, Wien
Weingroßhandel Brüder Zeilinger, Wien
Weinkellerei und Wirtschaftgenossenschaft von Gastwirten in Wien und Niederösterreich

DELEGATIONEN

Das folgende Verzeichnis gibt Aufschluß über die beim III. Österreichischen Mathematikerkongreß in Salzburg durch Delegationen oder einzelne Abgesandte vertretenen Körperschaften und Hochschulen.

INTERNATIONALE VERBÄNDE
Internationale Mathematische Union
Internationale Mathematische Unterrichtskommission
Union Internationale de la Philosophie des Sciences

ALGERIEN
Université d'Alger

BELGIEN
Acamémie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux Arts de Belgique, Bruxelles
Centre Belge de Recherches Mathématiques, Liège
Fondation Nationale de Recherches Scientifiques
Natuur- en geneeskundige Vennootschap, Gent

Université Libre de Bruxelles
Université de Liège
Université Catholique de Louvain
Faculté Polytechnique de Mons

DEUTSCHLAND
Deutsche Akademie der Wissenschaften, Berlin
Bayerische Akademie der Wissenschaften, München
Akademie der Wissenschaften in Mainz
Deutsche Mathematiker-Vereinigung
Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik
Berliner Mathematische Gesellschaft
Mathematische Gesellschaft zu Hamburg
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach
Freie Universität Berlin
Universität Bonn
Universität Erlangen
Universität Frankfurt am Main
Universität Freiburg im Breisgau
Universität Gießen
Universität Göttingen
Universität Hamburg
Universität Heidelberg
Universität Kiel
Universität Köln
Universität Mainz
Universität München
Universität Münster in Westfalen
Universität Tübingen
Technische Hochschule Aachen
Technische Universität Berlin-Charlottenburg
Technische Hochschule Braunschweig
Technische Hochschule Darmstadt
Technische Hochschule Hannover
Technische Hochschule Karlsruhe
Technische Hochschule München
Technische Hochschule Stuttgart
Pädagogische Hochschule Braunschweig
Pädagogische Hochschule Oldenburg

FINNLAND
Universität Helsinki
Technische Hochschule Helsinki

FRANKREICH
Académie des Sciences, Paris
Centre National de la Recherche Scientifique, Paris
Société Mathématique de France
Université de Clermont-Ferrand
Université de Lille
Université de Paris
Université de Rennes
Université de Strasbourg

GRIECHENLAND
Société Mathématique de Grèce
Université d'Athènes

GROSSBRITANNIEN
London Mathematical Society
University of Aberdeen
University of St. Andrews
University of Durham
University of London
University of Southampton
Chelsea Polytechnic, London
King's College, London
Sommerville College, Oxford

ITALIEN
Accademia Nazionale dei Lincei
Accademia di Scienze, Lettere e Arti di Modena
Accademia delle Scienze di Napoli
Accademia delle Scienze di Torino
Accademia Navale, Livorno
Consiglio Nazionale delle Ricerche, Roma
Istituto Nazionale di Alta Matematica, Roma
Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, Roma
Istituto Nazionale degli Attuari
Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano
Unione Matematica Italiana
Università di Bari
Università di Bologna
Università di Catania
Università di Firenze
Università di Messina
Università di Milano
Università di Padova
Università di Parma
Università di Pisa
Università di Roma
Università di Torino
Università di Trieste

JUGOSLAWIEN
Conseil des Académies de la R. F. P. de Yougoslavie
Universität Beograd
Universität Zagreb

NIEDERLANDE
Koninglijke Nederlandsche Akademie van Wetenschapen
Wiskundig Genootschap te Amsterdam
Mathematisches Zentrum, Amsterdam
Universiteit Amsterdam
Vrije Universiteit Amsterdam
Universiteit Groningen
Universiteit Utrecht

NORWEGEN
Universitetet Bergen
Universitetet Oslo
Norges Tekniske Høgskole, Trondheim

ÖSTERREICH

Österreichische Akademie der Wissenschaften, Wien
Mathematisch-Physikalische Gesellschaft in Innsbruck
Universität Graz
Universität Innsbruck
Universität Wien
Technische Hochschule Graz
Technische Hochschule Wien
Hochschule für Bodenkultur, Wien
Montanistische Hochschule, Leoben
Technologisches Gewerbemuseum, Wien
Fernmeldetechnisches Zentralamt, Wien
Österreichische Stickstoffwerke, Linz
Waagner-Biró A. G., Wien

SCHWEDEN

Königlich Schwedische Akademie der Ingenieurwissenschaften
Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg
Matematikmasinämden, Stockholm

SCHWEIZ

Société Mathématique de Suisse
Universität Bern
Université de Neuchâtel
Universität Zürich
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Technikum des Kantons Zürich in Winterthur

SPANIEN

Universidad de Barcelona
Universidad de Madrid

SÜDAFRIKA

University of Cape Town

TÜRKEI

Ankara Üniversitesi
Université Technique d'Istanbul

VEREINIGTE STAATEN

National Academy of Sciences
National Research Council
American Mathematical Society
Institute for Advanced Study, Princeton
Brown University, Providence
University of Illinois
University of Pennsylvania
Yale University, Newhaven

VIETNAM

Université de Hanoi

WESTAFRIKA

University College of Ibadan, Nigeria

GRUSSTELEGRAMME

Unter den im Salzburger Kongreßbüro einlangenden telegraphischen Glückwunschadressen fanden sich
eine Botschaft des österreichischen Bundeskanzlers Ing. Dr. h. c. Leopold Figl:

„Zu meinem Bedauern verhindert, den Tagungen des III. Österreichischen Mathematikerkongresses und Internationalen Mathematikertreffens beizuwohnen, möchte ich auf diesem Wege alle Teilnehmer auf das herzlichste begrüßen und ihrer wissenschaftlichen Arbeit reichste Erfolge wünschen — Bundeskanzler Figl";

Erfolgswünsche des Verbandes der Versicherungsanstalten Österreichs:

„Aus Anlaß der Abhaltung des III. Österreichischen Mathematikerkongresses beehrt sich der Verband der Versicherungsanstalten Österreichs die aufrichtigsten Wünsche für eine gedeihliche Arbeit zu entbieten. Möge der Tagung ein voller Erfolg beschieden sein";

ein Erwiderungstelegramm der Deutschen Mathematikervereinigung, die bekanntlich vom 4. bis 9. September in München getagt hatte:

„Freundliche Wünsche erwidert mit herzlichem Dank — Deutsche Mathematiker-Vereinigung";

und ein Grußtelegramm der Polnischen Akademie der Wissenschaften:

„Witajac kongres zasylamy zyczeni a pomyslnych obrad — Sekretarz Polskiej Akademii Nauk, Stanislaw Mazur".

TEILNEHMERLISTE

ALGERIEN

Bourion Georges, Prof. Univ. Alger, Frau Ida B.
d'Orgeval Bernard, Prof. Univ. Alger, Frau Albine d'O.

BELGIEN

Van Bouchout Jan, Prof. Univ. Löwen, Frau Rachel V. B.
Bureau Florent, Prof. Univ. Liège
Dory Edouard, Prof. Univ. Löwen, Frau Claire D.
Forbat Nick, Chargé de cours École Polyt. Mons, Frau Berta F., Herr Léon Bauduin
Gillis Paul P., Prof. Univ. Bruxelles
Godeaux Lucien, Prof. Univ. Liège, Frau Maria G.
Lepage Theo, Prof. Univ. Bruxelles
Papy Georges, Agrégé Univ. Bruxelles
Tits Jacques L., Chercheur Qualifié du FNRS

DEUTSCHLAND

Aumann Georg, Prof. Univ. München, Frau Liddy A.
Bachmann Friedrich, Prof. Univ. Kiel
Barner Martin, Ass. Univ. Freiburg/Br.
Behnke Heinrich, Prof. Univ. Münster
Behrens Ernst-August, Doz. Univ. Frankfurt/Main, Frau Dorothea B.
Blaschke Wilhelm, Prof. Univ. Hamburg, Frau Meta B., Frl. Gudrun B., Herr Uls B.
Boerner Hermann, Prof. Justus-Liebig-Hsch. Gießen, Frau Lou B.
Braun Hel, Prof. Univ. Hamburg
Brödel Walter, Prof. Univ. Jena
Burau Werner, Prof. Univ. Hamburg
Büttner Siegfried, Doz. Päd. Hsch. Oldenburg

Collatz Lothar, Prof. T. H. Hannover, Frau Martha C.
Cordes Heinz Otto, Ass. Univ. Göttingen
Cremer Hubert, Prof. T. H. Aachen
Doetsch Gustav, Prof. Univ. Freiburg/Br.
Effertz Heinz Friedrich, Ass. T. H. Aachen
Franz Wolfgang, Prof. Univ. Frankfurt/Main, Frau Ruth F.
Fricke Arnold, Doz. Päd. Hsch. Braunschweig
Friton Bruno Leo, Arzt, Laufen
Görtler Henry, Prof. Univ. Freiburg/Br.
Graf Heinrich, Prof. T. H. Darmstadt, Frau Judith G.
Grell Heinrich, Prof. Humboldt-Univ. Berlin
Haacke Wolfhart, Dipl.-Math. T. H. Braunschweig, Frau Waltraut H.
Hamel Georg, emer. Prof. Techn. Univ. Berlin, Frau Agnes H., Frau Prof. Anna Straeszer
Hasse Helmut, Prof. Univ. Hamburg, Frau Clara H.
Haupt Otto, Prof. Univ. Erlangen
Heinz Carl, Forschungsinstitut Weil/Rhein
Heinz Erhard, Ass. Univ. Göttingen
Hellwig Günter, Doz. Techn. Univ. Berlin
Hoheisel Guido, Prof. Univ. Köln
Huckemann Friedrich, Ass. Justus-Liebig-Hsch. Gießen
Jurkat Wolfgang, Doz. Univ. Tübingen
Kamke Erich, Prof. Univ. Tübingen
Kanold Hans-Joachim, Doz. Justus-Liebig-Hsch. Gießen, Frau Hermine K.
Kappos Demetrios, Doz. Univ. Erlangen
Kasch Friedrich, Doz. Univ. Göttingen
Klingenberg Wilhelm, Ass. Univ. Kiel
Kneser Hellmuth, Prof. Univ. Tübingen
Koecher Max, Stip. Deutsche Forschungsgem. Göttingen
König Robert, Prof. Univ. München, Frau Charlotte K.
Köthe Gottfried, Prof. Univ. Mainz, Frau Sophie K.
Kreyssig Erwin, Ass. Univ. Tübingen
Krickeberg Klaus, Ass. Humboldt-Univ. Berlin, Frau Brigitte K.
Leichtweiß Kurt, Ass. Univ. Freiburg/Br.
Lenz Hanfried, Ass. T. H. München
Levi Friedrich, Prof. Freie Univ. Berlin
Lietzmann Walter, Prof. Univ. Göttingen
Lösch Friedrich, Prof. T. H. Stuttgart, Frau Elsa L.
Molitz Hellmuth, Forschungsinstitut Weil/Rhein, Frau Gertrud M.
Mönkemeyer Rudolf, Studienrat Braunschweig
Müller Klaus, Doz. Univ. Bonn, Frau Irmgard M.
Müller Gerhard, Ass. Univ. Heidelberg, Frau Martha M.
Perron Oskar, Prof. Univ. München
Peschl Ernst, Prof. Univ. Bonn, Frau Maria P.
Peyerimhoff Alexander, Doz. Justus-Liebig-Hsch. Gießen
Pöschl Klaus, Röhrenforschungslab. Siemens-Halske München, Frau Lore P.
Pöschl Theodor, Prof. T. H. Karlsruhe, Frau Martha P.
Quade Wilhelm, Prof. T. H. Hannover
Rehbock Fritz, Prof. T. H. Braunschweig, Frau Helene R.
Rembs Eduard, Prof. Techn. Univ. Berlin
Rettig Gerda Margot, Dipl. Phys. Köln
Richert Hans Egon, Ass. Univ. Göttingen, Frau Irmgard R.
Richter Hans, Prof. Univ. Freiburg/Br., Frau Elfriede R.
Röhrl Helmut, Ass. Univ. München
Roquette Peter, Ass. Univ. München, Frau Erika R.

Rößler Alfred, Prof. T. H. Aachen
Sauer Robert, Prof. T. H. München, Frau Hanni S.
Schaffelt Egon, Kaufmann
Schäfke Friedrich Wilhelm, Doz. Univ. Mainz
Schmeidler Werner, Prof. Techn. Univ. Berlin, Frau Else S.
Schmidt Friedrich Karl, Prof. Univ. Heidelberg
Schmidt Jürgen, Ass. Humboldt-Univ. Berlin
Schöner Günther, Forschungsinstitut Weil/Rhein
Seebach Karl, Doz. T. H. München
Seibert Peter, Ass. Univ. Würzburg
Söhngen Heinz, Doz. T. H. Darmstadt
Sperner Emanuel, Prof. Univ. Bonn
Sommer Friedrich, Doz. Univ. Münster
Strubecker Karl, Prof. T. H. Karlsruhe, Frau Hildegard S.
Süß Wilhelm, Prof. Univ. Freiburg/Br.
Stein Karl, Prof. Univ. Münster
Steuerwald Rudolf, Prof. Univ. München, Frau Therese S.
Stoll Wilhelm, Stip. Deutsche Forschungsgem. Göttingen
Tautz Georg Lukas, Prof. Univ. Freiburg/Br., Frau Annamaria T.
Tietze Heinrich, Prof. Univ. München, Frau Leontine T.
Viet Ursula, Ass. Univ. Freiburg/Br.
Velte Waldemar, Dipl. Math. Justus-Liebig-Hsch. Gießen
Weise Karl Heinrich, Prof. Univ. Kiel, Frau Annamaria W.
Wendt Hilmar, Prof. Univ. Bonn, Frau Hildegard W.
Witt Ernst, Prof. Univ. Hamburg
Witting Hermann, Wiss. Mitarbeiter Univ. Freiburg/Br.
Zeller Karl, Ass. Univ. Tübingen

FINNLAND

Laasonen Pentti, Prof. T. H. Helsinki, Doz. Univ. Helsinki
Wallen Lasse, Lehramtskandidat, Frau Ringa W., Frl. Aino Dunderfeldt

FRANKREICH

Cazin Michel, Chargé de Cours Sorbonne Paris, Frau Nicole C.
Charpentier Marie, Prof. Univ. Rennes, Frl. Anette Manay de Tours
Choquet Gustave, Prof. Sorbonne, Paris
Decuyper Marcel, Prof. Univ. Lille, Frau Claire D.
Delange Hubert, Prof. Univ. Clermont-Ferrand
Denjoy Arnaud, Prof. Univ. Paris, Frau Therèse D.
Dequoy Nicole, Docteur des Sciences
Destouches Jean-Louis, Prof. Univ. Paris
Destouches-Février Paulette, Jeanette D., Florence D.
Favard Jean, Prof. Univ. Paris
Fourès Léonce, Chargé de rech. CNRS, Frau Yvonne F.
Lelong Pierre, Prof. Univ. Lille
Lelong-Ferrand Jacqueline, Prof. Univ. Lille
Valiron Georges, Prof. Univ. Paris
Ziller Albert, Prof. Univ. Strasbourg, Frau Hilda Z.

GRIECHENLAND

Michalopoulus Nikolaus, Oberregierungsrat für Unterricht und Erziehung, Athen, Frau Anastasia M.
Sarantopoulos Spiridon, Prof. Univ. Athen
Zervos Spiros, Stud. Univ. Athen, Frau Chariclia Z.

Collatz Lothar, Prof. T. H. Hannover, Frau Martha C.
Cordes Heinz Otto, Ass. Univ. Göttingen
Cremer Hubert, Prof. T. H. Aachen
Doetsch Gustav, Prof. Univ. Freiburg/Br.
Effertz Heinz Friedrich, Ass. T. H. Aachen
Franz Wolfgang, Prof. Univ. Frankfurt/Main, Frau Ruth F.
Fricke Arnold, Doz. Päd. Hsch. Braunschweig
Friton Bruno Leo, Arzt, Laufen
Görtler Henry, Prof. Univ. Freiburg/Br.
Graf Heinrich, Prof. T. H. Darmstadt, Frau Judith G.
Grell Heinrich, Prof. Humboldt-Univ. Berlin
Haacke Wolfhart, Dipl.-Math. T. H. Braunschweig, Frau Waltraut H.
Hamel Georg, emer. Prof. Techn. Univ. Berlin, Frau Agnes H., Frau Prof. Anna Straeszer
Hasse Helmut, Prof. Univ. Hamburg, Frau Clara H.
Haupt Otto, Prof. Univ. Erlangen
Heinz Carl, Forschungsinstitut Weil/Rhein
Heinz Erhard, Ass. Univ. Göttingen
Hellwig Günter, Doz. Techn. Univ. Berlin
Hoheisel Guido, Prof. Univ. Köln
Huckemann Friedrich, Ass. Justus-Liebig-Hsch. Gießen
Jurkat Wolfgang, Doz. Univ. Tübingen
Kamke Erich, Prof. Univ. Tübingen
Kanold Hans-Joachim, Doz. Justus-Liebig-Hsch. Gießen, Frau Hermine K.
Kappos Demetrios, Doz. Univ. Erlangen
Kasch Friedrich, Doz. Univ. Göttingen
Klingenberg Wilhelm, Ass. Univ. Kiel
Kneser Hellmuth, Prof. Univ. Tübingen
Koecher Max, Stip. Deutsche Forschungsgem. Göttingen
König Robert, Prof. Univ. München, Frau Charlotte K.
Köthe Gottfried, Prof. Univ. Mainz, Frau Sophie K.
Kreyssig Erwin, Ass. Univ. Tübingen
Krickeberg Klaus, Ass. Humboldt-Univ. Berlin, Frau Brigitte K.
Leichtweiß Kurt, Ass. Univ. Freiburg/Br.
Lenz Hanfried, Ass. T. H. München
Levi Friedrich, Prof. Freie Univ. Berlin
Lietzmann Walter, Prof. Univ. Göttingen
Lösch Friedrich, Prof. T. H. Stuttgart, Frau Elsa L.
Molitz Hellmuth, Forschungsinstitut Weil/Rhein, Frau Gertrud M.
Mönkemeyer Rudolf, Studienrat Braunschweig
Müller Klaus, Doz. Univ. Bonn, Frau Irmgard M.
Müller Gerhard, Ass. Univ. Heidelberg, Frau Martha M.
Perron Oskar, Prof. Univ. München
Peschl Ernst, Prof. Univ. Bonn, Frau Maria P.
Peyerimhoff Alexander, Doz. Justus-Liebig-Hsch. Gießen
Pöschl Klaus, Röhrenforschungslab. Siemens-Halske München, Frau Lore P.
Pöschl Theodor, Prof. T. H. Karlsruhe, Frau Martha P.
Quade Wilhelm, Prof. T. H. Hannover
Rehbock Fritz, Prof. T. H. Braunschweig, Frau Helene R.
Rembs Eduard, Prof. Techn. Univ. Berlin
Rettig Gerda Margot, Dipl. Phys. Köln
Richert Hans Egon, Ass. Univ. Göttingen, Frau Irmgard R.
Richter Hans, Prof. Univ. Freiburg/Br., Frau Elfriede R.
Röhrl Helmut, Ass. Univ. München
Roquette Peter, Ass. Univ. München, Frau Erika R.

Rößler Alfred, Prof. T. H. Aachen
Sauer Robert, Prof. T. H. München, Frau Hanni S.
Schaffelt Egon, Kaufmann
Schäfke Friedrich Wilhelm, Doz. Univ. Mainz
Schmeidler Werner, Prof. Techn. Univ. Berlin, Frau Else S.
Schmidt Friedrich Karl, Prof. Univ. Heidelberg
Schmidt Jürgen, Ass. Humboldt-Univ. Berlin
Schöner Günther, Forschungsinstitut Weil/Rhein
Seebach Karl, Doz. T. H. München
Seibert Peter, Ass. Univ. Würzburg
Söhngen Heinz, Doz. T. H. Darmstadt
Sperner Emanuel, Prof. Univ. Bonn
Sommer Friedrich, Doz. Univ. Münster
Strubecker Karl, Prof. T. H. Karlsruhe, Frau Hildegard S.
Süß Wilhelm, Prof. Univ. Freiburg/Br.
Stein Karl, Prof. Univ. Münster
Steuerwald Rudolf, Prof. Univ. München, Frau Therese S.
Stoll Wilhelm, Stip. Deutsche Forschungsgem. Göttingen
Tautz Georg Lukas, Prof. Univ. Freiburg/Br., Frau Annamaria T.
Tietze Heinrich, Prof. Univ. München, Frau Leontine T.
Viet Ursula, Ass. Univ. Freiburg/Br.
Velte Waldemar, Dipl. Math. Justus-Liebig-Hsch. Gießen
Weise Karl Heinrich, Prof. Univ. Kiel, Frau Annamaria W.
Wendt Hilmar, Prof. Univ. Bonn, Frau Hildegard W.
Witt Ernst, Prof. Univ. Hamburg
Witting Hermann, Wiss. Mitarbeiter Univ. Freiburg/Br.
Zeller Karl, Ass. Univ. Tübingen

FINNLAND

Laasonen Pentti, Prof. T. H. Helsinki, Doz. Univ. Helsinki
Wallen Lasse, Lehramtskandidat, Frau Ringa W., Frl. Aino Dunderfeldt

FRANKREICH

Cazin Michel, Chargé de Cours Sorbonne Paris, Frau Nicole C.
Charpentier Marie, Prof. Univ. Rennes, Frl. Anette Manay de Tours
Choquet Gustave, Prof. Sorbonne, Paris
Decuyper Marcel, Prof. Univ. Lille, Frau Claire D.
Delange Hubert, Prof. Univ. Clermont-Ferrand
Denjoy Arnaud, Prof. Univ. Paris, Frau Therèse D.
Dequoy Nicole, Docteur des Sciences
Destouches Jean-Louis, Prof. Univ. Paris
Destouches-Février Paulette, Jeanette D., Florence D.
Favard Jean, Prof. Univ. Paris
Fourès Léonce, Chargé de rech. CNRS, Frau Yvonne F.
Lelong Pierre, Prof. Univ. Lille
Lelong-Ferrand Jacqueline, Prof. Univ. Lille
Valiron Georges, Prof. Univ. Paris
Ziller Albert, Prof. Univ. Strasbourg, Frau Hilda Z.

GRIECHENLAND

Michalopoulus Nikolaus, Oberregierungsrat für Unterricht und Erziehung, Athen, Frau Anastasia M.
Sarantopoulos Spiridon, Prof. Univ. Athen
Zervos Spiros, Stud. Univ. Athen, Frau Chariclia Z.

GROSSBRITANNIEN

Cockcroft Wilfred Halliday, Lecturer Univ. Aberdeen, Frau Barbara C.
Davies Evan Tom, Prof. Univ. Southampton
Kilmister Clive W., Ass. Lecturer King's College London, Frau Doris K.
Paneth Heinz R., Lecturer Chelsea Polytechnic
Rogers Claude Ambrose, Lecturer Univ. College London, Frau Joan R.
Roth Klaus Friedrich, Lecturer Univ. College London
Rutherford Daniel Edwin, Doz. Univ. St. Andrews
Sarginson Kathleen, Tutor Sommerville College Oxford
Vajda Stefan, Admirality London, Frau Eva V., Hedi V., Robert V.
Weston Jeffrey D., Lecturer Univ. Durham

ITALIEN

Agostinelli Cataldo, Prof. Univ. Torino, Frau Angiola A.
Baiada Emilio, Doz. Univ. Pisa
Benedicty Mario, Doz. Univ. Roma
Bertolini Fernando, Ass. Univ. Roma
Bompiani Enrico, Prof. Univ. Roma
Calapso Renato, Prof. Univ. Messina, Frau Maria C., Frl. Marisa C., Pasquale C.
Capriz Gianfranco, I.N.A.C. Roma
Carafa Mario, Prof. Univ. Roma
Cassina Ugo, Prof. Univ. Milano, Frau Caterina C.
Cattaneo Carlo, Prof. Univ. Pisa
Conforto Fabio, Prof. Univ. Roma
Conti Roberto, Prof. Univ. Firenze, Frau Pasqualina C.
Crea Antonio, Ass. Univ. Roma
Fichera Gaetano, Prof. Univ. Trieste, Frau Matelda F .
De Giorgi Ennio, Ass. Univ. Roma, I.N.A.C. Roma
Greco Donato, Ass. Univ. Napoli
Grioli Giuseppe, Prof. Univ. Padova, Frau Concettina G.
Lastrico Eliana, Roma
Longo Carmelo, Prof. Univ. Roma
Manacorda Tristano, Doz. Univ. Firenze
Manarini Mario, Prof. Univ. Bari, Frau Pini Editta M., Frl. Anna Marisa M., Gianfranco M.
Maroni Arturo, Prof. Univ. Firenze, Frau Teresa M.
Mascalchi Maria, Prof. Lic. Torino
Maurelli Anna, Sekr. Ist. Mat. Univ. Roma
Nardini Renato, Ass. Univ. Bologna, Frl. Liliana N.
Picone Mauro, Prof. Univ. Roma, Dir. I.N.A.C. Roma
Pignedoli Antonio, Prof. Univ. Bologna
Pignedoli-Baccarani Valeria, Ass. Univ. Modena, Giuseppe P., Carlo P.
Pucci Carlo, Ass. Univ. Roma
Ricci Giovanni, Prof. Univ. Milano, Frau Livia R.
Richard Ubaldo, Prof. Univ. Torino
Roveri Alberta, Ass. Univ. Modena
Rubbiani Franca, Ass. Univ. Modena
Sansone Giovanni, Prof. Univ. Firenze, Frau Emma S.
Scorza-Dragoni Giuseppe, Prof. Univ. Padova, Frau Toso Annemaria S.
de Schwarz Maria Josepha, I.N.A.C. Roma
Tedeschi Bruno, Doz. Univ. Roma, Frau Silvana T.
Torcoli Emilia, Ass. Univ. Parma
Torrigiani Guido, Prof. Lic. Livorno, Imar. Acc. Navale, Frau Giovanna T.

Tricomi Francesco, Prof. Univ. Torino
Vaccaro Michelangelo, Ass. Univ. Roma, z. Zt. Zürich
Villa Mario, Prof. Univ. Bologna
Dalla Volta Vittorio, Ass. Univ. Roma, Frl. Luciana D. V., Frl. Liliana Padovani
Zeuli Tino, Incar. Univ. Torino, Frau Gemma Z.

JUGOSLAWIEN

Blanuša Danilo, Prof. Univ. Zagreb
Kurepa Georg, Prof. Univ. Zagreb
Radojčič Miloš, Prof. Univ. Belgrad.

NIEDERLANDE

Beth Evert Willem, Prof. Univ. Amsterdam, Frau Cornelia B., Frau Anna Ritsema van Eck
Bruins Evert Marie, Lektor Univ. Amsterdam, Frau Cornelia B.
Gerretsen Joan Cornelis, Prof. Univ. Groningen, Frau Willemse G.
Koksma Jurjen Ferdinand, Prof. Freie Univ. Amsterdam
Popken Jan, Prof. Univ. Utrecht, Frau Catherina P.
Schouten Jan Arnoldus, Prof. Univ. Amsterdam, Frau Hillegonda Akkeline S.
Weitzenböck Roland, Frau Mina Anna Hengeveld

NORWEGEN

Brun Vigo, Prof. Univ. Oslo, Frau Laura B.
Ljunggren Wilhelm, Prof. Univ. Bergen, Frau Else L.

ÖSTERREICH

Aigner Alexander, Doz. Univ. Graz
Auner Michael, Dok. Zentrum T. H. Wien, Frau Christl A.
Basch Alfred, Prof. T. H. Wien, Frau Lore B.
Baule Bernhard, Prof. T. H. Graz
Bereis Rudolf, Ass. T. H. Wien
Bukovics Erich, Ass. T. H. Wien
Duschek Adalbert, Prof. T. H. Wien, Frau Fritzi D.
Eberl Walther, Ass. T. H. Wien
Fohn Josef, Direktor i. R., Innsbruck, Frau Maria F.
Floßmann Ferdinanda, Österreichisches Verkehrsbureau, Wien
Fuchs Otto Paul, Physiker, Wien, Frau Arch. Isolde F.
Funk Paul, Prof. T. H. Wien, Frau Margarete F.
Gröbner Wolfgang, Prof. Univ. Innsbruck
Heinrich Gerhard, Prof. T. H. Wien
Hesky Hans, Österreichische Stickstoffwerke, Linz
Hlawka Edmund, Prof. Univ. Wien, Frau Rosa H.
Hofmann Ludwig, Prof. Hsch. Bodenkultur Wien
Hofreiter Nikolaus, Prof. Univ. Wien, Frau Margarete H.
Hohenberg Fritz, Prof. T. H. Graz
Hörbiger Hans Robert, Fabrikant, Wien
Hornich Hans, Prof. T. H. Graz
Hossner Anton, Prof. Technol. Museum Wien, Fachinspektor
Huka Richard, Ministerialrat, Wien
Inzinger Rudolf, Prof. T. H. Wien, Frau Grete I.
Kantz Georg, Prof. Univ. Graz
Kautny Walter, Ass. T. H. Wien
Kienast Annie, Sekr. T. H. Wien, Frau Grete Markowitsch

Knödel Walter, Ass. T. H. Wien, Frl. Maria Koschiczek
Koch Alois. Prof. Mont. Hsch. Leoben, Frau Augusta K.
Kruppa Erwin, Prof. T. H. Wien, Frau Maria K.
Lesky Peter, dzt. Stipendiat I.N.A.C. Roma
Lochs Gustav. Doz. Univ. Innsbruck
Machan Karl, Zentralinsp. d. ÖBB i. R., Frau Valerie M.
Magyar Franz, Prof. T. H. Wien, Frau Gisa M.
Manhardt Erich, Ass. Hsch. Bodenkultur Wien
Melan Ernst, Prof. T. H. Wien
Mittermayr Heinrich, Waagner-Biro, Wien
Müller Hans Robert, Prof. Univ. Graz
Peczar Leopold, Ass. T. H. Wien, Frau Leopoldine P.
Piesch Hansi, Fernmeldetechnische Zentralanstalt Wien
Pilizotti Karl, Direktor i. R., Wien
Prachar Karl, Doz. Univ. Wien
Pulakos Georg, Österreichische Stickstoffwerke, Linz
Radon Johann, Prof. Univ. Wien, Frau Maria R.
Rybarz Josef, Prof. T. H. Wien, Frau Martha R.
Schmetterer Leopold, Doz. Univ. Wien, Frau Elisabeth S.
Schnitzer Franz, Wiss. Hk. Mont. Hsch. Leoben
Skarwan Fritz, Newag-Wien
Soucek Ernst, Dr. Ing. Wien
Stoik Valerie, Sekr. T. H. Wien
Ströher Wolfgang, Ass. T. H. Wien
Torre Cosimo, Doz. T. H. Wien
Ure Herta, Sekr. T. H. Wien
Vietoris Leopold, Prof. Univ. Innsbruck
Wunderlich Walter, Prof. T. H. Wien, Frau Johanna W.

SCHWEDEN
Bergström Harald, Prof. Chalmers T. H. Göteborg, Frau Ann-Marie B.
Ekelöf Stig, Prof. Chalmers T. H. Göteborg, Frau Carin E.

SCHWEIZ
Burckhardt Johann, Prof. Univ. Zürich
Hadwiger Hugo, Prof. Univ. Bern
Honegger Walter, Prof. Technikum Winterthur
Piccard Sophie, Prof. Univ. Neuchâtel
Stiefel Eduard, Prof. E. T. H. Zürich, Eva St., Eduard St.
Trost Ernst, Prof. Technikum Winterthur

SPANIEN
Ancochea German, Prof. Univ. Madrid, Frau Lupe A., Frau Amelia Blanco
Plans Antonio, Prof. Univ. Barcelona

SÜDAFRIKA
Rund Hanno, Doz. Univ. Kapstadt

TÜRKEI
Dilgan Hamit, Prof. Techn. Univ. Istanbul
Günham Asaf, Ass. T. H. Istanbul
Hamburger Hans Ludwig, Prof. Univ. Ankara
Horninger Heinrich, Prof. Techn. Univ. Istanbul

VEREINIGTE STAATEN
Baer Reinhold, Prof. Univ. Illinois, Frau Marianne B.
Heins Maurice H., Prof. Brown Univ., Providence, Frau H., Sulamith H., Samuel H.
Hille Einar, Prof. Yale Univ., Frau Kirsti H., Harald H., Bertil H.
Jaeger Arno, Doz. Univ. Illinois,
Kline John Robert, Prof. Univ. Pennsylvania, Frau Eunice K.
Korst Helmut, Prof. Univ. Illinois, Frau Maria Hayes
Morse Marston, Prof. Inst. f. Advanced Study, Princeton, Frau Luise M., Julia M., Elisabeth M., William M.
Schauer Heinrich, Norfolk Naval Shipyard

VIETNAM
Faure Robert, Univ. Hanoi, Frau Françoise F.

WESTAFRIKA
Atkinson Frederick, Prof. Univ. Coll. Ibadan, Nigeria

* * *

ÜBERSICHT

Die nachstehende Zusammenstellung gibt einen Überblick über die Verteilung der 403 Kongreßteilnehmer auf die 20 vertretenen Nationen, sowie eine Aufgliederung der 136 gehaltenen Vorträge auf die 5 Sektionen I (Analysis), II (Geometrie und Topologie), III (Algebra und Zahlentheorie), IV (Angewandte Mathematik), V (Geschichte und Philosophie).

Land	Teilnehmer			Vorträge					
	aktive	Begl.	zus.	I	II	III	IV	V	zus.
Algerien	2	2	4	—	1	—	—	—	1
Belgien	9	5	14	2	3	2	1	—	8
Deutschland	92	36	128	21	10	8	4	—	43
Finnland	2	2	4	—	—	—	1	—	1
Frankreich	14	9	23	7	1	—	3	—	11
Griechenland	3	2	5	1	—	—	—	—	1
Großbritannien	10	6	16	1	1	3	3	—	8
Italien	44	23	67	9	4	3	6	—	22
Jugoslawien	3	—	3	1	1	—	—	—	2
Niederlande	7	7	14	—	1	1	—	3	5
Norwegen	2	2	4	1	—	1	—	—	2
Österreich	55	20	75	4	9	5	1	—	19
Schweden	2	2	4	—	—	—	2	—	2
Schweiz	6	2	8	—	1	1	1	—	3
Spanien	2	2	4	—	—	—	—	—	—
Südafrika	1	—	1	—	1	—	—	—	1
Türkei	4	—	4	—	1	—	—	—	1
Vereinigte Staaten	8	13	21	2	1	2	—	—	5
Vietnam	1	1	2	—	—	—	1	—	1
Westafrika	1	1	2	—	—	—	1	—	1
Summen	268	135	403	49	35	26	23	3	136

VORTRAGSBERICHTE

Im Verlaufe des III. Österreichischen Mathematikerkongresses wurden im Rahmen der fünf vorgesehenen Sektionen

I. Analysis
II. Geometrie und Topologie
III. Algebra und Zahlentheorie
IV. Angewandte Mathematik
V. Geschichte und Philosophie

insgesamt 136 wissenschaftliche Vorträge von je 20 Minuten Normaldauer gehalten. Die der Kongreßleitung zur Verfügung gestellten Vortragsauszüge werden anschließend sektionenweise wiedergegeben. Innerhalb der Sektionen wurde hier die alphabetische Reihenfolge der Vortragenden eingehalten. Ein Gesamtverzeichnis der Vortragenden und der von ihnen behandelten Themen befindet sich am Schluß.

SEKTION I: ANALYSIS

C. Agostinelli (Torino): *Nuove funzioni relative a un campo epicicloidale e a un campo ellittico.*

Si dà notizia di nuovi sistemi di soluzioni dell'equazione $\Delta_2 u + k^2 u = 0$, trasformata in coordinate r, φ mediante le formule di rappresentazione conforme del campo interno ad una epicicloide con $n-1$ lobi, con n intero $\geqq 2$, sopra un cerchio di raggio $r = 1$. Dette soluzioni risultano espresse da serie uniformemente convergenti di soli seni, o di soli coseni, di multipli dell'argomento φ, con coefficienti di cui ciascuno è il prodotto di due funzioni di Bessel dipendenti dal raggio r. Queste soluzioni, dette *funzioni epicicloidali*, permettono di risolvere i problemi di Fisica matematica relativi al contorno epicicloidale.

In particolare si deducono, mediante il riferimento a un sistema di ellissi ed iperboli omofocali $\xi =$ cost., $\eta =$ cost., nuove successioni di funzioni espresse mediante serie uniformemente convergenti di soli seni, o di soli coseni, di multipli dell'argomento η, con coefficienti dati dal prodotto di due funzioni di Bessel dipendenti da ξ. Queste nuove funzioni consentono di risolvere i problemi al contorno, relativi al campo ellittico, senza fare uso delle funzioni di Mathieu.

M. Auner (Wien): *Zur Differenzenrechnung.*

Eine Grundoperation der Differenzenrechnung ist die Bildung der Summe $F(x)$ einer gegebenen Funktion $f(x)$. Sie wurde von Nörlund mittels eines Grenzprozesses definiert. Ist die zu summierende Funktion eine im Bereich B analytische Funktion eines Parameters, $f = f(x,a)$, so wird man erwarten, daß auch die Summe diese Eigenschaft hat. Daß dies nicht immer zutrifft, zeigt das folgende Beispiel:

$$f(x,a) = \log(1+ax), \quad x \geqq 1, \quad B = \text{Umgebung der Stelle } a = 0.$$

Die Summe $F(x,a) = \log [\, a^x.\ \Gamma(x + 1/a) \,]$ ist an der Stelle $a = 0$ wesentlich singulär, obwohl an dieser Stelle $f(x,a)$ für jedes x analytisch ist.

Deshalb erscheint die Frage berechtigt, unter welchen weiteren Voraussetzungen die Summe eine analytische Funktion des Parameters ist. Die folgenden Voraussetzungen sind dafür hinreichend:

1) Gleichmäßigkeit in bezug auf den Parameter. Für alle x des Definitionsbereiches gilt

$$|f(x, a)| < C. \exp [(k+\varepsilon)|x|]$$

($\varepsilon > 0$, $0 < k < 2^{-}$, C unabhängig von a). Damit ist auch schon die Existenz der Summe gegeben.

2) Der Bereich B enthält keine Häufungsstellen singulärer Stellen der Funktionen $f(x+n, a)$, $n \longrightarrow \infty$.

Diese Voraussetzung ist bei dem angegebenen Beispiel nicht erfüllt.

H. Behnke (Münster): *Der Rungesche Satz in der Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen.*

Der Rungesche Satz sagt insbesondere aus, daß jede in einem vorgegebenen schlichten Gebiet reguläre Funktion $f(z)$ dort durch in gewissen größeren Gebieten reguläre Funktionen approximiert werden kann. Die Frage nach der Gültigkeit der analogen Aussagen wird für Riemannsche Flächen, sodann für Gebiete im Raume von n komplexen Veränderlichen und schließlich für komplexe Mannigfaltigkeiten über dem Raum von n komplexen Veränderlichen gestellt und beantwortet. Der Zusammenhang dieser Antworten mit den verschiedenen Konstruktionsaufgaben in der Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen liegt auf der Hand, wenn man sich vergegenwärtigt, welche Rolle der klassische Rungesche Satz (bzw. die Spezialfälle von ihm) für den Beweis der Sätze von Mittag-Leffler und Weierstraß spielt.

F. Bertolini (Roma): *Il problema del minimo per un classico funzionale.*

Si discute il problema del minimo per un classico funzionale di linea — con un procedimento di carattere generale, dedotto da alcuni teoremi di M. Picone.

V. Brun (Oslo): *Eine Erweiterung der Simpsonschen Regel, gültig für nicht-äquidistante Ordinaten.*

Die Simpsonsche Regel setzt voraus, daß die drei Ordinaten äquidistant sind. Eine neue, sehr einfache Formel wird für den Fall gegeben, daß die drei Ordinaten nicht äquidistant sind. Die Herleitung wird ohne Integralrechnung ausgeführt. Es werden nur Kenntnisse über die Summation einer geometrischen Reihe vorausgesetzt.

Die Annäherungsformel lautet

$$F \approx \frac{a+b}{6}(y_0+4y_1+y_2)+\frac{a-b}{3}(y_0-y_2)$$

wenn der Abstand zwischen y_0 und y_1 gleich a, und zwischen y_1 und y_2 gleich b ist.

Eine Mitteilung in englischer Sprache wird in „Nordisk Matematisk Tidsskrift" 1953 erscheinen.

F. Bureau (Liège): *Sur les problèmes aux limites pour les équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques.*

Nous avons cherché à établir une liaison entre les deux catégories de méthodes permettant d'exprimer la solution des problèmes aux limites relatifs à des équations aux dérivées partielles linéaires totalement hyperboliques. A cet effet, nous avons construit à l'aide des fonctions fondamentales liées à notre problème, une fonction K_s dépendant analytiquement de s. En appliquant la formule de réciprocité, nous avons obtenu une relation dépendant analytiquement de s et vérifiée par la solution du problème aux limites. En effectuant le prolongement analytique pour s, on obtient la solution cherchée.

On a ainsi une méthode régulière permettant de construire la solution d'un problème aux limites pour une équation aux dérivées partielles totalement hyperbolique.

G. Capriz (Roma): *Due problemi singolari di Dirichlet.*

Si danno i teoremi di esistenza e di unicità, i metodi approssimati di calcolo ed i relativi risultati per due problemi singolari di Dirichlet.

Il primo si riferisce al campo $-a < z < a$, avente per frontiera i piani $z = a$, $z = -a$ ed il piano forato $z = 0$, $r \geqq b$ (usando coordinate cilindriche).

Il secondo al campo $> q$ (q positivo < 1) avente per frontiera la superficie sferica $r = q$ e la superficie sferica forata $r = 1$ $\varphi \geqq \beta$ (β positivo $< \pi$) (si usano coordinate sferiche).

H. O. Cordes (Göttingen): *Die spektraltheoretische Selbstadjungiertheit von Eigenwertproblemen, die durch Separation der Variablen zerfallen.*

Es wird eine Verallgemeinerung der bei partiellen Differentialgleichungen üblichen Methode der Separation der Variablen auf Operatoren in Hilberträumen angegeben. Dazu wird i. W. das durch J. v. Neumann und Schatten untersuchte direkte Produkt zweier unendlichdimensionaler Räume herangezogen. Man kann zeigen, daß ein Operator A des Hilbertraumes, der sich aus selbstadjungierten Komponenten durch die Separation der Variablen aufbaut, genau dann ein vollständiges System von Eigenelementen in Produktform besitzt, wenn er selbst und ein weiterer Operator, der aus den gleichen Komponenten zusammengesetzt werden kann und der mit A vertauschbar ist, wesentlich selbstadjungiert sind. Also erweist es sich als Hauptaufgabe zur Entscheidung dieses Vollständigkeitsproblemes, Kriterien für die wesentliche Selbstadjungiertheit von separierbaren Operatoren anzugeben. Solche Kriterien werden formuliert, und zwar speziell

1) Kriterien, die Beschränktheitsrelationen für die Komponenten oder deren Resolventen voraussetzen und

2) solche, die Voraussetzungen über die Spektralscharen der Komponenten machen.

Insbesondere erweist sich der Operator A immer dann als wesentlich selbstadjungiert, wenn die Komponenten reine Punktspektren mit höchstens abzählbar vielen Häufungspunkten besitzen. Mit Hilfe der aufgestellten Theorie und dieser Kriterien ist es möglich, die Vollständigkeit der Eigenlösungen in Produktform vieler singulärer Eigenwertprobleme partieller Differentialgleichungen, wie z. B. der zuerst von Schrödinger untersuchten Wellengleichung des quantenmechanischen Starkeffektes, zu beweisen.

H. Delange (Clermont-Ferrand): *Sur les points singuliers des fonctions définies par des intégrales de Laplace.*

De nombreux travaux ont été faits sur les points singuliers des fonctions définies par des séries de Dirichlet. L'auteur s'est proposé de chercher si certains des résultats ne pouvaient pas être étendus aux fonctions définies par des intégrales de Laplace. Il donne ici quelques énoncés relatifs à l'existence de singularités sur la droite de convergence. Le résultat principal est le suivant:

Soient $v(t)$ une fonction réelle non-décroissante pour $t \geqq 0$ et $f(t)$ une fonction réelle continue pour $t \geqq 0$, et supposons que l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} e^{-st} \cdot e^{if(t)} \, dv(t)$$

ait une abscisse de convergence c finie.

Si l'on a, quelques soient t' et t'' au moins égaux à un certain t_0

$$| f(t'') - f(t') | \leqq K \, | t'' - t' | ,$$

on peut affirmer que la fonction représentée par l'intégrale possède au moins un point singulier sur le segment fermé $[c - iK, \; c + iK]$.

Ce résultat donne immédiatement comme corollaire un résultat bien connu de Pólya sur les séries de Dirichlet. La démonstration utilise une extension triviale du théorème dit de Cramer-Pólya à l'intégrale de Laplace-Stieltjes, mais, au lieu des fonctions entières de type exponentiel utilisées ordinairement dans la théorie des séries de Dirichlet, il faut introduire une fonction obtenue par un principe tout différent.

L'auteur est amené par ailleurs à conjecturer d'autres énoncés qu'il n'a pas réussi jusqu'à présent à démontrer.

A. Denjoy (Paris): *Les suites canoniques de nombres transfinis.*

Le problème est d'énoncer un système de conventions et de règles en vertu desquelles, à tout nombre α de seconde espèce de la classe II des nombres transfinis, il corresponde une suite parfaitement déterminée simplement infinie, formée de nombres ordinaux tendant en croissant vers α.

La suite canonique relative au premier nombre transfini ω est formée des entiers positifs croissants, $1, 2, \ldots, n, \ldots$

La solution du problème est progressive. En un état quelconque de cette solution, on distingue les nombres de seconde espèce en trois catégories: 1º ceux dont la suite canonique est obtenue; 2º ceux dont la suite canonique est inconnue, mais rattachée à la suite canonique encore inconnue d'un nombre inférieur; 3º ceux dont la suite canonique n'est encore ni connue ni réduite à celle d'un nombre moindre.

On fait jouer un rôle essentiel à des suites dites principales, croissantes, non dénombrables, topologiquement fermées. Leur caractère fondamental est que la suite canonique de tout nombre occupant dans la suite principale un rang de seconde espèce inférieur au premier nombre a pour suite canonique les nombres occupant les rangs formant la suite canonique du second.

Les suites principales forment une succession bien ordonnée dont le type est un nombre de la classe III.

J. Favard (Grenoble): *Sur la saturation des procédés de sommation.*

On sait qu'un procédé de sommation des développements en série de fonctions orthogonales finit par s'user lorsqu'on restreint de plus en plus la classe des fonctions auquel on l'applique (il y a exception pour le procédé de sommation brutale et d'autres analogues). C'est ainsi, par exemple, qu'une fonction continue périodique ne saurait être approchée ar les sommes de Fejér de sa série de Fourier avec une erreur $o(1/n)$.

Pour les séries de Fourier, le phénomène de saturation a été étudié par M. Zamansky (Classes de saturation; Ann. Éc. Norm. Sup. 1949). Il y a lieu de se demander si les résultats obtenus par cet auteur sont des cas particuliers de résultats généraux relatifs aux séries, et dans quelle mesure ils sont propres aux séries de Fourier.

Voici, à cet égard un résultat relatif aux procédés de Césàro (C,r) (r entier positif). Considérons les deux séries

$$S = \sum_0^{\infty} u_k , \qquad T = \sum_0^{\infty} k u_k$$

et appelons σ^r_n leurs moyennes (C, r) d'ordre n. Alors $\sigma^r_n(T) = O(1)$ entraine $\sigma^r_n(S) = O(1/n)$ et réciproquement. Pour $r = 1$, le résultat direct a été obtenu par Alexits (Sur l'ordre de grandeur; Mat. és Fiz. Lapok 48/1941). C'est la réciproque qui, dans ce cas, donne le résultat sur la saturation; traduit dans le langage des séries de Fourier il permet de dire:

Pour qu'une fonction continue périodique puisse être approchée avec une erreur $O(1/n)$ par les sommes de Fejér de sa série de Fourier, il est nécessaire et suffisant que sa conjuguée appartienne à la classe de Lipschitz d'ordre 1.

Pour $r > 1$, le résultat est le même, mais, ici, il faut utiliser le fait que la sommabilité (C,r) d'une série trigonométrique vers une fonction continue, ou une fonction sommable bornée presque partout, entraîne la sommabilité $(C, 1)$.

G. Fichera (Trieste): *Formule di maggiorazione connesse alle trasformazioni distributive.*

Sia $u' = T(u)$ una trasformazione distributiva avente come dominio la varietà U contenuta nello spazio hilbertiano H e codominio contenuto nello spazio hilbertiano H'. Siano $[u] = (u,u)^{1/2}$ e $[u'] = (u',u')^{1/2}$ le norme di due elementi di H e H' rispettivamente. In ipotesi opportune per $T(u)$ si dimostra che il funzionale $I(u) = [u]/[T(u)]$ è dotato di massimo in H e si costruisce un opportuno funzionale $L(w)$ definito in un sottoinsieme W di H tale che per u in U e w in W sia $I(u) \leq L(w)$. Vengono fatte applicazioni relative al calcolo per difetto e per eccesso degli autovalori delle equazioni lineari (algebriche, integrali, differenziali) e alla deduzione di formule di maggiorazione integrale per le soluzioni delle equazioni differenziali lineari.

L. Fourès (Paris): *Caractérisation locale des fonctions d'automorphie.*

A une fonction analytique $W = F(Z)$ définie comme représentation localement analytique d'une surface de Riemann R_z dans une autre R_w, nous pouvons associer une surface de Riemann $\mathfrak{R}$ et deux projections de $\mathfrak{R}$ sur R_z et R_w, soient $Z = f(M)$ et $W = g(M)$ telles que $F = g \circ f^{-1}$.

$M' = A(M)$ est fonction d'automorphie de $g(M)$ si $g(M) = g(M') = g \circ A(M)$. Si $Z' = f \circ A \circ f^{-1}(Z)$, l'une des valeurs prises par F en Z est égale à l'une des valeurs prises par F en Z'. $Z'(Z)$ est la projection sur R_z de la fonction d'automorphie A.

Si la fonction analytique $W = F(Z)$ se développe en

$$g = h(z) = a_0 \, z^{p/q} \left(1 + S_1 z^{1/q} \right) ,$$

ou $S_i u$ représente une fonction de la variable u, holomorphe, univalente dans un voisinage de $u = 0$ et nulle à l'origine, les ordres des projections $g(M)$ et $f(M)$ sont respectivement p et q.

Dans ces conditions le développement d'une fonction d'automorphie est

$$\zeta' = S_1 \left[\zeta^{p/p'} (1 + S_2 \zeta) \right] \tag{1}$$

si les ordres des projections $g(M)$ et $g(M')$ sont respectivement p et p'.

La formule (1) exprime que dans le voisinage de M, il n'y a qu'un nombre fini d'itérées de $A^{-1} \circ A$ (pour lesquels $P' = A(P)$ est dans le voisinage de M').

Nous démontrons alors que si une fonction $M' = A(M)$ satisfait (1), dans deux voisinages des points M et M' sur $\mathfrak{R}$, il existe une fonction $W = g(M)$ définie dans $\mathfrak{R}'$ (ou $\mathfrak{R}'$ est un morceau de $\mathfrak{R}$, contenant M et M') et admettant dans deux voisinages de M et M', $M' = A(M)$ comme fonction d'automorphie.

Comme caractéristation locale des projections des fonctions d'automorphie nous trouvons les fonctions susceptibles, dans le voisinages de Z et Z' d'un développement

$$z' = \left[S_3 \left(S_2 z^{1/q} \right)^{p/p'} \right]^{q'}. \tag{2}$$

P. P. Gillis (Bruxelles) : *Sur une classe d'équations non linéaires aux dérivées partielles du second ordre.*

Nous considérons certaines classes d'équations aux dérivées partielles du second ordre à un nombre pair de variables indépendantes, du type elliptique. Dans le cas de deux variables indépendantes, ces équations sont du type de Monge-Ampère; dans le cas général, nous avons des équations non linéaires dont les termes du second ordre sont des polynômes en les mineurs de tout ordre de la matrice symétrique des dérivées secondes de la fonction inconnue. Ces équations jouissent de propriétés algébriques remarquables. On peut se proposer, pour de telles équations, de rechercher des théorèmes d'existence et d'unicité. Pour des classes assez générales, on peut montrer qu'il existe tout au plus deux solutions pour le problème de Dirichlet. Lorsque l'équation dérive d'un problème variationnel, ces deux solutions correspondent respectivement au maximum et au minimum de l'intégrale. On peut montrer, sur des exemples, que le problème de Dirichlet pour de telles équations peut admettre deux solutions distinctes. On observe encore qu'il y a une distinction à faire entre les équations dont le nombre de variables indépendantes est un multiple de quatre et les autres.

La considération du problème variationnel associé à l'équation est intéressante pour l'étude des théorèmes d'existence.

E. de Giorgi (Roma) : *Teoremi di esistenza per alcuni nuovi problemi variazionali.*

Dato un dominio limitato G dello spazio ordinario ed una funzione $f(P)$ quasi continua e sommabile in G si consideri l'aggregato $\{E\}$ degli insiemi contenuti in G la cui frontiera orientata secondo Caccioppoli ha un'area non superiore ad un numero assegnato. Si considera l'integrale esteso all'insieme variabile E della funzione $f(P)$ e si dimostra che esiste un insieme che rende massimo tale integrale ed un insieme che lo rende minimo nell'aggregato $\{E\}$.

W. Haacke (Braunschweig) : *Stabilitätsuntersuchung eines Differentialgleichungssystems mit Hilfe asymptotischer Entwicklungen.*

Es wird nach den Bedingungen gefragt, wann $2n$ linear unabhängige Lösungen eines Systems von n gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit periodischen geraden Koeffizienten, die von einem Parameter abhängen, für alle Werte der unabhängigen Veränderlichen beschränkt sind. Dies ist der Fall, wenn alle Wurzeln einer algebraischen Gleichung n-ten Grades reell, verschieden und dem Betrage nach kleiner eins sind. Die Koeffizienten dieser Gleichung sind aus festen Funktionswerten von $2n$ speziellen Lösungsspalten gebildet. Um die diesen speziellen Anfangsbedingungen unterworfenen Lösungen herzustellen, werden zunächst $2n$ Lösungsspalten in formale Reihen nach reziproken Potenzen eines Parameters hergeleitet. Es läßt sich dann mit Hilfe eines Satzes von Herrn Perron zeigen, daß diese formalen Reihen gewisse Lösungen asymptotisch in dem Parameter darstellen, die dann durch eine lineare Transformation in unsere speziellen Lösungen überführt werden können. Damit sind wir in der Lage, bis auf einen asymptotisch angebbaren Fehler die algebraische Stabilitätsgleichung aufzustellen und ihre Wurzeln zu diskutieren. So gelingt es, aus der in einem Periodenintervall gültigen Darstellung der Lösung auf ihr infinitäres Verhalten zu schließen.

M. H. Heins (Providence) : *A problem concerning the continuation of Riemann surfaces.*

A Riemann surface F is said to admit a Riemann surface G as a continuation provided that F is conformally equivalent to a region of G. It is shown that the Riemann surfaces which admit continuation to all compact Riemann surfaces of given positive genus are those which are conformally equivalent to bounded plane regions. The first step of the proof is to reduce the problem to the case of genus one. This is achieved by the use of appropriately constructed covering surfaces of tori. The case of genus one is treated by uniformization methods.

G. Hellwig (Berlin) : *Randwertprobleme nichtlinearer elliptischer Systeme erster Ordnung mit Anwendung auf die Verbiegung von elliptisch gekrümmten Flächenstücken.*

Es wird das Randwertproblem eines nichtlinearen elliptischen Systems erster Ordnung in zwei gesuchten Funktionen betrachtet, wobei die eine der gesuchten Funktionen auf einer geschlossenen Randkurve willkürlich vorgegeben wird. Es soll gezeigt werden, daß solche Randwertprobleme mit linearem Hauptteil im allgemeinen stets unendlich viele Lösungen besitzen. Im quasilinearen Fall wird die Frage untersucht, ob solche Randwertaufgaben in der Nachbarschaft einer bekannten Lösung stets wieder zu lösbaren Problemen führen. Als Anwendung wird die Verbiegung von elliptisch gekrümmten Flächenstücken betrachtet.

E. Hille (Newhaven) : *Bemerkungen zum Cauchyschen Problem.*

Es handelt sich um folgende Verallgemeinerung des Cauchyschen Anfangsproblems für partielle Differentialgleichungen: Es sei n eine positive ganze Zahl, X ein komplexer B-Raum, U ein samt seinen Potenzen geschlossener Operator, der eine dichte Teilmenge von X auf X abbildet. Gesucht wird eine Lösung der Funktionalgleichung $y^{(n)}(t) = U^n[y(t)]$, die für alle positiven t existiert, dem Definitionsbereich von U^n angehört und die samt ihren Ableitungen von der Ordnung kleiner als n gegen vorgeschriebene Anfangswerte so stark strebt, wie t gegen Null strebt. Eine Lösung ist vom Normaltypus, wenn die Norm der $(n-1)$-ten Ableitung höchstens exponentiell mit t unendlich wird. Für solche Lösungen wird unter geeigneten Voraussetzungen über die spektralen Eigenschaften von U ein Eindeutigkeitssatz bewiesen. Verschiedene Lösungsklassen und allerlei Anwendungen werden betrachtet.

H. Hornich (Graz): ***Häufigkeit von regulären Lösungen bei gewissen partiellen Differentialgleichungen.***

Die Differentialgleichung

$$a_1 x_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} + \ldots + a_n x_n \frac{\partial u}{\partial x_n} = f$$

(f regulär für $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$) ist im Nullpunkt nur unter gewissen arithmetischen Voraussetzungen für die a_i stets regulär lösbar. Normiert man $a_1^2 + \ldots + a_n^2 = 1$, so ist auf der dadurch definierten Kugel des R_n die Menge der $(a_1, \ldots, a_n)$ für die die Differentialgleichung i. a. nicht regulär lösbar ist, vom Maß Null; die Komplementmenge enthält außer den Kugelsegmenten mit jeweils gleichem Vorzeichen für alle a_i noch eine sonst überall dichte Menge von der Dimension Null. (Eine Mitteilung hierüber erscheint demnächst in den Rendiconti di Mat., Roma).

F. Huckemann (Gießen): ***Über den Einfluß algebraischer Windungspunkte auf den Typus einer Riemannschen Fläche.***

Bislang sind Typenkriterien vor allem für solche Riemannschen Flächen bekannt, deren Windungspunkte über endlich vielen Grundpunkten liegen; dann ist der Typus schon durch den Streckenkomplex gegeben, die speziellen Koordinaten der Verzweigungspunkte beeinflussen ihn nicht. — Demgegenüber fragen wir: kann sich bei Deformation einer Riemannschen Fläche — anders ausgedrückt: beim Verschieben der Windungspunkte über andere (i. allg. unendlich viele) Koordinaten — deren Typus ändern?

Durch Verschiebung von algebraischen Windungspunkten kann man mehrere Randstellen zu einer einzigen verschmelzen; bei parabolischen Flächen kann dies eine Wachstumserniedrigung der Umkehrfunktion bewirken (Beispiel: Gammafunktion), aber die Verschmelzung von Randstellen kann sogar den Typus einer Fläche ändern. Um das einzusehen, wird eine Fläche betrachtet, die einen der Modulfläche verwandten Bau hat; ihr Streckenkomplex ist ein Modulbaum, in dem die Glieder durch viereckige Elementargebiete ersetzt sind; sie hat Randstellen nur über einer Koordinate und ist vom hyperbolischen Typ. Verschmilzt man nun alle Randstellen zu einer einzigen durch Verschiebung algebraischer Windungspunkte über andere Koordinaten p_n, so entsteht eine Fläche parabolischen Typs, sobald nur die Konvergenz der p_n gegen die Randstellenkoordinate stark genug ist.

W. Jurkat (Tübingen): ***Über die Größenordnung limitierter Folgen.***

Es werden Matrixtransformationen

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} a_{ni} s_i \qquad \text{mit} \quad a_{nn} \neq 0$$

betrachtet. Bei einigen bekannten Transformationen wird die genaue Größenordnung der limitierten Folgen, für die also $S_n = o(1)$ ist, durch $s_n = o(1/a_{nn})$ gegeben. Dies ist i. a. der Fall bei allen Matrizen $A = (a_{ni})$, für die ein Mittelwertsatz gilt, d. i. eine Abschätzung der Form

$$\left| \sum_{i=0}^{n} a_{Ni} s_i \right| \leqq K \cdot \left| \sum_{i=0}^{m} a_{mi} s_i \right| \quad (0 \leqq m \leqq n \leqq N)$$

mit einem passenden m (vgl. Jurkat-Peyerimhoff, Math. Zeitschr. 55 1952, 92—108). Ein solcher Mittelwertsatz gilt z. B. für die (unstetigen) Rieszschen Mittel und für die Cesàroschen Mittel jeweils mit Ordnungen zwischen 0 und 1. Durch Betrachtungen von „relativen Größenbeschränkungen" kann man sich von der Einschränkung über die Ordnung befreien. Das allgemeine Ergebnis lautet:

$$\text{Aus} \quad S_n = \sum_{i=0}^{n} a_{ni} s_i = o(h_n) \quad \text{folgt} \quad T_n = \sum_{i=0}^{n} b_{ni} s_i = o(h_n)\, b_{nn}/a_{nn},$$

wenn für A der Mittelwertsatz gilt, weiter b_{ni}/a_{ni} nichtnegativ und monoton mit i wächst, schließlich h_n monoton gegen ∞ strebt. Entsprechendes gilt bei Vertauschung von o mit O.

Anwendungen beziehen sich auf: Iteration von Matrixverfahren, spezielle Größenbeschränkungen, Mercer-Sätze und Vergleichssätze. (Ausführlicher in Habil. Schrift: Über Rieszsche Mittel und verwandte Klassen von Matrixtransformationen, Tübingen 1952).

G. Kantz (Graz): ***Eine Bemerkung zur Umkehrung einer analytischen Funktion.***

Ist $w = f(z)$ eine analytische Funktion mit eindeutiger Inverser $z = F(w)$ und bezeichnet man mit $f_i(z)$ bzw. $F_i(w)$ die bezüglichen i-ten Ableitungen nach den entsprechenden Argumenten, so erhält man rein formal (nach Weglassung der Argumente)

$$F_n = \sum_{r=1}^{n-1} (-1)^r Z_r / f_1^{n+r-1},$$

wobei Z_r eine Form r-ten Grades in den f_i $(i \geqq 2)$ ist, für deren Koeffizienten, die ganzzahlig sind, eine Rekursionsformel und mit Hilfe dieser eine recht einfach gebaute explizite Formel erhalten wird.

G. Köthe (Mainz): ***Die Randverteilungen analytischer Funktionen.***

Es sei C eine analytische geschlossene Kurve auf der Riemannschen Zahlenkugel, die nicht durch ∞ geht. Die auf C erklärten analytischen Funktionen bilden in einer naheliegenden Topologie einen linearen lokalkonvexen Raum $A(C)$. Die Elemente u des dualen Raumes $A'(C)$ werden nach dem Vorbild von Schwartz als mathematische Größen auf C aufgefaßt und als Randverteilungen auf C bezeichnet. Jedes u ist die eindeutige Summe zweier Randverteilungen u_1 und u_2, von denen u_1 eine innerhalb C analytische Funktion bestimmt, die bei Konvergenz gegen den Rand gegen u_1 geht, ebenso bestimmt u_2 eine außerhalb C analytische Funktion, deren „Randfunktion" wieder u_2 ist. Auf diese Weise ist es möglich, jeder innerhalb bzw. außerhalb C analytischen Funktion eine Randverteilung auf C zuzuschreiben. Es wird der Fall, daß die Randverteilungen Schwartzsche Distributionen sind, näher untersucht; die analytischen Funktionen mit Distributionen als Randverteilungen sind gerade die langsam gegen den Rand wachsenden Funktionen.

K. Krickeberg (Berlin): ***Integrationstheorie mit Maßen ohne Endlichkeitsbedingungen.***

Das Integral einer reellen, nicht notwendig endlichen Funktion wird im allgemeinen nur unter Einschränkungen erklärt, zumindest der, daß der Integrationsbereich mit abzählbar vielen Mengen endlichen Maßes überdeckt werden kann. Wichtige Maße wie die Oberflächenmaße besitzen aber gerade diese Eigenschaft nicht. Die üblichen Integraldefinitionen mit Hilfe von Zerlegungen des

Definitionsbereiches oder Wertevorrates des Integranden gestatten jedoch, die Integrationstheorie ganz ohne Endlichkeitsbedingung aufzubauen.

Die erstgenannte Methode operiert mit einem totaladditiven Maß, Funktionen mit meßbaren Definitionsbereichen und nach dem Darbouxschen Vorbild definierten oberen und unteren Integralen. Existiert das obere Integral, so erweist es sich ohne weitere Voraussetzungen im System der meßbaren Teilmengen des Integrationsbereiches als totaladditive Mengenfunktion, und zwar als die größte unter denjenigen, die dem gewöhnlichen Mittelwertsatz genügen; analog das untere Integral. Dafür, daß der Integrand meßbar bis auf eine Nullmenge wird, ist notwendig und, falls das Maß die anfangs genannte Endlichkeitsbedingung erfüllt, auch hinreichend, daß zu jeder meßbaren Teilmenge seines Definitionsbereiches entweder oberes und unteres Integral beide nicht existieren oder beide vorhanden und einander gleich sind.

Der zweite Weg geht aus von einem äußeren Maß und Funktionen, die beliebige Definitionsbereiche haben können, jedoch zunächst nicht negativ sein sollen. Das Integral ist die obere Grenze der bekannten Lebesgueschen Untersummen und stellt im System aller Teilmengen des Integrationsbereiches wieder ein äußeres Maß dar, bezüglich dessen jede Menge meßbar wird, die hinsichtlich des ursprünglichen Maßes in einem abgeschwächten, relativierten Sinn meßbar ist. Im Bereich dieser Mengen bildet das Integral daher eine totaladditive Mengenfunktion. Es kann ebenfalls axiomatisch mit Hilfe des Mittelwertsatzes gekennzeichnet werden, was die Untersuchung des Zusammenhanges beider Integraldefinitionen erleichtert.

D. Kurepa (Zagreb): *Die Permutation einer Menge und das Auswahlaxiom.*

Jede eineindeutige Abbildung f einer Menge M auf sich selbst, so daß $fM = M$, heiße Permutation von M; die Menge aller Permutationen von M werde mit $M!$ bezeichnet. Die Fakultät $a!$ einer beliebigen Kardinalzahl a wird als die Kardinalzahl $k(A!)$ von $A!$ definiert, wobei A eine Menge von der Mächtigkeit a ist. Es wird bewiesen, daß die Permutationsmenge $M!$ mit der Partitivmenge PM aller Teilmengen von M gleichmächtig ist, sobald M eine unendliche vollständig wohlgeordnete Menge ist. Der entsprechende Satz für beliebige Mengen wird mit Hilfe des Auswahlaxioms bewiesen und so die Relation $a! \neq 2^a$ als notwendige und hinreichende Bedingung erwiesen, damit die Kardinalzahl a endlich, also eine natürliche Zahl sei.

P. Lelong (Lille): *Problèmes relatifs aux fonctions plurisousharmoniques et aux fonctions de plusieurs variables complexes.*

Propriétés des fonctions plurisousharmoniques et métrique Kählerienne associée à de telles fonctions (cf. P. Lelong, Ann. Ec. Norm. Sup. 62/1945, 301—338 et Journal de Math. 1952); domaines convexes par rapport aux fonctions plurisousharmoniques et pseudo-convexité; extension d'un problème de Cousin aux fonctions plurisousharmoniques.

J. Lelong-Ferrand (Lille): *Généralisations de la représentation conforme.*

Les propriétés de la correspondance entre frontières réalisée par représentation conforme s'étendent non seulement aux transformations quasi-conformes, mais à des transformations plus générales, définies par des fonctions dont l'intégrale de Dirichlet est bornée, et qui satisfont à certaines hypothèses topologiques complémentaires.

Étude de la convergence des suites de ces transformations. (Cf. J. Lelong-Ferrand, Journal de Math. 1952 et ouvrage à paraître chez Gauthier-Villars, Collection Julia).

P. Lesky (Rom): *Über zwei singuläre Dirichletsche Probleme.*

Der Physiker E. Persico von der Universität Rom hat dem Institut für angewandte Mathematik in Rom (INAC) die Behandlung zweier Dirichletschen Probleme vorgeschlagen, auf die er bei der Konstruktion von Elektronenlinsen gestoßen ist. Sie beziehen sich auf die Gebiete, die man erhält, wenn man aus einer ebenen offenen und unbegrenzten Schicht des dreidimensionalen Raumes folgende Punktmengen herausnimmt: Im ersten Fall die Punkte einer bestimmten in der Schicht enthaltenen geraden Kreiszylinderfläche, deren Achse senkrecht auf den Ebenen steht, die die Schicht begrenzen; im anderen Fall die Punkte einer in der Schicht enthaltenen Ebene, die ein kreisförmiges Loch aufweist.

Der Vortrag setzt die Methode auseinander, die zur Berechnung der Lösung der Probleme angewendet wurde, und schließt einige Betrachtungen allgemeiner Art an.

C. Müller (Bonn): *Mehrfach periodische Lösungen elliptischer Differentialgleichungen und ihre Anwendung auf Fragen der analytischen Geometrie der Zahlen.*

Sind $\mathfrak{g}_1$ und $\mathfrak{g}_2$ zwei linear unabhängige ebene Vektoren, so werden Funktionen $F(\mathfrak{x})$ untersucht, die den Bedingungen

$$(1) \qquad \Delta F + \lambda F = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{\lambda = 4\pi^2 n_j n_k g^{jk}} \exp\,(2\pi i\, \mathfrak{g}^j n_j) \qquad n_j,\ n^j \text{ ganz;}$$

$$g_{jk} = \mathfrak{g}_j\, \mathfrak{g}_k\,,$$

$$(2) \qquad F(\mathfrak{x} + n^j \mathfrak{g}_j) = F(\mathfrak{x}) \qquad \mathfrak{g}^j = g^{jk}\, \mathfrak{g}_k$$

genügen und im Nullpunkt die Singularität $(-\frac{1}{2}\pi) \ln r$ besitzen. Nur für diskrete Werte λ, die Eigenwerte des von $\mathfrak{g}_1$ und $\mathfrak{g}_2$ aufgespannten Gitters, ist die rechte Seite von Null verschieden.

Die Funktionen $F(\mathfrak{x}-\mathfrak{y})$ der Punkte $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$ können als Greensche Funktionen (eventuell im erweiterten Sinne) zur Randwertaufgabe der Periodizität aufgefaßt werden. Unter Benutzung der Hilbertschen Theorie der Greenschen Funktionen zu beliebigen Parametern λ lassen sich Ergebnisse der analytischen Geometrie der Zahlen einfach beweisen und erweitern.

Unter Heranziehung des reziproken Gitters mit der Basis $\mathfrak{g}^j = g^{jk} \mathfrak{g}_k$ erhält man Formeln, die Erweiterungen der bekannten Hardy-Landauschen Identität darstellen.

E. Peschl (Bonn): *Über eine gewisse Funktionalgleichung und ihre Bedeutung im Blochschen Problemkreis.*

Ordnet man jeder Riemannschen Fläche $\mathfrak{F}$ über der w-Ebene die obere Grenze der Radien aller von $\mathfrak{F}$ schlicht überdeckten Kreisscheiben als „Blochradius" $b(\mathfrak{F})$ zu, so ist bekanntlich $B_o = \inf b(\mathfrak{F})$ positiv, wenn man hierbei $\mathfrak{F}$ alle beliebigen regulären Bilder der Einheitskreisscheibe mit im Nullpunkt zu 1 normierter Ableitung durchlaufen läßt (Blochscher Satz). Die bisher beste untere Abschätzung dieser Blochschen Konstanten B_o und einer ähnlichen Landauschen Konstanten L_o (bei deren analoger Erklärung algebraische Windungspunkte von $\mathfrak{F}$ für die Überdeckung der Kreisscheiben noch zugelassen werden) verdankt man Ahlfors: $B_o \geqq \sqrt{3}/4$, $L_o \geqq 1/2$. Es werde nun die Metrik und die Überdeckungsvorschrift verallgemeinert: Sei E_h^z für $h = 1, 0, -1$ bzw.

die Kreisscheibe $|z| < 1$, die offene z-Ebene, die in $z = \infty$ geschlossene Zahlenkugel. Sei $F_h(a)$ die Menge der in E_1^z meromorphen Funktionen $w = f(z) = az + \ldots$, die E_1^z auf eine in E_h^w gelegene Bildfläche abbilden (also $f(z)$ für $h = 0, -1$ sogar regulär). In E_h^w werde eine h-Metrik erklärt mit Hilfe des h-Abstandes

$$r_h(w_1, w_2) = |w_1 - w_2| : |1 + h\bar{w}_1 w_2| .$$

Für irgend eine in E_h^w enthaltene Fläche $\mathfrak{F}$ sei der verallgemeinerte Blochradius $b_h^m(\mathfrak{F})$ die obere Grenze der Radien (im Sinne der h-Metrik) aller von $\mathfrak{F}$ überdeckten Kreisscheiben, wobei für die Überdeckung auch noch algebraische Windungspunkte mit weniger als m Blättern zugelassen sind. Für die verallgemeinerten Blochkonstanten $B_h^m(a) = \inf b_h^m(\mathfrak{F})$, wobei $\mathfrak{F}$ aus $F_h(a)$, wird bewiesen:

$$(1) \qquad B_h^m(a) \geqq a\sqrt{m^2-1} : (m\sqrt{1+ha^2} + \sqrt{m^2+ha^2}).$$

Insbesondere folgt hieraus im Falle $h = 1$ für $a \longrightarrow \infty$: $B_1^m(\infty) \geqq [(m-1) : (m+1)]^{1/2}$, und für $m \longrightarrow \infty$: $B_1^\infty(a) \geqq a : (1 + \sqrt{1 + ha^2})$, woraus sich in Verbesserung eines weiteren Ahlforsschen Resultates $B_1^\infty(\infty) = 1$ ergibt. Darin ist unter anderem der Satz enthalten: Jede meromorphe, unverzweigte Abbildung der offenen Ebene enthält schlichte Kreisscheiben, die sich beliebig wenig von Halbkugeln (im Sinne der 1-Metrik) unterscheiden. — Der Beweis von (1) gelingt durch Verallgemeinerung eines Ahlforsschen Beweisgedankens (vgl. Transact. Amer. Math. Soc. 1938), indem man der Fläche $\mathfrak{F}$ eine passende Metrik aufprägt.

Eine weitere Verallgemeinerung ergibt sich nun dadurch, daß vor allem eine „Stützmetrik" (im Sinne von Ahlfors) mit der Gaußschen Krümmung -4 unter Zuhilfenahme von Abständen der h-Metrik konstruiert wird. Die Anwendbarkeit des Ahlforsschen Gedankenganges verlangt dann das Bestehen der Funktionalgleichung

$$(2) \qquad |f'(t)| = g(|t|) \cdot (1 - |f(t)|^2) .$$

Diese läßt sich allgemein lösen und liefert weitere Verallgemeinerungen der obigen Sätze. Eine früher (1931) von mir benutzte Methode der ersten und zweiten Differentialinvarianten liefert übrigens (auf dem Wege über Verzerrungssätze für gewisse Familien) genau dieselben Abschätzungen und kann daher bezüglich der Herleitung dieser Abschätzungen als mit der Ahlforsschen äquivalent bezeichnet werden. Eine Übertragung dieser beiden Methoden auf zwei komplexe Veränderliche ist bisher nicht gelungen. Wohl aber kann man zeigen: Falls der Blochsche Satz sich in einem leicht näher zu präzisierenden Sinne auf reguläre Abbildungen in zwei komplexen Veränderlichen übertragen läßt (wobei analytische Ellipsoide vom Volumen c an Stelle der Kreisscheiben vom Radius r treten), können leicht Beispiele abzählbar unendlicher Punktmengen ohne Häufungspunkte im Endlichen angegeben werden, die nicht planierbar sind (im Sinne von Peschl-Hermes, Math. Ann. 1950).

A. Peyerimhoff (Gießen): *Untersuchungen über absolute Summierbarkeit.*

Das bekannte Konvergenzkriterium von Du Bois-Reymond und Dedekind, welches die Konvergenz der Reihe $\Sigma a_n b_n$ behauptet, wenn Σa_n konvergiert und wenn die Folge $\{b_n\}$ absolut konvergiert (d. h. wenn $\Sigma |b_n - b_{n+1}| < \infty$ ist), diente in den vergangenen 30 Jahren des öfteren als Ausgangspunkt für Untersuchungen in der Theorie der divergenten Reihen. So

wurde vor allem die Voraussetzung, daß Σa_n konvergiert, durch die Voraussetzung der Summierbarkeit dieser Reihe nach einem Matrixverfahren A ersetzt. Es erhob sich die Frage, aus welchen Eigenschaften der Folge $\{b_n\}$ wieder auf die Konvergenz (bzw. Summierbarkeit nach einem gegebenen Verfahren B) der Reihe $\Sigma a_n b_n$ geschlossen werden kann. Bei diesen Untersuchungen zeigte es sich, daß eine gewisse Voraussetzung über das Verfahren A von ausschlaggebender Bedeutung ist. Es handelt sich um einen gewissen Mittelwertsatz. Erstmalig wurde ein derartiger Mittelwertsatz von Herrn M. Riesz bei den nach ihm benannten Verfahren festgestellt.

Der Vortrag befaßt sich mit einer Verallgemeinerung in anderer Richtung. Die Voraussetzung, daß $\{b_n\}$ absolut konvergiert, wird ersetzt durch die Voraussetzung, daß diese Folge nach einem gegebenen Verfahren A absolut limitierbar ist. Versucht man, Bedingungen über Σa_n zu finden, welche die Konvergenz (bzw. Summierbarkeit) von $\Sigma a_n b_n$ nach sich ziehen, so erkennt man, daß es auch hier von entscheidender Bedeutung ist, daß A einen gewissen Mittelwertsatz erfüllt. Dieser Mittelwertsatz ist jedoch nicht von der oben genannten Art. Man kann einfache Bedingungen angeben, welche die Gültigkeit dieses Mittelwertsatzes zur Folge haben. Sie sind z. B. bei den Cesàroschen Verfahren C_k mit $0 \leqq k \leqq 1$ erfüllt. Durch Verwendung dieses Mittelwertsatzes lassen sich verschiedene Spezialfälle der oben genannten Fragestellung vollständig behandeln.

K. Pöschl (München): *Zur asymptotischen Integration einiger linearer Differentialgleichungen vierter Ordnung.*

Drei Klassen linearer homogener Differentialgleichungen vierter Ordnung, in denen die Koeffizienten Polynome sind und der Koeffizient von d^4w/dz^4 gleich Eins ist, lassen sich zur asymptotischen Integration in der komplexen z-Ebene mit Hilfe assoziierter singulärer Volterrascher Integralgleichungen behandeln. Diese Methode wurde seinerzeit für Gleichungen zweiter Ordnung von E. Hille mit Erfolg angewendet, verlangt aber hier besondere Überlegungen hinsichtlich der vorbereitenden Transformation der Differentialgleichung und des Kernes der Integralgleichung. Man erhält nach Übergang zu neuen Variablen Z, W Aussagen der Art, daß gewisse Lösungen in Winkelräumen der Z-Ebene zu elementaren transzendenten Funktionen „asymptotisch" sind, und in diesem Zusammenhang spezielle Ergebnisse über das Anwachsen und die Nullstellenverteilung der Lösungen $w(z)$ der Ausgangsgleichung in den Bildgebieten der z-Ebene.

C. Pucci (Firenze): *Il problema di Cauchy per le equazioni lineari a derivate parziali.*

Si stabiliscono teoremi di esistenza e di unicità nel campo reale per il problema di Cauchy relativo a una equazione differenziale lineare a derivate parziali di ordine comunque elevato e si dà una espressione in serie della soluzione.

W. Quade (Hannover): *Neues Verfahren zur Konstruktion eines Hauptsystems an einer schwach singulären Stelle.*

Die Bestimmung eines Hauptsystems an einer schwach singulären Stelle (singulären Stelle der Bestimmtheit) einer linearen, homogenen Differentialgleichung gelingt stets durch den üblichen Reihenansatz, wenn sich die Wurzeln der Fundamentalgleichung nicht um eine ganze Zahl unterscheiden. Im anderen Fall pflegt man entweder die Reduktionsmethode von d'Alembert oder ein von Frobenius angegebenes Verfahren anzuwenden. Ausgehend von einer bekannten Lösungsmethode der Eulerschen Differentialgleichung wird ein neues Verfahren entwickelt, vermöge dessen die vorgelegte Differentialgleichung auf ein rekurrentes System von linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten zurückgeführt wird. Aus dem auf diese Weise erhaltenen System von Differentialgleichungen lassen sich stets auf direktem Wege Reihendarstellungen eines Hauptsystems gewinnen, selbst wenn sich die Wurzeln der Fundamentalgleichung um eine ganze Zahl unterscheiden.

U. Richard (Torino): *Isoperimetrische Probleme.*

Die berühmte Hurwitzsche Methode zum Nachweis der isoperimetrischen Eigenschaft des Kreises kann auf die Ungleichung

$$4\pi^2 \int_0^L f^2(s)\,ds \leqq L^2 \int_0^L f'^2(s)\,ds \tag{1}$$

gestützt werden, die in ihrer ganzen Allgemeinheit zum erstenmal von Tonelli bewiesen wurde, und zwar für alle absolut stetigen Funktionen $f(s)$, deren Integral von 0 bis L verschwindet.

Sind $x = x(s)$, $y = y(s)$ die Parametergleichungen einer geschlossenen, rektifizierbaren Kurve, die ihren Schwerpunkt im Ursprung hat, so folgt aus (1), daß das zentrale Trägheitsmoment J die Beziehung

$$J = \int_0^L (x^2 + y^2)\,ds \leqq L^3/4\pi^2$$

erfüllt. Anderseits liefert die Schwarzsche Ungleichung

$$(2A)^2 = [\int (P - 0) \times n\,ds]^2 \leqq JL,$$

und damit

$$4A^2 \leqq JL \leqq L^4/4\pi^2. \tag{2}$$

Diese doppelte Ungleichung gilt auch in Carlemans allgemeinerem Sinne, d. h. für geschlossene Raumkurven vom Umfang L, wobei A die Oberfläche der durch die Kurve gehenden Minimalfläche bedeutet. Der erste Teil wird durch konforme Abbildung der Minimalfläche auf einen Kreis bewiesen, der zweite Teil erfährt keine bedeutenden Veränderungen. Beide Gleichheitszeichen in (2) gelten nur für den Kreis.

Eine gleichartige Entwicklung für das Problem der Kugel ist Hurwitz gegenüber nicht gelungen. Der Vortragende erklärt seine Versuche über diesen Gegenstand und deutet den Mißerfolg auf verschiedene Weisen. — Er zeigt aber mögliche Ausdehnungen der Ungleichung (1) auf Doppelintegrale, indem er sie mit dem Problem der regulären Lösungen von partiellen selbstadjungierten Differentialgleichungen elliptischen Typs auf geschlossenen Flächen verknüpft (Hilbert). Einige Anwendungen hiervon werden diskutiert.

H. Röhrl (München): *Zur arithmetischen Theorie der allgemeinen Funktionenklassen.*

Es wird der Versuch unternommen, im Hinblick auf die Theorie der allgemeinen Abelschen Integrale eine Übertragung der klassischen arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen auf beliebige analytische Funktionen aufzubauen. Innerhalb einer Funktionenklasse im Sinne von R. König und H. Röhrl gelten bei geeigneter Definition des Begriffes „Ordnung in einem Punkt" eine Reihe von klassischen Sätzen, wie der Residuensatz, der Riemann-Rochsche Satz und die sogenannten Elementartheoreme, die zum Teil der arithmetische Ausdruck von Sätzen über Abelsche Integrale sind.

F. W. Schäfke (Mainz): *Über die neuere Entwicklung der Theorie der Mathieuschen Funktionen und Sphäroidfunktionen.*

Es wird über eine Reihe von Arbeiten aus den letzten fünf Jahren (insbesondere: R. Campbell, J. Meixner, F. W. Schäfke, R. Sips) berichtet, deren Hauptkennzeichen das Streben nach strenger und einfacher Begründung, nach Klärung der grundlegenden Zusammenhänge, nach Vereinfachung der Numerik und nach Verallgemeinerung ist.

Diese Arbeiten betreffen speziell die für die Mathieuschen Funktionen und Sphäroidfunktionen wichtigen Eigenwertprobleme mit zwei Parametern, die h^2- bzw. γ^2-Asymptotik, die Stabilitätskarte (Bestimmtheit des charakteristischen Exponenten an jeder Stelle durch eine Schar charakteristischer Kurven), neue, sehr allgemeine Reihenentwicklungen und Integralbeziehungen.

W. Schmeidler (Berlin): *Über algebraische Integralgleichungen mit positiven Kernen.*

Die hier behandelten algebraischen Integralgleichungen sind von der Form $y_n(s) - \lambda L(y) = f(s)$ worin $L(y)$ ein Integralpolynom n-ten Grades, also eine endliche Summe von Gliedern der Form

$$\int_a^b \cdot\cdot \int_a^b L_{i\,i_1 \cdot\cdot\, i_m}(s, t_1, \ldots, t_m)\, y^i(s)\, y^{i_1}(t_1) \ldots y^{i_m}(t_m)\, dt_1 \cdot\cdot\, dt_m \qquad (i + i_1 + \ldots + i_m \leqq n)$$

und $L_{i\,i_1 \cdot\cdot\, i_m}$ im ganzen Bereich positiv und stetig ist.

Bewiesen wird die Existenz eines positiven Eigenwertes λ_0 und einer positiven Lösung der Gleichung $y^n(s) - \lambda_0 L_n(y) = 0$, worin L_n die Glieder genau n-ten Grades von $L(y)$ zusammenfaßt; ferner wird gezeigt, daß die gegebene Gleichung für $0 < \lambda < \lambda_0$ stets eine Lösung hat. Für $n = 1$ ergibt sich als Spezialfall der bekannte Satz von Jentzsch. Auch die Eindeutigkeit des Eigenwertes vom Betrage λ_0 überträgt sich von $n = 1$ auf allgemeines n.

F. Sommer (Münster): *Über die Integralformeln in der Funktionentheorie mehrerer komplexer Veränderlichen.*

Die Übertragung der Cauchyschen Integralformel auf Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen ist in mannigfacher Weise möglich. Unter den zahlreichen vorliegenden Formeln sind diejenigen ausgezeichnet, bei denen über die $(2n-1)$-dimensionale Oberfläche integriert wird (Martinelli, Bochner), sowie die Formeln, deren Integrationsmannigfaltigkeiten die n-dimensionalen Bestimmungsflächen analytischer Polyeder sind (A. Weil, Bergmann). Die zuerst genannten Integrale ergeben sich unmittelbar aus der allgemeinen Stokesschen Integralformel. Sodann läßt sich zeigen, wie man hieraus durch Integralumformungen eine Serie weiterer Formeln gewinnen kann, bei denen über die $(2n-k)$-dimensionalen Seitenflächen eines analytischen Polyeders integriert wird ($k = 1, 2, \ldots, n$). In dieser Serie liefert der Fall $k = n$ die Formel von A. Weil.

K. Stein (Münster): *Wesentliche Singularitäten analytischer Mengen.*

Unter einer analytischen Menge einer komplexen Mannigfaltigkeit M wird eine in M lokal durch analytische Gleichungen gegebene abgeschlossene Punktmenge verstanden. W. L. Chow hat gezeigt, daß jede analytische Menge im n-dimensionalen komplex-projektiven Raum eine algebraische Mannigfaltigkeit ist, und H. Kneser hat hierfür einen weiteren Beweis gegeben. Von H. Cartan wurde darauf hingewiesen, daß der Chowsche Satz mit der folgenden Aussage äquivalent ist: Ein Kegel im Raum von $n + 1$ komplexen Veränderlichen, der überall außer höchstens in seiner Spitze analytisch ist, bleibt auch in der Spitze analytisch. Über diese Aussage hinaus wird gezeigt, daß analytische Mengen, deren Dimension überall größer als Null ist, keine isolierten Singularitäten besitzen können. Ist A ein irreduzibles d-dimensionales analytisches Flächenstück im Raum von n komplexen Veränderlichen und F eine in einer Umgebung von A überall mindestens d-dimensionale analytische Menge, so besitzt F entweder jeden Punkt von A oder keinen Punkt von A als wesentlich singulären Randpunkt. Von P. Thullen war dies früher für den Sonderfall $d = n-1$ bewiesen worden.

W. Stoll (Tübingen): *Jacobische und mehrfach periodische Funktionen zu gegebenen Nullstellenflächen.*

Im Raum der komplexen Vektoren $\mathfrak{u} = (u_1, \ldots u_p)$ sei eine $2p$-fach periodische Nullstellenfläche N gegeben, die die Kugel $K = [\,|\mathfrak{u}| < r_0]$ meide. Ist

$$e(x, q) = \frac{1}{(p-1)!} \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} \left\{ x^{p-1} \log \left[(1-x) \exp\left(x + \frac{x^2}{2} + \ldots + \frac{x^q}{q}\right)\right] \right\},$$

bedeutet $(\mathfrak{u}|\mathfrak{w}) = u_1 \overline{w}_1 + \ldots + u_p \overline{w}_p$ und bezeichnet $d\omega_{2p-2}$ das projektive Oberflächenelement von N, so wird nach H. Kneser (Jber. DMV 48/1938, 1—28) durch die in K gültige Integraldarstellung

$$f(\mathfrak{u}) = \exp \left\{ \frac{(p-1)!}{\pi^{p-1}} \int e\left(\frac{(\mathfrak{u}|\mathfrak{w})}{(\mathfrak{w}|\mathfrak{w})}, 2\right) d\omega_{2p-2} \right\},$$

in der $\mathfrak{w}$ das Gebiet N durchläuft, eine ganze Funktion definiert (W. Stoll, Jber. DMV 55/1952, 34; für $p = 2$ s. a. H. Kneser).

Es läßt sich zeigen, daß f eine Jacobische Funktion mit den Perioden von N ist. Unmittelbar folgen die bekannten Sätze: Jede $2p$-fach periodische Funktion ist Quotient zweier Jacobischer Funktionen (Appell, Poincaré). Zu jeder $2p$-fach periodischen, nichtzylindrischen Nullstellenfläche N gibt es eine Jacobische und eine $2p$-fach periodische Funktion mit den Perioden von N, deren Nullstellen gerade N erfüllen (Lefschetz).

G. Tautz (Freiburg i. Br.): *Das Umkehrungsproblem bei elliptischen Differentialgleichungen.*

Das Umkehrungsproblem bei gewöhnlichen Differentialgleichungen verlangt, zu einer n-parametrigen Kurvenschar die Differentialgleichung aufzustellen. Bei Funktionen mehrerer Veränderlicher treten als Parameter Funktionen auf. Es wird nun bewiesen, daß eine Funktionenschar, die für jedes Gebiet einer hinreichend allgemeinen Schar von Gebieten und für jede stetige Randfunktionen genau eine Funktion enthält, welche die geforderten Randwerte annimmt, einer linearen elliptischen Differentialgleichung genügt, falls noch gewisse allgemeine Bedingungen, z. B. Differenzierbarkeitsforderungen erfüllt sind und die Existenz gewisser Lösungen mit polarer Singularität vom Charakter einer Grundlösung vorausgesetzt wird.

E. Torcoli (Parma): *Su la determinazione delle soluzioni omogenee di equazioni alle derivate parziali.*

Mi limito, per semplicità, alla ricerca delle soluzioni omogenee di un'equazione alle derivate parziali del 2^0 ordine in una funzione incognita $z = z(x, y)$. Incomincio col porre le eventuali soluzioni omogenee dell'equazione data sotto la forma $z = x^n \cdot f'(y/x)$, con n, grado di omogeneità, costante.

Sostituendo, nella considerata equazione alle derivate parziali, alla z la espressione precedente, si ottiene un'equazione che contiene le variabili indipendenti x e y, la funzione f e le sue derivate f' e f'' calcolate per il rapporto y/x. Se ora alla x dò un articolare valore $x_0 = 0$ possibile, e pongo $y/x_0 = t$, risulta un'equazione che nella funzione incognita $f(t)$ è differenziale ordinaria del 2^0 ordine. Risolta tale equazione si otterrà per $f(t)$ un'espressione contenente l'indeterminata n.

La funzione $z(x_0, y) = x_0{}^n \cdot f(y/x_0)$, dove f ha l'espressione ora trovata, è soluzione della data equazioné alle derivate parziali quando la x ha il valore prefissato x_0 Sostituendo ad x_0 la variabile x, si ottiene una famiglia di funzioni omogenee delle due variabili x e y, dipendente dal parametro n. Le eventuali soluzioni omogenee della data equazione apparterranno a questa famiglia.

Possono ora presentarsi diverse eventualità: o tutte le funzioni della famiglia soddisfano all'equazione data; o può accadere che solo una parte di queste funzioni sia soluzione; o, in caso estremo, nessuna funzione della famiglia sia soluzione e in tal caso la data equazione differenziale non ha soluzioni omogenee.

Questo metodo ha un'importante generalizzazione che sarà esposta in altro lavoro.

F. G. Tricomi (Torino): *Zur Theorie der konfluenten hypergeometrischen Funktionen.*

Die Bedeutung der konfluenten hypergeometrischen Funktionen besteht hauptsächlich darin, daß sie die Integration jeder linearen Differentialgleichung 2. Ordnung, deren Koeffizienten von der unabhängigen Variablen linear abhängen, in geschlossener Form erlauben.

Seit etwa fünf Jahren hat der Vortragende eine eigene Theorie dieser Funktionen entwickelt, welche die Vorteile der Whittakerschen Behandlung (hauptsächlich: Betrachtung eines fundamentalen Systems anstatt einer einzigen Lösung der entsprechenden Differentialgleichung) mit der eleganten Einfachheit der Kummer-Pochhammerschen Funktion ${}_1F_1(a,c;x)$ zu vereinigen sucht. Es wird nämlich neben ${}_1F_1$ (die eigentlich, nach Perron, mit Φ bezeichnet wird) eine zweite Lösung $\Psi(a,c;x)$ der „konfluenten Gleichung" $xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ eingeführt, welche in einem ähnlichen Verhältnis zur Whittakerschen Funktion $W_{k,m}(x)$ wie $\Phi(a,c;x)$ zur $M_{k,m}(x)$ steht. Damit werden die meisten Formeln so bedeutend vereinfacht, daß nun hoffentlich die ganze Theorie allgemeiner bekannt wird, insbesondere unter den angewandten Mathematikern, die viel Nutzen daraus ziehen können.

Unter anderem ist diese neue Darstellung der Theorie in den bevorstehenden Veröffentlichungen des „Bateman Manuscript Project" angenommen worden.

Weitere Hauptzüge dieser neuen Darstellung sind: Der relativ große Platz, welcher dem Sonderfall der unvollständigen Gammafunktion eingeräumt wird, und die zentrale Stellung der (vom Vortragenden herrührenden) stets konvergenten Entwicklung der Funktion Φ nach Zylinderfunktionen.

Abschließend werden einige der vielen Anwendungen kurz angedeutet.

G. Valiron (Paris): *Singularités des fonctions analytiques et équations différentielles.*

Des propositions générales variées ont été données sur les singularités des solutions des équations différentielles algébriques, elles sont de deux sortes: les unes en quelque sorte positives assurent que, pour un type donné d'équation, les singularités de la solution générale ou de solutions particulières appartiennent à une type déterminé: par exemple, si une solution d'une équation différentielle algébrique du premier ordre admet une singularité isolée essentielle, cette solution est d'ordre fini et très régulière autour de ce point. Les autres propositions d'une genre en quelque sorte négatif affirment qu'une fonction d'un type déterminé ne peut pas être solution d'une équation différentielle d'une classe déterminée: par exemple une function entière d'ordre nul ne peut pas être solution d'une équation différentielle algébrique du premier ordre (d'après ce qui précède) et résultats de Rellich et Wittich. C'est à ce second ordre d'idées que se rattache cette communication. J'ai montré (C. R. A. S., 1934 et J. de math., 15/1936) que l'on peut construire des fonctions holomorphes dans un cercle de rayon un dont la circonférence est une coupure et qui restent bornées sur des spirales asymptotes à la circonférence; ces fonctions sont d'ordre infini, et même d'ordre inférieur infini lorsqu'on s'approche de la circonférence. En utilisant les résultats obtenus par Wiman et moi même (Voir Ann. Ec. Norm. 37/1920 et 38/1921) sur le comportement d'une série entière dans le voisinage des points de module maximum (sur une circonférence de centre origine) on peut montrer que de telles fonctions ne peuvent pas vérifier une équation différentielle algébrique du premier ordre.

J. D. Weston (Newcastle): *Approximation Theorems.*

From the theory of normed rings, as developed by Gelfand and Silov, there arises a general principle of approximation, concerning continuous functions in a compact space. A large class of approximation theorems can be deduced very simply from this principle, including many of those used in classical analysis.

K. Zeller (Tübingen): *Über die Konvergenzsätze der Funktionentheorie.*

Es handelt sich um Sätze, deren Behauptung lautet, daß eine gewisse Folge im Einheitskreis regulärer Funktionen in jedem abgeschlossenen Teilgebiet des Einheitskreises gleichmäßig konvergiert (Beispiel: Der Vitalische Konvergenzsatz). Zur Herleitung der meisten bekannten Sätze dieser Art läßt sich ein funktionalanalytisches Prinzip verwenden, das auf dem Begriff der schwachen Konvergenz in *B*- bzw. *F*-Räumen beruht und den Zusammenhang zwischen Eindeutigkeits- und Konvergenzsätzen beleuchtet.

S. P. Zervos (Athènes): *Sur l'expression analytique des racines des équations algébriques.*

La possibilité d'exprimer les nombres algébriques réels des deux premiers degrés par des expressions *périodiques* convergentes (par des fractions décimales périodiques ceux du premier, par des fractions continues périodiques ceux du second) suggère la question suivante: Peut-on représenter chaque racine d'une équation algébrique par une expression explicite périodique (et convergente)?

Cas particulier: Les m racines de l'équation $x^m - ax - b = 0$, où a et b quelconques, peuvent être représentées par l'expression périodique (et convergente)

$$\sqrt[m]{b + a\sqrt[m]{b + \ldots}}_{j\;\;j} \qquad \text{pour } j = 1, 2, \ldots, m. \tag{1}$$

Il paraît donc utile d'étudier les expressions de la forme

$$\sqrt[m]{b_1 + a_2\sqrt[m]{b_2 + \ldots}}_{j_1\;\;j_2} \tag{2}$$

et de créer pour elles une théorie analogue à la théorie des fractions continues.

Cas général: Il sa ramène facilement au cas particulier examiné plus haut, mais avec le désavantage qu'il y aura sous les radicaux des polynômes de la racine considerée elle-même. Existe-il une expression périodique convergente avec tous ses „termes" fonctions rationnelles des coefficients de l'équation seulement?

SEKTION II: GEOMETRIE UND TOPOLOGIE

M. Barner (Freiburg/Br.): *Einige Beiträge zur projektiven Kinematik.*

Die *„projektiven Bewegungen"* werden analog etwa den euklidischen Bewegungsvorgängen betrachtet: Man untersucht die von einem Parameter abhängige Gesamtheit von — hier projektiven — Koordinatensystemen. Die festen Punkte des bewegten Systems beschreiben Bahnkurven in der Bewegung.

Eine hervorragende Rolle unter den projektiven Bewegungen im Raume bilden die sogenannten *Schiebungen:* Es ist im bewegten System ein Nullsystem ausgezeichnet, das einen jeden Punkt auf die Schmiegebene der hindurchlaufenden Bahnkurve abbildet. (Die Clifford-Schiebungen der nichteuklidischen Geometrien sind Sonderfälle.) Die Schiebungen hängen von vier Funktionen einer Veränderlichen ab, wenn man nicht auf die Parameterverteilung achtet.

Einer Schiebung ist eindeutig eine Kurve des Geradenraumes zugeordnet, deren Dimension 5, 4, 3 oder 2 sein kann. Wir zeigen dann: Schiebungen, die zu den letzten drei genannten Fällen gehören, lassen sich explizit angeben.

In Anwendung auf die projektive Differentialgeometrie folgen hieraus etwa die Sätze: Eine jede Fläche, deren Asymptotenlinien der einen Schar linearen Komplexen angehören und bei denen ferner die Tangenten an diese Asymptotenlinien längs einer jeden Asymptotenlinie der anderen Schar ebenfalls in einem linearen Komplex liegen, lassen sich explizit angeben. Es gibt sechs (reellverschiedene) Klassen solcher Flächen, deren jede von drei willkürlichen Funktionen einer Veränderlichen abhängt. Eine jede solche Fläche ist durch Angabe je einer Asymptotenlinie einer jeden Schar bestimmt und diese Kurven lassen sich als Komplexkurve bzw. beliebige Kurve willkürlich vorgeben. Die genannte Flächenklasse umfaßt die zweisinnigen Komplexflächen, in deren Theorie man — wie bekannt ist — entsprechende Sätze beweist. Die Heranziehung nichteuklidischer Geometrien, die dort üblich ist, kann man auf den von uns betrachteten Fall nicht ohne weiters ausdehnen, auch scheint dies unzweckmäßig.

M. Benedicty (Roma): *Questioni riguardanti le matrici quasi abeliane.*

Nell'intraprendere lo studio delle matrici quasi abeliane e dei corpi di funzioni quasi abeliane — in vista dei due problemi, la soluzione dei quasi non sembra però vicina: a) come e in quale senso questi e quelle sono limiti di corpi di funzioni abeliane e rispettivamente di matrici di Riemann; b) qual' è la condizione necessaria e sufficiente perchè una matrice sia quasi abeliana — si presentano fenomeni alquanto complicati e interferenti l'un l'altro. Si espongono qui tali fenomeni, esaminando da vicino il caso di due variabili che, non ostante la sua particolarità, rende un' idea sufficientemente completa della natura delle questioni che si pongono.

Precisamente, partendo da una matrice di Riemann a 2 righe e 4 colonne ω_1, in forma canonica, e facendo variare con continuità gli elementi che non contengono i divisori, si perviene ad una matrice ω, non più riemanniana, che si dimostra essere in ogni caso equivalente ad un' opportuna matrice ω^*, sopprimendo nella quale le eventuali colonne nulle ed eventualmente una o due righe, se le funzioni non dipendono più da una o dalle due variabili, si perviene ad una matrice quasi abeliane nella forma normale di Severi.

Si esaminano i vari tipi di matrici così ottenuti e si fanno alcune considerazioni sul modo in cui i risultati algebrici formali ottenuti vanno interpretati dal punto di vista funzionale.

R. Bereis (Wien): *Ein neuer Perspektograph.*

Apparate, die die Herstellung eines Zentralrisses aus den Normalrissen eines gegebenen Objektes auf mechanischem Wege leisten, nennt man Perspektographen. Die bisher bekannten Perspektrographen verwirklichten aber nur die perspektivische Abbildung von Ebenen, zwangen also bei der Abbildung eines räumlichen Objektes, dieses in horizontale oder vertikale Parallelschnitte aufzulösen. Alle nicht in diesen Schnitten liegenden Linien mußten nachträglich eingezeichnet werden. Spätere Verbesserungen beseitigen wohl diesen Übelstand, wiesen aber eine solche Kompliziertheit in der Konstruktion auf, daß ihre Handhabung sich sehr schwerfällig gestaltete.

Ausgehend von einem neuen Schnellrißverfahren (vgl. R. Bereis, Österr. Ing.-Arch. 6/1952, 110—114) wird nun eine Reihe von Apparaten entwickelt, die sowohl leicht herstellbar, als auch recht leistungsfähig zu sein versprechen.

D. Blanuša (Zagreb): *Eine isometrische Einbettung der elliptischen Ebene im vierdimensionalen euklidischen Raum.*

Nach einem früheren Ergebnis des Vortragenden (Glasnik mat.-fiz. i astr. 2/1947, 248—249) läßt sich die elliptische Ebene isometrisch und ohne Singularitäten im fünfdimensionalen euklidischen Raum einbetten. Davon ausgehend wird nun gezeigt, daß eine solche Einbettung schon im vierdimensionalen Raum möglich ist. Die erhaltenen Gleichungen lauten:

$$x_1 = \frac{R}{2} \sin^2 u \,.\, \sin 2\left(v - \sqrt{3}\, \cos u - \sqrt{3}\, \ln \left| \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right| \right),$$

$$x_2 = \frac{R}{2} \sin^2 u \cdot \cos 2\left(v - \sqrt{3}\, \cos u - \sqrt{3}\, \ln \left| \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right| \right),$$

$$x_3 = \frac{R}{2} \sin 2u \,.\, \sin\left(v - \sqrt{3}\, \cos u\right),$$

$$x_4 = \frac{R}{2} \sin 2u \,.\, \cos\left(v - \sqrt{3}\, \cos u\right).$$

Man erhält alle Punkte der Fläche (und, für $u \mp 0$, jeden nur einmal), wenn man die Parameter u, v auf die halboffenen Intervalle von $-\pi/2$ bis $+\pi/2$, bzw. von 0 bis π beschränkt. Für $u = 0$ ist $x_1 = x_2 = 0$ zu setzen. Die Gaußsche Krümmung der Fläche ist $1/R^2$.

J. F. V. van Bouchout (Löwen): *Abwicklung von Strahlenkongruenzen, deren mittlerer Parameter invariant bleibt.*

Wenn schon längst die Theorie der Abwicklung der Flächen zum klassischen Gebiet der Differentialgeometrie gehört, hat man nunmehr auch eine mit der Fläche auf irgend einer Weise fest verbundene Kongruenz in die Abwicklung bezogen und Invarianten der Kongruenz während dieses Vorganges gesucht. Von Rossinski (UdSSR), und Vincensini (Frankreich) u. a. wurden Kongruenzen bestimmt, für die entweder gegebene Größen invariant sind, oder gewisse Eigenschaften erhalten bleiben. Die Geraden der Kongruenz liegen hier in der Tangentialebene oder stehen senkrecht darauf, gehen aber nicht notwendig durch den Berührungspunkt, haben auch nicht immer einen Treffpunkt mit der Fläche selbst. Der mittlere Parameter kann nur dann invariant sein, wenn er verschwindet und die Kongruenz normal ist.

Es können jedoch, wenn durch jeden Punkt einer richtig gewählten Fläche auch die richtige Gerade betrachtet wird, Kongruenzen entstehen, deren mittlerer Parameter invariant ist (und nicht verschwindet). Es werden für diese Kongruenzen auch sonstige Invarianten gefunden.

E. M. Bruins (Amsterdam): *Orthogonale Transversalen über die Gegenkanten eines Tetraeders.*

Mit Hilfe der Weitzenböckschen Komplexsymbole kann man die Gleichung der Fläche aller Punkte x, die zwei orthogonale Transversalen an zwei Geradenpaare p^2, q^2 und r^2, s^2 senden, sehr einfach schreiben. Ist $(l'x) = 0$ die Gleichung der unendlich fernen Ebene, so ist der unendlich ferne Punkt der Transversale durch x über p^2 und q^2 durch $((xp^2)(xq^2)l'u') = 0$ oder $(xp^2q)(ql')(u'x) - (xp^2q)(qu')(l'x) = 0$ festgelegt. Ist $(A'x)^2 = 0$ eine beliebige Kugel, so ergibt sich als Gleichung der Fläche

$$F_{pq,rs} = A \times V_{pq} \times V_{rs} - (l'x)(V_{pq} Q_{rs} + V_{rs} Q_{pq}) + (l'x)^2 Q_{pq,rs} = 0,$$

wobei $A = (A'x)^2$, $V_{pq} = (xp^2q)(ql')$, $Q_{pq} = (xp^2q)(xp^2q)(qA')(A'x)$

und $Q_{pq,rs} = (xp^2q)(xr^2s)(qA')(sA')$.

$F = 0$ enthält die Geraden p^2, q^2, r^2, s^2, den Kugelkreis B und die unendlich fernen Geraden der beiden Ebenen $V_{pq} = 0$ und $V_{rs} = 0$, deren Schnittpunkt Doppelpunkt der Fläche ist.

Die zu den drei Gegenkantenpaaren eines Tetraeders gehörigen drei Flächen 4.Ordnung F haben paarweise eine Schnittkurve 16.Ordnung, die in den Kugelkreis B, drei doppelt zählende Geraden und eine Kurve 8.Ordnung zerfällt; letztere hat vier Punkte auf B. Es zeigt sich, daß es i. a. nur acht Punkte im Endlichen gibt, die den drei F gemeinsam sind; für ein regelmäßiges Tetraeder rücken drei der acht Punkte ins Unendliche.

Der geometrische Beweis wird durch die Tatsache erleichtert, daß die orthoptischen Kugeln einer Quadrikenschar ein Büschel bilden.

E. Bukovics (Wien): *Eine topologische Invariante von sechs Linienelementen zweiter Ordnung eines Punktes der Ebene.*

Den Betrachtungen wird die Gruppe der zweimal stetig differenzierbaren Punkttransformationen T einer Ebene E, die einen Punkt O derselben festlassen, zugrunde gelegt. Untersucht wird die Einwirkung dieser Transformationen auf die Linienelemente 2.Ordnung des Punktes O und die Mindestanzahl der Elemente, die gegenüber solchen Transformationen T Invarianten 2.Ordnung besitzen, festgestellt.

Die Mannigfaltigkeit der Elemente 2.Ordnung des Punktes O läßt sich durch ein System pseudohomogener Koordinaten vom Grade 3 beschreiben, deren Deutung in einem vierdimensionalen projektiven Raum S_4 die Punkte eines rationalen Normkegels 3.Ordnung K ergibt. Den Transformationen der Gruppe T entsprechen sodann im S_4 die automorphen Kollineationen des Kegels K.

Im S_4 besitzen bekanntlich sieben Punkte allgemeiner Lage vier wesentliche projektive Invarianten. Zu topologischen Invarianten der Linienelemente 2.Ordnung gegenüber der Gruppe T gelangt man, indem von den sieben Punkten im S_4 einer als die Kegelspitze und die restlichen sechs als Punkte des Kegelmantels angenommen werden.

Es ergeben sich somit vier Invarianten eines Sextupels von Linienelementen 2.Ordnung des Punktes O; dagegen besitzen bloß fünf Elemente keine Invariante 2.Ordnung. Die vier Invarianten des Sextupels lassen sich durch eine Invariante 2.Ordnung und vier voneinander abhängige Invarianten 1.Ordnung darstellen.

Die Mindestanzahl von Linienelementen 2.Ordnung des Punktes O, die eine Invariante besitzen, verringert sich auf vier, wenn man an Stelle der Gruppe T die Untergruppe der konformen Transformationen betrachtet.

R. C a l a p s o (Messina): *Sui sistemi antiparalleli.*

Si applica la teoria dei sistemi antiparalleli alla deformazione infinitesima di classi di superficie.

F. C o n f o r t o (Roma): *Sopra le varietà abeliane.*

Si considerano le varietà abeliane che posseggono sistemi di integrali riducibili di prima specie e si comunicano metodi e risultati per la determinazione delle sottovarietà di tali varietà, in ispecie per il caso in cui le sottovarietà anzidette sono del tipo delle superficie ellittiche o delle varietà che generalizzano tali superficie.

E. T. D a v i e s (Southampton): *The Invariant Theory of Contact Transformations.*

Tensor methods are applied to the study of the invariant theory of homogeneous contact transformations. Use is made of the work of V r a n c e a n u, S c h o u t e n, and D i e n e s in order to relate the „contact frames" of E i s e n h a r t to the „connecting quantities" of S c h o u t e n as they appear in the geometry of non-holonomic submanifolds. It is shown that quantities which are tensors with respect to homogeneous contact transformations are special cases of the tensors occurring in non-holonomic geometries. Finally a generalization of F i n s l e r space is indicated which reduces to the classical case when the contact transformation is an extended point transformation.

M. D e c u y p e r (Lille): *Sur les couples de réseaux conjugués admettant les mêmes congruences d'axes.*

Dans un espace projectif à trois dimensions, un réseau conjugué étant tracé sur une surface S, le premier axe de ce réseau en un point M de S est l'intersection des plans osculateurs en M aux courbes du réseau qui passent par ce point; la droite qui joint les seconds foyers des trangentes en M aux courbes précédentes est le second axe. Nous avons déjà montré qu'un couple de surfaces ayant même congruence des premiers axes par rapport au réseau conjugué commun dépend de dix fonctions arbitraires d'un argument et nous montrons ici que pour que l'on puisse associer à un réseau donné un autre réseau tracé sur une surface S' différente de S, tel qu'ils aient tous les deux aux points correspondants mêmes premier et second axes, il est nécessaire et suffisant que le réseau initial engendre une suite de L a p l a c e périodique, de période quatre. Nous signalons quelques propriétés de la figure réalisée. Par ailleurs, nous étudions, au point de vue de la stratifiabilité, les congruences des axes d'un réseau quelconque. La méthode employée est celle du repère mobile.

J. F o h n (Innsbruck): *Über eine geometrische Verwandtschaft rechtwinkeliger sphärischer Dreiecke und ihre Verwendung zur Herleitung der Napierschen Regel; das Pentagramma mirificum.*

Zunächst erfolgt eine neue Behandlung der rechtwinkeligen sphärischen Dreiecke (Ableitung der Beziehungen zwischen Seiten und Winkeln ohne Zuhilfenahme der 10 Gleichungen). Sodann werden verwandtschaftliche Beziehungen von rechtwinkeligen sphärischen Dreiecken angegeben und ihre Verwendung zur Ableitung der N e p e r schen Regeln nach zwei Methoden benützt. Abschließend werden merkwürdige Eigenschaften des regelmäßigen sphärischen Fünfeckes, insbesondere das Invarianzgesetz, und das „Pentagramma mirificum" am Himmelsgewölbe behandelt.

N. F o r b a t (Mons): *Sur une méthode de représentation.*

On considère deux droites gauches a et b et un plan de projection ne contenant aucune de ces droites. Les projetantes sont les droites s'appuyant sur a et b dans le plan de projection sont les points cycliques de celui-ci. Le méthode obtient ainsi une méthode de représentation biunivoque et réciproque de l'espace sur le plan de projection. Par exemple, aux droites de l'espace correspondent dans le plan de projection les coniques passant par les points de percée de a et b et sur lesquelles on a marqué un point. On applique cette méthode à la résolution des problèmes classiques de la géométrie de position et à l'étude des surfaces réglées. — On examine en particulier le cas où les points de percée de a et b dans le plan de projection sont les points cycliques de celui-ci. La méthode se prête alors aisément à la résolution des problèmes de parallélisme et de perpendicularité.

W. F r a n z (Frankfurt/Main): *Theorie der Koinzidenzpunkte.*

Sind $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ zwei Räume und f und g zwei stetige, ein-mehr-deutige Abbildungen von $\mathfrak{M}$ in $\mathfrak{N}$, so heißt ein Punkt p von $\mathfrak{M}$ ein Koinzidenzpunkt von f und g, wenn in $\mathfrak{N}$ gilt $f(p) = g(p)$. Es wird eine der L e f s c h e t z - H o p f - R e i d e m e i s t e r schen Theorie der Fixpunkte bis zu einem gewissen Grade analoge, von ihr jedoch in charakteristischen Zügen abweichende Theorie der Koinzidenzpunkte entwickelt. Zunächst erkennt man an einfachen Beispielen, daß keine analoge Theorie zu erwarten ist, wenn $\dim \mathfrak{M} \neq \dim \mathfrak{N}$ ist. Es muß vielmehr vorausgesetzt werden, daß $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ Mannigfaltigkeiten derselben Dimension n und endliche Polyeder sind. — Bezeichnen dann φ und γ die zu f und g gehörigen H o p f schen Umkehrabbildungen der r-dimensionalen, rationalzahligen Homologiegruppen, so läßt sich in der *Homologietheorie* ein Gesamt-Koinzidenzpunkt-Index j von f und g in der folgenden Form angeben:

$$j = \sum_{r=0}^{n} (-1)^r \operatorname{sp} (\gamma_r f_r),$$

wobei sp die Spur und γ_r und f_r die durch γ und f induzierten Homomorphismen der Homologiegruppen bezeichnen. Drückt man diese Homomorphismen durch Matrizen aus, so treten neben den f und g charakterisierenden Matrizen noch die Schnittmatrizen von $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ auf. Solche Spurformeln, sowohl für die Homologiegruppe als auch für die Kettengruppen, wurden bereits 1926 von L e f s c h e t z angegeben. Nennt man f und g verflochten, wenn bei beliebigen, voneinander unabhängigen Deformationen von f und g stets Koizidenzpunkte auftreten, so folgt aus $j \neq 0$, daß f und g verflochten sind. Es ist z. B. f mit sich selbst verflochten, wenn der Abbildungsgrad von f und die E u l e r sche Charakteristik von $\mathfrak{N}$ beide nicht Null sind. Auch der gewöhnliche Fixpunktindex erhält auf diese Weise eine neue Deutung. — Genauere Auskunft über das Verflochtensein von f und g gibt die *Homotopietheorie*. Eine frühere Definition von N i e l s e n weiterbildend rechnet man zwei Koinzidenzpunkte von $\mathfrak{M}$ zur selben Klasse, wenn sie sich durch einen Weg verbinden lassen, dessen beide Bilder bei f und g einen zusammenziehbaren geschlossenen Weg in $\mathfrak{N}$ ergeben. Sind f und g zwei beliebige Homomorphismen einer Gruppe $\mathfrak{G}$ in die Gruppe $\mathfrak{H}$, so heißen die Elemente δ_1 und δ_2 aus $\mathfrak{H}$ (f,g)-konjugiert, wenn mit geeignetem γ aus $\mathfrak{G}$ gilt $\delta_2 = f(\gamma^{-1})\, \delta_1\, g(\gamma)$. Dann läßt sich bei Auszeichnung eines Anfangspunktes der Fundamentalgruppe jeder Koizidenzpunktklasse umkehrbar eindeutig eine Klasse (f,g)-konjugierter Elemente von $\mathfrak{H}$ zuordnen. Die Gesamt-Koizidenzpunkt-Indizes der einzelnen Klassen erweisen sich als deformationsinvariant. Sie lassen sich an einer gewissen Spurformel aus dem Gruppenring der Gruppe $\mathfrak{H}$ in einfachster Weise ablesen. — Es steht zu vermuten, daß diese Klassenindizes die genaue Antwort auf die Frage nach dem Verflochtensein von f und g geben.

L. Godeaux (Liège) : *Une généralisation des surfaces desmiques.*

Si l'on part de l'équation d'une quadrique tangente aux arêtes du tétraèdre de référence et que l'on y remplace les coordonnées par leurs carrés, on obtient une surface desmique du quatrième ordre, c'est-à-dire une surface appartenant à un faisceau contenant trois surfaces dégénérées en quatre plans.

Dans l'équation de la quadrique, remplaçons les coordonnées courantes par une puissance paire $2n$ de ces coordonnées. On obtient une surface F d'ordre $4n$ appartenant à un faisceau contenant trois surfaces dégénérées: L'une est formée des plans du tétraèdre de référence comptées chacun n fois; chacune des deux autres est formée de quatre surfaces d'ordre n. Chacune de ces huit surfaces d'ordre n a un contact d'ordre $n-1$ avec F le long de quatre courbes planes d'ordre n. La surface F possède douze tacnodes singuliers.

H. Hadwiger (Bern): *Zum Problem der Zerlegungsgleichheit k-dimensionaler Polyeder.*

Vor fünfzig Jahren hat M. Dehn (Math. Ann. 55/1901) die bekannten notwendigen Bedingungen für die Zerlegungsgleichheit gewöhnlicher Polyeder aufgestellt. Die Frage, ob diese Bedingungen zusammen mit der selbstverständlichen Inhaltsgleichheit auch hinreichend sind, konnte bis heute nicht beantwortet werden. Nach Sätzen, wie sie von B. Jessen (Math. Tidsskr. B 1941) und vom Vortragenden (Comm. Math. Helv. 24/1950) aufgestellt wurden, spielen innerhalb dieser Probleme die bewegungsinvarianten und additiven Polyederfunktionale eine entscheidende Rolle. Diese Ansätze weiter verfolgend wird ein System von notwendigen Bedingungen für die Zerlegungsgleichheit k-dimensionaler euklidischer Polyeder aufgestellt, welche im Falle des gewöhnlichen Raumes mit den Dehnschen Bedingungen gleichwertig sind (Archiv d. Math. 2, 1949/50). Zunächst werden bewegungsinvariante und additive Funktionale $f(A)$ der Polyeder A betrachtet, für die also $f(A) = f(B)$ (für kongruente A,B) und $f(A+B) = f(A) + f(B)$ gilt. Aus dieser allgemeineren Mannigfaltigkeit werden solche ausgewählt, die homogen vom Grade i sind, so daß also $f(tA) = t^i f(A)$ ausfällt, wobei $A \longrightarrow tA$ eine Dilatation bezeichnet. Es läßt sich nachweisen, daß im k-dimensionalen Raum Funktionale dieser Art dann und nur dann existieren (Auswahlaxiom!) wenn $i = k, k-2, k-4, \ldots, k-2[k-1/2]$ ist. Im Falle $i = k$ handelt es sich um den Inhalt. Die anderen Funktionale werden mit Hilfe drehinvarianter und additiver Funktionale sphärischer Polyeder dargestellt, welche der Nebenbedingungen genügen, daß sie für alle „Zweiecke" verschwinden. Solche können nur auf Sphären ungerader Dimension existieren. Für die Zerlegungsgleichheit zweier Polyeder A und B ist notwendig, daß für alle Funktionale $f(A) = f(B)$ gilt. Nach dem Grad i geordnet, ergeben sich so $[k+1/2]$ Bedingungen verschiedener Art. Für $k=1$ und 2 sind sie notwendig u n d hinreichend.

F. Hohenberg (Graz): *Komplexe Erweiterung der gewöhnlichen Schraublinie.*

Chr. v. Staudt hat komplexe Punkte durch gerichtete elliptische Involutionen auf reellen Geraden dargestellt, E. Study hat diese zur reellen Deutung komplexer Kurven verwendet.

Auf diesem Wege lassen sich auch Schraubungen mit komplexer Achse und komplexem Parameter veranschaulichen. Der Vortrag beschränkt sich auf die reelle Deutung der komplexen Punkte einer reellen Schraublinie c. Die Zentralpunkte der Involutionen erfüllen hier die durch c gehende und mit c koachsiale Wendelfläche W. Die Potenzpunkte erfüllen eine Schraubfläche F. F besteht aus zwei Mänteln, die in der Rückkehrkante c zusammenhängen und sich bei Anwendung des Konjugiums auf c vertauschen. Entsprechende Punkte von W und F besitzen parallele Tangentialebenen, die Krümmungsmaße verhalten sich

wie 2 : 1, die Oberflächenelemente wie 1 : 2. F ist eine Schiebfläche, die konjugiert komplexen Schiebkurvenscharen bestehen aus Schraublinien, die mit c die Steigung und die Achsenrichtung gemein haben. Ihnen entsprechen Schiebkurven (Schraublinien) auf W. F ist mit einer Drehfläche isometrisch, deren Meridian eine überhöhte Kettenlinie oder Exponentialkurve oder Hyperbelsinuskurve ist. — Zu den eingliedrigen Untergruppen der (im Komplexen zweigliedrigen) Schraubungsgruppe von c gehören auf W und F die reellen Züge von Kurven, die im Normalriß als Summenspiralen bzw. Pseudotrochoiden erscheinen. — Bei Parallelprojektion von c ergeben sich u. a. die isolierten Punkte der gestreckten Zykloiden.

H. Horninger (Istanbul): *Über räumliche Trochoidenbewegungen.*

Die Vereinigung zweier gleichförmiger Drehungen um zueinander parallele Achsen ergibt die „planare Trochoidenbewegung" (Rollung eines Drehzylinders auf einem zweiten), die Vereinigung einer gleichförmigen Drehung mit einer achsenparallelen gleichförmigen Schraubung führt auf die „Trochoidenschraubung" (Schrotung eines Drehzylinders auf einem zweiten bei konstantem Drall). Die Bahnkurven und Bahnregelflächen solcher Bewegungen werden charakterisiert, ihre konstruktive Darstellung kann durch Anwendung der elementaren Eigenschaften euklidischer Schraublinien und -flächen erfolgen; so kann beispielsweise die Umrißermittlung aller durch derartige Bewegungen erzeugbaren windschiefen Regelflächen auf einheitliche, der Umrißermittlung euklidischer Schraubregelflächen analoge Weise durchgeführt werden.

Von den bemerkenswerten Sonderfällen trochoidaler Schraubungen wird vor allem die „Ellipsen-Schraubung" hervorgehoben (Innenschrotung eines Drehzylinders auf einem Drehzylinder von doppeltem Radius). Die Bahnkurven aller Punkte des schrotenden Zylinders sind ebene Sinuslinien, die Bahnen aller übrigen Punkte können als „Ellipsen-Schraublinien" bezeichnet werden. Die Bahnflächen von Geraden sind Verallgemeinerungen der bekannten Wringfläche, unter den zyklischen Bahnflächen ist vor allem die von einem Normalschnitt des schrotenden Zylinders erzeugte Fläche von Interesse: Diese erweist sich nämlich als eine als „gewundene Säule" bezeichnete Schraubfläche; ihre auf der Schrotung beruhende Erzeugungsweise läßt bekannte Eigenschaften solcher Flächen in neuem Licht erscheinen und deckt zugleich weitere Zusammenhänge auf, so z. B. hinsichtlich des längs eines ihrer Kreisschnitte vorhandenen Tangentenhyperboloids usw.

W. Klingenberg (Kiel): *Über einige Schließungssätze in der affinen Streckenrechnung.*

Führt man in einer affinen Inzidenzebene (d. i. eine Ebene, in der die affinen Inzidenzaxiome und das Parallelenaxiom gelten) nach Hilbert eine Streckenrechnung ein, so werden die einzelnen Schiefkörperaxiome durch gewisse Schließungssätze charakterisiert. Wir weisen auf die Bedeutung des Schließungssatzes (A) hin, der dem multiplikativen Assoziativgesetz entspricht. Es gilt:

(1): (A) folgt nicht aus den Schließungssätzen, die den übrigen Schiefkörperaxiomen entsprechen.

(2): (A) ist äquivalent zum Satz von Desargues (D).

(3): (A) folgt aus dem Satz von Pappus-Pascal (P) durch dreimalige Anwendung von (P) zwischen festen Trägergeraden.

(4): Eine Erweiterung von (A) ergibt den ebenen Schnitt $(16_3, 12_4)$ der räumlichen Reye-Konfiguration; dieser ist mit (A) äquivalent.

Wegen (2) können wir die affinen Ebenen über Schiefkörpern durch den Satz (A) kennzeichnen, der dem Assoziativgesetz der Multiplikation entspricht, ebenso wie dies für die affinen Ebenen über Körpern durch den Satz (P), der dem Kommutativgesetz der Multiplikation entspricht, möglich ist. Aus (2) und (3) ergibt sich ein Beweis des Hessenbergschen Satzes, daß (D) aus (P) folgt. Während sich der Hessenbergsche Satz einer algebraischen Deutung widersetzt, gestattet der Schluß von (P) auf den zu (D) äquivalenten Satz (A) eine einfache algebraische Interpretation, die auch gewisse andere Abhängigkeiten von Schließungssätzen durchsichtig macht. — Durch geeignete Dualisierung der Betrachtungen ergeben sich andere zu (D) äquivalente Schließungssätze, die mit der Reidemeister-Figur (R) in Zusammenhang stehen; dabei entspricht (R) dem Assoziativgesetz der Multiplikation in der Reidemeisterschen Streckenrechnung.

H. Kneser (Tübingen): *Neuer Beweis und Erweiterung eines Hauptsatzes aus der Theorie der Spiele.*

Nach J. v. Neumann liegt der Theorie der ausgeglichenen Zwei-Personen-Spiele die Formel

$$\sup_x \inf_y f(x,y) = \inf_y \sup_x f(x,y)$$

zugrunde. Bei v. Neumann ist f bilinear, und x und y durchlaufen je ein Simplex endlicher Dimension. Die Anwendung der Theorie auf unendliche Spiele verlangt die Erweiterung auf Veränderlichkeitsbereiche unendlicher Dimension. Es wird ein Beweis gegeben, der sich nicht auf den endlichen Fall stützt und nur die folgenden Voraussetzungen macht. Es durchlaufe x (bzw. y) eine konvexe Menge K (bzw. L), und f sei linear in x und y. In K sei eine Topologie bestimmt, bezüglich deren K kompakt und $f(x,y)$ bei festem y aus L oberhalb-stetig ist. Diese Erweiterung des ursprünglichen Satzes umfaßt verschiedene der bisher gegebenen Erweiterungen.

R. König (München): *Zur Tensoralgebra.*

Bei der großen Bedeutung, welche die Tensorrechnung für Geometrie und Physik gewonnen hat, ist eine axiomatisch begründete, vollständige Aufstellung und Darstellung der sinnvollen Operationen der Tensor-Algebra (u. -Analysis) von nöten. Grassmanns Lineare Ausdehnungslehre ist zu berücksichtigen und zu erweitern. Eine axiomatische Grundlegung der Projektiven Geometrie muß diese algebraischen Prozesse widerspiegeln. Für die Metrisierung der linearen Mannigfaltigkeit sind zwei aus verschiedenen Quellen entspringende Maßfunktionen heranzuziehen. Kleins Erlanger Programm muß durch die Idee des „angehefteten Feldes", welche dem Grundraum und dem angehefteten Feld eine voneinander unabhängige Struktur läßt, erweitert werden.

E. Kruppa (Wien): *Über das Dualitätsprinzip in der Differentialgeometrie dritter Ordnung der Flächen und Kurven.*

A. Mannheim hat dem Meusnierschen Satze ein duales Gegenstück an die Seite gestellt, dem W. Blaschke eine Dualisierung des Eulerschen Satzes folgen ließ. Der Vortrag versucht, das Dualitätsprinzip auch in der Differentialgeometrie der dritten Differentiationsordnung zur Geltung zu bringen. Zu diesem Zweck werden die bis in zur dritten Ordnung getriebenen Taylor-entwicklungen einer Fläche in der Umgebung eines Flächenelementes in Punktkoordinaten und in Ebenenkoordinaten einander gegenübergestellt. So ergeben sich für beide Auffassungen Indikatrizen dritter Ordnung, die zu Paaren von Begriffen und Sätzen führen, die man als dual bezeichnen kann. Man findet auch eine Dualisierung der Berwaldschen Erklärung der Flächenaffinnormalen.

Die Dualisierung einer abwickelbaren Fläche führt, wenn man sie als Elementverein ansieht, zum Verein der Flächenelemente einer Kurve. Ein naheliegender Dualisierungsvorgang führt dabei zur Feststellung, daß in jedem regulären Kurvenpunkt eine von den Ableitungen einschließlich der dritten Ordnung abhängige Projektivität existiert, die mit der Kurve affininvariant verbunden ist.

K. Leichtweiss (Freiburg/Breisgau): *Natürliche Gleichungen in der mehrdimensionalen Differentialgeometrie.*

Bekanntlich ist eine Kurve im n-dimensionalen euklidischen Raum R^{1} durch die beliebig mögliche Vorgabe der als Funktion der Bogenlänge gegebenen Krümmungen bis auf Bewegungen oder Spiegelungen festgelegt. W. Mayer hat gezeigt (Lehrbuch d. Diff. geom. II, 201—233), daß eine k-dimensionale Mannigfaltigkeit V^k im R^n in ähnlicher Weise durch gewisse symmetrische, kovariante, in Bezug auf den l-ten Normalraum der V^k definierte Tensoren $2l$-ter Stufe bis auf Kongruenz bestimmt ist. Eine willkürliche Vorgabe aller dieser Größen ist allerdings nicht mehr möglich (Schouten- v. Kampen, Math. Ann. 105/1930, 159). Denkt man sich jedoch auf einer analytischen V^k in Bezug auf eine in ihr gelegene Untermannigfaltigkeit V^{k-1} geodätische Parallelkoordinaten $p_1, \ldots p_k$ eingeführt, so läßt sich beweisen, daß die Beziehungen zwischen bestimmten speziellen der genannten Tensoren und den Parametern $p_1, \ldots p_k$ als Analoga der natürlichen Gleichungen einer Kurve im R^n angesehen werden können. Im allgemeinen ist nämlich die V^k durch den durch die V^{k-1} auf der V^k gegebenen Streifen und durch diese Beziehungen eindeutig bestimmt, und außerdem können diese beliebig vorgegeben werden.

Ist die V^k speziell eine analytische Hyperfläche V^{n-1}, so gibt es noch eine Reihe von anderen natürlichen Gleichungen, insbesondere stellt eine linear-gebrochene Funktion der elementarsymmetrischen Funktionen der Hauptkrümmungen in Abhängigkeit von geodätischen Parallelkoordinaten eine natürliche Gleichung der V^{n-1} dar. Derselbe Satz gilt dementsprechend auch für Hyperflächen in der Blaschkeschen affinen Differentialgeometrie.

Schließlich führt die zum Beweis dieser Tatsachen angewandte Methode (Integration eines Teiles der Integrierbarkeitsbedingungen der Ableitungsgleichungen der V^k bzw. V^{n-1} mit Hilfe des Satzes von S. Kowalewski) leicht zu einem Beweis des Satzes von Schläfli, daß jeder analytische Riemannsche Raum der Dimension n sich lokal isometrisch in einen euklidischen Raum der Dimension $(n+1)n/2$ einbetten läßt.

H. R. Müller (Graz): *Über lineare und quadratische Momente konvexer Bereiche.*

Die Formeln von Steiner für Parallelbereiche nach Außen können auf Momente ersten und zweiten Grades, also statische Momente (Schwerpunkte) und Trägheits- bzw. Deviationsmomente ausgedehnt werden. Sie gehen durch einfache Differentiationsprozesse auseinander hervor, was der Bildung der ersten Variation bei Übergang zum Parallelbereich jeweils entspricht. Für die Momente von Parallelbereichen nach Innen im Sinne von Th. Kaluza und G. Bol gelten ähnliche Differentiationsregeln, mit deren Hilfe eine Erweiterung der kinematischen Hauptformel der Integralgeometrie auf lineare und quadratische Momente einfach gefunden werden kann.

B. d'Orgeval (Alger): *Sur certaines surfaces dont le système canonique est composé.*

M. Godeaux a récemment étudié les surfaces d'équation

$$a_1 x_1{}^m x_2 + a_2 x_2{}^m x_3 + a_3 x_3{}^m x_1 + a_4 x_4{}^{m+1} = 0,$$

transformées en elles-mêmes par une homographie

$$x_1' = x_1\ ,\ x_2' = \varepsilon\, x_2\ ,\ x_3' = \varepsilon^r x_3\ ,\ x_4' = \varepsilon^s x_4$$

avec $\varepsilon^p = 1$, $p = (m-1)^2 + m$ premier, si $m = 3n$ ou $3n+1$.

Nous étudions ici le cas $m = 3n-1$, alors $p = 3(3n^2-3n+1)$ et nous supposons ce second facteur premier, avec $r = 2-3n$, $s = 1-n$. Sur cette surface existe une involution J de période $p/3$ dont l'image est une surface F. Une étude réduite de la structure des points unis de J permet de construire sur la surface primitive les transformées des courbes canoniques de F et de ses bicanoniques. C'est une surface régulière de genres $p_a = p_g = n-1$, $P_2 = 4n-5$, $p = 3n-4$. Une courbe canonique est formée de $n-2$ courbes elliptiques appartenant à un faisceau, d'une courbe rationnelle non exceptionnelle comptée deux fois dont le triple appartient au faisceau précédent, et enfin de trois courbes rationnelles exceptionnelles.

E. Rembs (Berlin): *Bemerkungen zur Flächenverbiegung im Großen.*

1. Alle Rotationsellipsoide werden durch Aufschlitzen längs eines Stückes des Äquators stetig verbiegbar.

2. Die (offenen) konvexen Flächen mit geschlossenem sphärischem Bild sind durch das Linienelement bestimmt. (Stocker.)

3. Die Integralformel von Blaschke ist eine Folge der Formel von Herglotz.

4. Es besteht Starrheit einer konvexen Kalotte, deren Rand Eigenschattengrenze (bei Parallelbeleuchtung) ist, wenn die Randeigenschaft erhalten bleiben soll.

5. Es gibt unstarre, analytische, geschlossene, durchweg reguläre und flachpunktfreie Flächen vom Geschlecht Null und analytische geschlossene, reguläre isometrische nicht-kongruente bzw. nicht-symmetrische Flächen.

H. Rund (Cape Town): *Eine geometrische Verallgemeinerung der Hamiltonschen Funktion bei allgemeinen dynamischen Systemen.*

Betrachtet wird ein dynamisches System mit $n-1$ Freiheitsgraden, dessen Lagrangesche Funktion L beliebig von Ort, Zeit und Geschwindigkeit abhängen darf. Man kann das Variationsproblem stets homogenisieren, indem man die Zeit als n-ten Freiheitsgrad einführt, jedoch ist dann im Sinne der Variationsrechnung die Hamiltonsche Funktion unbestimmt. Es wird deshalb ein Finslerscher Raum mit der Distanzfunktion L zugrunde gelegt, dessen Lokalmetrik in jedem Punkt festgelegt wird durch die dualen Minkowskischen Tangentialräume T_n und T'_n der kontra- bzw. kovarianten Vektoren, welche an den betrachteten Punkt gebunden sind. Anstatt der üblichen Impulskoordinaten werden diejenigen kovarianten Vektoren des T'_n eingeführt, welche den Geschwindigkeitsvektoren des T_n entsprechen. Es läßt sich aber trotzdem der kanonische Formalismus erhalten, falls eine Normalisationsbedingung im T'_n erfüllt ist. Diese wird ausgedrückt durch die eindeutig bestimmte Distanzfunktion H des T'_n, welche außerdem dieselben analytischen Eigenschaften besitzt, wie die klassische Hamiltonsche Funktion, und deshalb als Verallgemeinerung derselben betrachtet wird. Spezialisiert man unser Variationsprinzip entsprechend der klassischen Mechanik, stellt sich unsere Normalisierungsbedingung als Energiegleichung heraus; ebenfalls ergeben sich die klassischen Minimalprinzipien. Man gewinnt ohne Rechnung eine geometrisch recht durchsichtige Verallgemeinerung der Hamilton-Jacobischen Gleichung. Um auf speziellere Begriffe der klassischen sowohl wie auch der relativistischen Mechanik eingehen zu können, wird ein zweiter Finslerscher Raum eingeführt, dessen Distanzfunktion die kinetische Energie ist. Die kovarianten Ableitungen und Krümmungstensoren dieses Raumes erlauben uns, die Bewegungsgleichungen, Stabilitätsgleichungen usw. eines noch so komplizierten dynamischen Problems einfach und geometrisch anschaulich zu

gestalten. Auch treten bei dieser Betrachtungsweise die Zusammenhänge mit der geometrischen Optik (Huygenssches Prinzip, Berührungstransformationen) besonders deutlich hervor.

R. Sauer (München): *Theorie der infinitesimalen Flächenverbiegung in differenzengeometrischer Veranschaulichung.*

Die 1897 in den Jahresberichten der Deutschen Mathematikervereinigung erschienene Abhandlung des im letzten Jahre verstorbenen deutschen Geometers Sebastian Finsterwalder über „Mechanische Beziehungen bei der Flächendeformation" hat viele weitere Arbeiten angeregt, in denen Begriffe und Sätze der Differentialgeometrie der Flächen an polyedrischen Modellgebilden differenzengeometrisch veranschaulicht wurden. Ein eindrucksvolles Beispiel dieser Art war die Interpretation des Gauss-Bonnetschen Integralsatzes an Polyedern mit Dreiecksfacetten. Gegenstand dieses Vortrages ist ein weiteres Beispiel, nämlich die differenzengeometrische Veranschaulichung der Theorie der infinitesimalen Flächenverbiegung. Hierbei werden der Flächenhaut als elementargeometrisches Analogon „ebeneckige Vierecksolyeder" gegenübergestellt. Diese Polyeder haben als Facetten windschiefe Vierecke. Jede innere Polyederecke ist vier Facetten gemeinsam und die vier von jeder inneren Polyederecke ausgehenden Polyederseiten liegen jeweils in einer Ebene. Den infinitesimalen Verbiegungen der Flächenhaut entsprechen die infinitesimalen Verknickungen der Vierecks-polyeder unter Starrhaltung der Vierecksfacetten. Die wesentlichen Aussagen der Theorie der Flächenverbiegung lassen sich unmittelbar an den Viereckspolyedern ablesen. Der Spezialfall der pseudosphärischen Flächen, in dem man Polyeder mit (windschiefen) Parallelogramm-Facetten erhält, wurde in einer früheren Arbeit (Math. Zeitschrift 1950, 611—622) behandelt.

R. Steuerwald (München): *Über die Gestalt der Enneperschen Flächen konstanter positiver Krümmung.*

Bei Enneperschen Flächen liegt bekanntlich die eine Krümmungslinienschar (v = const) in Ebenen eines Büschels, die andere (u = const) auf Kugeln, welche ihre Mittelpunkte auf der Achse dieses Büschels haben und die Fläche senkrecht schneiden. Im allgemeinen Fall stellen sich die Koordinaten durch elliptische Funktionen von u und v dar. Wählt man die Weierstraßsche Form und setzt für die Funktionen von u

$$e_j - e_i = A^2,\ e_k - e_i = B^2,$$

so bekommt man die Funktionen von v durch den Ansatz

$$\overline{e}_{j'} - \overline{e}_{i'} = A^2 - 1,\ \overline{e}_{k'} - \overline{e}_{i'} = B^2 - 1.$$

Reelle Flächen positiver Krümmung mit nicht entarteten elliptischen Funktionen und doppelter Periodizität (längs der Achse, um die Achse) treten in folgenden Fällen auf (A und B endlich):

Bedingungen für A^2 und B^2:	Wahl von i, j, k; i', j', k':
$A^2 > B^2 > 1$	3 1 2 3 1 2
$0 > A^2 > B^2$	1 2 3 1 2 3
$A^2 > 1 > 0 > B^2$	2 1 3 2 1 3
A^2 und B^2 konjugiert komplex	2 1 3 2 1 3

Dazu kommen die Entartungsfälle.

Ist $A^2 + B^{*2} = 1$ und $A^{*2} + B^2 = 1$, so sind die Flächen (A,B) und (A^*,B^*) durch eine Hazzidakis-Transformation ineinander überführbar.

Der Vortrag versucht, einen Überblick über die gestaltlichen Verhältnisse und Zusammenhänge bei diesen Flächen zu geben.

W. Ströher (Wien): *Zur projektiven Geometrie der Linienelemente höherer Ordnung.*

Es wird eine geometrische Deutung der Linienelemente fünfter und sechster Ordnung unter Heranziehung der W-Kurven gegeben. Zunächst wird die einparametrige Mannigfaltigkeit der Fundamentaldreiecke aller W-Kurven untersucht, welche ein vorgelegtes Linienelement sechster Ordnung enthalten. Es zeigt sich: Alle ∞^1 Fundamentaldreiecke sind Poldreiecke eines und desselben Kegelschnittes und sind einer gewissen Kubik eingeschrieben, welche das Linienelement sechster Ordnung von vierter Ordnung berührt und im Berührungspunkt einen Knoten besitzt; die zweite Knotentangente stimmt übrigens mit der projektiven Normalen des Elementes überein. Auch ergibt sich eine neue geometrische Deutung des Begriffes „projektive Normale" für W-Kurven: diese erscheint als Berührungssehne des Schmiegkegelschnittes und jenes die W-Kurve berührenden Kegelschnittes, der das Fundamentaldreieck als Poldreieck besitzt. Zur Charakterisierung der Linienelemente fünfter Ordnung werden die hindurchgehenden ∞^1 W-Kurven 2. Art herangezogen, das sind solche W-Kurven, deren Fundamentaldreieck einfach ausgeartet ist. Als Orte ihrer Fundamentalpunkte lassen sich gewisse Kegelschnitte angeben, welche den Schmiegkegelschnitt des Linienelementes fünfter Ordnung hyperoskulieren.

K. Strubecker (Karlsruhe): *Äquiforme Geometrie der isotropen Ebene.*

Eine Ebene (x,y), deren absolute Punkte im Fernpunkt U der y-Richtung zusammengerückt sind, heißt *isotrop.* Die ausgezeichneten y-parallelen Geraden nennt man isotrope Geraden. Die Parabeln $y = ax^2 + bx + c$ mit isotroper Durchmesserrichtung stellen die *Kreise* der isotropen Ebene dar.

Die stetige Gruppe G_4 der affinen Transformationen $X = p + ax$, $Y = q + bx + ay$ umfaßt die *Ähnlichkeiten* der isotropen Ebene. Sind $z = x + jy$, $A = a + jb$, $B = p + jq$ *duale Zahlen* ($j^2 = 0$), so schreiben sich diese isotropen Ähnlichkeiten in linearer Weise, nämlich $Z = Az + B$. Die Invariantentheorie der Ähnlichkeitsgruppe G_4 liefert dann die *äquiforme Geometrie* der isotropen Ebene.

Es wird die *äquiforme Kurventheorie* der isotropen Ebene entwickelt. Ist $z(t) = x(t) + j\,y(t)$ die duale Parameterdarstellung der Kurve, und bezeichnet der Differentialausdruck (z,t) das Verhältnis der zweiten zur ersten Ableitung von $x(t)$, bezeichnet ferner R den Realteil und D den Dualteil dieses Ausdruckes, so ist zunächst das Differential $ds = D(z,t).dt$ gegen isotrope Ähnlichkeiten und Parameteränderungen invariant und ist daher mit dem *äquiformen isotropen Bogenelement* der Kurve $z(t)$ identisch.

Ebenso ist der durch die Formel $k.D(z,t) = R(z,t) - (s,t)$ definierte Differentialausdruck k gegen isotrope Ähnlichkeiten und Parameteränderungen invariant; k ist daher (als Invariante niedrigster Ordnung) mit der *äquiformen isotropen Krümmung* der Kurve $z(t)$ identisch. Durch Elimination von t gewinnt man die *natürliche äquiforme Gleichung* $k = k(s)$ der Kurve, die sie bis auf isotrope Ähnlichkeiten eindeutig festlegt.

Von besonderem Interesse sind die *Kurven mit fester äquiformer isotroper Krümmung* $k =$ konst. Für verschwindendes k ergeben sich die isotropen Kreise, sonst aber Kurven der Gleichung $k.y = x.\ln x$. Aus der dualen Darstellung dieser Kurven

$$z = \exp(k+j)s$$

folgt, daß sie eine eingliedrige Gruppe von isotropen Ähnlichkeiten in sich gestatten und die isotropen Gegenstücke der logarithmischen Spiralen sind. Wie diese schneiden sie die Geraden eines Büschels unter festem isotropen Winkel $w = 1/k$.

J. L. Tits (Princeton): *Caractérisation topologique de certains espaces métriques.*

La question dont nous nous occupons ici peut être considérée essentiellement comme une généralisation purement topologique de la question suivante: quels sont tous les groupes équicontinus (pour une structure uniforme convenable) de transformations différentiables d'une variété différentiable, qui opèrent transitivement sur les éléments de contact.

Théorème.

Soient E un espace uniforme, localement compact, connexe et de dimension finie, et G un groupe d'homéomorphisme de E, transitif, équicontinu et complet (c'est-à-dire fermé dans l'ensemble de tous les homéomorphismes de E muni de la topologie compacte-ouverte), satisfaisant à la *Condition C:* G_p désignant le sous-groupe des transformations de G qui laissent fixe un point donné p, si deux points quelconques q et r ne décrivent pas la même orbite sous l'action de G_p, alors l'orbite de l'un de ces points sépare l'autre de p. Alors, G est l'un des groupes de transformations suivants: groupes des rotations et retournements des sphères; groupes des géométries euclidiennes (groupes des déplacements), hermitiennes complexes (groupes engendrés par les transformations unitaires et les translations) et hermitiennes quaternionniennes, et des géométries elliptiques et hyperboliques correspondantes (étudiées par Riemann, Lobatchevski, Fubini, Study, etc. . . .);

sous-groupes d'indice 2 (conservant l'orientation) des groupes précédents lorsqu'ils en possèdent;

quelques groupes exceptionnels, en rapport avec certaines géométries qui peuvent être construites à partir des octaves de Cayley.

Remarque.

Si l'on suppose que E est métrique et que G est un groupe d'isométries de E, la condition C de l'énoncé est essentiellement équivalente à la suivante ("strong transitivity", au sens de H. C. Wang): si quatre points a, b, a', b' satisfont à la relation distance (ab) = distance $(a'b')$, il existe au moins une transformation de G transformant a en a' et b en b'.

Bibliographie.

A. Kolmogoroff: Göttinger Nachr. 1930, 208.
H. C. Wang: Ann. of Math. 55, 177.

L. Vietoris (Innsbruck): *Zum Vierscheitelsatz der ebenen Kurven.*

Der Satz lautet: Jede stetig gekrümmte doppelpunktfreie geschlossene ebene Kurve K hat mindestens vier Scheitel. Dabei heiße eine Kurve stetig gekrümmt, wenn sie in jedem ihrer Punkte eine bestimmte Richtung und eine bestimmte Krümmung hat, die stetige Funktionen von s sind. Neben den wörtlich nur für Eilinien giltigen, aber auf den allgemeinen Fall ausdehnbaren Beweis von A. Kneser und einen Beweis von H. Kneser wird folgender Beweis gestellt:

Nach K. Zindler liegt zwischen je zwei benachbarten Berührungspunkten einer Eilinie mit ihrem Hüllkreis mindestens ein Minimum der Krümmung. Ich wende diesen Satz auf die konvexe Hülle von K an.

Weil der Zindlersche Satz auf einer umfangreichen Theorie von W. Vogt beruht, gebe ich auch einen einfachen Beweis des von Zindler verwendeten Vogtschen Satzes: Bildet der monoton gekrümmte Bogen AB mit seiner Sehne AB ein konvexes Zweieck, dann ist der Winkel bei B größer, gleich oder kleiner wie der bei A, je nachdem die Krümmung von A nach B zunimmt, gleich bleibt oder abnimmt.

Eine ausführliche Wiedergabe des Vortrages erscheint im Archiv der Mathematik.

M. Villa (Bologna): *Ricerca di particolari tipi di trasformazioni puntuali e cremoniane.*

Si riferisce su alcune recenti ricerche riguardanti la determinazione di tipi particolarmente importanti di trasformazioni puntuali e cremoniane.

W. Wunderlich (Wien): *Die L-Torsen der Flächen 2. Klasse.*

In gewissem Sinne dual zu dem Möbius-invarianten Begriff der nach G. Darboux benannten *„D-Kurven"* einer Fläche — jenen Kurven, deren Schmiegkugeln die Fläche berühren — ist der von W. Blaschke eingeführte Laguerre-invariante Begriff der *„L-Torsen"* einer Fläche — jener ihr umschriebenen Torsen, deren Schmiegkugeln die Fläche berühren.

Es wird gezeigt, daß die ∞^2 L-Torsen einer *Quadrik* Q als Grate geodätische Linien der konfokalen Flächen haben. Der Ort der Schmiegkugelmitten einer solchen Torse ist dabei zur Berührungskurve affin. Nebenbei ergibt sich ein Zusammenhang mit der Zentrafläche von Q.

Für eine in einen *Kegelschnitt* ausgeartete Klassenquadrik treten gewisse Vereinfachungen ein, da die Torsengrate dann als projektive Böschungslinien aufgefaßt werden können. Speziell für einen *Kreis* stellen sich elementar darstellbare Gratkurven ein, die mit seinen räumlichen Evolutoiden identisch sind und sich aus der Kreismitte als Hyperzykloiden projizieren, wenn die Bildebene parallel zur Kreisebene ist.

Aus den L-Torsen der Flächen 2. Klasse lassen sich durch Ausübung irgendeiner Laguerre-Transformation die L-Torsen der entsprechenden Flächen 4. Klasse gewinnen, also der *„Hyperzykliden"*, darunter speziell — für Q als Kreis — der Dupinschen *Zykliden.*

SEKTION III: ALGEBRA UND ZAHLENTHEORIE

A. Aigner (Graz): *Weitere Ergebnisse über $x^3 + y^3 = z^3$ in quadratischen Körpern.*

Dem bekannten Satz von R. Fueter (1913), daß zur Lösbarkeit der kubischen Fermat-Gleichung im Körper der Quadratwurzel aus der quadratfreien Zahl m, wenn m negativ und von der Art $3n+2$ ist, die Klassenzahl des Körpers durch 3 teilbar sein muß, wird ein analoges Ergebnis an die Seite gestellt: Für positives m von der Art $3n-1$ und damit zugleich für $-3m$ ist die Gleichung nur dann möglich, wenn die Klassenzahl des letzteren (imaginären) Körpers durch 3 teilbar ist. — Ferner zeigt sich, daß aber (entgegen einer ursprünglichen Vermutung Fueters) die Teilbarkeit der Klassenzahl durch 3 dazu nicht hinreicht. Das zeigt unter anderem folgender Spezialsatz: Enthält m nur Primzahlen der Art $3n+1$, nach welchen 2 nicht kubischer Rest ist, so ist die genannte Gleichung für die Grundzahlen m, $-m$, $3m$, $-3m$ stets unmöglich, auch wenn, was vorkommt, die Klassenzahl durch 3 teilbar ist.

R. Baer (Urbana): *Direkte Faktoren endlicher Gruppen.*

Das Ziel der Untersuchung ist, Kriterien dafür anzugeben, daß ein Normalteiler N der endlichen Gruppe G direkter Faktor von G ist. Diese Kriterien bestehen in Beziehungen zwischen den iterierten Frattinischen Untergruppen von G und N.

E. A. Behrens (Frankfurt/Main): *Assoziativ auflösbare Ringe.*

Der Verfasser wurde durch seine Untersuchung „Zur Schnittmultiplizität uneigentlicher Komponenten in der algebraischen Geometrie" (Math. Z. 55/1952, 199—215) zu folgendem ringtheoretischen Begriff geführt: Ein nicht notwendig assoziativer Ring $\mathfrak{a}_0$ heiße *assoziativ auflösbar,* wenn er eine Idealkette $\mathfrak{a}_0) \mathfrak{a}_1) \dots)$ $\mathfrak{a}_m = 0$ besitzt, in deren Restklassenringen $\mathfrak{a}_k/\mathfrak{a}_{k+1}$ die Multiplikation durchweg assoziativ ist. — Wie in der Theorie auflösbarer Gruppen die Kette der Kommutatorgruppen ist hier diejenige Idealkette von besonderer Bedeutung, in der $\mathfrak{a}_{k+1}$ jeweils das von den Assoziatoren $(a_k b_k) c_k - a_k (b_k c_k)$ je dreier Elemente aus $\mathfrak{a}_k$ im Ring $\mathfrak{a}_k$ erzeugte zweiseitige Ideal ist. Zur *Strukturtheorie* von $\mathfrak{a}_0$ stellt man nämlich fest, daß $\mathfrak{a}_{k+1}$ im Radikal $N(\mathfrak{a}_k)$ des Ringes $\mathfrak{a}_k$ liegt (wobei $N(\mathfrak{a}_k)$ im Sinne von Smiley zu verstehen ist), und daß $N(\mathfrak{a}_0)$ gleich dem Urbild des Radikales $N(\mathfrak{a}_0/\mathfrak{a}_1)$ des *assoziativen* Ringes $\mathfrak{a}_0/\mathfrak{a}_1$ beim natürlichen Homorphismus von $\mathfrak{a}_0$ auf $\mathfrak{a}_0/\mathfrak{a}_1$ ist. Diese Eigenschaft der assoziativ auflösbaren Ringe gilt keineswegs für alle nichtassoziativen Ringe. — Da bei einem *Automorphismus* eines Ringes ein Assoziator wieder in einen Assoziator übergeht, sind die obigen $\mathfrak{a}_k$ bei allen Automorphismen von $\mathfrak{a}_0$ zulässig. Die demnach von einem Automorphismus von $\mathfrak{a}_0$ in den Restklassenringen $\mathfrak{a}_k/\mathfrak{a}_{k+1}$ induzierten Automorphismen bestimmen nun auch umgekehrt den Automorphismus von $\mathfrak{a}_0$ eindeutig, zumindest wenn keiner der Restklassenringe absolute Nullteiler enthält, und damit erweist sich die Automorphismengruppe von $\mathfrak{a}_0$ als isomorph zu einer Untergruppe des freien direkten Produktes der Automorphismengruppen der assoziativen Ringe $\mathfrak{a}_k/\mathfrak{a}_{k+1}$.

Zusammenhang mit der algebraischen Geometrie: In der oben zitierten Arbeit wird jeder isolierten Komponente des Produktes (Durchschnittes) zweier irreduzibler algebraischer Mannigfaltigkeiten des n-dimensionalen Raumes S^n eine Zahl als Multiplizität zugeordnet. Verknüpft man beliebig viele irreduzible algebraische Mannigfaltigkeiten des S^n zu gemischt-dimensionalen Zyklen mit rationalen Zahlen als Koeffizienten, so ergibt sich ein kommutativer, aber im allgemeinen nicht assoziativer Ring $\mathfrak{a}_0$. Er ist jedoch assoziativ auflösbar, wobei die Länge einer $\mathfrak{a}_0$ assoziativ auflösenden Kette höchstens gleich n ist. In der Ebene S^2 z. B. ist $\mathfrak{a}_1$ ein Ideal, dessen Zyklen nur aus Punkten zusammengesetzt sind.

W. H. Cockcroft (Aberdeen): *An Algebraic Interpretation of Vector Cohomology Groups.*

S. Eilenberg and S. Maclane have given algebraic interpretations of their Cohomology groups of groups in terms of group extensions and loop-prolongations (see Bull. Amer. Math. Soc. 55/1949, 3—37). J. H. C. Whitehead recently defined *Vector Cohomology groups* of groups and showed that these groups, which extended the Eilenberg and Maclane groups by the introduction of groups of operators, could be interpreted in terms of group extensions with operators (see Quart. J. Math. Oxford 2/1950, 219—228).

The object of this note is to show that the Whitehead groups can also be interpreted in terms of loop-prolongations with operators. The theorems obtained generalise the theorems of Eilenberg and Maclane on loops.

D. Greco (Napoli): *Sugli omomorfismi del reticolo dei sottogruppi normali di un p-gruppo e di un gruppo speciale.*

Si considera il reticolo modulare formato dai sottogruppi normali di un p-gruppo finito e si dimostra che condizione necessaria e sufficiente perchè esso sia dotato di omomorfismi propri è che esista almeno un sottogruppo normale che sia l'unico sottogruppo normale del suo ordine. Si dimostra altresì che i sottogruppi normali che sono unici del loro ordine costituiscono gli elementi neutri del reticolo in questione e che gli endomorfismi propri del reticolo stesso sono tutti e soli quelli determinati dagli elementi neutri o quelli che si ottengono da questi mediante opportune composizioni. Si dimostra poi che per un gruppo speciale il reticolo dei sottogruppi normali è sempre dotato di endomorfismi propri e che tali endomorfismi si ottengono come prodotti degli endomorfismi, propri o non, dei reticoli dei sottogruppi normali dei sottogruppi di Sylow del gruppo dato.

H. Hasse (Hamburg): *Gaußsche Summen zu einem galoisschen Zahlkörper.*

Durch den Hauptsatz über induzierte Charaktere von R. Brauer wird es möglich, die Konstante in der von E. Artin angegebenen Funktionalgleichung seiner L-Funktionen zu einem galoisschen Zahlkörper genau zu bestimmen. Sie erweist sich als eine lineare Zahlkörpercharakterfunktion gleicher Art wie die Artinsche L-Funktion und der Artinsche Führer, die im abelschen Spezialfall mit der von E. Hecke eingeführten Gaußschen Summe (dividiert durch ihren absoluten Betrag) übereinstimmt. Im Mittelpunkt des Interesses stehen dann die arithmetischen Eigenschaften der so definierten verallgemeinerten Gaußschen Summen, die als neue arithmetische Invarianten (mit abelschen Zahlwerten) eines galoisschen Zahlkörpers besonderes Interesse verdienen.

A. Jaeger (Illinois): *Differentialgleichungen in Körpern von Primzahlcharakteristik.*

Man verstehe (nach H. Hasse, F. K. Schmidt, M. Deuring) unter einer *Differentiation D* in einem Körper K die Zuordnung einer Folge von Elementen $D^0z = z$, D^1z, $D^2z, \ldots$ aus K zu jedem z mit folgenden Eigenschaften:

$$D^n(y+z) = D^n y + D^n z\,,\ D^n(yz) = \sum_{i+j=n} D^i y D^j z\,,$$
$$D^m D^n z = \binom{m+n}{m} D^{m+n} z \quad (m, n = 1, 2, \ldots;\ y, z \text{ aus } K).$$

Dann gibt es in gewissen Körpern von nichtverschwindender Charakteristik p Elemente z mit beliebig hohen nichtverschwindenden Ableitungen, Elemente y, bei denen $D^n y = 0$ für $0 < n < p^t = q$, aber $D^q y \neq 0$ für gewisse t ist („Konstante der Ordnung t"), und für gewisse D („reguläre Differentiationen") Elemente x_t mit $Dx_t = 1$, $D^n x_t = 0$ $(1 < n < p^t,\ t > 0)$.

Wir beschränken uns auf ein reguläres D in einem Körper K von nichtverschwindender Charakteristik p. Dann hat bei gegebenem $t > 0$ jedes Körperelement eine *eindeutige Basisdarstellung* als Polynom in x_t vom Formalgrade $p^t - 1$ mit konstanten Koeffizienten von Ordnungen größer oder gleich t. — Ein Element w aus einem Erweiterungskörper von K heiße „D-zulässig", wenn es einen Erweiterungskörper L von $K(w)$ gibt, auf den sich D fortsetzen läßt. Über K algebraisches w ist dann und nur dann D-zulässig, wenn es separabel ist oder wenn es inseparabel vom Exponenten s und gleichzeitig mindestens D-konstant der Ordnung s ist.

Die Definition einer *gewöhnlichen Differentialgleichung* erfolgt wie üblich, als *Lösung* erklärt man jedes die Differentialgleichung identisch erfüllende D-zulässige Element. Wegen der Basissätze reduziert sich die Bestimmung der Lösungen auf das Aufsuchen aller D-zulässigen Lösungen von p^t algebraischen Gleichungen mit Koeffizienten in K. — Es werden notwendige und hinreichende *Integrabilitätsbedingungen* für die *reine Differentialgleichung* $D^n u = v$ angegeben und im Falle der Existenz sämtliche Lösungen bestimmt. Von der klassischen Theorie verschiedene Operatormethoden führen zu den Lösungen der linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten. Schließlich wird als Beispiel die hypergeometrische Differentialgleichung gelöst.

Unter Benutzung der vom Vortragenden eingeführten *Multidifferentiationen* läßt sich die Theorie der *partiellen Differentialgleichungen* formal ganz ähnlich aufbauen.

H. J. Kanold (Gießen): *Neue Untersuchungen über Kreisteilungspolynome.*

Wir bezeichnen mit $F_m(x)$ das Polynom, dessen nur einfache Nullstellen genau alle primitiven m-ten Einheitswurzeln sind. Es wird gezeigt, daß wir uns bei den Untersuchungen auf quadratfreie m und Argumente, deren absoluter Betrag kleiner oder gleich 1 ist, beschränken können. Wir beherrschen die $F_m(x)$ für alle komplexen Argumente, wenn wir sie für alle oben genannten m in einer beliebig kleinen Umgebung U des Punktes 1 kennen. Von U brauchen wir nur die Punkte im Innern und auf dem Rande des Einheitskreises mit nichtnegativem Imaginärteil zu berücksichtigen. Ist $m = p_1 p_2 \ldots p_k$ die Primfaktorenzerlegung des quadratfreien m, und setzen wir zur Abkürzung $m/p_k = q$, so gewinnen wir Abschätzungen aus der Rekursionsformel $F_m(x) . F_q(x) = F_q(x^{m/q})$. Bei reellem Argument werden der Verlauf von $F_m(x)$ diskutiert und untere und obere Schranken, die nur von p_1 abhängen, angegeben.

F. Kasch (Göttingen): *Über den Gruppenring von galoisschen Erweiterungen.*

Die Bedeutung des Gruppenringes eines kommutativen galoisschen Oberkörpers K endlichen Ranges über dem Grundkörper H beruht auf dem Satz von der Normalbasis. Bezeichnet man die Galois-Gruppe von K/H mit $\mathfrak{G}$, so besagt dieser Satz, daß der Gruppenring von $\mathfrak{G}$ in H, $\mathfrak{R} = H[\mathfrak{G}]$, und K, beide aufgefaßt als Moduln mit $\mathfrak{R}$ als Rechtsoperatorenbereich, operationsisomorph sind.

Dieser Satz kann auf beliebige galoissche Schiefkörpererweiterungen K endlichen Ranges über dem Grundschiefkörper H ausgedehnt werden. Es stellt sich heraus, daß unter dieser Voraussetzung der Gruppenring $\mathfrak{R}$ operatorhomomorph zu K mit $\mathfrak{R}$ als Operatorenbereich ist. Faßt man den Grupenring als Endomorphismenring auf, so tritt Operatorisomorphie, also $(K:H) = (\mathfrak{R}:H)$, dann und nur dann ein, wenn mindestens eine der beiden Voraussetzungen erfüllt ist: 1) $\mathfrak{G}$ enthält, abgesehen vom identischen, nur äußere Automorphismen; 2) der Transformatoren- oder Vertauschungskörper von K/H ist in H enthalten. — Der Beweis des Homomorphiesatzes ist auch im kommutativen Spezialfall von den in der Literatur enthaltenen Beweisen verschieden; er benutzt wesentlich die Eigenschaften des vollen Endomorphismenringes von K/H. Aus dem Homomorphiesatz folgt für den Satz vom primitiven Element, daß K dann und nur dann ein erzeugendes Element über H besitzt, wenn $(K:H) = (\mathfrak{R}:H)$ gilt, und daß sonst stets zwei erzeugende Elemente von K/H existieren.

Die angeführten Ergebnisse gelten unter entsprechenden Voraussetzungen auch für einfache Ringe. — (Die hier angedeuteten Überlegungen sollen in einer Arbeit in den Mathematischen Annalen veröffentlicht werden).

W. Knödel (Wien): *Die Methode von Brun.*

V. Brun ist es im Jahre 1919 gelungen, die Anzahl der Primzahlzwillinge nach oben abzuschätzen. Er bediente sich dabei einer eigenartigen Beweisführung, die seither mit Erfolg auf eine Reihe von Problemen angewendet wurde.

Unter anderem handelt es sich dabei um Untersuchungen des Vortragenden, die den Brunschen augenscheinlich verwandt sind, nämlich um Abschätzungen für die Anzahlen der Primzahlen mit vorgegebenen Abständen nach oben und unten. Darüber hinaus aber führt die Brunsche Methode auch zum Beweis scheinbar anders gearteter Sätze; anzuführen wären hier zum Teil unveröffentlichte Arbeiten der Herren L. Schmetterer, K. Prachar und des Vortragenden über Primzahldifferenzen, ihre Reziproken, und damit zusammenhängende Fragestellungen.

M. Koecher (Göttingen): *Über Zetafunktionen definiter quadratischer Formen.*

Die symmetrische Matrix S mit rationalen Elementen sei Matrix einer positiv-definiten quadratischen Form von m Variablen. Ist T eine symmetrische rationale Matrix einer definiten quadratischen Form von n ($\leq m$) Variablen, so werde mit $A(S,T)$ die Anzahl der ganzzahligen Lösungen X von m Zeilen und n Spalten der Matrizengleichung $X'SX = T$ bezeichnet. In Verallgemeinerung der Epsteinschen Zetafunktion ist dann die Dirichletreihe

$$D(S,z) = \sum |B'SB|^{-z} = \sum \frac{A(S,T)}{A(T,T)} |T|^{-z} \tag{1}$$

für Re $z > m/2$ konvergent und stellt dort eine analytische Funktion der komplexen Variablen z dar. In (1) ist dabei die erste Summe über alle ganzen Matrizen B von m Zeilen und n Spalten, die sich nicht nur um einen rechtsseitigen unimodularen Faktor unterscheiden, zu erstrecken. In der zweiten Summe hat die rationale symmetrische positive Matrix T von n Zeilen alle in der Form $B'SB = T$ darstellbaren, nicht äquivalenten Matrizen zu durchlaufen. Zwei symmetrische Matrizen T und R heißen dabei äquivalent, wenn $R = U'TU$ mit unimodularer Matrix U lösbar ist. Setzt man dann mit $q = (n-1)n/4$

$$F(S,z) = \pi^{q-nz} \, . \, \Gamma(z) \, \Gamma(z-\tfrac{1}{2}) \ldots \Gamma(z-\tfrac{n-1}{2}) \, . \, D(S,z)$$

so wird mit Hilfe einer Integraldarstellung von $F(S,z)$ bewiesen, daß $F(S,z)$ in die volle z-Ebene fortsetzbar ist, dort eine meromorphe Funktion darstellt und der Funktionalgleichung

$$F(S,z) = |S|^{-n/2} \, . \, F(S^{-1}, \tfrac{m}{2} - z)$$

genügt. B bedeutet dabei die Determinante und B' die transponierte Matrix von B.

Th. Lepage (Bruxelles): *Sur une classe de polynômes irréductibles.*

Les polynômes, à coefficients dans un corps K de caractéristique ne divisant pas n, susceptibles de pouvoir s'exprimer linéairement suivant les déterminants-mineurs de tout ordre d'une matrice symétrique indéterminée d'ordre $n > 1$, sont absolument irréductibles. Ils engendrent un espace vectoriel isomorphe à certain espace vectoriel de formes extérieures de degré n de E_{2n}. On en déduit certaines propriétés et les notions de classe caractéristique, de rang et de genre d'un polynôme sont introduites; elles sont invariantes pour le groupe des transformations symplectiques.

W. Ljunggren (Bergen): *Ein Satz über die Lösung einiger kubischen diophantischen Gleichungen in ganzen Zahlen aus gewissen quadratischen Zahlkörpern.*

Es sei $D > 1$ eine von 3 verschiedene quadratfreie natürliche Zahl. Dann können wir den folgenden Satz beweisen:

Ist das Produkt der Anzahlen der Idealklassen in den beiden quadratischen Zahlkörpern $K(\sqrt{D})$ und $K(\sqrt{-D})$ durch 3 nicht teilbar, dann haben die diophantischen Gleichungen

$$y^2 + 1 = 2^s x^3 \quad (s = 0, 1, 2, \text{ mit } x \not\equiv 1 \text{ und } x \not\equiv 0 \pmod 2 \text{ für } s \neq 2)$$

keine Lösungen in ganzen Zahlen x und y aus dem Körper $K(\sqrt{D})$, von den folgenden Fällen abgesehen:

$$\begin{array}{lll} s = 0; & \pm y = 9 \pm 3\sqrt{6}, & x = 4 \pm 6\sqrt{6}. \\ s = 1; & \pm y = 143 \pm 18\sqrt{51}, & x = 19 \pm 2\sqrt{51}; \\ & \pm y = 44 \pm 9\sqrt{21}, & x = \frac{1}{2}(17 \pm 3\sqrt{21}); \\ & \pm y = 495 \pm 140\sqrt{13}, & x = \frac{1}{2}(83 \pm 21\sqrt{13}). \end{array}$$

Im Beweise werden bekannte Eigenschaften des biquadratischen Zahlkörpers $K(\sqrt{D}, \sqrt{-D})$ benutzt. Weiters ist es notwendig, die Lösungen einiger diophantischen Gleichungen der Form $AX^3 + BX + C = Y^2$ in ganzen rationalen Zahlen X und Y zu bestimmen.

G. Lochs (Innsbruck): *Statistik der Kettenbruchnenner.*

Die Frage, wie oft ein bestimmter Teilnenner b in den regelmäßigen Kettenbruchentwicklungen aller rationalen Zahlen auftritt, deren Zähler und Nenner kleiner als eine gegebene Zahl N sind, wird auf die Frage nach den ganzzahligen Lösungen des Ungleichungssystems

$$bxu + xv + yu \leq N, \quad 1 \leq x, \quad 1 \leq u, \quad 0 \leq y < x, \; 0 \leq v < u$$

zurückgeführt. Die Lösungszahl dieses Systemes wird abgeschätzt und damit die ursprüngliche Frage beantwortet.

G. Papy (Bruxelles): *Sur l'Arithmétique dans les algèbres de Grassmann.*

Lepage a montré que, dans l'algèbre extérieure d'un espace vectoriel à $2n$ dimensions sur un corps de caractéristique nulle, tout $(n+k)$-vecteur est divisible par la k-ième puissance extérieure de tout bivecteur (fondamental) de rang $2n$. Cet auteur a donné des conditions nécessaires et suffisantes permettant d'affirmer, après un nombre fini d'opérations entières si un n-vecteur est ou non divisible par un bivecteur fondamental. — Cet auteur a utilisé lui-même ces résultats pour l'étude de certaines classes d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Ehresmann et Lichnerovicz ont utilisé ces résultats dans certaines questions de nature topologique. Enfin, on peut reconnaître dans certains travaux que Commessati, Hodge et H. Weyl ont, en des domaines divers utilisé des propriétés qui convenablement traduites s'identifient partiellement aux résultats d'algèbre extérieure cités plus haut.

Aussi, semblait-il indiqué, de tenter de généraliser les théorèmes de Lepage. Au lieu d'une algèbre extérieure d'un espace vectoriel sur un corps de caractéristique nulle, nous considérerons l'algèbre extérieure d'un A-module unitaire et normal à $2n$ dimensions, où A désigne un anneau d'intégrité quelconque. Nous munissons cette algèbre d'un bivecteur fondamental H. Et nous nous proposons de découvrir un critère permettant de décider quand un multivecteur (d'ordre quelconque) est divisible par la p-ième puissance extérieure de H. — En fait, on voit immédiatement que sous cette forme le problème est mal posé, du moins lorsque la caractéristique de l'anneau A n'est pas nulle. Il convient de substituer aux puissances extérieures ordinaires, ce que nous appellerons les puissances réduites. La solution du problème modifié fournit d'ailleurs celle du problème initial, mais le problème modifié est plus général et plus fondamental. — Les démonstrations se font par récurrence, par réductions successives et conduisent à résoudre des équations diophantiennes linéaires et des équations sur un module.

S. Piccard (Neuchâtel): *Structure des groupes imprimitifs.*

Suites complètes associées à un groupe imprimitif. Classes de substitutions d'un groupe imprimitif.

Nombre minimum d'éléments générateurs d'un groupe imprimitif complet par rapport à une de ses suites associées.

Nombre maximum de bases.

Théorèmes d'existence.

J. Popken (Utrecht): *Asymptotische Entwicklungen vom algebraischen Standpunkte aus.*

Die Theorie der Bewertungen eines Körpers führt in bekannter Weise zu einer Erweiterung des Konvergenzbegriffes. Zum Beispiel ist für irgendeine Primzahl p die Reihe $1 + p + p^2 + \ldots$ konvergent im p-adischen Sinne.

Für kommutative Ringe mit Einselement ist die naturgemäße Erweiterung der Bewertungen eines Körpers der von Mahler eingeführte Begriff der Pseudobewertung. Mit Hilfe dieses neuen Begriffes gelingt es in ganz einfacher Weise, asymptotische Konvergenz zu definieren, und so kommt man vom Standpunkte der Bewertungstheorie aus zu einer allgemeinen Theorie der asymptotischen Entwicklungen.

K. Prachar (Wien): *Über eine Summe mit Primzahlen.*

P. Erdős hat gezeigt: Sei $f(x)$ ein irreduzibles Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten und $d(n)$ die Anzahl der Teiler von n. Dann ist

$$cx \log x < \sum d(f(n)) < Cx \log x,$$

wobei sich die Summe über alle $n \geq x$ erstreckt. Es wird nun die Abschätzung

$$\sum w(f(p)) < cx \ \log\log x/\log x$$

bewiesen, wo $w(n)$ die Anzahl der verschiedenen Primfaktoren von n ist und p über die Primzahlen kleiner x läuft. Dies gilt nur dann nicht, wenn $f(x) = cx$. Beim Beweis wird der Primidealsatz benötigt, sowie eine Abschätzung von Titchmarsh über die Primzahlen in einer arithmetischen Progression.

G. Ricci (Milano): *Sulla distribuzione dei residui quadratici secondo un modulo primo.*

Si fanno alcune semplici osservazioni sulla distribuzione dei residui e non-residui quadratici mod p (p primo), ritrovando alcune proposizioni note sull'argomento e stabilendo altre proposizioni complementari.

H. E. Richert (Göttingen): *Verschärfung der Abschätzung beim Teilerproblem.*

Für das Fehlerglied beim Teilerproblem, d. h., wenn $d(n)$ die Anzahl der Teiler der natürlichen Zahl n bezeichnet, für $\Delta(x)$ in

$$\sum d(n) = x \log x + (QC-1)x + \Delta(x), \quad n \leq x$$

lautet in Richtung der Vermutung $\Delta(x) = O(x^{1/4+\varepsilon})$ die beste bisher bekannte Abschätzung nach v. d. Corput

$$\Delta(x) = O(x^{27/82} \log^{11/41} x). \tag{1}$$

Hier wird gezeigt, daß sich (1) zu

$$\Delta(x) = O(x^{15/46} \log^{12/23} x)$$

(wegen $15/46 < 27/82$) verbessern läßt.

Der Beweis stützt sich auf die v. d. Corput-Titchmarsh-Methode, die ein zweidimensionales Analogon zur eindimensionalen v. d. Corput-Methode, welche zu (1) führte, darstellt.

C. A. Rogers (London): *The covering of n-dimensional space by spheres.*

Suppose that an n-dimensional cube is covered by a system of spheres of unit radius, so that every point of the cube is in at least one of the spheres. The density of the covering is defined to be the ratio of the sum of the volumes of the spheres to that of the cube. Let $d(n)$ be the lower limit, as the side of the cube tends to infinity of the density, of such a covering. P. Erdős and I show that the lower limit as n tends to infinity of $d(n)$ is not less than $16/15$.

P. Roquette (München): *Neue Ergebnisse und Methoden in der Theorie der algebraischen Funktionen.*

In jüngster Zeit hat sich eine sehr interessante und vielversprechende neue mathematische Disziplin entwickelt: die arithmetische Theorie der algebraischen Funktionenkörper. Indem sie ihre entscheidenden Impulse von drei großen klassischen Theorien des 19. Jahrhunderts bezog, nämlich von der Zahlentheorie, der Funktionentheorie und der algebraischen Geometrie, vermochte sie bald selbständige neue und sehr fruchtbare Resultate zu erzielen. Eines davon ist die sogenannte „Riemannsche Vermutung“ für Funktionenkörper, deren Beweis mir kürzlich auf rein arithmetischem Wege gelang. Sie besagt, daß die Nullstellen der Kongruenzzetafunktionen sämtlich den Realteil 1/2 besitzen, und kann auch arithmetisch gedeutet werden als eine Abschätzung für die Anzahl der Primdivisoren ersten Grades eines Kongruenzfunktionenkörpers.

Sowohl beim Beweis dieser „Riemannschen Vermutung“ als auch bei weitergehenden Untersuchungen ergibt sich nun die merkwürdige Tatsache, daß man zur Untersuchung eines Funktionenkörpers K in einer Unbestimmten zweckmäßig auch Funktionenkörper in mehreren Unbestimmten mit in den Kreis der Betrachtung einbezieht: ich meine den *Doppelkörper* zu K und den zu K gehörigen *Körper der Abelschen Funktionen.* Hierbei ergibt sich insofern eine Schwierigkeit, als eine allgemeine arithmetische Theorie der algebraischen Funktionen in mehreren Unbestimmten heute noch nicht vorliegt; es sind nur wenige Absätze hierzu vorhanden, welche jedoch alle in den Anfängen steckengeblieben sind. Der Grund dafür ist offenbar darin zu erblicken, daß für Funktionenkörper mehrerer Veränderlicher die Begriffe „Punkt“ und „Primdivisor“ nicht mehr birational invariant sind.

Es läßt sich jedoch für die obengenannten speziellen Typen algebraischer Funktionenkörper in mehreren Unbestimmten, nämlich für die Doppelkörper und die Abelschen Funktionenkörper, eine birational invariante arithmetische Theorie entwickeln, welche alle diejenigen Resultate liefert, die beim Beweis der Riemannschen Vermutung und bei den damit zusammenhängenden Fragen benötigt werden. Sie erschließt ferner einen neuen Zugang zu der Hasse-Deuringschen Theorie der Korrespondenzen und Multiplikatoren algebraischer Funktionenkörper, sowie zu der Weilschen Theorie der Distributionen.

K. F. Roth (London): *On certain sets of integers.*

A set of integers is said to form an A-set if no three of the integers of the set are in arithmetical progression. Let $A(N)$ denote the largest number of integers that may be chosen among $1, 2, \ldots, N$ to form an A-set.

We prove that $N^{-1} A(N) \longrightarrow 0$ as $N \longrightarrow \infty$, a result which has been conjectured for many years.

G. Sansone (Firenze): *Punti di coordinate intere della cubica $y^2 = x^3 + 8$.*

Si prova che la C_3 del titolo ammette a distanza finita i punti di coordinate intere $(-2, 0)$, $(1, \pm 3)$, $(2, \pm 4)$, $(46, \pm 312)$) e si trova che per concludere che sulla C_3 non esistono altri punti di coordinate intere è sufficiente provare che l'equazione diofantea $r^4 + 2 = 3h^2$ (oppure $3s^4 - 2 = k^2$) ammette la sola soluzione banale $r = \pm 1, h = \pm 1$ ($s = \pm 1$, $k = \pm 1$).

L. Schmetterer (Wien): *Zur Diophantischen Approximation in imaginär-quadratischen Zahlkörpern.*

Zu jeder komplexen Irrationalzahl α und jedem komplexen β gibt es stets mindestens ein Paar ganzer Zahlen aus dem Körper $K(i)$, so daß $|x\alpha - y - \beta| \leq 1/2\,|x|$. Die Schranke ist die beste. Dies ist das komplexe Seitenstück zu einem Satz von Kanagasabapathi. Weiter wird gezeigt: Es gibt stets

ganze Zahlen aus $K(i\sqrt{7})$, so daß das Produkt inhomogener komplexer Linearformen $\leqq 4/7$ ist. Die Schranke ist die bestmögliche. Der Beweis wird nach Perron geführt.

J. Schmidt (Berlin): *Über die Rolle der transfiniten Methoden in der Algebra.*

Unter einer Algebra verstehen wir eine Menge E, in der eine (endliche oder unendliche) Menge von endlichstelligen (finitary) Operationen vorgegeben sind. Im Unterschied zu Birkhoff (Lattice Theory, foreword on algebra) brauchen unsere Operationen weder eindeutig noch unbeschränkt ausführbar sein. Das System aller Unteralgebren bildet nun ein Hüllensystem in dem Sinne, daß 1. E dazu gehört, 2. der Durchschnitt eines beliebigen nichtleeren Teilsystems dazu gehört. Das Hüllensystem aller Unteralgebren hat darüber hinaus die Eigenschaft, daß 1. die leere Menge 0 dazu gehört, 2. daß es eine gewisse Endlichkeitsbedingung erfüllt, welche in der mathematischen Logik eine fundamentale Rolle spielt. Man sieht leicht, daß ein beliebiges Hüllensystem, das die Endlichkeitsbedingung erfüllt, induktiv ist in dem Sinne, daß die Vereinigungsmenge jedes nichtleeren (einfach) geordneten Teilsystems wieder dazu gehört. Damit wird in Hüllensystemen mit Endlichkeitsbedingung, also auch im System aller Unteralgebren einer Algebra, das Lemma von Zorn anwendbar. Es werden einige Anwendungsbeispiele aufgeführt. In Umkehrung obiger einfacher Feststellungen gelten nur die beiden nachfolgenden Sätze: 1. Jedes Hüllensystem, das die leere Menge 0 enthält und die Endlichkeitsbedingung erfüllt, ist aufzufassen als System der Unteralgebren einer passend zu definierenden Algebra; 2. Jedes induktive Hüllensystem erfüllt die Endlichkeitsbedingung.

SEKTION IV: ANGEWANDTE MATHEMATIK

H. Bergström (Göteborg): *Über Folgen von Verteilungsfunktionen, die eine stabile Grenzverteilungsfunktion haben.*

Es sei $F(x)$ eine Verteilungsfunktion und $F^{*n}(x)$ sei die n-fache Faltung von $F(x)$ mit sich selbst. W. Doeblin hat notwendige und hinreichende Bedingungen dafür aufgestellt, daß $F^{*n} [b_n (x_n - u_n)]$ gegen eine stabile Verteilungsfunktion $G(x)$ konvergieren soll, wenn b_n und u_n passende Zahlen sind. Es wird hier nach einem neuen Verfahren gezeigt, daß die Doeblinschen Bedingungen hinreichend sind. Außerdem wird das Restglied näher abgeschätzt und durch asymptotische Entwicklungen dargestellt.

M. Cazin (Paris): *Applications de la transformation de Laplace à la physique théorique.*

La transformation de Laplace a été utilisée fréquemment en Électricité théorique. Je me propose d'indiquer quelques tentatives d'application à la physique quantique et plus particulièrement au problème de l'atome d'hydrogène, à la théorie des cascades et à l'effet Cherenkov, etc. Cette méthode permet également dans ce domaine de remarquables simplifications dans ces calculs.

L. Collatz (Hannover): *Randwertaufgaben monotoner Art.*

Für eine zu bestimmende Funktion $u(x_j)$ von einer oder mehreren unabhängigen Veränderlichen $x_1, \ldots, x_m$ seien in einem Bereich B des x_j-Raumes eine lineare oder nichtlineare Operatorgleichung $Tu = 0$ und gegebenenfalls eine oder mehrere Randbedingungen $T_\mu u = 0$ $(\mu = 1, \ldots, k)$ vorgelegt. Die Aufgabe werde dann von „monotoner Art" genannt (genauer: „in Form einer Aufgabe von monotoner Art geschrieben"), wenn für zwei Funktionen $v(x_j)$, $w(x_j)$, die im Falle von Randbedingungen diesen genügen, aus $Tv \leq Tw$ in B $v \leq w$ folgt. Es wird eine Reihe von einfachen hinreichenden Kriterien für die monotone Art von Randwertaufgaben genannt, die zahlreiche in den Anwendungen auftretende Aufgaben bei linearen und nichtlinearen, gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen umfassen. Die Bedeutung der Aufgaben monotoner Art liegt in der einfachen und bequem durchführbaren Fehlerabschätzung von Näherungslösungen und in der Möglichkeit, auch bei der Relaxation unmittelbar die Lösung in Schranken einzuschließen.

J. L. Destouches (Paris): *Sur deux problèmes mathématiques non résolus posés récemment par les théories microphysiques.*

1. Les plus récents développements des théories de la microphysique conduisent à adopter comme équation fondamentale réglant l'évolution d'un système une équation qui, mise sous forme opératorielle, prend la même forme qu'une équation intégrale de Volterra de deuxième espèce, mais entre opérateurs. Les raisonnements utilisant la méthode usuelle d'itération suffisent pour des cas simples mais ne s'appliquent pas aux cas rencontrés en physique théorique, et il serait nécessaire d'obtenir des théorèmes d'existence et d'unicité pour des cas généraux. En mécanique ondulatoire les opérateurs figurant dans cette équation intégrale s'appliquent à des fonctions de carré sommable. Dans une théorie nouvelle, dite „théorie triondulatoire", ces opérateurs s'appliquent à des fonctionnelles.

2. Un autre problème d'analyse posé par les théories microphysiques et rencontré par M. L. de Broglie, est le suivant: Étant donné une solution complexe ψ d'une équation d'onde linéaire (aux dérivées partielles) $E(\psi) = 0$, démontrer qu'il existe — au moins pour certains $F(u)$ — une solution complexe u d'une équation d'onde non-linéaire (aux dérivées partielles) $E(u) + F(u) = 0$, telle que: 1°) u a même argument imaginaire que ψ; 2°) en dehors d'une sphère $S(t)$ les termes non linéaires $F(u)$ sont négligeables devant $E(u)$; 3°) à l'intérieur de la sphère $S(t)$ on a $|\operatorname{grad}|u||$ grand devant $|u|$ grand devant 1; 4° le centre de la sphère $S(t)$ se déplace avec une vitesse égale à $-\,h/m$ fois le gradient de l'argument imaginaire de ψ (égal à celui de u).

Les deux problèmes précédents se rencontrent dans les recherches actuelles sur les corpuscules de la microphysique, et leur solution présente un grand intérêt pour le physicien théoricien.

E. Dory (Louvain): *Sur des orientations récentes de l'Enseignement Supérieur dans le domaine des mathématiques appliquées.*

Sur des orientations récentes de l'Enseignement Supérieur dans le domaine des mathématiques appliquées: statistique mathématique, sciences actuarielles, assurances sociales. Évolution de quelques problèmes suscités par les orientations nouvelles notamment en matière de probabilités, de calculs numériques et d'approximations. Interdépendance des recherches actuelles en ce qui concerne leurs applications immédiates et celles qui peuvent être faites dans les sciences techniques traditionnelles. Influence lointaine, dans les questions d'assurances sociales, de l'École de Vienne et plus particulièrement de Kaan.

S. Ekelöf (Göteborg): *Der mechanische Differentialanalysator der Chalmersschen technischen Hochschule und einige damit gelöste Probleme.*

Eine Integriermaschine, Type Bush, wird beschrieben, die sich durch Einfachheit der Anwendung, Genauigkeit und Zuverlässigkeit auszeichnet. Konstruktive Merkmale sind: kleine Dimensionen; vertikaler, übersichtlicher Aufbau; Vermeiden von Drehmomentverstärkern.

Es wird auf einige mit der Maschine behandelte Probleme eingegangen, die zu gewöhnlichen, nicht-linearen Differentialgleichungen führen.

R. Faure (Hanoi): *Intégrale première en mécanique ondulatoire.*

Je pense utile de revenir sur cette question déjà étudiée, celle des intégrales premières. Nous avons montré que les Intégrales premières du premier ordre de la Mécanique classique donnaient lieu dans le problème correspondant en Mécanique ondulatoire à une Intégrale première, que celle-ci dépende ou non du temps que ce soit en présence d'un champ scalaire ou d'un champ electromagnétique.

Nous savons que celles-ci s'obtenaient à partir d'un déplacement virtuel ce qu'a montré Delassus. Un déplacement virtuel satisfait aux liaisons. L'évolution du système n'est pas perturbée par la mesure de la grandeur. Par contre les grandeurs définies par des opérateurs du deuxième ordre bien qu'Intégrales premières en Mécanique classique ne donnent pas lieu à des Intégrales premières en Mécanique ondulatoire. Si ce n'est le cas à deux paramètres qui se ramène à un cas de Liouville.

La possibilité de la mesure de la grandeur correspondante est due au fait que l'évolution du système peut se décomposer en deux évolutions indépendantes. Nous avons indiqué la forme des opérateurs et le principe qui les détermine. En Mécanique de D i r a c, la question ne se pose que pour les systèmes à trois degrés de liberté assimilable à un point matériel. On constate que le temps joue un rôle analogue aux autres coordonnées et on peut signaler des analogies entre les difficultés entre la mesure de la vitesse d'un électron et celle des composantes du Spin.

H. G ö r t l e r (Freiburg/Breisgau): *Neue Beiträge zur Berechnung laminarer Grenzschichten.*

Es wird über Ergebnisse zur Berechnung laminarer Grenzschichten berichtet, die am Mathematischen Institut der Universität Freiburg i. Br. erzielt wurden. Diese betreffen eine neuartige allgemeine Reihenentwicklung für das Geschwindigkeitsfeld, die gegenüber den bisher benutzten Reihenansätzen wesentliche Vorteile bietet, ferner die Vervollkommnung des vom Vortragenden früher entwickelten numerischen Differenzenverfahrens, einige Ergebnisse über Grenzschichten an schräg angeblasenen Zylindern und schließlich Rohrströmungen mit Drallkomponente.

G. G r i o l i (Padova): *Sull'equilibrio dei corpi elastici.*

Si espone un procedimento d'integrazione delle equazioni di equilibrio elastico fondato sulle proprietà di media. Si indicano delle disuguaglianze relative allo stato tensionale, alle deformazioni e — nel caso adiabatico — alla variazione di temperatura.

D. A. K a p p o s (Erlangen): *Die Totaladditivität der Wahrscheinlichkeit.*

Betrachtet man die Zufallsereignisse, die in einem System von unendlich vielen Versuchen (Experimenten) vorkommen, als logische Aussagen und schließt man dieses System der Aussagen bezüglich der endlichen logischen Operationen $\cup \cap$ und Negation ab, indem man gewisse vorgegebene wahrscheinlichkeitstheoretische Beziehungen (Unabhängigkeit usw.) auch berücksichtigt, so entsteht ein Wahrscheinlichkeitsfeld F, das eine additive Wahrscheinlichkeit w trägt. Deutet man in F die Operationen $\cup, \cap$ mit unendlich vielen Gliedern im Sinne der Verbandstheorie und erweitert man F regulär (d. h. mit Erhaltung der Resultate der unendlichen Operationen) zu einem B o o l e schen Verband F^*, so ist w auf F im allgemeinen nicht totaladditiv (stetig) und kann demgemäß nicht totaladditiv auf F^* erweitert werden. Man kann aber stets F auf einen Mengenkörper K isomorph abbilden (d. h. die Zufallsereignisse durch Punktmengen deuten), so daß die in K induzierte Wahrscheinlichkeit mengentheoretisch totaladditiv wird. Auch eine mittels der Wahrscheinlichkeit metrische Erweiterung (Vervollständigung) des Feldes F führt stets zu einem B o o l e schen σ-Verband mit totaladditiver Wahrscheinlichkeit.

P. L a a s o n e n (Helsinki): *Über Eigenwertaufgaben bei Differentialgleichungssystemen und ihre iterative Lösung.*

Das wohlbekannte Iterationsverfahren zur Berechnung der Eigenwerte einer selbstadjungierten Differentialgleichung läßt sich ohne weiteres zu dem Fall verallgemeinern, wo die Aufgabe mehrere simultane Differentialgleichungen umfaßt, die Randbedingungen in zwei Punkten angegeben sind und die Aufgabe

z. B. in dem von B l i s s definierten Sinn definit-selbstadjungiert ist. Die Konvergenz der sukzessive erhaltenen Lösungssysteme sowie der vermittels derselben gebildeten S c h w a r z schen Quotienten gegen eine Eigenlösung bzw. den zugehörigen Eigenwert, und zwar von der Ausgangsapproximation unabhängig, kann nachgewiesen werden.

Für die praktische Anwendung der Methode ist es wichtig, eine in der Beziehung günstige Ausgangsapproximation des Eigensystems wählen zu können, daß der Prozeß nach möglichst wenigen Schritten zu genügend genauen Resultatapproximationen führt. Ist die Form der einzelnen unbekannten Funktionen des Eigensystems von vornherein ziemlich genau vorauszusehen, wie es häufig der Fall ist, so ist es demgemäß wünschenswert, die Koeffizientenverhältnisse dieser Funktionen ermitteln zu können.

M. M a n a r i n i (Bari): *Una estensione del teorema di Huygens sui momenti d'inerzia.*

In questa Nota, applicando la diade vettoriale da me introdotta in une Nota pubblicata nei Rendiconti del Seminario della Facoltà di Scienze dell'Università di Cagliari (vol. XX, 1950) e ripresa poi in una Comunicazione al Congresso dell'Unione Matematica Italiana tenutosi in Taormina (25—31 ottobre 1951) ho esteso il teorema di H u y g e n s all'omografia d'inerzia, dimostrando che l'omografia d'inerzia rispetto ad un punto è uguale all'omografia centrale d'inerzia (cioè rispetto al baricentro) più l'omografia di inerzia, rispetto al punto, di tutta la massa concentrata nel baricentro. L'ordinario teorema di H u y g e n s ne discende immediatamente, come pure il teorema di L a g r a n g e sui momenti polari.

R. N a r d i n i (Bologna): *Über zwei Eindeutigkeitssätze für magnetohydrodynamische Wellen.*

Es wird die Eindeutigkeit der Lösung für die Gleichungen der magnetohydrodynamischen Wellen in einer inkompressiblen, homogenen, zähen Flüssigkeit bewiesen. Betrachtet werden zwei Fälle, je nachdem die Zeitableitung der dielektrischen Verschiebung gegenüber der Stromdichte zu vernachlässigen ist. Im ersten Fall ist es hinreichend, die Anfangswerte der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ und der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ im ganzen Raum, in dem die obigen Gleichungen gelten, vorzugeben. Auf dem Rand sei die Tangentialkomponente von $\mathfrak{H}$ für jeden Wert der Zeit gegeben, während $\mathfrak{v} \times \mathfrak{n} = 0$ gelten soll, wo $\mathfrak{n}$ die Normale der Randfläche darstellt; für zähe Flüssigkeiten soll dort $\mathfrak{v} = 0$ sein. — Im zweiten Fall ist es hinreichend, den obigen Anfangswerten jene der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ im ganzen Raum hinzuzufügen; die Randwerte dürfen unverändert bleiben; statt der Tangentialkomponente von $\mathfrak{H}$ darf auch jene von $\mathfrak{E}$ gegeben werden. Der Raum kann auch unendlich sein.

Schließlich wird darauf hingewiesen, daß D. G r a f f i am letzten Kongreß in Istanbul einen Eindeutigkeitsbeweis für die dynamischen Gleichungen der kompressiblen Flüssigkeiten gegeben hat. Mit Hilfe der Rechnungen von G r a f f i kann man den Eindeutigkeitsbeweis für die beiden obigen Fälle in der Theorie der magneto-hydrodynamischen Wellen auch auf kompressible Flüssigkeiten ausdehnen.

H. R. P a n e t h (London): *Correlation functions.*

Um das eindimensionale n-Körper-Problem (im physikalisch wichtigen Fall von identischen Partikeln) auf ein Variationsproblem in einer unabhängigen Variablen zu reduzieren, ist es notwendig, die Klasse der Funktionen zu studieren, die als Korrelationsfunktionen durch Integration aus symmetrischen Funktionen in n Variablen hervorgehen können. Es wird gezeigt, daß diese Bedingung die Klasse der möglichen Funktionen beschränkt, und die notwendige und hinreichende Bedingung gesucht.

A. Pignedoli (Bologna): *Recenti ricerche sui moti di particelle veloci.*

L'autore riferisce su alcune sue recenti richerche relative alla integrazione delle equazioni del moto di particelle veloci, per cui, cioè, la importazione del problema dinamico non sia quella classica ma quella relativistica. Considera anche problemi di tautocronismo.

H. Richter (Freiburg/Breisgau): *Zur Begründung des Additions- und Multiplikationssatzes der Wahrscheinlichkeitstheorie.*

Die Wahrscheinlichkeit mit ihren Rechenregeln ist die Mathematisierung einer vorwissenschaftlichen Erkenntniskategorie, nämlich des Erwartungsgefühls, das wir bezüglich des Eintretens eines Ereignisses E/H bei Realisierung der zugehörigen Versuchsvorschrift H haben. Bei der Mathematisierung ist notwendig simultan als zweite Kategorie die Vorstellung zu erfassen, zwei Versuchsschemata abgeschlossen gegeneinander zu realisieren.

Schwächer und unmittelbarer dem Erwartungsgefühl entsprechend wird den E/H zunächst je eine reelle Zahl $r(E/H)$, der „Erwartungskoeffizient", mit folgenden Eigenschaften zugeordnet: 1) Die Erwartungskoeffizienten aller logisch unmöglichen Ereignisse und aller logisch gewissen Ereignisse sind je gleich (ohne Einschränkung der Allgemeinheit 0 und 1). 2) Der Erwartungskoeffizient der Summe zweier disjunkter Ereignisse ist vermöge $f(r_1, r_2)$ berechenbar aus r_1 und r_2; für nichtverschwindendes r_2 ist $f(r_1, r_2) > r_1$. 3) Der Erwartungskoeffizient der Kombination von zwei Ereignissen aus zwei Schemata mit gegenseitig abgeschlossener Realisierung ist vermöge $g(r_1, r_2)$ berechenbar aus r_1 und r_2; er verschwindet nur, wenn wenigstens ein $r_i = 0$ ist. 4) Die Erwartungskoeffizienten eines H bleiben ungeändert, wenn gleichzeitig mit H ein dagegen abgeschlossenes H' realisiert und dessen Ergebnis wieder gestrichen wird. 5) Zu jedem H besitzt der gegen H abgeschlossene Wertteil einen festen Mindestgrad der Indeterminiertheit. 6) Die unbekannten Funktionen f und g sind gleichmäßig stetig in ihren unbekannten Definitionsgebieten.

Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist ein Spezialfall der Erwartungskoeffiziententheorie. Es gilt jedoch: I. Die Menge aller r liegt dicht im Intervall $[0, 1]$. II. Es gibt für jedes r-System eine stetige, monoton von 0 bis 1 wachsende Funktion $h(r)$ so, daß für das Erwartungskoeffizientensystem der $p = h(r)$ gilt: f und g vermitteln resp. Addition und Multiplikation. — Jedes Erwartungskoeffizienten-Belegungssystem führt also durch Maßstabsänderung zu einem System von Wahrscheinlichkeiten im üblichen Sinne.

D. E. Rutherford (St. Andrews): *The Relaxation Method.*

Numerical solutions of linear differential equations can often be obtained by replacing the differential equations by a system of finite difference equations. These can be written in the matrix form $Ax = h$, where the matrix A and the vector h are known, and where x is the vector whose components are required. The relaxation method for solving such equations, devised by Southwell and developed by Temple is available in the first instance only when A is symmetric and positive definite. If A does not possess these properties, their method can be applied to the „prepared" equation $A'Ax = A'h$.

A modification of the relaxation procedure can however be applied, without „preparation", whenever A is non-singular. An examination of this new method helps to elucidate the significance of what is known as the condition of the matrix A.

M. J. de Schwarz (Roma): *Zur Saint-Venantschen Theorie hohler Prismen.*

Die Bestimmung der Torsion hohler Prismen läßt sich nach der Saint-Venantschen Theorie auf zwei miteinander gekoppelte Dirichletsche Probleme zurückführen. Die gesuchten harmonischen Funktionen sind mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate beliebig genau anzunähern, wobei insbesondere Näherungswerte und Schranken für die Koppelungskonstante und den Koeffizienten der Singularität in den inneren Ecken geliefert werden. In den Fällen, daß der Querschnitt durch zwei konzentrische und seitenparallele Quadrate vom Verhältnis 1:2, bzw. durch zwei gleichseitige Dreiecke begrenzt ist, werden die entsprechenden numerischen Resultate angegeben.

E. Stiefel (Zürich): *Über die Methode der konjugierten Gradienten zur Auflösung von Systemen linearer Gleichungen unter spezieller Berücksichtigung des Einsatzes von Rechenautomaten.*

Die vom Vortragenden in seiner Arbeit „Über einige Methoden der Relaxationsrechnung" (ZAMP 1952) als „n-Schrittverfahren" bezeichnete Methode der Relaxationsrechnung zur Auflösung von linearen Gleichungssystemen wurde von ihm und einigen Mitarbeitern des Institute for Numerical Analysis in Los Angeles weiter ausgebaut. Sie eignet sich speziell für die Behandlung von Randwertaufgaben bei partiellen Differentialgleichungen mit Hilfe der Differenzenrechnung unter Einsatz von Rechenautomaten.

Die Methode ist ein iteratives Verfahren, das bei jedem Schritt eine bessere Annäherung an die Lösung ergibt, zugleich aber die genaue Lösung nach endlich vielen Schritten liefert. Sie kann geometrisch kurz wie folgt beschrieben werden: Die zu einem symmetrischen, positiv definiten Gleichungssystem gehörige quadratische Form werde durch eine Schar von konzentrischen Ellipsoiden im n-dimensionalen Raum dargestellt. Ihr gemeinsames Zentrum ist der Lösungspunkt des Gleichungssystems. Ausgehend von einem Näherungspunkt steigt man jeweils in der Richtung der Normalen zu diesen Flächen ab, wobei aber diese Fortschreitungsrichtungen so modifiziert werden, daß sie paarweise konjugiert zu den Ellipsoiden sind. Es kann alsdann bewiesen werden, daß während der sukzessiven Approximation jeder Näherungspunkt näher am Lösungspunkt liegt, als der vorhergehende und daß der n-te Näherungspunkt exakt mit dem Lösungspunkt zusammenfällt.

Mit Hilfe dieser modifizierten Methode des stärksten Abstiegs wurde im Institut für angewandte Mathematik der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich ein System von 106 Gleichungen auf der programmgesteuerten Zuse-Rechenmaschine aufgelöst. Eine ausführliche Monographie der Methode erscheint demnächst im „Journal of Research" des National Bureau of Standards in Washington.

B. Tedeschi (Roma): *Leggi di capitalizzazione e leggi di sconto.*

Viene messa in evidenza l'opportunità che, quanto è stato fatto dalla Scuola Inglese nei riguardi della comparazione tra sconto commerciale e sconto composto, venga esteso alla comparazione tra sconto commerciale e sconto razionale, nonchè alla comparazione tra sconto composto e sconto razionale.

C. Torre (Wien): *Beziehung zwischen den Charakteristiken und der Mohrschen Hüllkurve.*

Die vom Vortragenden 1945 mit Hilfe der Mohrschen Hüllkurve durchgeführte Untersuchung des Problems der Grenzbeanspruchung liefert gleiche Ergebnisse wie die Untersuchungen von H. Neuber (1948), R. Sauer (1949) und Hilda Geiringer (1950) mit Hilfe der partiellen Differentialgleichungen. Man rechnet einfacher im Koordinatensystem der Hauptachsen, während H. Neuber und R. Sauer ein beliebiges Koordinatensystem verwenden. So hat der Vortragende zunächst das allgemeine ebene Spannungsproblem gelöst, Frau H. Geiringer hingegen als erste das Problem der Formänderungsgeschwindigkeit in einem grenzbeanspruchten Stoff.

S. Vajda (Epsom): *Algebraische Theoreme der Streuungszerlegung.*

Der Vortragende führt eine Darstellung der Streuungsanalyse ein, die zu einer übersichtlichen algebraischen Darstellung führt. Die Beobachtungswerte werden durch eine lineare Kombination von geeignet gewählten Funktionen der unabhängigen Veränderlichen ausgedrückt und die Koeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Je nachdem, wie der Ausdruck für die Funktion gewählt wird, kann das sich ergebende Minimum als ein Maß für genau definierte Interaktionen und Haupteffekte betrachtet werden. Die gewöhnliche Regressionsanalyse, der das Verfahren nachgebildet ist, ergibt sich als ein Spezialfall. Hier vereinfacht die Einführung von orthogonalen Funktionen das Rechenverfahren, ohne das Resultat zu ändern. Es ergibt sich so die Frage, ob eine ähnliche Vereinfachung auch beim allgemeinen Fall möglich ist. Eine genauere Untersuchung zeigt, daß die Einführung von orthogonalen Matrizen nur dann möglich ist, wenn die Gewichte für die Quadrate der Abweichungen zwischen Beobachtung und Annahme eine gewisse Form haben und ferner, daß das Ergebnis der Analyse im allgemeinen von der Wahl der Matrizen abhängt; jede Abänderung der Matrix wird daher implizit eine Änderung der Definition von Effekten oder Interaktionen bedeuten. Es werden Aussagen über die Abhängigkeit des Resultats von der gewählten Matrix gemacht und im besonderen genaue Kriterien für diejenigen Fälle angegeben, in denen das Ergebnis von der Wahl der Matrix unabhängig ist. In solchen Fällen wird man sie daher so wählen, daß die Berechnung des Minimums möglichst einfach wird.

A. Ziller (Strasbourg): *Valeur de t_n du dernier terme du développement en série der Taylor.*

$$f(x_0+h)-f(x_0)=\frac{h}{1}f'(x_0)+\ldots+\frac{h^n}{n!}f^n(x_0+t_n\,.\,h)$$

$$t_n(n+1)=f^{n+1}(x_0+t_{n+1}\,h):f^{n+1}(x_0+t_n\,t'h)=Q_n$$

Par $Q_n - 1$ on arrive finalement à T_n, qui donne une valeur très approchée de t_n:

$$T_n=\frac{1}{n+1}+\frac{n}{2(n+2)\ (n+1)^2}\cdot h\ .f_0^{n+2}/f_0^{n+1}$$

SEKTION V: GESCHICHTE UND PHILOSOPHIE

E. W. Beth (Amsterdam): *Vollständigkeitstheoreme für den Heytingschen intuitionistischen Prädikatenkalkül erster Ordnung.*

Die Ergebnisse Gödels, Herbrands, Löwenheims und Skolems lassen sich in verschiedenartiger Weise auf den intuitionistischen Prädikatenkalkül 1. Ordnung übertragen, je nachdem man die in der klassischen Mathematik üblichen Beweismittel benutzt oder sich auf die Verwendung intuitionistisch zulässiger Schlußweisen beschränkt.

E. M. Bruins (Amsterdam): *Die alt-ägyptische Tabelle für 2/N.*

Am Anfang des Papyrus Rhind steht eine Reihe von Berechnungen über die Zerlegung von $2/N$ in eine Reihe von Stammbrüchen, aus denen sich eine Tabelle für $N=3$ bis $N=101$ herstellen läßt. Die Beschreibung der Tabelle kann man kurz so fassen: 1) Keiner der Nenner überschreitet 1000; 2) Keine der Zerlegungen enthält mehr als vier Glieder; 3) Für Primzahlen N sind alle Nenner, bis auf einen, Vielfache von N; 4) Die Zerlegung von 2/95 ist reduzibel; 5) Die Zerlegung von 2/101 ist trivial. Obwohl Rhind 61 eine allgemeine Regel zur Bildung von 2/3 einer ungeraden Zahl enthält, ist die dort gegebene Methode zwar in der $2/N$-Tabelle für $N=3s$ verwendet worden, aber einer analogen Regel folgen die $N=5s$ nicht!

Die Einführung einer kleineren Zähleinheit und eine Zerlegung der Zahl

$$2M = p + \text{Teiler von } M$$

liefert für Primzahlen $N=p$ unmittelbar die Tabelle, falls man die Teiler so groß wie möglich nimmt, also den Maximalnenner so klein wie möglich macht, und als Multiplikatoren M die von der „Duplicatio" und „Additio" herrührenden Zahlen verwendet. Die Bedingung, daß der größte Nenner unter 1000 bleiben soll, macht die meisten der erhaltenen Zerlegungen zu eindeutig bestimmten, erklärt die triviale Zerlegung von 2/101 als die einzig mögliche und macht klar, daß man für 2/59 und 2/97 andere Multiplikatoren benötigt, die dann eine unzweideutig bestimmte Zerlegung geben. Nur die Zerlegung von 2/42 kann verbessert werden und das ist tatsächlich der Fall. Die Methode macht jede Division überflüssig, da sich die benötigten Fraktionen unmittelbar aus dem Schema ergeben. Allem Anschein nach bezieht sich die Stelle Plato, Nomoon 819 auf dieses Verfahren, das die Konstruktion der Tabelle in sehr kurzer Zeitspanne aus einem Guß ermöglicht.

J. A. Schouten (Wissel): *Das Mathematische Zentrum in Amsterdam.*

Vor dem zweiten Weltkrieg war die Lage der angewandten Mathematik ungefähr folgende: Einige der von den theoretischen Mathematikern erreichten Resultate waren für Physiker und Ingenieure zugänglich gemacht und dieses für die Praxis erschlossene Gebiet vergrößerte sich langsam durch die Arbeit einiger Forscher und einer besonders hierzu eingestellten Begabung. Die anderen Mathematiker feierten die größten Triumphe auf dem Gebiete der reinen Mathematik und bauten diese weit über die Grenzen jeder noch als möglich gedachten Anwendung aus. Der zweite Weltkrieg stellte sodann Probleme von solcher Kompliziertheit und verband mit der Lösung einen solchen Zwang, daß mit einem Mal die Einschaltung aller irgendwie möglichen Mittel dringend notwendig wurde. Damit stellte sich die zwingende Aufgabe, jedes auch nur irgendwie verwendbare Gebiet der reinen Mathematik für den praktischen Gebrauch zu erschließen.

Bei einigen Mathematikern in Holland entstand kurz vor und während des Krieges der Gedanke, eine Organisation zu schaffen, die eine solche Idee zu verwirklichen imstande war. Unmittelbar nach dem Kriege im Jahre 1946 entstand daraus unter tätiger Mitwirkung der Regierung, der Stadt Amsterdam und namhafter Industrien das Amsterdamer Mathematische Zentrum. Von Anfang an waren die Stifter sich bewußt, daß eine solche Organisation nicht richtig arbeiten konnte, wenn nicht für die reine Mathematik, die angewandte Mathematik (im üblichen Sinne), die Statistik und die eigentliche Rechentechnik je eine eigene Abteilung vorgesehen wird. Die Praxis hat nach sechs Betriebsjahren, in welcher Zeitspanne die Anzahl der beschäftigten Personen über sechzig stieg, bewiesen, daß dieser Ansatz vollkommen richtig war. Das Zentrum steht heute unter einem Vorstand von drei Mathematikern, der nur einem Kuratorium Verantwortung schuldig ist, und jede Abteilung steht unter einem Mathematiker als Betriebschef. Jede Abteilung betreibt eigene Forschungsarbeit, Arbeit für die anderen Abteilungen und Arbeit für äußere Auftraggeber. Alle Abteilungen arbeiten bei der Organisation von Kursen, Kolloquien, Vorträgen usw. zusammen. Die Rechenabteilung verfügt über eine Werkstatt und ein Laboratorium, und es wurde eine automatische halbelektronische Relaisrechenmaschine (die A. R. R. A.) in eigenem Betrieb hergestellt. Das Mathematische Zentrum ist unabhängig von irgendwelcher Universität. Die Schulung der eigenen Kräfte und der Kräfte für Forschung und Industrie fängt dort an, wo die Universitäts-Schulung aufhört. Allerdings werden auch mathematische Studenten als halbe Kräfte aufgenommen, wodurch erreicht wird, daß viele junge Leute, die sich sonst ihr Studium durch allerhand Nebenarbeiten verdienen müßten, sich jetzt im eigenen Fach praktisch weiter entwickeln und trotzdem Geld verdienen können. In den sechs Jahren des Bestehens des Zentrums hat sich einwandfrei ergeben, daß ein Zentrum, in dieser Weise aufgebaut, tatsächlich eine bestehende Lücke ausfüllt und daß in stets steigendem Maße Industrien, Laboratorien, Forschungsinstitute auf den verschiedensten Gebieten (Medizin, Biologie), Behörden (Wasserversorgung) und Privatpersonen dazu übergehen, die Hilfe des Zentrums anzurufen. Der zu Anfang sicher vorhandene Skeptizismus, der sich in der unrichtigen Anwendung des zu Recht bestehenden Ausspruchs äußerte, daß man „nicht alles rechnen kann", geht überall in der Welt rapid zurück und wir stehen wahrscheinlich am Anfang einer vielversprechenden Entwicklung, zu deren Förderung das Amsterdamer Mathematische Zentrum alle Kräfte anzuspannen bereit ist.

VORTRAGSVERZEICHNIS

*

Herausgeber: Österreichische Mathematische Gesellschaft in Wien
Schriftleitung: Prof. Dr. W. Wunderlich, Technische Hochschule Wien
Bernhardt-Druck, Wien VI.