Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/104, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 20,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC/SWIFT-Code BKAUATWW).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

http://www.oemg.ac.at/
email: *oemg@oemg.ac.at*

Sekretariat:

TU Wien, Institut 104,
Wiedner Hauptstr. 8–10, A 1040 Wien.
Tel. +43-1-58801-11823
email: *sekr@oemg.ac.at*

Vorstand:

R. Tichy (TU Graz): Vorsitzender
W. Schachermayer (TU Wien): Stellvertretender Vorsitzender
M. Drmota (TU Wien): Herausgeber der IMN
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck): Schriftführer
I. Fischer (Univ. Wien): Stellvertretende Schriftführerin
H. Pottmann (TU Wien): Kassier
F. Rendl (Univ. Klagenfurt): Stellvertretender Kassier
G. Teschl (Univ. Wien): Web-Beauftragter (kooptiert)

Vorsitzende der Sektionen und Kommissionen:

L. Reich (Graz)
A. Ostermann (Innsbruck)
H. Kautschitsch (Klagenfurt)
G. Larcher (Linz)
P. Hellekalek (Salzburg)
C. Schmeiser (Wien)
W. Schlöglmann (Didaktikkommission)

Beirat:

A. Binder (Linz)
C. Christian (Univ. Wien)
U. Dieter (TU Graz)
H. Engl (Öst. Akad. Wissenschaften)
G. Gottlob (TU Wien)
P. M. Gruber (TU Wien)
G. Helmberg (Univ. Innsbruck)
H. Heugl (Wien)
E. Hlawka (TU Wien)
W. Imrich (MU Leoben)
M. Koth (Univ. Wien)
C. Krattenthaler (Univ. Wien)
W. Kuich (TU Wien)
R. Mlitz (TU Wien)
W. Müller (Klagenfurt)
W. G. Nowak (Univ. Bodenkult. Wien)
N. Rozsenich (Wien)
F. Schweiger (Univ. Salzburg)
K. Sigmund (Univ. Wien)
H. Sorger (Wien)
H. Stachel (TU Wien)
H. Strasser (WU Wien)
G. Teschl (Univ. Wien)
H. Troger (TU Wien)
W. Wurm (Wien)

Vorstand, Sektions- und Kommissionsvorsitzende gehören statutengemäß dem Beirat an.

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 20,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC BKAUATWW).

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 204 (61. Jahrgang) **April 2007**

Inhalt

Die Illustration auf der Titelseite zeigt die Flussarme des Pregel im Stadtzentrum von Königsberg und die heute vorhandenen Brücken. Im Gegensatz zum 18. Jahrhundert gibt es nunmehr einen Eulerweg, bei dem jedoch Anfangs- und Endpunkt verschieden sind (siehe auch *http://maps.google.com/?ie=UTF8&om=1&t=k&ll=54.70604,20.50993&spn=0.010501,0.021865&z=16*

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 204 (2007), 23–25

Der Blinde Seher

Rudolf Taschner
TU Wien

„Euler ist der Gott der Mathematik, sein Tod markiert den Niedergang der mathematischen Wissenschaften“, soll Henri Poincaré gesagt haben. Ein unerhörtes Wort, wenn man in Rechnung stellt, wie viel beeindruckende mathematische Erkenntnisse nach Eulers Tod unter anderem auch vom großen Poincaré gewonnen wurden, aber gerade deshalb ein umso bedenkenswerteres Wort. Denn in der Tat hat Euler die Maßstäbe für all das gelegt, was nach ihm geleistet wurde: In der Zahlentheorie stellte er fast alle fantastischen Einsichten des französischen Rechtsgelehrten und dilettierenden Mathematikers Pierre de Fermat auf eine feste Basis und bereicherte die höhere Arithmetik mit einer Fülle weiterer gewichtiger Resultate. Die von Newton und Leibniz entdeckte Differential- und Integralrechnung umrahmte Euler mit dem System der mathematischen Analysis; er beherrschte das Rechnen mit den „unendlich kleinen“ Größen wie kein anderer zu seiner Zeit; erst modernste mathematische Theorien erlauben ansatzweise zu verstehen, warum Euler mit atemberaubender Sicherheit die Heimtücken des Unendlichen zu umschiffen verstand. Das sogenannte Basler Problem, wie die Summe aller Kehrwerte von Quadratzahlen lautet, fällt darunter. Leibniz, dem die Berechnung der Summe alle Kehrwerte von Dreieckszahlen glückte, versagte bei dieser Aufgabe. Nicht nur er, auch Stirling, de Moivre, Jakob Bernoulli, Johann Bernoulli, Daniel Bernoulli und andere glänzende Gelehrte zu jener Zeit bissen sich daran die Zähne aus – nicht Euler. Er ermittelt diese Summe, die zu seiner eigenen großen Überraschung das Sechstel des Quadrats der Kreiszahl π beträgt. Und den Logarithmus von minus eins errechnete Euler als Produkt von π mit der damals geheimnisvollen Größe i, deren Quadrat eben minus eins ergibt. Im Bereich der Angewandten Mathematik ist es schwer, Euler nicht anzutreffen: bei der Kartografie genauso wie bei der Bewegung der Planeten genauso wie beim Rotieren eines Kreisels genauso wie beim Verhalten von Flüssigkeiten genauso wie im Schiffsbau genauso wie in der Akustik; sogar die Harmonien in der Musik wurden von Euler mathematisch erklärt. Nicht bloß mathematische Zeichen- und Begriffssysteme prägte er dauerhaft, ganze mathematische Disziplinen wie

Dieser Artikel erschien am 10.3.2007 in der Tageszeitung *Die Presse*. Nachdruck mit freundlicher Genehmigung.

ISSN 0020-7926.

die Graphentheorie oder die Topologie wurden in nuce von Euler begründet. Sein damals maßgebendes Buch über Algebra diktierte er, bereits völlig erblindet, seinem Sekretär, einem mathematisch ungebildeten Tischlergesellen, der, so erzählt die Legende, nach der endgültigen Abfassung des Werkes ein guter Mathematiker geworden sein soll

Da es in wenigen Zeilen unmöglich ist, dem überwältigenden mathematischen Werk dieses Genies auch nur annähernd gerecht zu werden, widmen wir uns einiger Episoden seines Lebens, die, selbst wenn es nur gut erfundene Anekdoten sind, uns die Person Eulers ein wenig kennenzulernen gestatten.

„Mein Zyklop", so nannte ihn hämisch Friedrich II., der Preußenkönig. Ihm diente Euler in der Mitte seines Lebens von 1741 bis 1766. Damals hatte bereits eines seiner Augen die Sehkraft eingebüßt, und das Verhältnis zwischen Friedrich und ihm war zunehmend von Friktionen geprägt. Auf der einen Seite Friedrich, der von Voltaire beeinflusste Freidenker, in dessen Reich jeder nach seiner Façon selig werden konnte, auf der anderen Seite Euler, der Pfarrerssohn und ehemalige Theologiestudent, fromm und gottesfürchtig bis ins Mark. Zu Beginn der Bekanntschaft mit Friedrich war Euler noch selig: „Der König nennt mich seinen Professor und ich halte mich für den glücklichsten Menschen der Welt." Sein mathematischer Kollege in Berlin war Maupertuis, ein raffinierter Rechner, der die Idee von Leibniz, wir lebten in der besten aller möglichen Welten, in eine mathematische Form zu gießen verstand. Euler diente dem preußischen Staat und beriet im Lotteriegeschäft, im Versicherungswesen, in der Rentenrechnung und in militärischen Angelegenheiten, vor allem in Schiffsbau und Ballistik. Doch nach dem Tod von Maupertuis 1759 berief Friedrich II. nicht Euler, der es mehr als verdient hätte, sondern d'Alembert zum Präsidenten der dortigen Akademie und wollte nicht von der Wahl d'Alemberts ablassen, obwohl dieser gar nicht nach Berlin zu übersiedeln gedachte. Euler erkannte, dass für ihn die Zeit gekommen war, Berlin zu verlassen. Friedrich II. war zwar über seinen Abschied erbost, doch in Wahrheit hatte er keine Ahnung, welchem Giganten des Denkens er mit seinem gehässigen Gehabe den Laufpass gab.

Zurück nach Sankt Petersburg. Woher Euler 1741 nach Berlin gekommen war. 1726 starb dort Nikolaus Bernoulli, der Lieblingssohn von Johann Bernoulli, jenem Basler Gelehrten, der Eulers Lehrer war und der Eulers Vater zu überzeugen verstand, dass es dem Willen Gottes besser entspricht, wenn sein Sohn nicht Pfarrer, sondern Mathematiker wird. Es ist ein frappantes Beispiel seltsamer Parallelen, die in der Geschichte vorkommen: auf der einen Seite die Bachs, eine mitteldeutsche Musikerfamilie, von denen Johann Sebastian, Wilhelm Friedemann, Carl Philipp Emanuel, Johann Christoph Friedrich, Johann Christian die bekanntesten sind, und auf der anderen Seite die Bernoullis, eine Schweizer Mathematikerfamilie, von denen zwei Jakob, drei Nikolaus, zwei Johann und zwei Daniel die bedeutendsten sind und beide Dynastien lebten in der gleichen Ära. Den Bernoullis verdankt Euler seine Karriere: Johann Bernoulli unterrichtete ihn, Daniel

Bernoulli berief ihn nach Sankt Petersburg, wo er die Professur an der Akademie, die vor ihm Nikolaus Bernoulli innehatte, übernahm. Er aber überstrahlt sie alle durch seine Leistungen.

Daniel Bernoulli missfiel Sankt Petersburg. Allein die Berufung von Euler tröstete ihn ein wenig, denn er fand in ihm nicht nur einen zweiten Eidgenossen im fremden Russland, Euler brachte ihm bei der Ankunft auch eine Fülle wertvoller Erinnerungen aus der Zivilisation mit: Kaffee, Schnäpse, Delikatessen, Dinge, die es im Zarenreich nicht gab. 1733 ergriff Daniel Bernoulli die sich ihm bietende Gelegenheit, wieder in die Schweiz zurückzukehren, Euler erhielt dessen hoch angesehenen Posten und konnte Katharina Gsell, die Tochter eines Malers am Gymnasium in Sankt Petersburg, heiraten. Dreizehn Kinder schenkte sie ihm, aber nur fünf von ihnen überlebten das Kindesalter. Euler liebte seine Kinder und Enkel abgöttisch. Manche Wissenschafter brauchen Einsamkeit und Ruhe, um arbeiten zu können, Euler hingegen behauptete, dass ihm die besten Gedanken gekommen sind, wenn er einen Säugling in seinen Armen halten durfte und lautes Kindergeschrei um ihn herum tobte.

Bald nach seiner zweiten Ankunft in Sankt Petersburg erkrankte auch das zweite Auge schwer. Für Euler kein Grund, weniger zu arbeiten, im Gegenteil. „Nun werde ich weniger abgelenkt sein“, tröstete er sich und die Seinen. Er rechnete so mühelos, wie andere Menschen atmen oder der Adler in den Lüften schwebt, so wurde er beschrieben. Sogar die völlige Blindheit während der letzten 17 Jahre seines Lebens tat seiner unvergleichlichen Produktivität keinen Abbruch; ja der Verlust des Augenlichts schärfte seine innere Wahrnehmungskraft. Am 18. September 1783 ereilte ihn mitten im Rechnen, als er die Bahn des vor kurzem aufgefundenen Planeten Uranus ermitteln wollte, der Tod.

Adresse des Autors:
Rudolf Taschner
Technische Universität Wien
Wiedner Hauptstr. 8–10/101
A 1040 Wien.

Euler wird in einer Vortragsserie des math.space im Wiener MuseumsQuartier vorgestellt. Den ersten Vortrag, „Euler und die Zahlen“, hielt Rudolf Taschner am 14. März.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 204 (2007), 27–30

Nachruf auf Franz Josef Schnitzer

Arnold R. Kräuter
Montanuniversität Leoben

Am 20. Oktober 2006 ist Dr. phil. Franz Josef Schnitzer, Professor emeritus für Mathematik und Mathematische Statistik an der Montanuniversität Leoben, nach langem Leiden verstorben.

Franz Josef Schnitzer wurde am 14. 7. 1928 in Leoben geboren. Hier besuchte er auch die Volksschule (1934–1938) und das Gymnasium (1938–1946), an welchem er die Reifeprüfung zum Juli-Termin 1946 mit ausgezeichnetem Erfolg ablegte.

Vom Wintersemester 1946/47 bis zum Sommersemester 1951 studierte Schnitzer die Fächer Mathematik und Physik an der Philosophischen Fakultät der Karl-Franzens-Universität Graz. Besonders prägend wirkten auf ihn die Lehrveranstaltungen des Algebraikers Georg Kantz, des Geometers Hans Robert Müller und des Experimentalphysikers Adolf Gustav Smekal. Bereits am 1. 10. 1950 begann seine bis April 1953 dauernde Tätigkeit als Wissenschaftliche Hilfskraft an der Lehrkanzel für Mathematik und Darstellende Geometrie der Montanistischen Hochschule Leoben bei Alois Koch. Zum Zweck weiterführender mathematischer Studien im Hinblick auf eine Doktorarbeit verbrachte Schnitzer als Gasthörer das Sommersemester 1953 an der Johannes-Gutenberg-Universität Mainz und das Wintersemester 1955/56 an der Eberhard Karls-Universität Tübingen. Im Juni 1956 legte er an der Karl Franzens-Universität Graz eine von Georg Kantz betreute Dissertation mit dem Titel „Über einige zahlentheoretische Probleme“ vor. Die Rigorosen legte Schnitzer mit ausgezeichnetem Erfolg ab; seine Prüfer waren die Professoren Georg Kantz und Hermann Wendelin in Mathematik, Otto Burkard in Meteorologie sowie Konstantin Radaković und Ferdinand Weinhandl in Philosophie. Am 16. 7. 1957 wurde Schnitzer in Graz zum Doktor der Philosophie promoviert.

Bereits zwei Monate später verließ Schnitzer für längere Zeit Europa. Am 15. 9. 1957 trat er in den Lehrkörper des Department of Mathematics an der Wayne State University in Detroit, Michigan (USA), ein. Dort war er zunächst

ISSN 0020-7926

Instructor, in weiterer Folge Assistant Professor (seit 1959) und Associate Professor (seit 1966). Unterbrochen wurde diese Periode durch Gastaufenthalte an der Washington University in St. Louis, Missouri (USA), im Studienjahr 1960/61 sowie an den Universitäten Gießen und Marburg an der Lahn (Deutschland) im Studienjahr 1965/66.

Im Jahr 1971 erhielt Schnitzer einen Ruf an die (damalige) Montanistische Hochschule Leoben, dem er folgte. Er wurde hier am 21. 10. 1971 zum Ordentlichen Hochschulprofessor für Mathematik und Mathematische Statistik ernannt; sein Dienstantritt fand am 30. 12. 1971 statt. Als Nachfolger von Alois Koch hatte Schnitzer diese Position bis zu seiner Emeritierung am 1. 10. 1996 inne.

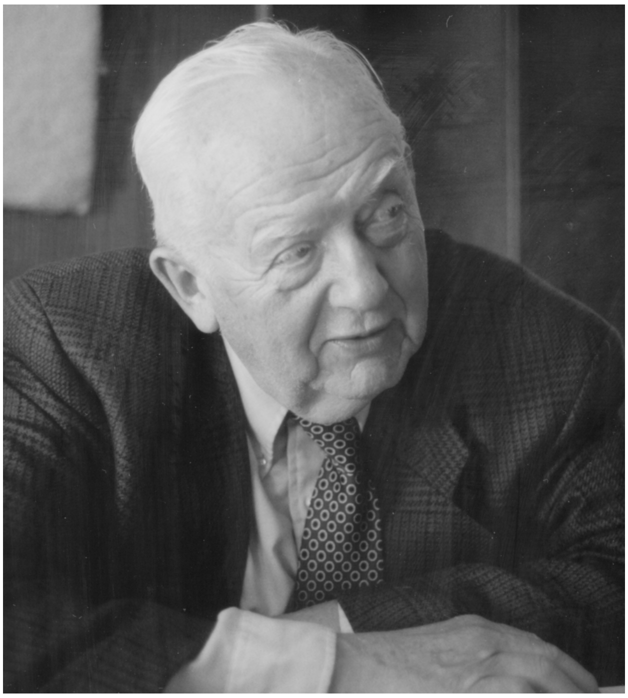
Schnitzer war ein begeisterter akademischer Lehrer. In Leoben oblag ihm vor allem die Lehre in den Fächern Höhere Mathematik I und II sowie Mathematische Statistik I für Studierende aller Studienrichtungen. Für die Hörer der Werkstoffwissenschaften und des Erdölwesens unterrichtete er zusätzlich das Fach Höhere Mathematik III (Partielle Differentialgleichungen, Komplexe Funktionen). In den zweieinhalb Jahrzehnten seines Wirkens an der (seit 1975 so bezeichneten) Montanuniversität Leoben hat Schnitzer tausenden Studierenden die mathematischen Grundlagen für ihre Ingenieurausbildung vermittelt. In diesen Zeitraum fällt auch die Einführung neuer Studienrichtungen und, in Verbindung damit, der ständige Anstieg der Studienanfängerzahlen, der für ihn und seine Mitarbeiter zahlreiche organisatorische Herausforderungen im Lehrbetrieb mit sich brachte. Abgesehen von den Pflichtfächern hat Schnitzer in Leoben abwechselnd Spezialvorlesungen aus verschiedenen mathematischen Teilgebieten unter besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen angeboten, um interessierten Studenten den Facettenreichtum der Mathematik näher zu bringen. Neben seiner Lehrtätigkeit bekleidete Schnitzer an der Montanuniversität Leoben viele Jahre hindurch administrative Positionen, so als Vorstand des Institutes für Mathematik und Angewandte Geometrie und als Vorsitzender der Ersten Diplomprüfungskommission, der Kommission für die Vergabe von Leistungs- und Förderstipendien und der Bibliothekskommission.

Nicht unerwähnt bleiben soll, dass Schnitzer seit dem Wintersemester 1974/75 auch als Lehrbeauftragter am Institut für Mathematik der Karl Franzens-Universität Graz tätig war, wo er das Lehrangebot mit einer breit gefächerten Auswahl an attraktiven Themen aus den Bereichen Zahlentheorie, Geometrie und Funktionentheorie, um nur die wichtigsten zu nennen, ergänzte bzw. zu bereichern verstand.

Schnitzers wissenschaftliches Œuvre ist ein Spiegelbild seiner vielfältigen mathematischen Interessen. Er hat Forschungsbeiträge zu folgenden Themenkreisen geleistet:

• *Zahlentheorie.* Diophantische Approximationen und Kettenbrüche, ζ- und L-Funktionen, Zahlendarstellungen bezüglich nicht-ganzzahliger Basen.

• *Komplexe Funktionen.* Wachstum beschränkter und unbeschränkter holomor-



pher Funktionen, Hornichsche Produkte und Lambertsche Reihen.

• *Reelle Funktionen.* Monotone und konvexe Funktionen, Integralungleichungen, messbare mengenwertige Funktionen.

• *Kombinatorik.* Transversalen von Mengenfamilien.

• *Konvexgeometrie.* Translationen ebener konvexer Mengen.

Neben Originalarbeiten hat Schnitzer auch einige Übersichtsartikel publiziert, hauptsächlich in der Komplexen Funktionentheorie. Seit den 90er-Jahren befasste er sich intensiv mit den Biografien bedeutender Mathematiker aller Epochen, über die er allgemein zugängliche Vorträge hielt. Ausarbeitungen dieser Referate sind im Druck veröffentlicht worden. Neben wissenschaftlichen Publikationen verfasste er überdies eine nahezu unüberschaubare Zahl an Buchrezensionen. Aufgrund seiner bewundernswert umfassenden Literaturkenntnis in vielen Bereichen der Mathematik verstand es Schnitzer immer wieder, in Gesprächen mit Fachkollegen wertvolle Anregungen zu geben. Diese mündeten oft in Frucht bringende Forschungsarbeiten, zuweilen auch in Kooperationen mit anderen Autoren. Schnitzer hat mit insgesamt 20 Koautoren publiziert, darunter mehrmals mit István Joó, Hans Günther Kopetzky, Harry I. Miller, Togo Nishiura, Geert Prins, Reinhard A. Razen und Wladimir Seidel. Besondere Erwähnung verdient eine Arbeit über Pisot-Zahlen aus dem Jahr 1996, die ihm die begehrte „Erdős-Zahl“ 1 eintrug.

Mehrere Male zeichnete Schnitzer für die Initiierung und Organisation wissenschaftlicher Konferenzen in Leoben und Graz (mit)verantwortlich. Darüber hinaus war er als Mitherausgeber der Fachzeitschrift *Mathematica Pannonica* seit ihrer Gründung im Jahr 1990 tätig.

Schnitzer unterhielt Kontakte zu vielen Mathematikern auf der ganzen Welt. Diese sind nicht selten dadurch zustandegekommen, dass er (seit seiner Studienzeit) Separata von Aufsätzen aus seinen Interessensgebieten von den Autoren anforderte. Kenner vermuten, dass Schnitzer über die weltweit größte private Sammlung von Sonderdrucken mathematischer Veröffentlichungen überhaupt verfügte.

In späteren Jahren legte Schnitzer immer mehr Wert auf eine ruhige und behagliche Atmosphäre. Lärm aller Art und den Trubel größerer Menschenansammlungen mochte er ebenso wenig wie die Mühen und Unwägbarkeiten längerer Reisen, auch wenn Letzteres oft den Verzicht auf die Teilnahme an interessanten Fachkonferenzen bedeutete. Mehrmals wurde Schnitzer für Ehrungen vorgeschlagen; er hat diese jedoch stets mit Bestimmtheit und Bescheidenheit abgelehnt.

Ebenfalls vielfältig waren Schnitzers private Interessen. Dazu gehörten vor allem Tennis, Bridge, Fischen und das Hören guter Musik, aber auch Eisenbahnen. Als seine Lieblingsbeschäftigung schlechthin darf wohl das Lesen bezeichnet werden. Sein aus Büchern geschöpftes Wissen, häufig begleitet von feinsinnigem Humor, machte ihn zu einem vielfach geschätzten Gesprächspartner.

Schnitzer hinterlässt seine Gattin Eva, mit der er seit 1955 verheiratet war, sowie seine beiden Kinder Jakob und Elisabeth. Seine Freunde, Kollegen, Mitarbeiter und ehemaligen Studenten werden Franz Josef Schnitzer stets ein ehrendes Gedenken bewahren.

Dank. Allen Personen, die in irgendeiner Weise zu einer abgerundeten Darstellung dieses Nachrufs beigetragen haben, sei an dieser Stelle aufs Herzlichste gedankt, namentlich: Peter Dörfler, Abdolrahim Faroghi, Lieselotte Jontes, Peter Kirschenhofer, Hans Günther Kopetzky, Sabine Krammer, Alfred Prade, Ludwig Reich, Manuela Resch, Eva Schnitzer, Jens Schwaiger und Wolfhard Wegscheider.

Hinweis. Ein vollständiges Schriftenverzeichnis von Franz Josef Schnitzer sowie eine Zusammenstellung der diesem Nachruf zugrunde liegenden Literatur und Quellen ist einsehbar unter der Web-Adresse: *http://www.unileoben.ac.at/~mathstat/personal/schnitzer.htm*

Buchbesprechungen

E. S. Allman, J. A. Rhodes: Mathematical Models in Biology. An Introduction. Cambridge University Press, 2004, XIII+370 S. ISBN 0-521-81980-6 H/b £ 65,–, ISBN 0-521-52586-1 P/b £ 24,99*.

This is an introductory textbook on mathematical biology with special emphasis on discrete models. The topics discussed in this book are discrete population dynamics for single as well as interacting populations, molecular evolution, construction of phylogenetic trees, population genetics and infectious disease modelling. There is sufficient biological background included in each chapter, and model building and model behaviour is discussed in great detail. The necessary mathematics, mainly matrix algebra and probability theory, is introduced in the text as the need arises, so that mathematical prerequisites are minimal. The book contains many numeric examples, *Matlab* programs and model simulations, a large number of exercises and, finally, a variety of projects.

G. Karigl (Wien)

J.-P. Allouche, J. Shallit: Automatic Sequences. Theory, Applications, Generalizations. Cambridge University Press, 2003, XVI+571 S. ISBN 0-521-82332-3 H/b £ 37,50.

Automatic sequences are loosely speaking sequences that are generated by a finite automaton. More precisely, if an automaton uses the k-ary expansion of a nonnegative integer n as the input sequence then a_n – the automatic sequence – is a function of the corresponding final state in the automaton. A prototype for an automatic sequence is the famous Thue-Morse sequence $(t_n) = (10010110\ldots)$, where $t_n = 1$ if the binary expansion of n contains an even number of 1's and $t_n = 0$ otherwise. In some sense, automatic sequences lie between rather simple structured sequences (like periodic ones) and sequences of chaotic order.

This book is the first systematic treatment on this subject that has been a very active research field during the last 10 or 15 years and to which the two authors have made considerable contributions. One important issue is that the authors also emphasize on (partly unexpected) connections to number theory and transcendental numbers. For example, the "Thue-Morse number" $\alpha = \sum_{n\geq 0} t_n 2^{-n}$ and the"Thue-Morse continued fraction" $\beta = [0, t'_0, t'_1, t'_2, \ldots]$ turn out to be transcendental. (Here $t'_n = 1$ if $t_n = 1$ and $t'_n = 2$ if $t_n = 0$.) This unified presentation is really novel. For example, automata theory – a topic of theoretical computer science – is usually not covered or even mentioned in number theory books.

The present book is divided into 17 chapters. Each of them is followed by a list of exercises, some open (research) problems and a notes section with some historic remarks and a discussion of the literature. In total there are about 1.600 references.

It starts with three introductory chapters. Chapter 1 (Stringology) collects some basics on words and languages. Chapter 2 (Number Theory and Algebra) provides a short introduction to algebraic and transcendental numbers, to continued fractions and to formal power series. Chapter 3 (Numeration Systems) introduces several notions of digital expansions and presents an asymptotic formula for the average sum-of-digits function. The following four chapters (4. Finite Automata and Other Models of Computation, 5. Automatic Sequences, 6. Uniform Morphisms and Automatic Sequences, 7. Morphic Sequences) concentrate on the notion of automatic (and so-called morphic) sequences. They start with automata theory, context free grammars and then provide a systematic study of basic properties of automatic sequences: closure properties, representations as fixed points of morphisms, paper folding sequences and their relations to continued fractions, substitution sequences etc. The remaining chapters are devoted to some special questions (8. Frequency of Letters, 9. Characteristic Words, 10. Subwords, 11. Cobham's Theorem), to applications to number theory (12. Formal Power Series, 13. Automatic Real Numbers) and to generalizations (14. Multidimensional Automatic Sequences, 15. Automaticity, 16. k-Regular Sequences). The final Chapter 17 (Physics) collects some interesting relations to physics, e.g. to Ising models.

In order to give a flavour of the results that are presented in this book we describe some highlights of Chapters 12 and 13 in more detail. Chapter 12 starts with Christol's Theorem saying that a sequence a_n (on an alphabet Δ) is p-automatic (for some prime p) if and only if the power series $\sum_{n\geq 0}\gamma(a_n)X^n$ is algebraic over $GF(p^k)(X)$ (for some $k \geq 1$ and some injective mapping $\gamma : \Delta \to GF(p^k)$). This result is in contrast to the property that the power series $A(X)$ of a non-periodic automatic integer sequence is transcendental over $\mathbb{Q}(X)$. This follows, for example, from an old result of Carleson saying that a power series with integer coefficients that converges inside the unit disc is either rational or has the unit circle as natural boundary. $A(X)$ is surely not rational and if it were algebraic the unit circle would not be the a natural boudary. Hence it has to be transcendental. Christol's theorem can be also used to prove transcendence of power series over $\mathbb{Q}(X)$. Namely if there exists a prime p such that the sequence of coeffcients modulo p is not p-automatic then the reduction of $A(X)$ modulo p is not algebraic and $A(X)$ cannot be algebraic over $\mathbb{Q}(X)$, either.

Special emphasis is put on the Thue-Morse power series $T(X) = \sum_{n\geq 0} t_n X^n$. In fact there are several completely different proofs that $T(X)$ is algebraic over $GF(2)(X)$. First, it can be directly checked that $(1+X)^3T(X)^2 + (1+X)^2T(X) + X = 0$ over $GF(2)$. Of course, Christol's theorem can be also applied. Another approach uses a theorem of Furstenberg saying that a formal Laurent series over a finite field is algebraic if and only if it is the diagonal of a rational Laurent series in two variables (over the same field). And since the diagonal of $R(X,Y) = Y/(1+Y(1+XY)+X/(1+XY)^2)$ over $GF(2)(X)$ is the Thue-Morse sequence we get another proof.

On the other hand $T(X)$ is transcendental over $\mathbb{Q}(X)$ and – which is really astonishing – the Thue-Morse number $T(1/2) = \sum_{n\geq 0} t_n 2^{-n}$ is a transcendental number. Interestingly the second fact can be deduced from the first one by using the property that non-zero analytic function have a non-discrete set of zeros.

Another extremely beautiful result that is presented in Chapter 13 is Queffélec's Theorem saying that the Thue-Morse continued fraction $\beta = [0, t_0', t_1', t_2', \ldots]$ is a transcendental number. The proof relies on the fact that the Thue-Morse sequence has an almost periodic beginning. More precisely it starts with 12212. This means that 12 is repeated after the third letter. Since the Thue-sequence is also the fixed point of the substitution $\sigma(1) = 12$ and $\sigma(2) = 21$ it also starts with blocks of the form $\sigma^k(12212) = \sigma^k(12)\sigma^k(2)\sigma^k(12)$, that is, the block $\sigma^k(12)$ of length 2^{k+1} is repeated after the $3 \cdot 2^k$-th letter. In other words, β can be well approximated by quadratic irrationals β_k that have a periodic continued fraction expansion with period $\sigma^k(122)$. If β were algebraic then these approximations β_k would contradict an extension of Roth's Theorem by W. Schmidt saying that an algebraic number cannot be too well approximated by quadratic irrationals. Thus, β has to be transcendental.

Over all, the present book covers a lot of interesting topics. It is self contained and thus useful in many respects. It can be used as a textbook for graduate courses as well as a reference book. Due to the lists of exercises (with hints) and the open research problems it will definitely inspire many readers to work on these subjects, too. Therefore it can be recommended to students, teachers and researchers and should be part of every mathematical library.

M. Drmota

T. Andreescu, D. Andrica: Complex Numbers from A. . . Z. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2006, XIII+321 S. ISBN 0-8176-4326-5 P/b € 52,80.

Das Buch beginnt mit einer elementaren Einführung in die algebraischen und geometrischen Eigenschaften der komplexen Zahlen. Den Kern der Darstellung bilden die beiden Kapitel über 'Complex Numbers and Geometry', die recht umfassend ausgefallen sind und in denen sich auch einige Perlen dieses Gebietes finden, wie z.B. das Rechnen mit baryzentrischen Koordinaten, die Formel für die Fläche eines konvexen Polygons, der Feuerbachsche (Eulersche) Kreis oder das Morley-Dreieck ("Morley's Miracle"), für dessen Gleichseitigkeit der Beweis von A. Connes aus dem Jahr 1998 präsentiert wird.

Themen der komplexen Analysis werden bewusst nicht angesprochen. Ein eigenes Kapitel ist Aufgaben aus Mathematik-Olympiaden gewidmet, und im letzten Kapitel finden sich Hinweise und Lösungen zu ausgewählten Aufgaben.

Das Buch ist ein wahre Fundgrube für bekannte und weniger bekannte Resultate und Aufgaben diverser Schwierigkeitsgrade im Zusammenhang mit komplexer Arithmetik und insbesondere ihrer Anwendung auf Probleme der analytischen Geometrie. Einiges davon ist im AHS-Unterricht verwendbar.

W. Auzinger (Wien)

T. Andreescu, Z. Feng: A Path to Combinatorics for Undergraduates. Counting Strategies. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2004, XVIII+228 S. ISBN 0-8176-4288-9, 3-7643-4288-9 P/b € 51,36.

Dieses Buch ist als Einführung in die Kombinatorik für Undergraduates gedacht. Es behandelt Themen wie elementares Abzählen, Bijektionen, Rekursionen, Inklusions-Exklusionsprinzip und erzeugende Funktionen. Das Buch ist elementar gehalten, und der Stoff wird zum überwiegenden Teil in Form einer Sammlung durchgerechneter Beispiele präsentiert. Theoretische Resultate der höheren Kombinatorik werden in den letzten beiden Kapiteln behandelt. Die Beispiele sind aus mehreren, hauptsächlich US-amerikanischen, Mathematikwettbewerben entnommen.

B. Gittenberger (Wien)

T. Andreescu, Z. Feng: 103 Trigonometry Problems. From the Training of the USA IMO Team. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2005, XII+214 S. ISBN 0-8176-4334-6 P/b € 52,80.

Im Gegensatz zu vielen Sammlungen von Aufgaben zu Mathematischen Olympiaden findet der Leser in etwa einem Drittel des vorliegenden Bandes eine sehr umfangreiche Zusammenfassung von Lehrsätzen der ebenen und räumlichen analytischen Geometrie sowie der Analysis. Dabei spannt sich der Bogen von Standardformeln bis hin zu durchaus anspruchsvollen Aussagen. Anschließend werden jeweils etwa 50 Problemstellungen der Kategorien „einfach“ und „fortgeschritten“ formuliert und dann in zumeist mehreren, jeweils sehr ausführlich kommentierten Lösungswegen dem Leser nahegebracht. Dieses methodisch sehr geschickte Aufzeigen von unterschiedlichen Lösungsstrategien umfasst mehr als die Hälfte des Buches und ordnet diesen Sammelband von unterschiedlichen Problemstellungen in die Reihe empfehlenswerter mathematischer Lehrbücher im Umfeld des ersten Studienabschnitts ein. Ein umfangreiches Literaturverzeichnis rundet das vorliegende Buch ab.

P. Paukowitsch (Wien)

S. Bais: Die Gleichungen der Physik. Meilensteine des Wissens. Aus dem Englischen übersetzt von T. Hempfling. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2005, 96 S. ISBN 3-7643-7235-4 P/b € 24,95.

In diesem optisch sehr ansprechend gestalteten Text versucht ein renommierter theoretischer Physiker eine Lücke zu füllen, und zwar zwischen populärwissenschaftlicher Aufbereitung der modernen Physik in diversen Medien (das ‘front end” der öffentlichen Wahrnehmung, oft kaum mit Mathematik assoziiert) und dem ‘back end’ der dafür relevanten mathematischen Modellierung und Analysis.

Tatsächlich ist das ein schwieriger Spagat, der auch nicht wirklich gelingt. Von Anfang an ist nicht klar (und auch aus dem Klappentext nicht ersichtlich), an welche Zielgruppe sich der Autor wendet. Bei genauerem Hinsehen wird deutlich, dass man hier ohne eine einschlägige akademische Vorbildung vermutlich nicht weit kommt. Wohl werden Grundlagen wie Koordinatensysteme, Ableitung, Integral etc. für den Laien halbwegs verständlich erklärt, doch dann findet sich der Leser sehr schnell in einer Welt aus Differentialoperatoren und -gleichungen wieder. Bereits der Begriff der „Gleichung“ dürfte für viele Leser ein Problem darstellen – wieso beschreibt eine „Gleichung“ ein physikalisches System, und was ist das überhaupt, eine „Gleichung“? Was ist bekannt, was ist unbekannt? Was sagen uns die abstrakten Objekte links und rechts vom Gleichheitszeichen? Und was soll das sein, eine „Erhaltungsgleichung“, das ist doch redundant, so wie $1 = 1$.

Meine Einschätzung: Lesenswert ist dieses Buch für jemanden mit einer fundierten, abstrakt-mathematischen Vorbildung und mit guten Physikkenntnissen (zwei Semester auf der Uni sollten es wohl mindestens sein), der sich um Modellierungsaspekte, die physikalische Deutung abstrakter Differentialoperatoren, um verschiedene Typen von Nichtlinearitäten etc. nicht viel gekümmert hat, aber mehr darüber erfahren will. Diese/r lernt hier sehr viel über diese Themen, weil der Autor die abstrakten Objekte mit Leben erfüllt und dabei auch ein überschaubares Bild der modernen theoretischen Phyik vermittelt. Der inhaltliche Bogen spannt auf knapp 100 Seiten von Mechanik und Gravitation über Elektromagnetismus, Thermodynamik und Hydrodynamik bis zur Relativitätstheorie und Stringtheorie (die Aufzählung ist unvollständig).

W. Auzinger (Wien)

G. Baumann: Mathematica for Theoretical Physics. Classical Mechanics and Nonlinear Dynamics. Second Edition. CD-ROM included. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XVI+544 S. ISBN 0-387-01674-0 H/b € 69,95.

Der Untertitel dieses ersten Bandes eines zweibändigen Werkes lautet “Classical Mechanics and Nonlinear Dynamics”. Der zweite Band, dessen Inhalt bereits im vorliegenden ersten Band im Gesamtinhaltsverzeichnis aufgelistet ist, behandelt die Gebiete “Electrodynamics, Quantum Mechanics, General Relativity, and Fractals”. Zusammen haben beide Bände haben etwa 950 Seiten.

Programme wie *Mathematica* haben die praktische Arbeit von Mathematikern, Physikern, aber auch Ingenieuren, grundlegend verändert. So ist beispielsweise das Herleiten der Bewegungsgleichungen eines mechanischen Systems mit mehreren Freiheitsgraden mittels der Lagrangeschen Gleichungen eine Aufgabe, die wegen notwendiger umfangreicher Differentiationen mit Papier und Bleistift rasch einige Stunden erforderlich macht. Da man die Möglichkeit von Rechenfehlern nie ausschließen kann, empfiehlt es sich, nach einiger Zeit die Rechnung zu wiederholen, d.h. der Zeitaufwand ist beträchtlich. Verwendet man das Programm *Mathematica*, so kann man nach Formulierung der Energieausdrücke, die auch für die Rechnung mit Papier und Bleistift benötigt werden, die Gleichungen in wenigen Minuten anschreiben.

Mit Hilfe des Programms ist es auch möglich, beispielsweise für integrable Fälle – in den Lehrbüchern wird dies meist als „integrabel bis auf Quadraturen“ bezeichnet –, die ohnehin nicht sehr häufig vorliegen, analytische Lösungen anzugeben. In vielen Fällen können die Quadraturen durchgeführt werden, auch wenn dazu nicht elementare Funktionen, z.B. Jakobische elliptische Funktionen, notwendig sind. Liegt kein integrables Problem vor, kann eine numerische Lösung durchgeführt werden. Eine graphische Darstellung der Resultate ist im Programm vorgesehen.

Da kaum Zweifel bestehen, dass Programme wie *Mathematica* nützlich und sinnvoll sind (vielleicht könte man anmerken, dass kein leistungsfähiger Randwertlöser zur Verfügung steht), stellt sich in der Beurteilung des vorliegenden Bandes wohl nur die Frage nach der Präsentation des Stoffes. Diese ist, das kann ohne Einschränkung gesagt werden, sehr gut gelungen. Obwohl teilweise etwas knapp gehalten, werden die grundlegenden Konzepte der klassischen Mechanik gut erklärt und ihre Umsetzung mit *Mathematica* ausführlich dargestellt. Darüber hinaus werden im abschließenden Kapitel “Nonlinear Dynamics” integrable unendlichdimensionale partielle Differentialgleichungen behandelt. Beispielsweise kann mit einem “Package” die Lösung der Korteweg-de Vries-Gleichung gegeben werden.

Nicht nur Einsteigern sowohl in die theoretische Mechanik, wie auch in die physikalische Anwendung von *Mathematica*, sondern wohl auch jenen Lesern, die sich in diesen Gebieten schon ein wenig auskennen, ist das Buch wärmstens zu empfehlen.

H. Troger (Wien)

W. Benz: Classical Geometries in Modern Contexts. Geometry of Real Inner Product Spaces. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2005, XII+242 S. ISBN 3-7643-7371-7 H/b € 78,–.

Das neueste Buch von Walter Benz stellt eine Reihe von klassischen Geometrien in einem neuen, größeren Umfeld vor.

Im Zentrum steht der Begriff des reellen Vektorraums mit einem positiv definiten inneren Produkt. Die Darstellung ist dabei nicht nur „koordinatenfrei“, sondern auch „dimensionsfrei“. Letzteres bedeutet zweierlei. Einerseits ist die Dimension der betrachteten Räume beliebig (endlich oder unendlich). Andererseits spielt der Begriff der Basis (und damit der Dimension) eine völlig untergeordnete Rolle. So lassen sich transfinite Hilfsmittel nahezu vollständig vermeiden.

Ein weiteres Leitmotiv, das sich wie ein roter Faden durch den Text zieht, stellt das berühmte Erlanger Programm von Felix Klein (1872) dar. Es gestattet, Geometrien anhand ihrer Transformationsgruppen zu unterscheiden, und legt präzise fest, was etwa unter einer invarianten Begriffsbildung zu verstehen ist. Benz formuliert dies alles in einer der heutigen Zeit angemessenen Form.

Zu nennen sind ferner die Querverbindungen zwischen Geometrie, der Theorie der Funktionalgleichungen und der Kennzeichnung geometrischer Transformationen unter schwachen Voraussetzungen. Die Grenzen sind hier aber fließend, was jedoch gerade den Reiz der Sache ausmacht!

Das Buch beginnt mit einer ausführlichen Einleitung, die sogleich zum Lesen der nachfolgenden vier Kapitel ermuntert:

In Kapitel 1 (*Translation Groups*) geht es, wie schon die Überschrift sagt, vor allem um Translationsgruppen auf einem Vektorraum X mit innerem Produkt. Sie gestatten eine einheitliche Definition und (vor allem) eine gemeinsame Kennzeichnung der euklidischen und hyperbolischen Geometrie.

Das nachfolgende Kapitel 2 (*Euclidean and Hyperbolic Geometry*) ist dem genaueren Studium der euklidischen und hyperbolischen Geometrie gewidmet, wobei noch der Begriff des metrischen Raumes hinzukommt. In jedem metrischen Raum lassen sich Geraden definieren. Der Autor stellt den beiden Zugängen von L. M. Blumenthal und K. Menger noch einen dritten zur Seite. Daneben werden Sphären, Hyperebenen, Unterräume, die Orthogonalität, Abstandsflächen, Enden, die Winkelmessung, Horosphären und vieles andere mehr untersucht. Das Cayley-Klein-Modell der hyperbolischen Geometrie wird über das Innere einer Sphäre eingeführt. An die Bestimmung aller Isometrien schließen verschiedene Kennzeichnungen dieser Abbildungen an. Beim Lesen kann man nur allzu leicht vergessen, dass all dies bei endlicher oder unendlicher Dimension geschieht. Die abschließenden Gegenbeispiele (für unendlichdimensionale Räume) zeigen jedoch dann wieder klar die Grenzen einer gemeinsamen Darstellung auf.

Kapitel 3 (*Sphere Geometries of Möbius and Lie*) ist zunächst der Möbius-Geometrie auf $X \cup \{\infty\}$ gewidmet, wobei die Inversion an einer Sphäre eine zentrale Rolle spielt. Im Fundamentalsatz der Möbius-Geometrie werden alle Möbiustransformationen beschrieben. Weitere „klassische'"Themen lassen sich in allgemeinem Rahmen wiederfinden: Kreise, Orthogonalität, das Poincaré-Modell der hyperbolischen Geometrie und die stereographische Projektion. Daran schließt eine umfassende Darstellung der Laguerre- und Lie-Geometrie an. Die zyklographische Abbildung bringt dabei eine erste Begegnung mit den Raum-Zeit-Geometrien. Für die Lie-Quadrik wird der Begriff des projektiven Raumes benötigt, der auf den ersten 156 Seiten des Buches keine Rolle spielt.

Es folgt Kapitel 4 (*Lorentz Transformations*); hier wird die Raum-Zeit-Geometrie von Minkowski in der Form $Z = X \oplus \mathbb{R}$ eingeführt, wobei X wie zuvor ein Vektorraum (endlicher oder unendlicher Dimension) mit innerem Produkt ist. Das ermöglicht in einfacher Weise die Definition des indefiniten Lorentz-Minkowski Skalarprodukts, der Lorentz-Transformationen usw. Es folgt eine Reihe von Charakterisierungen. Hier sei der bekannte Satz über die Kausalautomorphismen hervorgehoben, der von A. D. Alexandrov und V. V. Ovchinnikova (1953) sowie unabhängig davon von E. C. Zeeman (1964) bewiesen wurde. Diese Satz gilt aber auch unter den sehr viel allgemeineren Voraussetzungen dieses Kapitels. Selbstverständlich finden die Querverbindungen zur Laguerre- und Lie-Geometrie sowie zu hyperbolischen Geometrie gebührende Beachtung.

Insgesamt liegt mit dem vorliegenden Werk ein sehr gut lesbarer Text vor, der zugleich bis zur aktuellen Forschung führt. Die Beweise sind durchwegs bis ins kleinste Detail ausgefeilt. An Vorkenntnissen wird in der Tat nur lineare Algebra vorausgesetzt, was dieses phantastische Buch einem großen Leserkreis zugänglich macht.

H. Havlicek (Wien)

N. F. Britton: Essential Mathematical Biology. With 92 Figures. (Springer Undergraduate Mathematics Series). Springer, London, Berlin, Heidelberg, 2003, XV+335 S. ISBN 1-85233-536-X P/b € 29,95.

This book covers a wide range of topics including population dynamics, infectious diseases, population genetics and evolution, biological motion, molecular and cellular biology, pattern formation and tumor modelling. It is aimed at 2nd or 3rd year undergraduate students studying mathematical biology. The material presented in this book gives a very good overall view on the various areas without getting lost in technical details. However, a background in calculus and differential equations will be absolutely necessary. Standard mathematical methods and main results on difference equations as well as on ODEs and PDEs, including bifurcations and chaos, Poincaré-Bendixson theory, Lyapunov functions and the Perron-Frobenius theory for non-negative matrices, are summarized in an appendix. Moreover, it should be added that each section is provided with numerous exercises, and there is a web-site with additional material by the author and links for further reading.

G. Karigl (Wien)

D. Catalano, R. Cramer, I. Damgård, G. Di Crescenzo, D. Pointcheval, T. Takagi: Contemporary Cryptology. (Advanced Courses in Mathematics, CRM Barcelona.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2005, IX+237 S. ISBN 3-7643-7294-X P/b € 35,20.

Das Buch enthält Beiträge des 45-stündigen “Advanced Course on Contemporary Cryptology”, der im Feber 2004 an der Universitat Politècnica de Catalunya in Barcelona stattfand.

Die Titel der einzelnen Beiträge sind: *A. Efficient Distributed Computation Modulo a Shared Secret, B. Multiparty Computation, an Introduction, C. Foundations of Modern Cryptography, D. Provable Security for Public Key Schemes, E. Efficient and Secure Public Key Cryptosystems.*

Die Beiträge bieten interessante Einblicke in die jeweiligen Themenkreise der Kryptographie, wobei meist eine stark IT-orientierte Sprache verwendet wird, d.h. es werden viele termini technici der modernen Kryptologie sowie Notationen zur Beschreibung von Protokollen und Spielen als bekannt vorausgesetzt. Die Darstellung mathematischer Sachverhalte wirkt auf den Rezensenten an einigen Stellen recht eigenwillig.

G. Lettl (Graz)

P. Duren: Harmonic Mappings in the Plane. (Cambridge tracts in mathematics 156). Cambridge University Press, 2004, XII+212 S. ISBN 0-521-64121-7 H/b £ 40,–.

In dem vorliegenden Buch beschäftigt sich der Autor mit *harmonic mappings in the plane*, das sind injektive komplexwertige harmonische Funktionen einer komplexen Variablen. Sie stellen eine natürliche Verallgemeinerung konformer Abbildungen dar und wurden in der klassischen geometrischen Funktionentheorie eingehend studiert, da sie im Zusammenhang mit Minimalflächen auftreten. Viele Eigenschaften injektiver konformer Abbildungen haben in diesem allgemeineren Kontext eine Entsprechung.

Das Buch beginnt in den ersten beiden Kapiteln mit einer Zusammenstellung einiger Grundlagen und allgemeiner Resultate über harmonische Abbildungen. Danach wird die Theorie in verschiedenen Richtungen vertieft. Einige wesentliche Themen sind dabei:

- Abbildungsverhalten, insbesondere die Suche eines Analogons des Riemannschen Abbildungssatzes. Dabei treten, im Unterschied zur analytischen Theorie, mehrere Probleme auf. Speziell beschäftigt man sich auch mit konvexen Gebieten und dem Randverhalten.
- Koeffizientenabschätzungen für harmonische Abbildungen. Die Situation ist hier ähnlich wie bei analytischen Funktionen, es treten oft Vermutungen auf, welche zu höchst tiefliegenden Untersuchungen führen, man denke an die Bieberbachsche Vermutung.
- Einiges aus der Theorie der Minimalflächen, sozusagen: back to the roots.

Es ist das erklärte Ziel des Autors, das dargelegte Fachgebiet einer größeren Gruppe von Mathematikern nahezubringen. Dementsprechend werden, ausser den üblichen Standards, nahezu keine Vorkenntnisse vorausgesetzt. Die Theorie wird dadurch nicht nur für Spezialisten verständlich, das Buch kann mit dem Vorwissen aus Analysis und Funktionentheorie eines Studenten der höheren Semester gelesen werden. Es eignet sich auch zur Präsentation im Rahmen einer Vorlesung oder eines Seminars. Die Beweise werden klar und ausführlich dargestellt, Zusammenhänge zwischen den einzelnen Kapiteln explizit herausgestrichen. Das Buch ist in ausführlich erklärender Weise verfasst und enthält viele historische Bemerkungen zu den Wurzeln und der Entwicklung der Theorie.

Insgesamt ist das vorliegende Werk von hervorragender fachlicher und didaktischer Qualität, und es ist eine Freude in ihm zu lesen. Ich kann jedem an Funktionentheorie interessierten die Lektüre nur empfehlen.

H. Woracek (Wien)

G. Farin, D. Hansford: Practical Linear Algebra. A Geometry Toolbox. A. K. Peters, Wellesley, Massachusetts, 2005, XVI+384 S. ISBN 1-56881-234-5 H/b $ 67,–.

Das vorliegende Buch ist als Einführung in die Grundprinzipien der Linearen Algebra (mit 2 oder 3 Variablen) gedacht, wie sie für praktische Anwendungen in der Computergraphik oder für das geometrische Modellieren verwendet werden (z.B. mittels Bézier-Kurven). Die anschauliche Demonstration etwa der Wirkung einer Matrix auf Vektoren wird durch ca. 200 Illustrationen und Handskizzen in den Vordergrund gestellt, die theoretischen Konzepte werden eher plausibel gemacht als präzise definiert. Somit ist das Buch eine einmalige und wertvolle Ergänzung zur bestehenden reichen Literatur zur Linearen Algebra, aber kein Ersatz dafür. Interessant ist auch ein Anhang, in dem die *Postscript*-Sprache (ein bekannter Druckerstandard, der auf Vektorgraphik basiert) erklärt wird. Zusätzliches Material (incl. Errata) finden sich unter der Internet-Adresse *http://www.farinhansford.com/books/pla/index.html*

H. G. Feichtinger (Wien)

C. G. Gibson: Elementary Euclidean Geometry. An Introduction. Cambridge University Press, 2003, XVI+174 S. ISBN 0-521-83448-1 H/b £ 32,50.

Der vorliegende Band behandelt die bekannten grundlegenden Inhalte der ebenen euklidischen Geometrie, wobei die zum Großteil neuen Sichtweisen sowie die didaktisch ausgezeichneten Wege bestechen: Natürlich geht es ‚nur' um Punkte, Geraden und Kegelschnitte – aber auf das Wie und die inhaltliche Vorbereitung auf die Standardwerke *Elementary Geometry of Algebraic Curves* und *Elementary Geometry of Differentiable Curves* des Autors kommt es an! Der „forschende Leser, ausgestattet mit Papier, Bleistift und einem hohen Maß an Geduld" wird einerseits durch eine Fülle sorgfältig ausgewählter instruktiver Beispiele und andererseits durch die parallel dazu eingesetzten Methoden der Linearen Algebra gleichsam spielerisch zu den allgemein gültigen einschlägigen Lehrsätzen geführt.

Nach einer Einleitung in die analytische Geometrie der ebenen euklidischen Geometrie werden Kreise und Kreisbüschel, Kegelschnitte und Kegelschnittbüschel, quadratische Varietäten und rationale Parameterdarstellungen, Mittelpunktmengen, Asymptoten, Leitgeraden und Brennpunkte sowie Tangenten und Normalen behandelt. In drei Abschnitten werden die drei Kegelschnittformen durch ausgewählte Lehrsätze unterschiedlich dargestellt.

Das Kapitel über Pol und Polare führt zu den orthoptischen Punktmengen eines Kegelschnittes k – aus diesen wird k unter rechtem Winkel projiziert.

Die Gruppe der ebenen Kongruenzabbildungen wird natürlich unter Verwendung von Eigenwerten und Eigenvektoren von quadratischen Matrizen studiert und führt zur metrischen Klassifizierung von quadratischen Varietäten.

Die Koppelung ebener quadratischer Varietäten mit den ebenen Schnitten quadratischer Kegel sowie Untersuchungen zur Invarianz und Eindeutigkeit im Zusammenhang mit Kegelschnitten runden dieses für Dozenten und Studierende aus dem Geometriesegment der Mathematik sehr interessante Lehrbuch ab.

Peter Paukowitsch (Wien)

R. Godement: Analysis II. Differential and Integral Calculus, Fourier Series, Holomorphic Functions (Universitext). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, VII+443 S. ISBN 3-540-20921-2 P/b € 44,95.

Warum erscheint dieser Band II einer Analysis im Springer-Verlag, zunächst französisch in 2. Auflage und jetzt in englischer Übersetzung (1998, 2003) als *Universitext* mit einem 50-seitigen Postface über Mathematiker im Dienst des militärindustriellen Komplexes? Ohne Zweifel, Verfasser ist der bekannte Roger Godement, der für N. Bourbaki 1957 die Théorie des faisceaux schrieb. Erklärt dieser Hinweis schon die Publikation in 3. Auflage?

Neben den vielen guten und originellen Analysisbüchern (z.B. Amann-Escher, Dieudonné, Hairer-Wanner, Rudin, Schwartz, Storch-Wiebe) ist Godements Analysis in jeder Hinsicht ungewöhnlich durch

- die Auswahl der Themen: *Integrationstheorie*, in welcher “the theory of the Riemann integral is more fully developed than usual” – D. H. Armitage, [MR 1681119]; *Asymptotische Analysis*; *Funktionentheorie* – die Untertitel des Buches sind nicht identisch mit den Überschriften der behandelten 3 Kapitel,
- die Souveränität der Darstellung. Beispiel: Grundidee der “Bourbaki”-Erweiterung des Integralbegriffs zum Lebesgueschen ist Dinis Monotoniesatz und seine Verallgemeinerung auf unten halbstetige Funktionen: man vergleiche diese Darstellung mit jener im 2. Band von Dieudonné, wo alles klar und richtig ist, es aber an jeglicher Motivation mangelt),
- den leidenschaftlich-wissenschaftlichen Dialog über militärische Aufrüstung und ihren Einfluss auf (junge) Mathematiker (gegliedert in 3 Abschnitte: Wie man Minderjährige verführt, Entwicklung der finanziellen Unterstützung wissenschaftlicher Forschung in den USA, Angewandte Mathematik in den USA).

Vielleicht macht den Erfolg auch Godements dezidiertes *Stellung beziehen* aus: Vor Lob und Tadel schreckt er nicht zurück – im Gegensatz zu den meisten Wissenschaftlern, die ihre Meinungen sorgfältig verbergen, könnte deren Äußerung doch ihrem Fortkommen (oder dem, was sie dafür halten) schaden, ein in Österreich besonders gut eingeübtes Verhalten (dank 300 Jahren Gegenreformation).

Kritisiert werden mathematische Darstellungen (Cauchy, 310, 325; Dieudonné, 176; Hairer-Wanner, 137; Hörmander, 138, 385; Remmert, 307; Schwartz, 288, 424; A. Weil, 262), aber auch gelobt (Grothendieck, 175; Hörmander, 175). Den Mut, (politische) Meinungen zu äußern, bezahlte er auch: 1961 durch Zerstörung seiner Wohnung in Paris durch Sicherheitskräfte (preface, Band I).

Die vorliegende englische Übersetzung ist in beträchtlichem Maß umgearbeitet: Abschnitte wurden neu verfasst (Appendix zur Integrationstheorie; postface, in dem ein Teil der französischen Geschichte weggelassen wurde, was zu einer Reduktion von 90 auf 49 Seiten führte), Verbesserungen beweistechnischer Natur durchgeführt, zusätzliche Exercises eingestreut.

Dass Godement ebensowenig wie Dieudonné zwischen Analysis und Funktionalanalysis unterscheidet, ist evident, wenn etwa Darstellungen der Integrationstheorie oder der harmonischen Analysis betrachtet werden. An einer Stelle wird dies auch explizit ausgedrückt: “The proof we are going to set out calls on current techniques in functional analysis ...” (p. 303).

Ähnlich impulsiv wie Godement auf p. 328 zeigt, dass die Methode der sukzessiven Approximationen nicht auf E. Picard (1890), sondern auf J. Liouville (1830–1840) zurückgeht, könnte man zu p. 129 bemerken, die Dirac’sche Deltafunktion sei nicht von P.A.M. Dirac, sondern von G. Kirchhoff 1882 erfunden worden, “as Lützen justifiably notes” (Godement, p. 328): J. Lützen, The Prehistory of the Theory of Distributions (Springer, 1982), p. 98, verweist auf die Kirchhoffsche Definition von $\delta\big(t+a|x|\big)$. Eine weitere, kleine Korrektur zu p. 364: “Fourier eliminated the functions $\exp(n^2t)$ for obvious physical reasons”, was möglicherweise so war, aber sie sind auch aus mathematischen Gründen nicht möglich, da die Randwertaufgabe der Periodizität für die Schwingungsgleichung eben nur die Zahlen $-n^2$ als Eigenwerte hat.

Mit der Analysis I–IV will Godement der mathematischen Welt geben, was er in der Analysis für entscheidend hält, was für ihn Analysis ausmacht: ein faszinierendes Panorama, dessen erste beiden Bände ich mit größter Freude studiert habe.

N. Ortner (Innsbruck)

U. Hertrich-Jeromin: Introduction to Möbius Differential Geometry. (London Mathematical Society Lecture Note Series 300). Cambridge University Press, 2003, XI+413 S. ISBN 0-521-53569-7 P/b £ 29,95.

Das Hauptanliegen dieser Monographie ist es, an ein klassisches Gebiet geometrischer Forschung heranzuführen, das nach einer stürmischen Entwicklung bis etwa 1930 erst wieder im letzten Vierteljahrhundert hohe Aktualität erlangt hat. Das Buch schließt eine offensichtliche Lücke, denn seit W. Blaschkes „Differentialgeometrie der Kreise und Kugeln“, 1929 bei Springer aufgelegt, sind als weitere Lehrbücher zu diesem Gebiet nur das Buch von T. Takasu (1938) sowie jenes von

M. Akivis und V. Goldberg (1996) zu nennen.

Das vorliegende Buch bietet zweierlei: Es enthält eine solide Einführung in die klassische konforme Differentialgeometrie, also in diejenigen Eigenschaften der Teilmannigfaltigkeiten, die gegenüber Möbiustransformationen invariant sind. Von den verschiedenen Modellen der Möbiusgeometrie wird vor allem auf das projektive zurückgegriffen, doch auch das Quaternionenmodell wird benutzt sowie das auf Clifford-Algebren beruhende. Der in der Möbiusgeometrie mögliche Modellwechsel kommt dem vom Autor verfolgten „Methoden-Pluralismus" natürlich besonders entgegen.

Zum zweiten aber hat der Autor auch den Ehrgeiz, mit diesem Buch an höchst aktuelle Forschungsgebiete heranzuführen. So haben ja vor allem die Untersuchungen im Zusammenhang mit der Willmore-Vermutung das Interesse an der Möbiusgeometrie wieder aufleben lassen. Aber auch etwa auf die Frage nach konform-flachen Hyperflächen, auf isothermen Flächen und die Theorie diskreter Kurvennetze wird eingegangen. Der Autor setzt dabei oft mit Erfolg die Methode angepasster Koordinatensysteme ein. Ein überaus reichhaltiges Literaturverzeichnis schließt diese höchst wertvolle Monographie.

H. Stachel (Wien)

S. Lang: Undergraduate Algebra. Third Edition. (Undergraduate Texts in Mathematics.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XI+385 S. ISBN 0-387-22025-9 H/b € 59,95.

Welches Algebra-Buch sollte ein Nicht-Algebraiker besitzen? Als solchen bezeichnet sich der Referent (als Numeriker mit einer vernachlässigbaren Ausbildung in reiner Algebra, aber einem eher massiven Hintergrund in eher ‚zweckorientierter' Linearer Algebra). Ich habe den Text von Serge Lang tatsächlich zu einem guten Teil studiert und sehe es für mich als eine Standardreferenz für Material, das ich normalerweise eher vage im Hinterkopf habe. Zu diesem Zweck eignet sich das Buch aufgrund seiner klaren Strukturierung sehr gut. Als Lehrbuch betrachtet würde dem Text ein Hauch mehr an Anwendungsorientiertheit jedoch gut anstehen.

Auf ein elementar gehaltenes Kapitel über die ganzen Zahlen folgen Einführungen in die Thema Gruppen und Ringe, erst danach ein (ausführliches) Kapitel über uni- und multivariate Polynome sowie über lineare Gruppen und über Körper (inklusive Galoistheorie).

Der Autor versucht – wie er auch im Vorwort betont –, eine Balance zu halten zwischen einem streng deduktiven abstrakten Aufbau und konkreten Fallbeispielen oder – wenn man so will – zwischen klassischer und moderner (abstrakter) Algebra. In sinnvoller Weise komplettiert wird das Buch durch eigene Abschnitte zu den Themen Vektorräume und Moduln, die Konstruktion der reellen und komplexen Zahlenkörper und den Mengenbegriff. Viel ergänzendes Material ist in den

Übungssammlungen verpackt.

In der vorliegenden dritten Auflage dieses Standardtextes (erste Auflage 1987) wurden einige Ergänzungen vorgenommen, z.B. in den Kapiteln über Polynome (Mason-Stothers Theorem – war mir nicht bekannt) und über Matrixalgebren.

W. Auzinger (Wien)

S. Larsson, V. Thomée: Partielle Differentialgleichungen und numerische Methoden. Übersetzt von M. Krieger-Hauwede. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XI+272 S. ISBN 3-540-20823-2 P/b € 39,95.

Dieses Lehrbuch wendet sich an Studierende der angewandten Mathematik und von Ingenieurfächern. Die Autoren versuchen ein inhaltlich möglichst umfassendes Bild des Gebietes zu geben, wobei der Analysis annähernd gleich viel Platz gewidmet ist wie den verschiedenen Klassen numerischer Lösungsverfahren für die Standardtypen partieller Differentialgleichungen. Dies wird ergänzt durch zwei einführende Kapitel (ein bisschen Modellierung, Zweipunkt-Randwertprobleme) und im Anhang durch zwei Kapitel über Hilfsmittel aus der Analysis und Grundlagen der Linearen Algebra.

Eine derartige Gesamtsicht zu dem Thema (Analysis und Numerik gemeinsam) halte ich für sehr sinnvoll. Insbesondere kann der relevante analytische Hintergrund (Approximationstheorie, schwache Ableitung, Sobolevräume, Fouriertransformation) nicht bei allen Studierenden vorausgesetzt werden und ist daher in einem für das Verständnis notwendigen Umfang zu vermitteln, was hier auch geschieht.

Die Lösungsverfahren für elliptische Gleichungen werden sinnvollerweise zunächst für das Zweipunkt-Randwertproblem eingeführt, und im Zusammenhang mit parabolischen Gleichungen werden steife Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen kurz diskutiert. In den Kapiteln über hyperbolische Probleme wäre eine kurze Diskussion nichtlinearer Erhaltungsgleichungen wünschenswert; auf dieses Thema wird aber nicht eingegangen; generell werden nichtlineare Fragestellungen (offenbar bewusst) ausgespart.

Die Autoren (beides bekannte Numeriker) haben sich nicht dazu verleiten lassen, das Ganze in „Analysis light“ zu verpacken; die Darstellung ist mathematisch sauber und gleichzeitig inhaltlich breit. Was fehlt, sind noch mehr konkrete Beispiele, die z.B. für ein besseres Verständnis schwacher (im Vergleich zu klassischen) Lösungen notwendig wären. Dennoch kann das Buch als Referenz für die Vorbereitung einer einschlägigen Vorlesung sehr empfohlen werden.

W. Auzinger (Wien)

S. Mac Lane: Saunders Mac Lane. A Mathematical Autobiography. A. K. Peters, Wellesley, Massachusetts, 2005, XVI+358 S. ISBN 1-56881-150-0 H/b $ 39,–.

Ein fast hundertjähriges Gelehrtenleben tut sich vor uns auf! Der 95jährige erlebte das Erscheinen der Biographie nicht mehr. Seinen Doctor machte er in Göttingen, unter Anleitung von Bernays und Weyl. Berühmt wurde seine Zusammenarbeit mit Samuel Eilenberg; viele abstrakte Theorien des 20. Jahrhunderts tragen seinen Stempel. Ein einflussreiches Buch mit Garrett Birkhoff über Algebra soll nicht unerwähnt bleiben. Nach einigen Zwischenstationen fand er sein Heim in Chicago.

Wie nicht anders zu erwarten, wird uns viel Interessantes über eine lange Epoche aus mathematischer Sicht geboten; von der Erklärung mathematischer Sachverhalte wird im Wesentlichen abgesehen. Im Alter widmete sich Mac Lane (die Schreibweise ist nicht immer gleich) auch überregionalen Organisationen, wie der National Academy of Sciences. Berührend ist, das Leiden seiner langjährigen Gefährtin Dorothy mitzuerleben. Mit der geschiedenen Frau Irvin Segals, Osa, fand er dann noch spät ein neues Glück.

Viele Kapitel sind kurz: wenig mehr als eine Seite. Vielleicht plante er, sie irgendwann auszuarbeiten, wozu es aber nicht kam. Die Aufmachung des Bandes ist gediegen und ansprechend – fester Deckel, hübsche Fotografien und augenschonendes Papier. Ich las diese Biographie mit Freude und Gewinn; ich kann sie im Vergleich mit ähnlichen Biographien anderer bedeutender Mathematiker weder hervorheben noch hintanstellen. Die Beschäftigung mit der Geschichte der Mathematik sei hier besonders auch jüngeren Menschen empfohlen; dieser Band ist ein wichtiger Teil davon.

H. Prodinger (Stellenbosch)

K. Marti, D. Gröger: Grundkurs Mathematik für Ingenieure, Natur- und Wirtschaftswissenschaftler. 2. Auflage. (Physica-Lehrbuch.) Physica-Verlag, Heidelberg, 2004, X+267 S. ISBN 3-7908-0100-3 P/b € 19,95.

Dieses Buch ist aus einer Vorlesung „Grundkurs Mathematik“ für Studienanfänger in den Ingenieurwissenschaften an der Universität der Bundeswehr München hervorgegangen und verfolgt das Ziel, zum einen den Übergang von der Schule zur Hochschule zu erleichtern, zum anderen die mathematischen Grundlagen für Anwendungen in Technik, Natur- und Wirtschaftswissenschaften bereitzustellen. Behandelt wird ausschließlich die Differential- und Integralrechnung in einer reellen Variablen. Der Stoff ist in kleine, kompakte Einheiten zerlegt, übersichtlich dargestellt und durch zahlreiche Abbildungen veranschaulicht. Ferner sind am Ende eines jeden Abschnitts Übungsaufgaben zusammengestellt, welche teils mit einer Musterlösung, zumindest aber mit Ergebnissen versehen sind. Was man nicht findet, ist der Bezug zu Anwendungen in den im Titel angesprochenen Fachrichtungen. Dennoch ein empfehlenswertes Lehrbuch.

G. Karigl (Wien)

A. Papadopoulos: Metric Spaces, Convexity and Nonpositive Curvature. (IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics 6.) EMS, Zürich, 2005, XI+287 S. ISBN 3-03719-010-8 P/b € 48,–.

Dieser Band im Lecture Notes-Format ist eine sorgfältig erarbeitete Monographie über einen großen Teilbereich der Theorie der metrischen Räume. Die Namen großer Mathematiker, auf die sich das Werk bezieht, beginnen bei Hadamard und führen über die wichtigen Beiträge von Menger und Wald zu Busemann und Alexandrov.

Kernthema ist der Aufbau von Begriffen der Konvexität und nichtpositiven Krümmung auf allgemeinen metrischen Räumen, ohne unmittelbare Verwendung von analytischer Geometrie. Die wesentlichen Grundlagen werden in den ersten vier der insgesamt 12 Kapitel erarbeitet. In *Kapitel 1* geht es um die Bogenlänge (Länge rektifizierbarer stetiger Kurven). In *Kapitel 2* werden zunächst Längenräume ('length spaces') beschrieben: die Metrik wird durch das Infimum über die Bogenlängen reproduziert. Geodästsche metrische Räume haben die zusätzliche Eigenschaft, dass je zwei Punkte durch einen geodätischen (kürzesten) Weg verbunden sind. In diesen Räumen kann man Konvexität im Sinne von Menger betrachten, d.h., Existenz eines Mittelpunktes zwischen je zwei Punkten. In *Kapitel 3* werden Resultate über verschiedene Klassen von Abbildungen zwischen metrischen Räumen präsentiert: Lipschitz-Abbildungen, nicht-expandierende und nicht-kontrahierende Abbildungen, lokale Isometrien und Überlagerungen. *Kapitel 4* beschreibt Abstände zwischen Mengen in metrischen Räumen: Hausdorff-Abstand und Busemann-Hausdorff-Abstand, Metriken in der Isometriegruppe.

In den nächsten drei Kapiteln geht es um „traditionelle“ Konvexität in Vektorräumen. *Kapitel 5* beschreibt die klassische affine Konvexität, konvexe Hülle, sowie Konvexität in normierten Räumen. (Jeder metrische Raum kann in einen normierten Raum isometrisch eingebettet werden.) Ein kurzer Absatz beschreibt Konvergenz konvexer Hüllen in der Hausdorff-Metrik, danach folgt Minkowskis Konstruktion der Norm, die durch eine beschränkte, konvexe Umgebung des Nullelements induziert wird. Der letzte Absatz enthält eine detaillierte Ausarbeitung der Hilbert-Metrik eines beschränkten konvexen Körpers. *Kapitel 6* beinhaltet eine Kurzdarstellung der klassischen Theorie konvexer Funktionen auf konvexen Mengen, und in *Kapitel 7* werden strikt konvexe normierte Vektorräume charakterisiert.

Auf der soliden Basis dieser ersten beiden Teile baut der Autor nun den fortgeschrittenen Stoff auf. Busemann-Räume sind geodätische metrische Räume, in denen die Abstandsfunktion zwischen zwei geodätischen Segmenten, als Funktion zweier reeller Parameter, konvex ist. Die vielen interessanten Eigenschaften dieser

Räume werden in *Kapitel 8* präsentiert. Ein metrischer Raum heißt lokalkonvex, wenn jeder Punkt eine Umgebung hat, die ein Busemann-Raum ist *(Kapitel 9)*. In einem solchen Raum kann man den „Tangentenraum" eines Punktes als die Menge der in diesem beginnenden lokalen geodätischen Segmente definieren. Die „Exponentialabbildung" ordnet jedem solchen Segment den Endpunkt zu. Kern von *Kapitel 9* ist die Verallgemeinerung des Cartan-Hadamardschen Satzes: wenn der metrische Raum vollständig, geodätisch, lokalkompakt und lokalkonvex ist, so definiert die Exponentialabbildung eine universelle Überlagerung. *Kapitel 10* enthält eine kurze Darstellung des idealen Randes eines Busemann-Raumes im Unendlichen. Dieser ist durch Äquivalenzklassen von geodätischen Halbstrahlen gegeben, wobei „Äquivalenz" endlichen Hausdorff-Abstand bedeutet. Isometrien von metrischen Räumen, insbes. Busemann-Räumen, werden in *Kapitel 11* untersucht und in elliptisch/parabolisch/hyperbolisch klassifiziert. Das abschließende *Kapitel 12* ist dem wieder sehr aktuellen Thema der Busemann-Funktion bezüglich einem geodätischen Strahl und den zugeordneten Horosphären gewidmet.

Das rein mathematische Material wird ergänzt durch eine ausführliche historische Einleitung, in der der Einfluss der am Beginn dieser Rezension genannten Persönlichkeiten auf den behandelten Themenkreis gewürdigt wird. Jedes Kapitel schließt mit speziellen 'Notes' ab, in denen die entsprechenden Literaturquellen und die Entwicklung der Hauptsätze beschrieben werden.

Dieser Band ist verdient große Beachtung und hat den längerfristigen Wert einer klaren monographischen Darstellung. Es wäre wünschenswert, in einer Vorlesung nach diesem Buch auch eine kritische Masse an interessierten Studentinnen und Studenten für diesen schönen Stoff begeistern zu können.

W. Woess (Graz)

S. Roman: Introduction to the Mathematics of Finance. From Risk Management to Options Pricing. With 55 Figures. (Undergraduate Texts in Mathematics). Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2004, XV+354 S. ISBN 0-387-21375-9 H/b, ISBN 0-387-21364-3 P/b € 49,95.

Das vorliegende Buch bietet, wie schon aus dem Titel erkenntlich, eine gute Einführung in die Finanzmathematik, wobei hier viele verschiedene Aspekte beleuchtet werden.

Zwischen den einzelnen Kapiteln finden sich immer an der richtigen Stelle Wiederholungen zu Grundlagen der diskreten und stochastischen Wahrscheinlichkeitstheorie, die dann in der Finanzmathematik Anwendung finden. Das Buch beginnt mit dem Capital Asset Pricing Model, einem klassischen Portfolio-Modell, das in vielen Unternehmen verwendet wird und normalerweise hauptsächlich in betriebswirtschaftlicher Literatur aufscheint. Danach folgen Basics zu Optionen und ein erster Vorgeschmack auf den Begriff der Arbitrage. Nach Grundlagen zu diskreten Modellen folgt das Cox-Ross-Rubinstein-Modell etwas ausführlicher. Schließlich wird zum stochastischen Teil mit sehr guten Ausführungen zum

Black-Scholes-Modell übergeleitet, der dann durch optimales Stoppen und Anwendungen auf amerikanische Optionen abgerundet wird. Im Anhang finden sich noch Ausführungen zu unvollständigen Märkten und Konvexität.

Das Buch enthält nützliche erklärende Skizzen und zahlreiche Übungsbeispiele, die teilweise im Anhang gelöst werden. Dies ist ein weiteres Einführungsbuch in die Finanzmathematik, das für jeden Anfänger im Grundstudium empfohlen werden kann, aber auch später als Nachschlagewerk herangezogen werden kann.

M. Predota (Graz)

S. Roman: Advanced Linear Algebra. Second Edition. With 18 Illustrations. (Graduate Texts in Mathematics 135). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XVI+482 S. ISBN 0-387-24766-1 H/b € 54,95.

Es liegt nun die überarbeitete und ausgebaute Form der Erstauflage (1992) vor: Ein Kapitel über konvexe bzw. kompakte Mengen sowie zu Trennungsaussagen und eines zur QR-Zerlegung sowie zur Moore-Penrose-Inversen linearer Operatoren stellen die inhaltliche Erweiterung dar.

Einem einleitenden Kapitel über algebraische Strukturen folgt Teil 1, welcher auf die Standardinhalte der Linearen Algebra sowie – sehr ausführlich – auf Module eingeht. Die Kapitelüberschriften (mit Zusatzbemerkungen) sollen genügen: Vektorräume, lineare Abbildungen (topologische Vektorräume), Homomorphie-Sätze (Dualräume), drei Abschnitte über Module (Sprung vom Vektorraum zum Modul, freie und Noethersche Module, Module über Hauptidealen), Strukturaussagen über lineare Operatoren (Minimalpolynom), Eigenwerte und Eigenvektoren (Jordan-Normalform, Diagonalisierbarkeit und Trigonalisierbarkeit linearer Operatoren), Vektorräume mit Skalarprodukt (Bestapproximation), Strukturaussagen über normale lineare Operatoren.

Im Teil 2 werden weiterführende Inhalte präsentiert: Bilinearformen auf metrischen Vektorräumen (hyperbolische und symplektische Geometrie, Witt-Fortsetzungssätze), metrische Räume (Stetigkeit von Abbildungen, Vollständigkeit), Hilberträume (Bestapproximation, Fourierdarstellung, Hilbertbasen), Tensorprodukt (multilineare Abbildungen, iteriertes Tensorprodukt, Determinante), „positive“ Lösungen linearer Systeme – Konvexität und Trennungssätze (konvexe, abgeschlossene, kompakte Teilmengen), affine Geometrie (projektive Geometrie), Faktorisierung linearer Operatoren (Householder-Transformation, OR-Zerlegung, singuläre Eigenwerte der Zusammensetzung einer linearen Abbildung mit ihrer adjungierten, Moore-Penrose-Inverse), Umbral-Kalkül (formale Potenzreihen).

Wie die angeführten Inhalte zeigen, ist diese Monographie zur Linearen Algebra an der Schnittstelle der Algebra und der Analysis positioniert und kann daher sehr gut als Grundlage für einschlägige Lehrveranstaltungen empfohlen werden.

P. Paukowitsch (Wien)

E. Symeonidis: Das Poisson-Integral für Kugeln in Räumen konstanter Krümmung. Logos Verlag, Berlin, 2004, 79 S. ISBN 3-8325-0655-1 P/b € 32,00.

Der Autor beschäftigt sich mit der Problemstellung, Lösungen des Dirichlet-Problems auf gewissen speziellen Räumen explizit darzustellen. Er betrachtet dabei Kugeln in Räumen mit konstanter Krümmung. Im Gegensatz zur qualitativen Theorie der Lösbarkeit des Dirichlet-Problems findet man in der Literatur kaum explizite Darstellungen der Lösungen. Ziel des Autors ist es, diese Lücke, zumindest für die betrachteten Fälle, zu schließen.

Das Buch ist in vier Kapitel gegliedert. Im ersten Kapitel wird das Dirichlet-Problem für die Kugel intensiv studiert. Im zweiten Kapitel werden nichteuklidische Poisson-Integrale auf sogenannte Desintegrationseigenschaften getestet. Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit dem Dirichlet-Problem für das Äußere einer Kugel. Schließlich werden im vierten Kapitel harmonische Funktionen auf Umgebungen isolierter Singularitäten genauer untersucht.

Grundlage der Untersuchungen ist es, explizite Formeln für die diversen Poisson-Kerne zu finden, mit deren Hilfe sich die Lösungen als Poisson-Integrale darstellen lassen. In diesen Formeln tritt immer wieder die aus der klassischen Analysis wohlbekannte hypergeometrische Funktion auf.

Die Beweise der dargelegten Sätze werden streng geführt, es wird jedoch auch einiges an Rechenarbeit dem Leser überlassen. Die Bemühung des Autors, den doch etwas anstrengenden Stoff didaktisch gut aufzubereiten, ist deutlich zu bemerken. Insgesamt ist das vorliegende Werk sicherlich für den Spezialisten von Interesse. Der nicht auf dem Fachgebiet tätige Mathematiker wird vielleicht die Schönheit der teils recht langen Formeln nicht erkennen.

H. Woracek (Wien)

L. M. Wapner: The Pea and the Sun. A Mathematical Paradox. A. K. Peters, Wellesley, Massachusetts, 2005, XIV+218 S. ISBN 1-56881-213-2 H/b $ 34,–.

This book is about the Banach-Tarski theorem: A solid ball in the Euclidean space can be separated into a finite number of pieces which can be reassembled to two solid balls, each of them of equal size to the original.

This is one version of the venerable theorem. Another one states that one can easily (OK, in fact not that easily) make a sphere the size of the sun perfectly out of a sphere the size of a pea. This is where the title of the book originates from.

The book illustrates this truly incredible theorem from all sides. It amazes und puzzles the reader, it leaves the reader disbelieving and allows the reader to recover – well, gradually.

The main actors are Georg Cantor, Stefan Banach, Alfred Tarski, Kurt Gödel and Paul Cohen. Each of them played his part on the way to that incredible piece of mathematics called Banach-Tarski paradox. A couple of personal stories from the author's biography have been weaved into the plot.

This is not a proper textbook. It was never meant to be. It is not straightforward at all. It digresses and it is a bit erratic. But frankly, this is exactly what makes it enjoyable and thrilling. I can recommend this book to anybody who is looking for an entertaining and witty work on a non-trivial mathematical topic. He or she will certainly agree: This book is spot-on.

J. Lang (Graz)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Edmund Hlawka – 90

Edmund Hlawka wurde am 5. November 1916 als Sohn einer Wiener Technikerfamilie in Bruck an der Mur geboren, wo sein Vater kriegsbedingt arbeitete. Schulbesuch in Wien, Studium der Mathematik, Physik und Chemie 1934–1938 an der Universität Wien unter den Mathematikprofessoren Wirtinger, Furtwängler, Hofreiter und Menger, den Dozenten Hornich und Gödel und dem Physiker Hans Thirring. Promotion 1938 mit einem Thema aus der Zahlentheorie, die sein Lebensthema werden sollte. Durch seine Habilitationsschrift „Zur Geometrie der Zahlen", die 1944 in der *Mathematischen Zeitschrift* erscheint, erlangt er als 28-jähriger Weltruf. In dieser Arbeit wird eine von Hermann Minkowski – bekannt auch durch seinen Beitrag zur Relativitätstheorie – aufgeworfene Vermutung bewiesen und geht als Satz von Minkowski-Hlawka in die Literatur ein. Dieses Ergebnis stellt auch heute einen Eckpfeiler der Geometrie der Zahlen, der geometrischen Zahlentheorie, dar und zieht das Interesse bedeutender Mathematiker bis zur Gegenwart auf sich. Die Geometrie der Zahlen wird das eine große Arbeitsgebiet von Edmund Hlawka. Grob gesprochen, werden in der Geometrie der Zahlen zahlentheoretische Probleme mit geometrischen Methoden angegriffen.

Die Habilitation erfolgt 1945, bald erhält er einen Ruf auf ein Ordinariat an der Technischen Hochschule in Graz, folgt aber 1948 einem Ruf an die Wiener Universität, wo er eine breite Lehr- und Forschungstätigkeit über mehr als drei Jahrzehnte entfaltet. In diese Zeit fallen Gastaufenthalte und Gastprofessuren am Institute for Advanced Study in Princeton, in Pasadena, an der Sorbonne in Paris und zahlreiche Vortragseinladungen in Europa und Amerika. In den 50er-Jahren beginnt er sich für die Theorie der Gleichverteilung zu interessieren, die von Hermann Weyl Anfang des 20. Jahrhunderts begründet wurde. Von seinen zahlreichen wichtigen Beiträgen sei die Ungleichung von Koksma-Hlawka genannt. Anwendungen betreffen die Berechnung hochdimensionaler Integrale, wie sie auch in der Finanzmathematik eine Rolle spielen. Diese Forschungstätigkeit reicht bis in die Gegenwart mit zahlreichen Verbindungen zu anderen Gebieten der Mathematik und der mathematischen Physik. 1981 folgt Hlawka einem Ruf auf ein vakantes Ordinariat an der Technischen Universität Wien. Der Ruf erfolgt primo et unico loco.

Hlawka hat zahlreiche hohe Ehrungen erfahren: er ist wirkliches Mitglied der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Auswärtiges Mitglied der Bayerischen und der Rheinisch-Westfälischen Akademie, der Leopoldina und der Akademie in Bologna. Er besitzt fünf Ehrendoktorate und ist Inhaber bedeutender Wissenschaftspreise und des Österreichischen Ehrenzeichens für Wissenschaft und Kunst.

Das reiche Lebenswerk ist unter zwei Aspekten zu sehen: erstens in seinen fundamentalen Beiträgen zur Mathematik, insbesondere zur Zahlentheorie, zweitens in seiner Wirksamkeit als ademischer Lehrer: rund 130 Dissertanten zählen ihn als ihren Doktorvater und mehr als 800 Lehramtskandidaten haben bei ihm die Lehramtsprüfung abgelegt. Viele seiner Schüler sind oder waren als Professoren an österreichischen und ausländischen Universitäten tätig und haben den Ruf der Wiener Zahlentheoretischen Schule in alle Welt getragen.

Edmund Hlawka ist der bedeutendste und, über Werk und Schüler, auch einflussreichste österreichische Mathematiker der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts. Ad multo annos.

Peter M. Gruber, Wien

Mathematisches Kolloquium der Universität Wien

18. 1. 2006: *Stephen S. Kudla* (Univ. Toronto): Representation densities for quadratic forms and arithmetic intersection numbers.

25. 1. 2006: *Vincenco Capasso* (Univ. Wien): On the stochastic geometry of birth-and-growth processes. Applications to material science, biology and medicine.

15. 2. 2006: *Warwick Tucker* (Uppsala Univ.): The Lorenz attractor exists.

22. 3. 2006: *Günther Hörmann* (Univ. Wien): Find your way IntOMath – das eLearning-Projekt der Fakultät.

29. 3. 2006: *Bernhard Lamel* (Univ. Wien): Parametrization of groups of CR automorphisms.

10. 5. 2006: *Christian Schmeiser* (Univ. Wien): Kinetic regularization of nonlinear hyperbolic conservation laws.

17. 5. 2006: *Klaus Schmidt* (Univ. Wien): Mahler measure, Fuglede-Kadison determinants and entropy of algebraic actions of discrete ameneable groups.

23. 5. 2006: *Dominique Foata* (Strasbourg): The MacMahon Verfahren for signed permutations.

24. 5. 2006: *Wulf-Dieter Geyer* (Univ. Erlangen): Pseudo-algebraisch-abgeschlossene (PAC) Körper.

31. 5. 2006: *Pavel Zalessi* (Univ. Brasilia): The congruence subgroup problem: profinite ascpect.

7. 6. 2006: *Karlheinz Gröchenig* (Univ. Wien): Wieners Lemma: Thema und Variationen.

14. 6. 2006: *Franz Luef* (Univ. Wien): On the construction of projective modules over twisted C^*-algebras.

28. 6. 2006: *Gerald Teschl* (Univ. Wien): Was haben Solitonen auf periodischen Trägerwellen, was andere nicht haben.

18. 10. 2006: *Spyridon Kamvissis* (Univ. Crete): On nonlinear steepest descent.

25. 10. 2006: *Maurice de Gosson* (Univ. Wien): Density operators and the uncertainty principle.

8. 11. 2006: *Josef Teichmann* (TU Wien): Characterization of optimal tranport plans for the Monge-Kantorovich problem.

15. 11. 2006: *Alexander Sakhnovich* (Univ. Wien): Transfer matric function representation of the fundamental solutions and Darboux matrices.

22. 11. 2006: *Jaroslav Nešetřil* (Karlsuniv. Prag): Dualities.

13. 12. 2006: *Ole Warnaar* (Univ. Melbourne): Beta integrals.

Vorträge im Rahmen von Defensiones an der Universität Wien

17. 2. 2006: *Hans Gmasz* (Univ. Wien): Lefschetz-Zahlen für Automorphismen ordentlicher Ordnung auf der Kohomologie arithmetischer Gruppen.

19. 4. 2006: *Ulrich Haböck* (Univ. Wien): Cohomology & classification problems in dynamics.

20. 4. 2006: *Iris Ostermann* (Univ. Wien): Grundvorstellung der ebenen und räumlichen Koordinatengeometrie – Gegenüberstellung von traditionellem und computerunterstütztem Mathematikunterricht.

7. 7. 2006: *Florian Drabeck* (Univ. Wien): Monte Carlo simulation of boundary crossing probabilities for a Brownian motion and curved boundaries.

14. 9. 2006: *Eberhard Mayrhofer* (Univ. Wien): The wave equation on singular space-times.

25. 10. 2006: *Tomas Futas* (Univ. Wien): Internal consistency and the singular cardinal hypothesis.

23. 11. 2006: *Gerald Gotsbacher* (Univ. Wien): Eisenstein cohomology for a rational form of $\mathrm{SO}(n,2)$.

Vorträge im Rahmen von Habilitationen an der Universität Wien

4. 10. 2006: *Bernhard Lamel* (Univ. Wien): Finite Determination of CR maps.

11. 10. 2006: *Roland Zweimüller* (Univ. Wien): Probability theory for infinite measure preserving transformation.

Vorträge im Rahmen des ESI-Programms "Diophantine Approximation and Height"

21. 3. 2006: *Noriko Hirata-Kohno* (Nihon Univ.): Number of solutions to unit equations in two variables.

21. 3. 2006: *David Sinnou* (Univ. Paris VI): Heights on elliptic curves.

24. 3. 2006: *Wadim Zudilin* (Moscow Univ.): Effective lower bounds for $\|(N+1)/B^k\|$.

24. 3. 2006: *Corentin Pontreau* (Univ. Caen): Small points on surfaces.

28. 3. 2006: *Jeffrey Valler* (Univ. Texas): An ABC inequality for Mahler's measure.

28. 3. 2006: *Tarlok Shorey* (Tata Institute): Prime divisors of products in arithmetic progressions.

7. 4. 2006: *Kalman Györy* (Univ. Debrecen): Polynomial powers and binomial Thue equations.

7. 4. 2006: *Jan-Hendrik Evertse* (Univ. Leiden): Pairs of binary forms with given results.

7. 4. 2006: *Yann Bugeaud* (Univ. Strasbourg): Transcendental continued fractions.

11. 4. 2006: *Aurelien Galateau* (Univ. Paris VI): The Bogomolov problem on a product of elliptic curves.

11. 4. 2006: *Pietro Corvaja* (Univ. Udine): Greatest prime factor of Markov pairs and integral points on surfaces.

Aus der Redaktion

Seit März dieses Jahres verstärkt Herr Univ. Prof. *Hans Humenberger* von der Universität Wien die Redaktion der IMN. Hans Humenberger beschäftigt sich mit verschiedenen Fragen der Didaktik der Mathematik, insbesondere mit der Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts. Vor seinem Ruf an die Universität Wien im Jahr 2005 war er u.a. an der Universität Dortmund und an der Universität Essen tätig.

Herzlich willkommen in der Redaktion der IMN!

Michael Drmota (Herausgeber der IMN)

Persönliches

Herr emer.Univ.Prof. Dr. DDr.h.c.mult. *Edmund Hlawka* erhielt das Große Goldene Ehrenkreuz für Verdienste um die Republik Österreich mit Stern.[1]

[1]Siehe auch den Artikel „Ein Virtuose der abstrakten Formel. Ein kurzer Essay über das, was bleibt" von Rudolf Taschner aus „Die Presse" vom 29. 3. 2006:
http://www.diepresse.com/home/meinung/quergeschrieben/rudolftaschner/293921/index.do

Neue Mitglieder

Christoph Erath, Dipl.Ing. — Institut für Numerische Mathematik, Helmholtzstr. 18, D-89069 Ulm. geb. 1979. 2005 Diplom Technische Mathematik TU Wien, seit 2005 Assistent an der Universität Ulm (Promotionsstudium). e-mail *christoph.erath@uni-ulm.de*.

Annemarie Luger, Doz. Dr. — Centre for Mathematical Sciences, Lund University of Technology/Lund University, Box 118, 22100 Lund, Schweden. geb. 1972. 1999 Promotion an der TU Wien, 2000 bis 2006 TU Wien, 2006 Habilitation für *Mathematische Analysis*, Sommer 2006 Gastprofessorin an der TU Berlin, seit Herbst 2006 LTH Lund. e-mail *aluger@mail.zserv.tuwien.ac.at*.

Helmut Pils, Mag. — Lebzelterbreite 7, A-3390 Melk. geb. 1964. Nach dem Lehramtsstudium der Mathematik und Physik an der TU Wien verschiedene Tätigkeiten (print@media. Österreichische Nationalbibliothek, Salzburg Research, Frequentis GmbH). Seit 2006/07 Unterrichtspraktikum am Bundesgymnasium und Bundesrealgymnasium Wieselburg. e-mail *helmut.pils@p31.at*.

Kristan Schneider, Dr. — Münichreiterstr. 12, A-1130 Wien. geb. 1981. 1999–2003 Diplomstudium Mathematik Univ. Wien, 2003–2005 Doktoratsstudium Univ. Wien, seither an der Fakultät für Mathematik der Universität Wien. e-mail *kristan.schneider@univie.ac.at*.

Roman Weyand — Koppstr. 73/5/1/6, A-1160 Wien. geb. 1971.