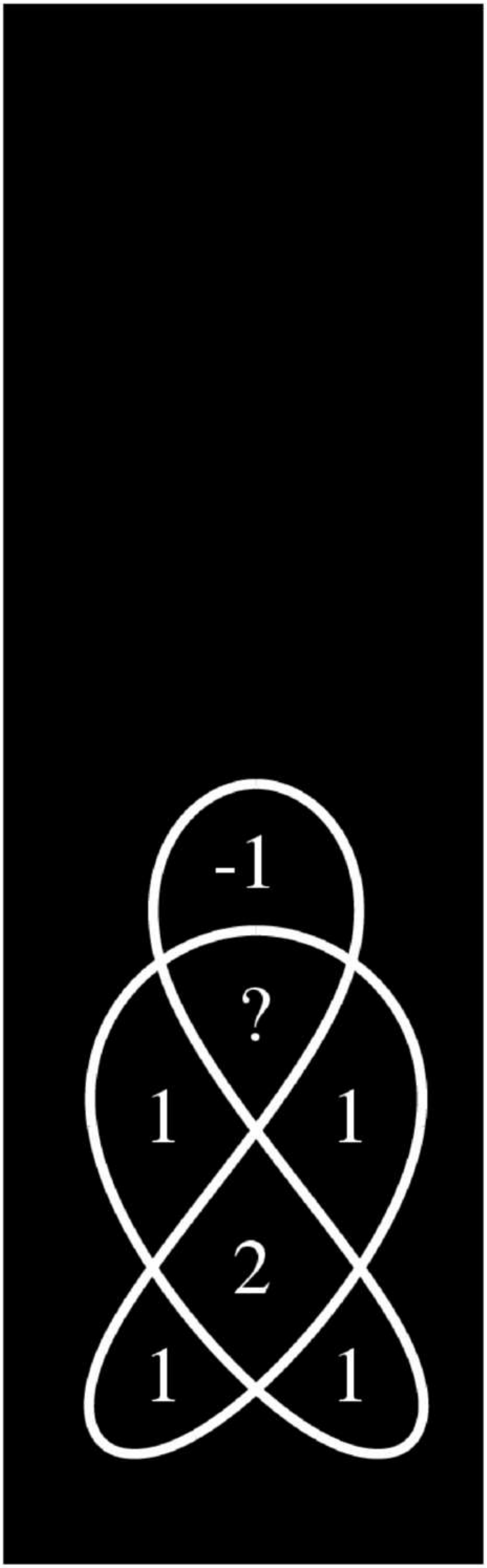
IMN

Internationale Mathematische Nachrichten
Nr. 200



Ergodentheorie
Friedrich Hirzebruch
Lehramtsstudium
J. Cigler: Erinnerungen
Helmut Florian

Österreichische
Mathematische
Gesellschaft

Dezember 2005

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/104, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 20,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC/SWIFT-Code BKAUATWW).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

Sekretariat:

TU Wien, Institut 104,
Wiedner Hauptstr. 8–10, A 1040 Wien.
Tel. +43-1-58801-11823
email: *sekr@oemg.ac.at*

Vorstand:

R. Tichy (TU Graz): Vorsitzender
W. Schachermayer (TU Wien): Stellvertretender Vorsitzender
M. Drmota (TU Wien): Herausgeber der IMN
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck): Schriftführer
I. Fischer (Univ. Klagenfurt): Stellvertretende Schriftführerin
H. Pottmann (TU Wien): Kassier
F. Rendl (Univ. Klagenfurt): Stellvertretender Kassier
G. Teschl (Univ. Wien): Web-Beauftragter (kooptiert)

Vorsitzende der Sektionen und Kommissionen:

L. Reich (Graz)
A. Ostermann (Innsbruck)
H. Kautschitsch (Klagenfurt)
G. Larcher (Linz)
P. Hellekalek (Salzburg)
C. Schmeiser (Wien)
R. Geretschläger (Lehrersektion)
W. Schlöglmann (Didaktikkommission)

Beirat:

A. Binder (Linz)
C. Christian (Univ. Wien)
U. Dieter (TU Graz)
G. Gottlob (TU Wien)
P. M. Gruber (TU Wien)
G. Helmberg (Univ. Innsbruck)
H. Heugl (Wien)
E. Hlawka (TU Wien)
W. Imrich (MU Leoben)
M. Koth (Univ. Wien)
W. Kuich (TU Wien)
R. Mlitz (TU Wien)
W. Müller (Klagenfurt)
W. G. Nowak (Univ. Bodenkult. Wien)
N. Rozsenich (Wien)
F. Schweiger (Univ. Salzburg)
K. Sigmund (Univ. Wien)
H. Sorger (Wien)
H. Stachel (TU Wien)
H. Strasser (WU Wien)
G. Teschl (Univ. Wien)
H. Troger (TU Wien)
W. Wurm (Wien)

Vorstand, Sektions- und Kommissionsvorsitzende gehören statutengemäß dem Beirat an.

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 20,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC BKAUATWW).

http://www.oemg.ac.at/
email: *oemg@oemg.ac.at*

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 200 (59. Jahrgang) **Dezember 2005**

Inhalt

Kunden der städtischen Autobusse in San Francisco konnten sich im Februar 2005 über ein Rätsel ähnlich dem auf der Titelseite abgebildeten den Kopf zerbrechen. Für die Lösung eines der monatlich vom Mathematical Sciences Research Institute in Berkeley gestalteten *Puzzles on Wheels* waren US$ 100,– zu gewinnen (siehe *http://www.msri.org/pow*).

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 200 (2005), 1–21

Algebra, arithmetic and multi-parameter ergodic theory

Klaus Schmidt
University of Vienna

1 Introduction

While classical ergodic theory deals largely with single ergodic transformations or flows (i.e., with actions of $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}_+$ or $\mathbb{R}$ on measure spaces), many of the lattice models in statistical mechanics (such as dimer models) have multi-dimensional symmetry groups: they carry actions of $\mathbb{Z}^d$ or $\mathbb{R}^d$ with $d > 1$. However, the transition from $\mathbb{Z}$- or $\mathbb{R}$-actions to multi-parameter ergodic theory presents considerable difficulties, even if one restricts attention to actions of $\mathbb{Z}^d$ with $d \geq 1$ (as we shall do throughout this article).

To illustrate this point, compare the classical theory of topological Markov chains (cf. e.g. [31]) with the complexities and undecidability problems arising in the study of cellular automata and more general multi-dimensional shifts of finite type (cf. [3], [49] or [24]). Even if undecidability is not an issue, multi-dimensional shift of finite type exhibit a markedly more complicated behaviour than their classical relatives (cf. e.g. [10, 11, 36, 42]).

Another feature of the transition from $d = 1$ to $d > 1$ is that smooth $\mathbb{Z}^d$-actions with $d > 1$ on compact manifolds have zero entropy, since individual elements of $\mathbb{Z}^d$ act with finite entropy. The powerful ideas and tools of smooth ergodic theory are thus of limited use for $\mathbb{Z}^d$-actions. Furthermore, smooth $\mathbb{Z}^d$-actions are not exactly abundant: all known examples arise from 'algebraic' constructions (commuting group translations, commuting automorphisms of finite-dimensional tori or solenoids, or actions of Cartan subgroups of semisimple Lie groups on homogeneous spaces). Again one should compare this with the richness of examples in classical smooth ergodic theory which contributes so much to the appeal of the subject.

ISSN 0020-7926

Making a virtue out of necessity, let us briefly turn to commuting automorphisms of finite-dimensional tori. Toral automorphisms are among the longest and most intensively studied measure-preserving transformations (their investigation contributed much to the formulation and understanding of fundamental dynamical concepts like hyperbolicity and geometrical notions of entropy), and it came as a considerable surprise when Hillel Furstenberg [19] proved in 1967 that unexpected things may happen if one studies not one, but two commuting toral maps: he showed that the only closed infinite subset of the circle $\mathbb{T} = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ which is simultaneously invariant under multiplication by 2 and by 3 is the circle itself (this is a statement about commuting surjective homomorphisms of $\mathbb{T}$, but it has an immediate extension to commuting automorphisms of the 6-adic solenoid). In contrast, each of the two maps consisting of multiplication by 2 and by 3, respectively, is very easily seen to have many infinite closed invariant subsets. In connection with this result Furstenberg asked the famous – and still unanswered – question whether Lebesgue measure is the only nonatomic probability measure on $\mathbb{T}$ which is simultaneously invariant under multiplication by 2 and by 3.

A partial answer to Furstenberg's question was given by D. Rudolph in [39], where he showed that Lebesgue measure is the only nonatomic probability measure on $\mathbb{T}$ which is ergodic under the $\mathbb{N}^2$-action generated by multiplication by 2 and by 3, and which has positive entropy under at least one of these maps. The results by Furstenberg on invariant sets and by Rudolph on invariant measures have subsequently been extended to commuting toral and solenoidal automorphisms by D. Berend [1, 2], A. Katok and R. Spatzier [22] and M. Einsiedler and E. Lindenstrauss in [15].

In 1978, Ledrappier [30] presented another surprising example: two commuting automorphisms of a compact abelian group such that the $\mathbb{Z}^2$-action generated by them is mixing, but not mixing of higher order (the problem whether there exists a *single* finite measure preserving transformation with this property is one of the famous unresolved questions in ergodic theory).

These examples by Furstenberg and Ledrappier sparked off a systematic investigation of $\mathbb{Z}^d$-actions by commuting automorphisms of compact groups (which will be referred to as *algebraic $\mathbb{Z}^d$-action* throughout this article). A key ingredient of this study, which began in 1989–1990 with the papers [25], [32], [40] and [41], is the connection of algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions with commutative algebra and arithmetical algebraic geometry. By combining ideas and methods from these areas with standard tools of ergodic theory one can obtain a great deal of insight into these actions and effectively resolve some rather difficult problems like higher order mixing, entropy calculations or the Bernoulli property. For reasons of space I will not discuss the very intriguing *rigidity properties* of algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions (such as scarcity of invariant probability measures and isomorphism rigidity). The interested reader can pursue these topics in the papers [4, 5, 6, 15, 21, 22, 27]. Instead I will focus on the many links between dynamics, algebra and arithmetic which become apparent in the investigation of these actions.

These notes are an expanded and updated version of the lecture [44] by the author at the Third European Congress of Mathematics in Barcelona.

I would like to end this introduction by thanking Michael Baake for bringing the reference [50] to my attention.

2 Algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions and their dual modules

Let $\alpha\colon \mathbf{n} \mapsto \alpha^{\mathbf{n}}$ be an action of $\mathbb{Z}^d$, $d \geq 1$, by continuous automorphisms of a compact abelian group X with Borel field $\mathcal{B}_X$ and normalized Haar measure λ_X. If β is a second algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact abelian group Y, then β is an *algebraic factor* of α if there exists a continuous surjective group homomorphism $\phi\colon X \longrightarrow Y$ with

$$\phi \cdot \alpha^{\mathbf{n}} = \beta^{\mathbf{n}} \cdot \phi \tag{2.1}$$

for every $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$. The actions α and β are *finitely equivalent* if each of them is a finite-to-one algebraic factor of the other. If the map ϕ in (2.1) is a group isomorphism then α and β are *algebraically conjugate*. If ϕ is a measure-preserving isomorphism of the measure spaces $(X, \mathcal{B}_X, \lambda_X)$ and $(Y, \mathcal{B}_Y, \lambda_Y)$, and if (2.1) holds λ_X-*a.e.*, then the actions α and β are *measurably conjugate*.

In [25] and [41], Pontryagin duality was shown to imply a one-to-one correspondence between algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions (up to algebraic conjugacy) and modules over the ring of Laurent polynomials $R_d = \mathbb{Z}[u_1^{\pm 1}, \dots, u_d^{\pm 1}]$ with integral coefficients in the commuting variables $u_1, \dots, u_d$ (up to module isomorphism). In order to explain this correspondence we write a typical element $f \in R_d$ as $f = \sum_{\mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}}$ with $u^{\mathbf{m}} = u_1^{m_1} \cdots u_d^{m_d}$ and $f_{\mathbf{m}} \in \mathbb{Z}$ for every $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_d) \in \mathbb{Z}^d$, where $f_{\mathbf{m}} = 0$ for all but finitely many $\mathbf{m}$. A nonzero Laurent polynomial $f \in R_d$ is *irreducible* if it cannot be written as $f = f_1 f_2$ with $f_i \in R_d$ and $f_i \neq \pm u^{\mathbf{m}}$ for every $\mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d$ and $i = 1, 2$.

If α is an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact abelian group X, then the additively-written dual group $M = \widehat{X}$ is a module over the ring R_d with operation

$$f \cdot a = \sum_{\mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{m}} \widehat{\alpha^{\mathbf{m}}}(a) \tag{2.2}$$

for $f \in R_d$ and $a \in M$, where $\widehat{\alpha^{\mathbf{m}}}$ is the automorphism of $M = \widehat{X}$ dual to $\alpha^{\mathbf{m}}$. In particular,

$$u^{\mathbf{m}} \cdot a = \widehat{\alpha^{\mathbf{m}}}(a) \tag{2.3}$$

for $\mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d$ and $a \in M$. Conversely, any R_d-module M determines an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action α_M on the compact abelian group $X_M = \widehat{M}$ with $\alpha_M^{\mathbf{m}}$ dual to multiplication by $u^{\mathbf{m}}$ on M for every $\mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d$ (cf. (2.3)). Note that X_M is metrizable if and only if its *dual module* M is countable.

Examples 2.1. (1) Let $M = R_d$. Since R_d is isomorphic to the direct sum $\sum_{\mathbb{Z}^d} \mathbb{Z}$ of copies of $\mathbb{Z}$, indexed by $\mathbb{Z}^d$, the dual group $X = \widehat{R_d}$ is isomorphic to the Cartesian product $\mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}$ of copies of $\mathbb{T} = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$. We write a typical element $x \in \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}$ as $x = (x_{\mathbf{n}})$ with $x_{\mathbf{n}} \in \mathbb{T}$ for every $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$ and choose the identification

$$\langle x, f\rangle = \exp\Bigl(2\pi i \sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{n}} x_{\mathbf{n}}\Bigr), \quad x = (x_{\mathbf{n}}) \in \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}, \quad f = \sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{n}} u^{\mathbf{n}} \in R_d, \tag{2.4}$$

of $X_{R_d} = \widehat{R_d}$ with $\mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}$. Under this identification the $\mathbb{Z}^d$-action α_{R_d} on $X_{R_d} = \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}$ becomes the shift-action

$$(\alpha_{R_d}^{\mathbf{m}} x)_{\mathbf{n}} = (\sigma^{\mathbf{m}} x)_{\mathbf{n}} = x_{\mathbf{m}+\mathbf{n}}. \tag{2.5}$$

(2) For every $f = \sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{n}} \in R_d$ we denote by $f(\sigma)\colon \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d} \longrightarrow \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}$ the group homomorphism

$$f(\sigma) = \sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{n}} \sigma^{\mathbf{n}}. \tag{2.6}$$

Suppose that $I \subset R_d$ is an ideal and $M = R_d/I$. Since M is a quotient of the additive group R_d by an $\widehat{\alpha_{R_d}}$-invariant subgroup (i.e., by a submodule), the dual group $X_M = \widehat{M}$ is the closed α_{R_d}-invariant subgroup

$$\begin{aligned} X_{R_d/I} &= \{x \in X_{R_d} = \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d} : \langle x, f\rangle = 1 \text{ for every } f \in I\} \\ &= \Bigl\{x \in \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d} : \sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^d} f_{\mathbf{n}} x_{\mathbf{m}+\mathbf{n}} = 0 \pmod 1 \\ &\qquad\qquad \text{for every } f \in I \text{ and } \mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d\Bigr\} \\ &= \bigcap_{f\in I} \ker f(\sigma) \ \text{ (cf. (2.6))}, \end{aligned} \tag{2.7}$$

and $\alpha_{R_d/I}$ is the restriction of the shift-action $\sigma = \alpha_{R_d}$ in (2.5) to the shift-invariant subgroup $X_{R_d/I} \subset \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d}$. Conversely, let $X \subset \mathbb{T}^{\mathbb{Z}^d} = \widehat{R_d}$ be a closed subgroup, and let

$$X^{\perp} = \{f \in R_d : \langle x, f\rangle = 1 \text{ for every } x \in X\}$$

be the annihilator of X in $\widehat{R_d}$. Then X is shift-invariant if and only if $X^{\perp}$ is an ideal in R_d. $\diamondsuit$

Examples 2.2. (1) Let $d=1$, $c=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, and let $I=\{f\in R_1 : f(c)=0\}$. Then I is the principal ideal generated by the irreducible polynomial $h(u)=u^2-u-1\in R_1$, $R_1/I\cong\{f(c) : f\in R_1\}=\mathbb{Z}[c]$,

$$X_{R_1/I}=\{x=(x_n)\in\mathbb{T}^{\mathbb{Z}} : x_n+x_{n+1}-x_{n+2}=0 \pmod 1 \text{ for every } n\in\mathbb{Z}\},$$

and $\alpha_{R_1/I}$ is the shift (2.5) on $X_{R_1/I}$.

We define a continuous group homomorphism $\phi\colon X_{R_1/I}\longrightarrow\mathbb{T}^2$ by setting $\phi(x)=\left(\begin{smallmatrix}x_0\\x_1\end{smallmatrix}\right)$ for every $x=(x_n)\in X_{R_1/I}$. It is easy to see that ϕ is actually a group isomorphism, and that $\phi\circ\alpha_{R_1/I}=\beta\circ\phi$, where β is the linear automorphism of $\mathbb{T}^2$ defined by the companion matrix $M_h=\left(\begin{smallmatrix}0&1\\1&1\end{smallmatrix}\right)$ of the polynomial h. In other words, $\alpha_{R_1/(h)}$ is algebraically conjugate to (the algebraic $\mathbb{Z}$-action defined by) M_h.

(2) Let $n\geq 2$, and let $B\in\mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$ be an irreducible matrix (*irreducible* means that the characteristic polynomial $h=\chi_B\in R_1$ of B is irreducible). We write h as $h=h_0+h_1u+\cdots+u^n$ and denote by

$$M_h=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & & 0 & 0\\ \vdots & & & \ddots & & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1\\ -h_0 & -h_1 & -h_2 & \cdots & -h_{n-2} & -h_{n-1}\end{pmatrix}$$

the companion matrix of h. Then B and M_h are conjugate in $\mathrm{SL}(n,\mathbb{Q})$, i.e., there exists a nonsingular $n\times n$ integer matrix C with $C\cdot M_h=B\cdot C$.

Denote by $I=(h)\subset R_1$ the principal ideal generated by h and write $\alpha_{R_1/(h)}$ for the shift on the subgroup $X_{R_1/(h)}\subset\mathbb{T}^{\mathbb{Z}}$ in (2.7). Exactly as in Example (1) we consider the continuous group isomorphism $\phi\colon X_{R_1/I}\longrightarrow\mathbb{T}^n$ given by

$$\phi(x)=\begin{pmatrix}x_0\\ \vdots\\ x_{n-1}\end{pmatrix}$$

and observe that $\phi\circ\alpha_{R_1/(h)}=M_h\circ\phi$, i.e., that $\alpha_{R_1/(h)}$ is algebraically conjugate to the toral automorphism M_h.

The matrix C defines a continuous, finite-to-one linear group homomorphism $\psi\colon\mathbb{T}^n\longrightarrow\mathbb{T}^n$ with $\psi\circ M_h=\beta\circ\psi$, where β is the linear automorphism of $\mathbb{T}^n$ defined by B. It follows that β is a finite-to-one algebraic factor of $\alpha_{R_1/(h)}$. Similarly one sees that $\alpha_{R_1/(h)}$ is a finite-to-one algebraic factor of β, i.e., that $\alpha_{R_1/(f)}$ and β are finitely equivalent.

(3) Let us call a polynomial $h=h_0+\cdots+h_{n-1}u^{n-1}+h_nu^n$ in R_1 a *unit polynomial* if $|h_0|=|h_n|=1$. In Example (2) we saw that the automorphisms $\alpha_{R_1/(h)}$

arising from unit polynomials $h \in R_1$ are – up to finite equivalence – in one-to-one correspondence with the toral automorphisms.

Can we find equally familiar models for polynomials in R_1 which are not units? Consider, for example, the polynomial $h = 2 - u$. According to (2.7),

$$X_{R_1/(h)} = \{x = (x_n) \in \mathbb{T}^{\mathbb{Z}} : x_{n+1} = 2x_n \text{ for every } n \in \mathbb{Z}\},$$

and the map $\phi\colon X_{R_1/(h)} \longrightarrow \mathbb{T}$ defined by $\phi(x) = x_0$ for every $x = (x_n) \in X_{R_1/(h)}$ satisfies that $\phi \circ \alpha_{R_1/(h)} = T_2 \circ \phi$, there $T_2\colon \mathbb{T} \longrightarrow \mathbb{T}$ is the surjective group homomorphism consisting of multiplication by 2. In other words, multiplication by 2 is a 'factor' of $\alpha_{R_1/(h)}$, and it is easy to see that $\alpha_{R_1/(h)}$ is – in an obvious sense – the 'smallest' extension of T_2 to a group automorphism.

Since $R_1/(h) \cong \mathbb{Z}[1/2]$, the group of rational numbers whose denominator is a power of 2, a little bit of classical harmonic analysis shows that

$$X_{R_1/(h)} = \widehat{R_1/(h)} \cong \widehat{\mathbb{Z}[1/2]} \cong (\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_2)/\iota(\mathbb{Z}[1/2]) \cong (\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_2)/\iota(\mathbb{Z}), \tag{2.8}$$

where $\mathbb{Q}_p$ and $\mathbb{Z}_p$ denote the p-adic rationals and integers, respectively, and where ι denotes diagonal embedding. Under the above isomorphism between $X_{R_1/(h)}$ and $(\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_2)/\iota(\mathbb{Z}[1/2])$ the shift $\alpha_{R_1/(h)}$ corresponds to diagonal multiplication by 2 on $\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_2$.

For the polynomial $h = 3 - 2u$ we obtain a similar picture:

$$X_{R_1/(h)} = \{x = (x_n) \in \mathbb{T}^{\mathbb{Z}} : 2x_{n+1} = 3x_n \text{ for every } n \in \mathbb{Z}\}$$

and the map $\phi(x) = x_0$ defined above sends $\alpha_{R_1/(h)}$ to 'multiplication by $3/2$' on $\mathbb{T}$. As in (2.8) we find that

$$X_{R_1/(h)} = \widehat{R_1/(h)} \cong \widehat{\mathbb{Z}[1/6]} \cong (\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_2 \times \mathbb{Q}_3)/\iota(\mathbb{Z}[1/6]) \cong (\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3)/\iota(\mathbb{Z}),$$

and that $\alpha_{R_1/(h)}$ corresponds to diagonal multiplication by $3/2$ on the 6-adic solenoid $(\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_2 \times \mathbb{Q}_3)/\iota(\mathbb{Z}[1/6])$. ◊

In order to understand the automorphism $\alpha_{R_1/(h)}$ for an arbitrary irreducible element $h \in R_1$ we cast our net a little wider and consider irreducible algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions.

Definition 2.3. *An algebraic $\mathbb{Z}^d$-action α on a compact abelian group X is* irreducible *if every closed α-invariant subgroup $Y \subsetneq X$ is finite.*

Exercise 2.4. Let $h \in R_1$ be an irreducible Laurent polynomial. Show that $\alpha_{R_1/(h)}$ is irreducible. Show that this is no longer true if $d \geq 2$. ◊

The following description of all irreducible algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions is taken from [41] and [16].

Let K be an algebraic number field, i.e., a finite extension of $\mathbb{Q}$. For every valuation v of K, the completion K_v of K with respect to v is a locally compact, metrizable field. Choose a Haar measure λ_v on K_v (with respect to addition) and denote by $\mathrm{mod}_{K_v}\colon K_v \longrightarrow \mathbb{R}$ the map satisfying

$$\lambda_v(aB) = \mathrm{mod}_{K_v}(a)\lambda_v(B) \tag{2.9}$$

for every $a \in K_v$ and every Borel set $B \subset K_v$. The restriction of mod_{K_v} to K is a valuation which is equivalent to v and is denoted by $|\cdot|_v$. We write $P^{(K)}$, $P_f^{(K)}$, and $P_\infty^{(K)}$ for the sets of places, finite places and infinite places of K (the relevant terminology and results can be found in [12] or [51]).

For every $v \in P^{(K)}$, the sets

$$\mathcal{R}_v = \{a \in K_v : |a|_v \le 1\}, \qquad \mathcal{R}_v^\times = \{a \in K_v : |a|_v = 1\} \tag{2.10}$$

are compact. If v is finite, then $\mathcal{R}_v$ is the unique maximal compact subring of K_v and is also open, and the ideal

$$\mathcal{P}_v = \{a \in K_v : |a|_v < 1\} \subset \mathcal{R}_v \tag{2.11}$$

is open, closed and maximal. The set

$$\mathfrak{o}_K = \bigcap_{v \in P_f^{(K)}} \{a \in K : |a|_v \le 1\} \tag{2.12}$$

is the ring of integral elements in K.

Now suppose that $d \ge 1$ and $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_d) \in (\bar{\mathbb{Q}}^\times)^d$, where $\bar{\mathbb{Q}}$ is the algebraic closure of $\mathbb{Q}$ and $\bar{\mathbb{Q}}^\times = \bar{\mathbb{Q}} \smallsetminus \{0\}$. We set $K = K_{\mathbf{c}} = \mathbb{Q}(c_1, \dots, c_d) = \mathbb{Q}[c_1^{\pm 1}, \dots, c_d^{\pm 1}]$ and

$$S_{\mathbf{c}} = P_\infty^{(K)} \cup \{v \in P_f^{(K)} : |c_i|_v \ne 1 \ \text{ for some } \ i = 1, \dots, d\}. \tag{2.13}$$

The set $S_{\mathbf{c}}$ is finite by [51, Theorem III.3]. We denote by

$$\iota_{\mathbf{c}}\colon K \longrightarrow V_{\mathbf{c}} = \prod_{v \in S_{\mathbf{c}}} K_v \tag{2.14}$$

the diagonal embedding $a \mapsto (a, \dots, a)$, $a \in K$, and put

$$\mathcal{R}_{\mathbf{c}} = \{a \in K : |a|_v \le 1 \ \text{ for every } \ v \in P^{(K)} \smallsetminus S_{\mathbf{c}}\} \supset \mathfrak{o}_K. \tag{2.15}$$

The set $V_{\mathbf{c}}$ is a locally compact algebra over K with respect to coordinate-wise addition, multiplication and scalar multiplication, and $\iota_{\mathbf{c}}(\mathcal{R}_{\mathbf{c}})$ is a discrete, co-compact, additive subgroup of $V_{\mathbf{c}}$, and we put

$$Y_{\mathbf{c}} = V_{\mathbf{c}} \,/\, \iota_{\mathbf{c}}(\mathcal{R}_{\mathbf{c}}). \tag{2.16}$$

According to [43, (7.6)] we may identify $Y_{\mathbf{c}}$ with the dual group of $\mathcal{R}_{\mathbf{c}}$, i.e.,

$$Y_{\mathbf{c}} = \widehat{\mathcal{R}_{\mathbf{c}}}. \tag{2.17}$$

By definition,

$$c_i \in \mathcal{R}_{\mathbf{c}}^{\times} = \{a \in \mathcal{R}_{\mathbf{c}} : a^{-1} \in \mathcal{R}_{\mathbf{c}}\} \tag{2.18}$$

for every $1 \leq i \leq d$. We put, for every $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_d) \in \mathbb{Z}^d$,

$$\mathbf{c}^{\mathbf{n}} = c_1^{n_1} \cdots c_d^{n_d}, \tag{2.19}$$

write every $a \in V_{\mathbf{c}}$ as $a = (a_v) = (a_v, v \in S)$ with $a_v \in K_v$ for every $v \in S$, and define a $\mathbb{Z}^d$-action $\bar{\beta}_{\mathbf{c}}$ on $V_{\mathbf{c}}$ by setting

$$\bar{\beta}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}} a = \iota_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}^{\mathbf{n}}) a = (\mathbf{c}^{\mathbf{n}} a_v) \tag{2.20}$$

for every $a = (a_v) \in V_{\mathbf{c}}$ and $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$. As $\bar{\beta}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}}(\iota_{\mathbf{c}}(\mathcal{R}_{\mathbf{c}})) = \iota_{\mathbf{c}}(\mathcal{R}_{\mathbf{c}})$ for every $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$, $\bar{\beta}_{\mathbf{c}}$ induces an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action $\beta_{\mathbf{c}}$ on the compact abelian group $Y_{\mathbf{c}}$ in (2.16) by

$$\beta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}}(a + \iota_{\mathbf{c}}(\mathcal{R}_{\mathbf{c}})) = \bar{\beta}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}} a + \iota_{\mathbf{c}}(\mathcal{R}_{\mathbf{c}}) \tag{2.21}$$

for every $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$ and $a \in V_{\mathbf{c}}$, whose dual action $\hat{\beta}_{\mathbf{c}} \colon \mathbf{n} \mapsto \hat{\beta}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}}$ is given by

$$\hat{\beta}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}} b = \mathbf{c}^{\mathbf{n}} b \tag{2.22}$$

for every $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$ and $b \in \mathcal{R}_{\mathbf{c}} = \widehat{Y_{\mathbf{c}}}$ (cf. (2.17)).

Before stating a description of all irreducible algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions up to finite algebraic equivalence we recall two basic dynamical notions.

Definition 2.5. *Let α be an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact abelian group X with normalized Haar measure λ_X. The action α is* ergodic *if $\lambda_X(B) \in \{0,1\}$ for every α-invariant Borel set $B \subset X$. The action α is* mixing

$$\lim_{\mathbf{n} \to \infty} \lambda_X(B_1 \cap \alpha^{\mathbf{n}} B_2) = \lambda_X(B_1) \cdot \lambda_X(B_2)$$

for all Borel sets $B_1, B_2 \in X$.

Theorem 2.6. *[41, 16] Suppose that α is an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action, $d \geq 1$, on an infinite compact connected abelian group X. Then α is irreducible if and only if it is finitely equivalent to the algebraic $\mathbb{Z}^d$-action $\beta_{\mathbf{c}}$ on $Y_{\mathbf{c}}$ for some $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_d) \in (\bar{\mathbb{Q}}^{\times})^d$ (cf. (2.21)–(2.22)).*

Suppose that α is irreducible.

(1) The following conditions are equivalent:

(a) α *is ergodic,*
(b) $\beta_{\mathbf{c}}$ *is ergodic,*
(c) At least one of the algebraic numbers c_i, $i = 1, \dots, d$, *is not a root of unity.*

(2) The following conditions are equivalent:

(a) α *is mixing,*
(b) $\beta_{\mathbf{c}}$ *is mixing,*
(c) For every nonzero $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$, $c^{\mathbf{n}} \neq 1$.

Example 2.7. If $d = 1$ and $\mathbf{c} = 2$, then $\mathcal{R}_{\mathbf{c}} = \mathbb{Z}[1/2]$ and $\beta_{\mathbf{c}}$ is multiplication by 2 on $(\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_2)/\iota_{\mathbf{c}}(\mathbb{Z}[1/2])$ (This is, in fact, Example 2.2). ◇

3 A dictionary

The discussion in the Section 2 yields, for every ideal $I \subset R_d$ and, more generally, for every R_d-module M, an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action (which will, in general, obviously not be irreducible). The correspondence between algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions $\alpha = \alpha_M$ and R_d-modules M yields a correspondence (or 'dictionary') between dynamical properties of α_M and algebraic properties of the module M (cf. [43]). It turns out that some of the principal dynamical properties of α_M can be expressed entirely in terms of the prime ideals associated with the module M, where a prime ideal $\mathfrak{p} \subset R_d$ is *associated with M* if

$$\mathfrak{p} = \{f \in R_d : f \cdot a = 0_M\}$$

for some $a \in M$. The set of all prime ideals associated with M is denoted by $\operatorname{asc}(M)$; if M is Noetherian, then $\operatorname{asc}(M)$ is finite.

Figure 1 provides a small illustration of this correspondence; all the relevant results can be found in [43]. In the third column we assume that the R_d-module $M = \widehat{X}$ defining α is of the form $R_d/\mathfrak{p}$, where $\mathfrak{p} \subset R_d$ is a prime ideal, and describe the algebraic condition on $\mathfrak{p}$ equivalent to the dynamical condition on $\alpha = \alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ appearing in the second column. In the fourth column we consider a countable R_d-module M and state the algebraic property of M corresponding to the property of $\alpha = \alpha_M$ in the second column.

The notation in Figure 1 is as follows. In (1),

$$V_{\mathbb{C}}(\mathfrak{p}) = \{c \in (\mathbb{C} \smallsetminus \{0\})^d : f(c) = 0 \text{ for every } f \in \mathfrak{p}\}$$

	Property of α	$\alpha = \alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$	$\alpha = \alpha_M$
(1)	α is expansive	$V_{\mathbb{C}}(\mathfrak{p}) \cap \mathbb{S}^d = \varnothing$	M is Noetherian and $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is expansive for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$
(2)	$\alpha^{\mathbf{n}}$ is ergodic for some $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$	$u^{k\mathbf{n}} - 1 \notin\subset \mathfrak{p}$ for every $k \geq 1$	$\alpha^{\mathbf{n}}_{R_d/\mathfrak{p}}$ is ergodic for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$
(3)	α is ergodic	$\{u^{k\mathbf{n}} - 1 : \mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d\} \not\subset \mathfrak{p}$ for every $k \geq 1$	$\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is ergodic for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$
(4)	α is mixing	$u^{\mathbf{n}} - 1 \notin \mathfrak{p}$ for every non-zero $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$	$\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is mixing for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$
(5)	α is mixing of every order	Either $\mathfrak{p}$ is equal to pR_d for some rational prime p, or $\mathfrak{p} \cap \mathbb{Z} = \{0\}$ and $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is mixing	For every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$, $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is mixing of every order
(6)	$h(\alpha) > 0$	$\mathfrak{p}$ is principal and $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is mixing	$h(\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}) > 0$ for at least one $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$
(7)	$h(\alpha) < \infty$	$\mathfrak{p} \neq \{0\}$	If M is Noetherian: $\mathfrak{p} \neq \{0\}$ for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$
(8)	α has completely positive entropy (or is Bernoulli)	$h(\alpha^{R_d/\mathfrak{p}}) > 0$	$h(\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}) > 0$ for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$

Figure 1: A Pocket Dictionary

is the *variety* of $\mathfrak{p}$, and $\mathbb{S} = \{c \in \mathbb{C} : |c| = 1\}$. From (2)–(4) in Figure 1 it is clear that α is ergodic if and only if $\alpha^{\mathbf{n}}$ is ergodic for *some* $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$, and that α is mixing if and only if $\alpha^{\mathbf{n}}$ is ergodic for *every nonzero* $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$. In (5), α is mixing of order $r \geq 2$ if

$$\lim_{\substack{\mathbf{n}_1,\dots,\mathbf{n}_r \in \mathbb{Z}^d \\ \|\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_j\| \to \infty \text{ for } 1 \leq i < j \leq d}} \lambda_X\left(\bigcap_{i=1}^{r} \alpha^{-\mathbf{n}_i} B_i\right) = \prod_{i=1}^{r} \lambda_X(B_i)$$

for all Borel sets $B_i \subset X$, $i = 1, \dots, r$. In (6)–(8), $h(\alpha)$ stands for the topological entropy of α (which coincides with the metric entropy $h_{\lambda_X}(\alpha)$). For background, details and proofs of these and further results we refer to [43] and the original articles cited there.

The following sections are devoted to two specific notions appearing in Figure 1: the entropies and the mixing behaviour of algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions.

4 Entropy and Mahler measure

In [32] and [43] there is an explicit entropy formula for algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions. In the special case where $\alpha = \alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ for some prime ideal $\mathfrak{p} \subset R_d$ this formula reduces to

$$h(\alpha) = \begin{cases} |\log \mathsf{M}(f)| & \text{if } \mathfrak{p} = (f) = fR_d \text{ is principal,} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where

$$\mathsf{M}(f) = \begin{cases} \exp\bigl(\int_{\mathbb{S}^d} \log |f(\mathbf{s})|\, d\mathbf{s}\bigr) & \text{if } f \neq 0, \\ 0 & \text{if } f = 0, \end{cases}$$

is the *Mahler measure* of the polynomial f. Here $d\mathbf{s}$ denotes integration with respect to the normalized Haar measure on the multiplicative subgroup $\mathbb{S}^d \subset \mathbb{C}^d$. This connection between entropy and Mahler measure is intriguing for a number of reasons (cf. e.g. [13, 14]).

For our first result on entropy we recall that an element $f \in R_d$ is a *generalized cyclotomic polynomial* if it is of the form $f = u^{\mathbf{m}} c(u^{\mathbf{n}})$ for some $\mathbf{m}, \mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$, where $\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$ and $c(\cdot)$ is a cyclotomic polynomial in a single variable. The following proposition, taken from [7], [29] and [46], is a direct extension of Kronecker's theorem [28] (cf. also [43]).

Proposition 4.1. *Let $f \in R_d$, $d \geq 1$. Then $h(\alpha_{R_d/(f)}) = \log \mathsf{M}(f) = 0$ if and only if $\pm f$ is a product of generalized cyclotomic polynomials.*

The following examples are taken from [8] and [47] (cf. also [43]). Recall that a *character* (mod q) is a homomorphism $\chi\colon \mathbb{Z} \longmapsto \mathbb{Z}$ with $\chi(0) = 0$, $\chi(1) = 1$, $\chi(m+q) = \chi(m)$, and $\chi(mm') = \chi(m)\chi(m')$ for all $m, m' \in \mathbb{Z}$. The symbols χ_q, $q = 3, 4$, will denote the unique nontrivial characters (mod q) given by

$$\chi_3(m) = \begin{cases} 0 & \text{if } m \equiv 0 \pmod 3, \\ 1 & \text{if } m \equiv 1 \pmod 3, \\ -1 & \text{if } m \equiv 2 \pmod 3, \end{cases}$$

$$\chi_4(m) = \begin{cases} 0 & \text{if } m \equiv 0 \pmod 2, \\ 1 & \text{if } m \equiv 1 \pmod 4, \\ -1 & \text{if } m \equiv 3 \pmod 4. \end{cases}$$

The *L-function* $L(s,\chi)$ associated with a character χ is defined by

$$L(s,\chi)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\chi(n)}{n^s}=\prod_{p \text{ prime}}\left(1-\frac{\chi(p)}{p^s}\right).$$

Examples 4.2. (1) Let $k\in\mathbb{Z}$, and let $f_k=u_1+u_2+k\in R_2$. Then

$$h(\alpha_{R_2/(f_k)})=\log \mathsf{M}(f_k)=\begin{cases}0 & \text{if } k=0,\\ \dfrac{3\sqrt{3}}{4\pi}L(2,\chi_3) & \text{if } |k|=1,\\ \log|k| & \text{if } |k|\geq 2,\end{cases}$$

(2) Let $k\in\mathbb{Z}$, and let $f_k=(u_1+u_2)^2+k\in R_2$. Then

$$h(\alpha_{R_2/(f_k)})=\log \mathsf{M}(f_k)=\begin{cases}0 & \text{if } k=0,\\ \dfrac{3\sqrt{3}}{2\pi}L(2,\chi_3) & \text{if } |k|=1,\\ \dfrac{1}{2}\log 2+\dfrac{2}{\pi}L(2,\chi_4) & \text{if } |k|=2,\\ \dfrac{2}{3}\log 3+\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}L(2,\chi_3) & \text{if } |k|=3,\\ \log|k| & \text{if } |k|\geq 4,\end{cases}$$

(3) Let $f=1+u_1+u_2+u_3\in R_3$. Then

$$h(\alpha_{R_3/(f)})=\log \mathsf{M}(f)=\frac{7}{2\pi^2}\zeta(3),$$

where $\zeta(3)=\sum_{n=1}^{\infty}n^{-3}$. $\diamondsuit$

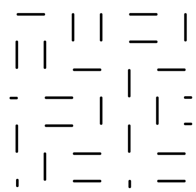
According to Figure 1 (8), all the actions in Example 4.2 with positive entropies are Bernoulli.

The connection between Mahler measure and entropy extends beyond algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions. Certain dimer models in statistical mechanics also have topological entropies which are Mahler measures. Why this is so is something of a mystery at this stage.

Examples 4.3. (1) Let $f = 4 - u_1 - u_1^{-1} - u_2 - u_2^{-1} \in R_2$. Then

$$h(\alpha_{R_2/(f)}) = \log \mathsf{M}(f) = 4 \cdot h(\sigma_D),$$

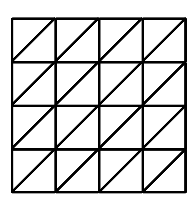
where σ_D is the shift-action of $\mathbb{Z}^2$ on the space of 'dimers' consisting of all infinite configurations of exact pairings of elements in $\mathbb{Z}^2$ of the form



(cf. [20]). In [9] is was shown that this dimer model is Bernoulli with respect to its unique measure of maximal entropy. Since entropy is a complete invariant for measurable conjugacy of $\mathbb{Z}^d$-actions by [23] or [37], $\alpha_{R_2/(f)}$ is measurably conjugate to the 'even' shift-action of $\mathbb{Z}^2$ on the space of dimers, furnished with its measure of maximal entropy (the *even* shift action consists of all shifts by even amounts in the horizontal and vertical direction). In [48] a computational reason for this coincidence of entropies was given, but there is still no satisfactory explanation for the connection between these systems.
(2) This example was pointed out to me by M. Baake. Let $f = 3 - u_1 - u_1^{-1} - u_2 - u_2^{-1} + u_1 u_2 + u_1^{-1} u_2^{-1} \in R_2$. Then

$$h(\alpha_{R_2/(f)}) = \log \mathsf{M}(f) = h(\sigma_\Delta),$$

where σ_Δ is the shift-action of $\mathbb{Z}^2$ on the space X_Δ of 'ground states' of the triangular antiferromagnetic lattice, i.e., the closed, shift-invariant subset $X_\Delta \subset \{1, -1\}^{\mathbb{Z}^2}$ consisting of all configurations which have at least two distinct symbols ± 1 on the vertices of each triangle in the infinite triangular lattice



(cf. [50]). The action $\alpha_{R_2/(f)}$ is Bernoulli by Figure 1 (8). Is the action σ_Δ Bernoulli with respect to its (presumably unique) measure of maximal entropy? If so, is there a 'natural' connection between these two measurably conjugate $\mathbb{Z}^2$-actions? $\diamondsuit$

5 Higher order mixing and additive relations in fields

In this section we describe the connection between higher order mixing properties of algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions and certain diophantine results on additive relations in fields due to Kurt Mahler [33], Masser [34, 26] and Schlickewei, W. Schmidt and van der Poorten [18, 38]. In the discussion below we shall use the following elementary consequence of Pontryagin duality:

Lemma 5.1. *Let α be an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact abelian group X with dual module M. Then X is connected if and only if* no *prime ideal $\mathfrak{p} \in \mathrm{asc}(M)$ contains a nonzero constant, and X is zero-dimensional if and only if* every *$\mathfrak{p} \in \mathrm{asc}(M)$ contains a nonzero constant.*

Let $\mathfrak{p} \subset R_d$ be a prime ideal, and let $\alpha = \alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ be the algebraic $\mathbb{Z}^d$-action with dual module $M = R_d/\mathfrak{p} = \widehat{X}$. If α is not mixing, then there exist Borel sets $B_1, B_2 \subset X$ and a sequence $(\mathbf{n}_k, k \geq 1)$ in $\mathbb{Z}^d$ with $\lim_{k\to\infty} \mathbf{n}_k = \infty$ and

$$\lim_{k\to\infty} \lambda_X(B_1 \cap \alpha^{-\mathbf{n}_k} B_2) = c$$

for some $c \neq \lambda_X(B_1)\lambda_X(B_2)$. Fourier expansion implies that the latter condition is equivalent to the existence of nonzero elements $a_1, a_2 \in M$ such that

$$a_1 + u^{\mathbf{n}_k} \cdot a_2 = 0$$

for infinitely many $k \geq 1$. In particular,

$$(u^{\mathbf{m}} - 1) \cdot a_2 = 0 \tag{5.1}$$

for some nonzero $\mathbf{m} \in \mathbb{Z}^d$ (cf. Figure 1 (4)). A very similar argument shows that α is not mixing of order $r \geq 2$ if and only if there exist elements $a_1, \dots, a_r$ in M, not all equal to zero, and a sequence $((\mathbf{n}_k^{(1)}, \dots, \mathbf{n}_k^{(r)}), k \geq 1)$ in $(\mathbb{Z}^d)^r$ such that $\lim_{k\to\infty} \|\mathbf{n}_k^{(i)} - \mathbf{n}_k^{(j)}\| = \infty$ for all i, j with $1 \leq i < j \leq r$, and with

$$u^{\mathbf{n}_k^{(1)}} \cdot a_1 + \dots + u^{\mathbf{n}_k^{(r)}} \cdot a_r = 0 \tag{5.2}$$

for every $k \geq 1$.

Below we shall see that higher order mixing of an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action α on a compact abelian group X can break down in a particularly regular way (cf. Examples 5.7 and 5.10). We call a nonempty finite subset $S \subset \mathbb{Z}^d$ *mixing* under α if

$$\lim_{k\to\infty} \lambda_X\left(\bigcap_{\mathbf{n}\in S} \alpha^{-k\mathbf{n}} B_{\mathbf{n}}\right) = \prod_{\mathbf{n}\in S} \lambda_X(B_{\mathbf{n}}) \tag{5.3}$$

for all Borel sets $B_{\mathbf{n}} \subset X, \mathbf{n} \in S$, and *nonmixing* otherwise. If α is r-mixing, then every set $S \subset \mathbb{Z}^d$ with cardinality $|S| = r$ is obviously mixing. The reverse implication for algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions is the subject of Theorem 5.11.

As in (5.3) one sees that a nonempty finite set $S \subset \mathbb{Z}^d$ is nonmixing if and only if there exist elements $a_{\mathbf{n}} \in M$, $\mathbf{n} \in S$, not all equal to zero, such that

$$\sum_{\mathbf{n}\in S} u^{k\mathbf{n}} \cdot a_{\mathbf{n}} = 0 \tag{5.4}$$

for infinitely many $k \geq 1$.

The mixing behaviour of an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action α with dual module M is again completely determined by that of the actions $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ with $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$.

Theorem 5.2. *Let α be an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact abelian group X with dual module $M = \widehat{X}$.*

(1) For every $r \geq 2$, the following conditions are equivalent:

- *(a) α is r-mixing,*
- *(b) $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ is r-mixing for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$.*

(2) For every nonempty finite set $S \subset \mathbb{Z}^d$, the following conditions are equivalent:

- *(a) S is α-mixing,*
- *(b) S is $\alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$-mixing for every $\mathfrak{p} \in \operatorname{asc}(M)$.*

In order to exhibit the connection between mixing properties and additive relations in fields we begin with a celebrated theorem by Kurt Mahler.

Theorem 5.3. *[33] Let K be a field of characteristic 0, $r \geq 2$, and let $x_1, \ldots, x_r$ be nonzero elements of K. If we can find nonzero elements $c_1, \ldots, c_r$ such that the equation*

$$\sum_{i=1}^{r} c_i x_i^k = 0$$

has infinitely many solutions $k \geq 0$, then there exist integers $s \geq 1$ and i, j with $1 \leq i < j \leq r$ such that $x_i^s = x_j^s$.

We denote by K the field of fractions of the integral domain $R_d/\mathfrak{p}$, choose a finite set $S = \{\mathbf{n}_1, \ldots, \mathbf{n}_r\} \subset \mathbb{Z}^d$ with $r \geq 2$, and set $x_i = u^{\mathbf{n}_i}$ for $i = 1, \ldots, r$. In view of Figure 1 (4)–(5), Lemma 5.1, (5.1), (5.4) and Theorem 5.2, Theorem 5.3 implies (and is, in fact, equivalent to) the following statement:

Theorem 5.4. *[40] Let α be a mixing algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact connected abelian group X. Then every nonempty finite subset $S \subset \mathbb{Z}^d$ is mixing.*

If an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action α is not mixing of every order, then there exists a smallest integer $r \geq 2$ such that α is not r-mixing. As a consequence of Lemma 5.1 and (5.2) one obtains the equivalence of the Theorems 5.5 and 5.6 below.

Theorem 5.5. *[18, 38] Let K be a field of characteristic 0 and G a finitely generated multiplicative subgroup of $K^\times = K \smallsetminus \{0\}$. If $r \geq 2$ and $(c_1, \dots, c_r) \in (K^\times)^r$, then the equation*

$$\sum_{i=1}^{r} c_i x_i = 0 \tag{5.5}$$

has only finitely many solutions $(x_1, \dots, x_r) \in G^r$ such that no sub-sum of (5.5) vanishes.

Theorem 5.6. *[45] Let α be a mixing algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact connected abelian group X. Then α is mixing of every order.*

The 'absolute' version of the S-unit Theorem 5.5 in [18] and [17] contains a bound on the number of solutions of (5.5) without vanishing subsums which is expressed purely in terms of the integer r and the rank of the group G (in our setting: the order of mixing and the rank of the group $\mathbb{Z}^d$). This bound could be used, for example, to obtain quite remarkable uniform statements on the speed of multiple mixing for all irreducible and mixing algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions (cf. Definition 2.3).

For algebraic $\mathbb{Z}^d$-actions on disconnected groups the situation is considerably more complicated due to the possible presence of nonmixing sets (cf. (5.3)).

Example 5.7. [30] Let $\mathfrak{p} = (2, 1 + u_1 + u_2) = 2R_2 + (1 + u_1 + u_2)R_2$, $M = R_2/\mathfrak{p}$, and let $\alpha = \alpha_M$ be the algebraic $\mathbb{Z}^2$-action on $X = X_M = \widehat{M}$ defined in Example 2.1 (2). Then α is mixing by Figure 1 (4), but not three-mixing.

Indeed, $(1 + u_1 + u_2)^{2^n} \cdot a = 0$ for every $n \geq 0$ and $a \in M$. For $a = 1 + (2, 1 + u_1 + u_2) \in M$ our identification of M with $\widehat{X}$ in Example 2.1 (2) implies that $x_{(0,0)} + x_{(2^n,0)} + x_{(0,2^n)} = 0 \pmod 1$ for every $x \in X$ and $n \geq 0$. For $B = \{x \in X : x_{(0,0)} = 0\}$ it follows that

$$B \cap \alpha^{-(2^n,0)}(B) \cap \alpha^{-(0,2^n)}(B) = B \cap \alpha^{-(2^n,0)}(B),$$

and hence that

$$\lambda_X(B \cap \alpha^{-(2^n,0)}(B) \cap \alpha^{-(0,2^n)}(B)) = \lambda_X(B \cap \alpha^{-(2^n,0)}(B)) = 1/4$$

for every $n \geq 0$. If α were three-mixing, we would have that

$$\lim_{n \to \infty} \lambda_X(B \cap \alpha^{-(2^n,0)}(B) \cap \alpha^{-(0,2^n)}(B)) = \lambda_X(B)^3 = 1/8.$$

By comparing this with (5.3) we see that the set $S = \{(0,0), (1,0), (0,1)\} \subset \mathbb{Z}^2$ is nonmixing. $\diamondsuit$

A mixing algebraic $\mathbb{Z}^d$-action α on a disconnected compact abelian group X has nonmixing sets if and only if it is not Bernoulli (cf. Figure 1 (8), [26] and [43, Section 27]). In particular, if α is an ergodic algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact zero-dimensional abelian group X with zero entropy, then α has nonmixing sets. The description of the nonmixing sets of such an action α is facilitated by a Theorem of D. Masser [26, 34], which should be seen as an analogue in positive characteristic of Theorem 5.3.

Theorem 5.8. *Let K be an algebraically closed field of characteristic $p > 0$, $r \geq 2$, and let $(x_1, \dots, x_r) \in (K^\times)^r$. The following conditions are equivalent:*

(1) There exists an element $(c_1, \dots, c_r) \in (K^\times)^r$ such that

$$\sum_{i=1}^{r} c_i x_i^k = 0$$

for infinitely many $k \geq 0$;

(2) There exists a rational number $s > 0$ such that the set $\{x_1^s, \dots, x_r^s\}$ is linearly dependent over the algebraic closure $\bar{F}_p \subset K$ of the prime field $F_p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

Corollary 5.9. *Let $\mathfrak{p} \subset R_d$ be a prime ideal containing a rational prime $p > 1$, and let $\alpha = \alpha_{R_d/\mathfrak{p}}$ be the algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on $X = X_{R_d/\mathfrak{p}}$ defined in Example 2.1* (2). *We denote by $K = Q(R_2/\mathfrak{p}) \supset R_2/\mathfrak{p}$ the quotient field of $R_d/\mathfrak{p}$, write $\bar{K}$ for its algebraic closure, and set $x_{\mathbf{n}} = u^{\mathbf{n}} + \mathfrak{p} \in R_d/\mathfrak{p} \subset K \subset \bar{K}$ for every $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d$. If $S \subset \mathbb{Z}^d$ is a nonempty finite set, then the following conditions are equivalent:*

(1) S is not α-mixing;

(2) There exists a rational number $s > 0$ such that the set $\{x_1^s, \dots, x_r^s\} \subset \bar{K}$ is linearly dependent over $\bar{F}_p \subset K$.

Example 5.10. [26] In the notation of Examples 5.7 and 2.1 (2) we set $f = 1 + u_1 + u_2 + u_1^2 + u_1u_2 + u_2^2 \in R_2$ and put $\mathfrak{p} = (2, f) \subset R_2$, $M = R_2/\mathfrak{p}$, $\alpha = \alpha_M$ and $X = X_M = \widehat{M}$. We claim that the set $S = \{(0,0),(1,0),(0,1)\}$ is nonmixing.

In order to verify this we define $\{x_{\mathbf{n}} : \mathbf{n} \in \mathbb{Z}^2\} \subset K = Q(R_2/\mathfrak{p})$ as in Corollary 5.9 and choose $\omega \in \bar{F}_2 \subset \bar{K}$ with $1 + \omega + \omega^2 = 0$. Since

$$f = (1 + \omega u_1 + \omega^2 u_2)(1 + \omega^2 u_1 + \omega u_2),$$

we obtain that $x_{(0,0)} + \omega x_{(1,0)} + \omega^2 x_{(0,1)} = 0$, so that S is nonmixing by Corollary 5.9.

Since the element $\omega' = \frac{1+u_1}{u_1+u_2} + \mathfrak{p} \in K$ satisfies that $1 + \omega' + \omega'^2 = 0$, we can recover (5.4) from the fact that

$$(u_1 + u_2) + (1 + u_2)u_1^{3k} + (1 + u_1)u_2^{3k} \in \mathfrak{p}$$

for every $k \geq 0$. $\diamondsuit$

In the paper [35] David Masser proved a (somewhat technical) analogue of the S-unit Theorem 5.5 for fields with positive characteristic, which has the following remarkable dynamical consequence.

Theorem 5.11. *Let α be an algebraic $\mathbb{Z}^d$-action on a compact abelian group X, and let $r \geq 2$. If every subset $S \subset \mathbb{Z}^d$ of cardinality r is mixing, then α is r-mixing.*

The significance of Theorem 5.11 is that it reduces the difficult dynamical problem of determining the precise order of mixing to the slightly more manageable problem of finding nonmixing sets of small cardinality (cf. Corollary 5.9). The latter problem is investigated in [26].

References

1. D. Berend, *Multi-invariant sets on tori*, Trans. Amer. Math. Soc. **280** (1983), 509–532.
2. D. Berend, *Multi-invariant sets on compact abelian groups*, Trans. Amer. Math. Soc. **286** (1984), 505–535.
3. R. Berger, *The undecidability of the Domino Problem*, Mem. Amer. Math. Soc. **66** (1966).
4. S. Bhattacharya, *Higher Order Mixing and Rigidity of Algebraic Actions on Compact Abelian Groups*, Israel J. Math. **137** (2003), 211–221.
5. S. Bhattacharya, *Isomorphism rigidity of commuting automorphisms*, Preprint (2004).
6. S. Bhattacharya and K. Schmidt, *Homoclinic points and isomorphism rigidity of algebraic $\mathbf{Z}^d$-actions on zero-dimensional compact abelian groups*, Israel J. Math. **137** (2003), 189–209.
7. D. Boyd, *Kronecker's theorem and Lehmer's problem for polynomials in several variables*, J. Number Theory **13** (1981), 116–121.
8. D. Boyd, *Speculations concerning the range of Mahler's measure*, Can. Math. Bull. **24** (1981), 453–469.
9. R. Burton and R. Pemantle, *Local characteristics, entropy and limit theorems for spanning trees and domino tilings via transfer-impedances*, Ann. Probab. **21** (1993), 1329–1371.
10. R. Burton and J. E. Steif, *Non-uniqueness of measures of maximal entropy for subshifts of finite type*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. **14** (1994), 213–235.
11. R. Burton and J. E. Steif, *Some 2-d symbolic dynamical systems: entropy and mixing*, in: Ergodic Theory of $\mathbb{Z}^d$-Actions, ed. M. Pollicott and K. Schmidt, London Mathematical Society Lecture Note Series, vol. 228, Cambridge University Press, Cambridge, 1996, 297–305.
12. J. W. S. Cassels, *Local Fields*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

13. Ch. Deninger, *On extensions of mixed motives*, Collect. Math. **48** (1997), 97–113.
14. Ch. Deninger, *Deligne periods of mixed motives, K-theory and the entropy of certain $\mathbb{Z}^n$-actions*, J. Amer. Math. Soc. **10** (1997), 259–281.
15. M. Einsiedler and E. Lindenstrauss, *Rigidity properties of $\mathbf{Z}^d$-actions on tori and solenoids*, Electron. Res. Announc. Amer. Math. Soc. **9** (2003), 99–110.
16. M. Einsiedler and K. Schmidt, *Irreducibility, homoclinic points and adjoint actions of algebraic $\mathbf{Z}^d$-actions of rank one*, in: Nonlinear Phenomena and Complex Systems, ed. A. Maass, S. Martinez and J. San Martin, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002, 95–124.
17. J.-H. Evertse and H. P. Schlickewei, *A quantitative version of the absolute subspace theorem*, J. Reine Angew. Math. **548** (2002), 21–127.
18. J.-H. Evertse, H. P. Schlickewei and W. Schmidt, *Linear equations in variables which lie in a multiplicative groups*, Ann. of Math. **155** (2002), 807–836.
19. H. Furstenberg, *Disjointness in ergodic theory, minimal sets, and a problem in diophantine approximation*, Math. Systems Theory **1** (1967), 1–49.
20. P. W. Kasteleyn, *The statistics of dimers on a lattice. I*, Physica **27** (1961), 1209–1225.
21. A. Katok, S. Katok and K. Schmidt, *Rigidity of measurable structure for algebraic actions of higher-rank abelian groups*, Comment. Math. Helv. **77** (2002), 718–745.
22. A. Katok and R. J. Spatzier, *Invariant measures for higher-rank hyperbolic abelian actions*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. **16** (1996), 751–778; *Corrections*, **18** (1998), 507–507.
23. Y. Katznelson and B. Weiss, *Commuting measure preserving transformations*, Israel J. Math. **12** (1972), 161–173.
24. B. Kitchens and K. Schmidt, *Periodic points, decidability and Markov subgroups*, in: Dynamical Systems, ed. J. C. Alexander, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1342, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1988, 440–454.
25. B. Kitchens and K. Schmidt, *Automorphisms of compact groups*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. **9** (1989), 691–735.
26. B. Kitchens and K. Schmidt, *Mixing sets and relative entropies for higher dimensional Markov shifts*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. **13** (1993), 705–735.
27. B. Kitchens and K. Schmidt, *Isomorphism rigidity of irreducible algebraic $\mathbf{Z}^d$-actions*, Invent. Math. **142** (2000), 559–577.
28. L. Kronecker, *Zwei Sätze über Gleichungen mit ganzzahligen Coefficienten*, J. Reine Angew. Math. **53** (1857), 173–175.
29. W. M. Lawton, *A problem of Boyd concerning geometric means of polynomials*, J. Number Theory **16** (1983), 356–362.

30. F. Ledrappier, *Un champ markovien peut être d'entropie nulle et mélangeant*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **287** (1978), 561–562.
31. D. Lind and B. Marcus, *Symbolic dynamics and coding*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
32. D. Lind, K. Schmidt and T. Ward, *Mahler measure and entropy for commuting automorphisms of compact groups*, Invent. Math. **101** (1990), 593–629.
33. K. Mahler, *Eine arithmetische Eigenschaft der Taylor-koeffizienten rationaler Funktionen*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A **38** (1935), 50–60.
34. D. Masser, *Two letters to D. Berend*, dated 12th and 19th September, 1985.
35. D. Masser, *Mixing and equations over groups in positive characteristic*, Israel J. Math. **142** (2004), 189–204.
36. R. Meester and J. E. Steif, *Higher-dimensional subshifts of finite type, factor maps and measures of maximal entropy*, Pacific J. Math. **200** (2001), 497–510.
37. D. S. Ornstein and B. Weiss, *Entropy and isomorphism theorems for actions of amenable groups*, J. Analyse Math. **48** (1987), 1–141.
38. A. J. van der Poorten and H. P. Schlickewei, *Additive relations in fields*, J. Austral. Math. Soc. Ser. A **51** (1991), 154–170.
39. D. J. Rudolph, $\times 2$ *and* $\times 3$ *invariant measures and entropy*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. **10** (1990), 395–406.
40. K. Schmidt, *Mixing automorphisms of compact groups and a theorem by Kurt Mahler*, Pacific J. Math. **137** (1989), 371–384.
41. K. Schmidt, *Automorphisms of compact abelian groups and affine varieties*, Proc. London Math. Soc. **61** (1990), 480–496.
42. K. Schmidt, *Algebraic ideas in ergodic theory*, CBMS Lecture Notes, vol. 76, American Mathematical Society, Providence, R.I., 1990.
43. K. Schmidt, *Dynamical Systems of Algebraic Origin*, Birkhäuser Verlag, Basel Berlin Boston, 1995.
44. K. Schmidt, *The dynamics of algebraic* $\mathbf{Z}^d$*-actions*, in: European Congress of Mathematics (Barcelona 2000), Vol. I, ed. C. Casacuberta, R. M. Miró-Roig, J. Verdera and S. Xambó-Descamps, Progress in Mathematics, vol. 201, Birkhäuser Verlag, Basel Berlin Boston, 2001, 543–553.
45. K. Schmidt and T. Ward, *Mixing automorphisms of compact groups and a theorem of Schlickewei*, Invent. Math. **111** (1993), 69–76.
46. C. J. Smyth, *A Kronecker-type theorem for complex polynomials in several variables*, Canad. Math. Bull. **24** (1981), 447–452; *Addenda and errata*, **25** (1982), 504.
47. C. J. Smyth, *On measures of polynomials in several variables*, Bull. Australian Math. Soc. **23** (1981), 49–63.
48. R. Solomyak, *On coincidence of entropies for two classes of dynamical systems*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. **18** (1998), 731–738.

49. H. Wang, *Proving theorems by pattern recognition II*, AT&T Bell Labs Tech. J. **40** (1961), 1–41.
50. G. H. Wannier, *Antiferromagnetism. The triangular Ising net*, Phys. Rev. (2) **79** (1950), 357–364.
51. A. Weil, *Basic Number Theory*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1974.

Author's address: Faculty of Mathematics, Nordbergstraße 15, A-1090 Wien; Erwin Schrödinger Institute for Mathematical Physics, Boltzmanngasse 9, A-1090 Vienna, Austria.
e-mail *klaus.schmidt@univie.ac.at*

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 200 (2005), 23–33

Interview mit Friedrich Hirzebruch

Wolfgang Lück und Vasco Alexander Schmidt

Auf der DMV-Jahrestagung 2004 in Heidelberg wurde Prof. Friedrich Hirzebruch für seine herausragenden mathematischen Leistungen und sein Engagement für die mathematische Gemeinschaft mit der Cantor-Medaille ausgezeichnet. Die vielfältigen Verdienste des 1927 geborenen Mathematikers spiegeln sich in den 13 Ehrendoktorwürden und seiner Mitgliedschaft in allen sieben Akademien der Union, der Leopoldina und zahlreichen ausländischen Akademien wider. Hirzebruch war maßgeblich an dem 1980 gegründeten Max-Planck-Institut für Mathematik in Bonn beteiligt, dessen Direktor er bis 1995 war. Hirzebruch ist Zeitzeuge der deutschen Geschichte und der mathematischen Entwicklung in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts. Sein Studium begann Hirzebruch 1945 direkt nach dem Zweiten Weltkrieg. Er war sowohl kurz nach dem Mauerbau als auch in der Wendezeit Vorsitzender der Deutschen Mathematiker-Vereinigung sowie 1990–1994 der erste Präsident der neu gegründeten Europäischen Mathematischen Gesellschaft.

In der Begründung der Verleihung der Cantor-Medaille an Hirzebruch heißt es: „Seine Ideen und Entdeckungen, insbesondere im Zusammenhang mit Riemann-Roch-Sätzen, charakteristischen Klassen und K-Theorie, haben eine der wichtigsten Entwicklungen der Mathematik in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts mit in die Wege geleitet. Er hat wie kein anderer zur internationalen Verflechtung der deutschen Mathematik beigetragen und sich um die Zusammenführung der ost- und westdeutschen Mathematiker in eine gemeinsame Organisation verdient gemacht.“

W. LÜCK UND V. A. SCHMIDT: *An Ihrem Lebenslauf fasziniert, dass Sie sowohl mathematisch so einflussreich waren als auch organisatorisch viele Fäden in der Hand hielten. Bereits in den 50er-Jahren sind Sie durch den Satz von Riemann-Roch bekannt geworden. Waren Sie sich damals schon bewusst, dass dieses Ergebnis etwas ganz besonderes war?*

F. HIRZEBRUCH: Ich denke doch. An dem Thema arbeiteten ja viele Leute. Als ich mein Ergebnis nach meinen zwei Jahren am Institute for Advanced Study in Princeton beim Internationalen Mathematiker-Kongress in Amsterdam 1954 vortrug, erregte es sofort Aufsehen. Severi, der in meinem Vortrag saß, soll gesagt haben (nachzulesen in einem Brief von Heinz Hopf): Er habe sich wie im Paradies

---

ISSN 0020-7926. Dieser Artikel ist erschienen in Heft 13-3 der *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* (2005). Nachdruck mit freundlicher Genehmigung.

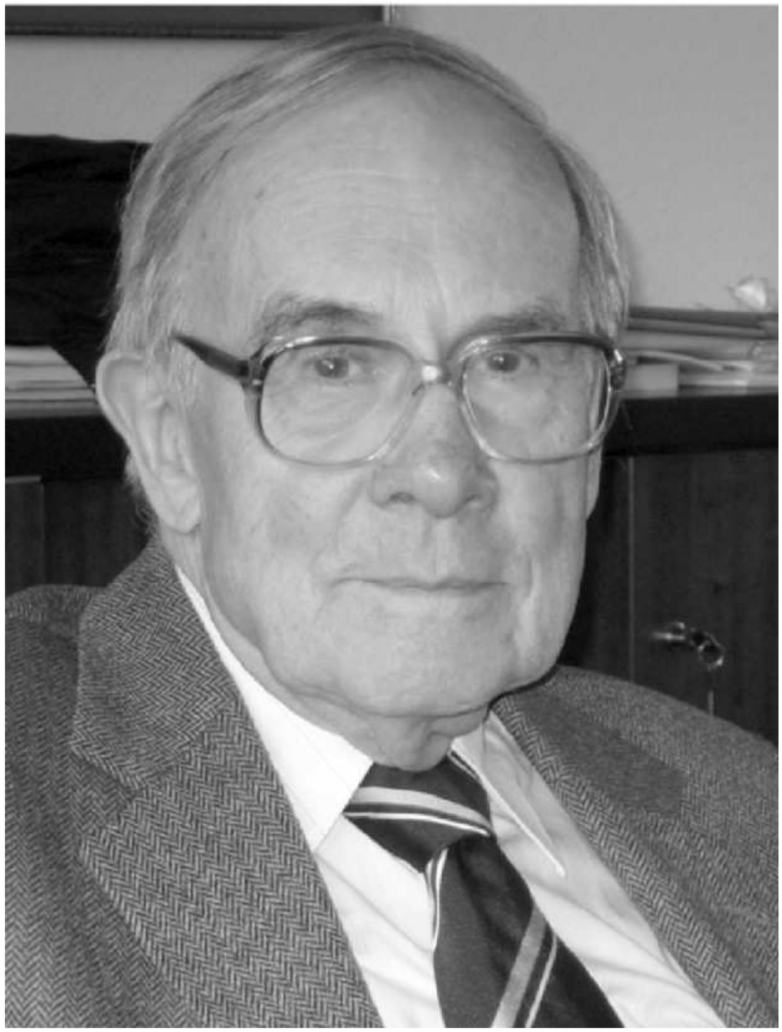


Abbildung 1: Prof. Dr. Friedrich Hirzebruch

gefühlt. Heinz Hopf hat dies etwas ironisch aufgegriffen und kommentiert, Severi müsse das wissen, denn er gehöre zur päpstlichen Akademie.

War Ihnen damals klar, auf welch fruchtbaren Boden Ihre mathematischen Ideen fielen?

Besonders deutlich wurde es beim Atiyah-Bott-Singerschen Index- und Fixpunktsatz, der auch auf Arbeiten beruht, die ich über den Satz von Riemann-Roch geschrieben habe. Dieser Satz wurde ein Spezialfall des Indexsatzes, der viel allgemeiner ist und als Fixpunktsatz auch äquivariant formuliert wurde. Dass diese

Dinge so zusammenhängen, hat mir große Freude bereitet. Ich hatte ganz streng in der algebraischen Geometrie gearbeitet, und jetzt galt der Satz plötzlich auch für komplexe Mannigfaltigkeiten. Ich konnte das 1953 nicht beweisen, weil ich Induktionsschritte benutzte, die auch über die Dimension der Einbettbarkeit der Varietät in einen projektiven Raum gingen. Es war für mich auch besonders schön, dass die Anfänge des Indexsatzes von Atiyah und Singer 1962 bei der Arbeitstagung bei uns in Bonn von Atiyah vorgestellt wurden. Erwähnen sollte ich auch den Satz von Riemann-Roch-Grothendieck, über den Grothendieck bei der ersten Arbeitstagung 1957 stundenlang vortrug und für den der Formalismus meines Satzes wesentlich war.

1999 wurden alle vier Mathematiker, die an dem Indexsatz beteiligt waren, auf einer Konferenz in Harvard geehrt.

Dass wir vier – Atiyah, Bott, Hirzebruch und Singer – irgendwie zusammengehören, können Sie auch in unseren Publikationen nachlesen, in denen wir die Historie oft erwähnen. Die Tagung an der Harvard-Universität nannten wir das Gang-of-Four-Meeting. Jedem von uns wurde damals ein Plakat, ein Kunstwerk von Frau Poenaru, mit den wichtigsten Formeln geschenkt. Auf meinem Kunstwerk ist im Hintergrund ein Text aus „Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie“ zu sehen – in der deutschen Urfassung (Springer 1956).

Sie haben noch sehr produktiv wissenschaftlich gearbeitet, als Sie als Sprecher am Bonner Sonderforschungsbereich und später als Direktor des Max-Planck-Instituts organisatorisch stark eingebunden waren. Wie ist Ihnen dies gelungen?

Es gab immer wieder ruhige Zeiten, in denen ich forschen konnte. Zum Beispiel Anfang der 70er-Jahre. Der Sonderforschungsbereich lief seit 1969, die 68er waren ruhig. Wir gingen mit der Familie meist im Sommer weg, zum Beispiel nach Berkeley. Das war eine gute Zeit, um etwas aufzuschreiben. Zu jeder Zeit gab es gewisse Schwerpunkte, die mich interessierten, wie zum Beispiel die Hilbertschen Modulflächen und die elliptischen Geschlechter. Ich habe es auch als eine glückliche Situation empfunden, dass ich in Zeiten, als wenig Zeit für Forschung war, noch Vorlesungen halten konnte. Daraus sind Bücher entstanden. Die mathematische Produktivität hat in den späteren Jahren aber durchaus abgenommen. Meine gesammelten Werke (Springer 1987) umfassen zwei Bände: Der erste reicht über zwölf Jahre bis 1962, ist aber genauso dick wie der zweite Band, der 25 Jahre umfasst. Das ist ein Symbol dafür, dass man weniger produktiv ist.

Wie war es, als Sie früher das MPI gegründet haben? Hatten Sie das Gefühl, dass Sie damals die Chance für die Mathematik nutzen mussten?

Im November 1978, einige Jahre bevor unser Sonderforschungsbereich auslief, stellte ich einen Antrag für ein MPI für Mathematik. Es gab bereits früher, in

Abbildung 2: Das „alte“ MPI

den 50er-Jahren, Bemühungen, ein MPI für Mathematik zu gründen. Auch da war ich beteiligt. Es gab damals Überlegungen, Oberwolfach – das keine gesicherte Finanzierung hatte – in ein Max-Planck-Institut umzuwandeln. Man wollte in Freiburg das MPI bauen, wo die Gastforscher mit ihren Familien wohnen könnten. Oberwolfach wäre dann als Tagungsinstitut ein Zweig des MPI gewesen. Das war alles sehr weit gediehen, ich sollte auf Antrag der DMV Direktor werden. Die zuständigen Gremien in der MPG hatten Gutachten angefordert, unter anderem von Courant und Siegel. Die beiden waren dagegen.[1] Als der SFB sich seinem Ende näherte, hatten wir gute Erfahrungen mit dem Einladen von Gastforschern gesammelt. Die Gründung des MPI ging plötzlich sehr schnell. Die abschließende Entscheidung des Senats der MPG war bei der Jahresversammlung 1980.

Das MPI hängt stark von Ihrer Person ab.

Ich hatte 1978 bei der Naturforschertagung in Innsbruck Gelegenheit, länger mit dem damaligen Präsidenten der MPG, Reimar Lüst, zu reden und konnte bei ihm Interesse wecken. Er fragte zum Beispiel: „Welche Leute müssten wir

[1]Nachzulesen im Bericht von Norbert Schappacher über die Vorgeschichte des MPI in Verbindung mit Oberwolfach „Max-Planck-Institut für Mathematik – Historical Notes on the New Research Institute at Bonn“, in: Mathematical Intelligencer 7, 41–52 (1985).

übernehmen?“ Ich sagte: „Eigentlich gar keine, höchstens die eine oder andere Sekretärin. Die Gastforscher wechseln ständig.“ Zagier kam bald als Wissenschaftliches Mitglied hinzu, dann Harder. Erst am Ende meiner Zeit als Direktor sind Manin und Faltings dazugestoßen. Bis zu meiner Emeritierung Ende Oktober 1995 war ich der einzige Direktor des MPI. Danach gab es ein Direktorenkollegium mit Faltings, Harder, Manin und Zagier.

Sie sind 1955 nach Princeton gegangen, aber wenig später nach Deutschland zurückgekehrt, um in Bonn zu bleiben. Würden Sie auch heute Princeton gegen Bonn tauschen?

Ich war 1952 bis 1954 Member am Institute for Advanced Study. In dieser Zeit erzielte ich ja auch die Ergebnisse, über die wir vorhin sprachen. Dann war ich ein Jahr zurück in Deutschland, wo die Habilitation in Münster stattfand. Von dort aus gingen wir wieder nach Princeton. Ich wurde dort Assistant Professor an der Universität. Als wir Deutschland verließen, mit Einreisevisa und Green Cards, hatte ich jedoch schon den Ruf nach Bonn in Händen. Ich hatte ihn im Juli 1955 bekommen, ziemlich genau vor 50 Jahren. Artin war Professor in Princeton. Er kam zu mir und sagte: „Der Chairman hat mich beauftragt zu sagen, dass Sie nicht nach Deutschland gehen, sondern in Princeton bleiben sollen. Ich muss aber hinzufügen“, sagte Artin, „ich werde auch nach Deutschland zurückgehen.“ Er ging nach Hamburg. Für uns war es damals ziemlich eindeutig, dass wir zurückgehen wollten, für meine Frau vielleicht noch mehr als für mich. Ich erinnere mich, dass ich mit Serre darüber sprach. Er fragte mich: „Bonn? Who is there besides Adenauer?“ Aber da war er nicht gut informiert. Es gab ja im Mathematischen Institut die Mathematiker Wolfgang Krull und Ernst Peschl. Die Lage war auch sonst nicht schlecht. Ein neues Gebäude war errichtet worden. Die im Krieg zerstörte Bibliothek war schon weit wiederaufgebaut, so dass ich hier ganz gut anfangen konnte. Es gab sofort ausgezeichnete Studenten.

Auch heute stellt sich einigen Mathematikern die Frage, ob sie aus dem Ausland zurückkehren sollen. Einige zögern, auch wegen der Arbeitsbedingungen an deutschen Universitäten.

Im Unterschied zu heute war das damals so, dass man mit großem Elan vieles aufbauen konnte und man dafür Unterstützung bekam vom Ministerium in Düsseldorf. Wenn ich einen Ruf woandershin erhielt und Wünsche äußerte, dann war das Ministerium gern bereit, die Wünsche zu erfüllen. Die Wünsche eines Mathematikers waren allerdings nicht so groß. Es ging um Geld für die Arbeitstagung oder die Bibliothek oder eine weitere Assistentenstelle. Das war alles kein Problem im Vergleich zu den Naturwissenschaftlern mit teuren Geräten.

Heute haben einige auch Sorgen wegen der W-Stellen mit einem Gehalt, das mit dem Dienstalter nicht steigt. Ob das mit den Leistungszulagen richtig funktioniert

und wer darüber entscheidet, ist alles unbekannt. Man hat noch keine Erfahrungen, weiß nur, dass vielleicht zu wenig Geld für die Leistungszulagen vorhanden ist. Wir hatten in Bonn schon den einen oder anderen Fall, dass ein Mathematiker nicht aus dem Ausland zurückkommt, weil er nicht auf eine W-Stelle will. Dann hat die Sache einen umgekehrten Effekt als den eigentlich beabsichtigten.

Würden Sie sagen, dass eine Professur an einer deutschen Universität heute weniger attraktiv ist als damals?

Man sollte nicht zu pessimistisch sein. Jemand, der schwungvoll ist, kann heute noch viel bewegen. Eine Schwierigkeit ist, dass im gewissen Sinne heute schon vieles da ist. Bei mir war es mehr so – zum Beispiel bei Tagungen und Gastaufenthalten – dass manches nicht vorhanden war und man es aufbauen musste. Heute muss man ganz neue Ideen haben oder vorhandene Dinge verbessern und erweitern. Das ist eine schöne Aufgabe, aber man rennt natürlich immer vor Hindernisse bekannter Art.

Wenn Sie sich die letzten 20 Jahre anschauen, haben Sie nicht auch das Gefühl, dass permanent gekürzt wird an der Uni, dass es in dieser Hinsicht doch wirklich schlechter geworden ist?

Ja sicher, es ist auch schlechter geworden. Trotzdem kann jemand, der neu anfängt, das Beste versuchen. Gewisse Bedingungen sind schlechter. Die W-Stellen sind noch ein Problem. Ich wäre 1956 im Alter von 28 Jahren sicherlich nicht auf eine Juniorprofessur nach Deutschland zurückgekommen. Man kann vielleicht auch nicht mehr so häufig ein Freisemester bekommen und sich dadurch auf die Forschung konzentrieren und die internationalen Kontakte verbessern. Damals konnte man auch für den Nachwuchs leichter Stellen bekommen. Heute kann man einiges über Stipendien machen, das gab es damals zunächst nicht so. Die Bürokratie ist sicher schlimmer geworden. Es gab die Reformen Ende der 60er-Jahre mit Drittelparität und Ähnlichem, was durch unendlich lang andauernde Diskussionen hauptsächlich unserem Zeitbudget geschadet hat. Man konnte dies als richtige Krankheit sehen, wie eine seelische Belastung. In Oberwolfach, wo man normalerweise über Mathematik redet, redete man über Prozentsätze: 25 Prozent für jede Gruppe, also auch 25 Prozent für nicht-wissenschaftliches Personal, oder Drittelparität ohne nichtwissenschaftliches Personal … Die Sitzungen der vielen Gremien sind auch heute noch eine große Belastung. Es gibt zusätzliche bürokratische Belastung, die aus anderen Richtungen kommt.

Viele klagen über die Bachelor/Master-Umstrukturierung, die auch viel Kraft kostet.

Dass man dauernd an Reformen arbeiten muss, gab es auch früher schon. Man musste eine Reform dann wieder reformieren oder eine Reform zurückfahren und sehen, dass man die Universität weiter aktiv halten konnte. Vielleicht sind die jetzigen Reformen noch belastender als das, was wir früher hatten, weil man nicht weiß, ob die Lehre nicht viel komplizierter wird als früher, ob der Bachelor sich als der gewünschte berufsqualifizierende Abschluss bewährt, ob das Masterstudium in der Qualität einigermaßen mit unserem Diplom vergleichbar sein wird.

Man hat das Gefühl, dass sich die Wissenschaft heute stärker über Ergebnisse und Anwendungen rechtfertigen muss.

Heute gibt es mehr Evaluationen, die zum Teil sehr übertrieben sein können. Evaluationen können manchmal aber auch recht nützlich sein. Dass man Dinge aufschreiben und einen Überblick über die vergangenen drei Jahre geben muss – das hilft einem auch. So zeigt man auch bei uns in der reinen Mathematik, dass etwas Interessantes herausgekommen ist. Und dass man seine Möglichkeiten gut ausgenutzt hat. In diesem Sinne habe ich die Evaluationen des SFB als positiv empfunden. Wenn wir solche Berichte schreiben, sagen wir nicht, was die Beziehungen zu Anwendungen sind. Wir schreiben, dass es gute, schöne, interessante Mathematik ist, wo man Fortschritte erzielt hat.

Es wird allerdings immer mehr gefragt: Wozu ist das gut, was ihr macht? Mathematik, kann man sagen, wird überall benutzt. Als die DMV 1990 ihren 100sten

Geburtstag feierte, habe ich in meiner Rede gesagt, dass Felix Klein vom Kern der Mathematik gesprochen hat, der überallhin ausstrahlt. Es geht auch um Anwendungen. 1990 entschied das Bundesministerium als Geburtstagsgeschenk an die DMV, die Mathematik auch direkt aus dem Ministerium zu fördern, zusätzlich zur DFG-Förderung. Dies sollte anwendungsbezogene Mathematik sein in dem Sinne, dass die Forschung selbst schon sehr nah an der Anwendung ist, wie zum Beispiel beim Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik.

Interessieren Sie sich auch für die Mathematik an solchen Instituten?

Ich finde es faszinierend, dass es solche Institute gibt, und es ist schön zu sehen, dass die Mathematik auch da gefördert wird.

Haben Sie das Gefühl, dass die angewandte Mathematik in dem Sinne erfolgreicher ist, dass Institutionen gegründet werden konnten in den vergangenen Jahren?

Ja nun, früher war eben die reine Mathematik im Aufbau begriffen. Die angewandte Mathematik blieb ein wenig im Rückstand. Man sieht in Bonn, dass die angewandte Mathematik im Sinne der Institutionen aufgeholt hat. Zum Beispiel gibt es dort den SFB 611, der sehr angewandt orientiert ist. Aus dem SFB für theoretische Mathematik, der ab 1969 arbeitete, wurde das MPI, da gab es keinen Nachfolge-SFB. Aber für die angewandte Mathematik ist der SFB 611 der dritte SFB. Dann hat Professor Griebel ein Institut für Numerische Simulation aufgebaut, als selbstständiges Institut, woran mehrere Lehrstühle beteiligt sind. Die angewandte Mathematik in Bonn und anderswo hat erfolgreich ihre eigenen Institutionen entwickelt. Bei der Entwicklung der Informatik in Bonn gab es anfänglich eine kritische Haltung, die sich auf die theoretische Informatik bezog. Einige reine Mathematiker glaubten, dass die theoretische Informatik vom mathematischen Standpunkt aus nicht tief genug war. Aber das ist schwer zu beurteilen. Jetzt ist die Informatik in Bonn ein aktives, gesundes, vielseitiges Fach.

Sie haben in Ihrer Laufbahn die deutsche Nachkriegsgeschichte miterlebt und für die Mathematik mitgestaltet. Unter anderem waren Sie zu zwei sehr markanten Zeitpunkten Vorsitzender der Deutschen Mathematiker-Vereinigung: im Jahre 1961, zur Zeit des Mauerbaus, und bei der Wiedervereinigung. Welche Erinnerungen haben Sie an diese Zeiten?

1961 fand die Jahrestagung der DMV in Halle in der DDR statt. Es war die letzte gemeinsame Tagung kurz nach dem Mauerbau. Ich wurde in Halle ins Präsidium gewählt, das mich dann als Vorsitzenden der DMV – so hieß das damals – wählte. Für die erste Präsidiumssitzung unter meiner Leitung musste ich allerdings zwei Sitzungen organisieren. Damals gab es keinen Ort in Deutschland, wo alle Präsidiumsmitglieder sich treffen konnten. Die Westberliner durften nicht nach Ostberlin, die Ostdeutschen nicht nach Westberlin und nicht nach

Abbildung 3: Das „neue“ MPI

Westdeutschland, die Westdeutschen konnten überall hin. Da habe ich zu zwei Sitzungen an aufeinanderfolgenden Tagen, eine in Ostberlin und eine in Westberlin, eingeladen. Das habe ich beschrieben in meiner Erwiderung bei meiner Ehrenpromotion an der Humboldt-Universität 2000 (Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft 1997–2000).

Als ich im Jahre 1988 als zukünftiger Vorsitzender der DMV diskutiert wurde, stand die Vorbereitung des 100jährigen Jubiläums der DMV im Jahre 1990 im Vordergrund. Niemand wusste damals, dass dies auch das Jahr der deutschen Vereinigung werden würde. Man hatte mir damals gesagt, dass ich nur eine Rede halten müsse auf dem Kongress zum Jubiläum selbst, für alles andere würde gesorgt. Für mich gestaltete es sich dann aber so, dass ich einiges für die Vereinigung von Ost und West tun musste. Ich fuhr öfter nach Berlin zu Besprechungen mit der Mathematischen Gesellschaft der DDR. Die Gesellschaft wurde aufgelöst, die Mitglieder kamen zur DMV. Ich erhielt die letzte Verdienstmedaille der Mathematischen Gesellschaft der DDR. Die Institute der Akademie der Wissenschaften der DDR wurden geschlossen und zum Teil in neuer Form wieder eröffnet. So wurde auch das Weierstrass-Institut geschlossen und wieder aufgemacht, ich war Mitglied der zuständigen Kommission. Das Weierstrass-Institut ist jetzt ein Institut der Leibniz-Gemeinschaft. Ich arbeitete auch in der Struktur- und Berufungskom-

mission des Fachbereichs Mathematik der Humboldt-Universität mit. Auch beim Aufbau der Mathematik an der Universität Potsdam war ich beteiligt.

Vor welchen Herausforderungen steht die DMV heute? Was müsste ihr Präsident tun?

Es ist wichtig, dafür zu sorgen, dass die Mathematik in der Öffentlichkeit ein gutes Bild macht. Wie zum Beispiel Professor Beutelspacher in Gießen mit seinem Museum. Man kann Vorträge für die Öffentlichkeit veranstalten. Die Berliner Mathematiker gaben ein gutes Beispiel durch Abendvorträge in der Urania. Tage der offenen Tür der Universitätsinstitute und der beiden MPI in Bonn und Leipzig sollten durch die DMV moralisch unterstützt werden. Eine andere Rolle der DMV wäre, den mathematischen Fachbereichen Richtlinien zu empfehlen, zum Beispiel bei den Universitätsreformen, wie der Entwicklung der Bachelor- und

Masterstudiengänge. Man kann Energie sparen, wenn nicht jeder Fachbereich alle Einzelheiten ausarbeiten muss.

Im Moment sind vor allem Universitätsmathematiker Mitglied in der DMV. Ein Ziel war immer auch, andere, zum Beispiel Lehrer oder Industriemathematiker, für die DMV zu gewinnen.

Ich finde es wichtig, wenn man die besonders interessierten Schulmathematiker und -mathematikerinnen gewinnen könnte, um den Kontakt zu den Schulen zu verbessern und die Entwicklung der Mathematik im Sekundarbereich zu fördern und Fehlentwicklungen zu bekämpfen. Und warum nicht auch solche Mathematiker und Mathematikerinnen, die in der Industrie oder an Forschungsinstituten arbeiten. Oder solche, die Mathematik studiert haben, aber jetzt in Banken arbeiten oder Manager geworden sind und Mathematik als Hobby behalten möchten. Sie könnten für ihr Hobby viele Anregungen von der DMV bekommen und auch der DMV in vielfältiger Weise helfen.

Vielen Dank für das Gespräch

Das Gespräch führten Wolfgang Lück und Vasco Alexander Schmidt. (Bildnachweise: Prof. Hirzebruch: Autoren; Gebäudebilder: MPI)

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 200 (2005), 35–42

Gedanken zum Lehramtsstudium im Unterrichtsfach Mathematik

Wolfgang Schlöglmann
Institut für Didaktik der Mathematik, Univ. Linz

In den letzten Monaten wurde in Österreich eine intensive Diskussion darüber geführt, wie Lehramtsstudierende ausgebildet werden sollten, und in welcher Institution dies geschehen soll. Auslöser dieser Diskussion waren vordergründig die Ergebnisse der „PISA 2003"-Studie. Dahinter verbirgt sich aber die Besonderheit des österreichischen Bildungssystems, dass Lehrkräfte, die in der 5.–8. Schulstufe unterrichten, in zwei Institutionen ausgebildet werden: Hauptschullehrer an den Pädagogischen Akademien, AHS-Lehrer an den Universitäten (wobei deren Studium sich auf den Unterricht der 5.–12. bzw. 13. Schulstufe bezieht). Da noch dazu die Pädagogischen Akademien ab 2007 in Pädagogische Hochschulen umgewandelt werden, tauchte der Vorschlag auf, alle Lehrkräfte für die Sekundarstufe 1 an diesen neuen Hochschulen auszubilden und für die Lehrkräfte der Sekundarstufe 2 ein Masterstudium an einer Universität vorzusehen. Dies würde auch dem Wunsch Rechnung tragen, möglichst alle Studien des tertiären Bereichs nach dem Bologna-Modell zu organisieren (bisher sind die universitären Lehramtsstudien von dieser Umstellung ausgenommen). Diese Neuorganisation wurde u.a. auch von der im Zuge der Diskussion der Resultate der PISA 2003-Studie eingesetzten „Zukunftskommission" forciert, obwohl sich diese Konsequenz aus den PISA-Daten nicht zwingend rechtfertigen lässt. Einem Fachdidaktiker ist hier wohl die Vermutung erlaubt, dass die Zusammensetzung dieser Kommission – sie bestand nur aus Pädagogen und einer Psychologin – dazu führte, dass deren Blick zu sehr auf die stärkere Verankerung von Pädagogik und Psychologie in den Ausbildungsgängen der Pädagogischen Akademien gerichtet war. Da die Fachausbildung und Fachdidaktik in der Kommission nicht vertreten waren, wurde die Bedeutung der Fachkompetenz meines Erachtens nicht ausreichend in die Überlegungen miteinbezogen. Weiters ist zu bedenken, dass die Studien an Pädagogischen Akademien und Universitäten auf unterschiedlichen Grundkonzepten basieren. An Pädagogischen Akademien (und vermutlich auch an den künftigen Pädagogischen Hochschulen) werden die Lehrkräfte für

ISSN 0020-7926

Hauptschulen im Rahmen einer einphasigen Ausbildung (d.h. die Absolventen erfüllen bereits die Anforderungen für den Beruf) *ausgebildet*. Das Konzept für die Ausbildung der Lehrkräfte an AHS und BHS ist zweiphasig. Es besteht aus einem Lehramtsstudium an der Universität, das eine Berufsvorbildung vermittelt, und einem einjährigen Unterrichtspraktikum, das von der Schulbehörde organisiert und durchgeführt wird. Erst wenn beide zusammen absolviert sind, sind die Anstellungserfordernisse erfüllt, d.h. die Ausbildung der Lehrkräfte an Höheren Schulen dauert etwa doppelt so lange wie die für Pflichtschulen.

1 Berufsausbildung vs. Berufsvorbildung

Die Bildungsinstitutionen des tertiären Bereichs (Akademien, Fachhochschulen und Universitäten) lassen sich bezüglich ihres Bildungsauftrags folgendermaßen unterscheiden: Akademien und Fachhochschulen haben die Aufgabe, auf bestimmte berufliche Anforderungen hin auszubilden. Das bedeutet, dass sie eine starke Orientierung hin auf die derzeitige Praxis aufweisen, was sich u.a. in den im Rahmen der Ausbildung zu absolvierenden Praktika zeigt. Die Universitäten haben in ihren Studien Inhalte und Kompetenzen zu vermitteln, die sich erst in der späteren beruflichen Tätigkeit entsprechend den beruflichen Anforderungen zur Berufskompetenz entwickeln. Zu diesem Zweck sind z.B. für Absolventen des Medizin-, Rechtswissenschafts- oder Lehramtsstudiums nach Vollendung des Studiums Ausbildungen vorgeschrieben, die dann zur entsprechenden Berufsberechtigung führen. Eine Bewertung der beiden Konzepte lässt sich nur aus der Perspektive der künftigen Anforderungen vornehmen. Eine Berufsausbildung ist, wie bereits oben erwähnt, sehr stark an der derzeitigen Praxis orientiert. Eine Absolventin bzw. ein Absolvent soll ohne größere Einschulung in der Lage sein, berufliche Anforderungen zu übernehmen. Dieses Konzept ist überall dort sehr erfolgreich, wo es sich um eine bewährte, stabile Praxis handelt. Hat man aber eine sich rasch verändernde Praxis vor sich oder ist man mit der derzeitigen Praxis unzufrieden (was in Österreich aufgrund de Ergebnisse von PISA 2003 der Fall zu sein scheint), so bietet es sich an, eine Ausbildung anzustreben, in der in einer ersten Phase flexible Grundkompetenzen vermittelt werden, die es den handelnden Personen erlauben, diese in einer sich verändernden Praxis selbstverantwortlich und kompetent zu einer Berufspraxis zu entwickeln oder weiterzuentwickeln.

Der Mathematikunterricht wird in den nächsten Jahren im Zuge des Einsatzes der neuen Technologien mit tiefgreifenden und derzeit nicht überblickbaren Änderungsanforderungen konfrontiert sein. In dieser Frage stehen wir erst am Anfang der Umgestaltung des Unterrichts und dies angesichts einer dynamischen Weiterentwicklung der Technologie. Eine seriöse Prognose, wie sich der Mathematikunterricht in jener Zeitspanne, in der unsere derzeitigen Studierenden als Lehrkräfte tätig sein werden, verändern wird, ist derzeit nicht möglich. Dies, obwohl Österreich im Bereich des Einsatzes und der Forschung zur Auswirkung von Computeralgebrasystemen international eine Vorreiterrolle einnimmt. Das Einzige, was derzeit sicher gesagt werden kann, ist, dass die Lehrkräfte über hohe Flexibilität und Lernbereitschaft verfügen müssen, um diese Veränderungen mittragen zu können. Flexibilität und hohe Lernbereitschaft basieren aber stets auf einer breiten und soliden fachlichen Ausbildung.

2 Lehramtsstudien

Für die Konzeption von Lehramtsstudien ist stets vorweg die Grundfrage zu klären: Welche Aufgaben hat die Schule zu erfüllen und welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die Tätigkeit der Lehrkräfte? Da die Gesellschaft dazu neigt, auftretende Probleme der Schule als neue Aufgabe zuzuweisen, ist dies ein sehr breiter Aufgabenkatalog. Der bekannte dänische Mathematikdidaktiker Mogens Niss hat diese Anforderungen, die heute bei Lehrkräften als wünschenswert gesehen werden, folgendermaßen beschrieben:

> "And evidently, if taken literally, the characteristics suggested would make an ideal mathematics teacher a pure mathematician: an applied mathematician; a historian, sociologist, and philosopher of mathematics; a researcher of mathematics education; a philosopher of science; a general and educational sociologist; a general educationalist; an empathetic pedagogue; a psychologist; a politician; a charismatic inspirer and leader; a communication expert; an entertainer (including a humorist and magician); a therapist; a priest; a textbook author, if not a writer; and a few dozen other things as well. As this would equip our ideal mathematics teacher with an impressive set of qualifications for numerous full-fledged professions it is true that we are indeed referrig to Utopia." (Niss, 1994; p. 36.)

Die Tendenz, auftretende gesellschaftliche Probleme der Schule zur Bearbeitung zu übertragen, muss zum Scheitern verurteilt sein. Es ist daher „die Schule“ aufgerufen, klarzustellen, welche Aufgaben sie erfüllen kann und welche nicht. Lehrkräfte können grundsätzlich keine Aufgaben übernehmen, die über dem Schulunterricht angemessene erzieherische Maßnahmen hinausgehen. Hierunter fällt vor allem alles, was therapeutische Kompetenz erfordert. Solche Kompetenzen können nur durch eine mehrjährige spezielle Ausbildung erworben werden und nicht, wie derzeit manchmal gemeint wird, durch eine zusätzliche Lehrveranstaltung im Rahmen der Ausbildung oder durch einige Nachmittagskurse in der Fortbildung.

Wenn wir, wie stets behauptet wird, in einer Wissenschaftsgesellschaft leben, in der Wissen entscheidend für die Wirtschaftsleistung eines Landes ist, so ist es zentrale Aufgabe der Schule, Wissen zu vermitteln und kognitive Fähigkeiten aufzubauen. Auf dieser Grundlage kann der Einzelne und kann die Gesellschaft als Ganzes jene Kompetenzen entwickeln, deren Einsatz zur Bewältigung von Problemen, sei es im Alltag, im Beruf, aber auch in der Gesellschaft, notwendig sind. Schule hat aber auch die Aufgabe, über gemeinsam geteiltes Wissen eine gesellschaftliche Gemeinsamkeit herzustellen, auf der unsere Demokratie beruht. Schule hat daher den gesellschaftlichen Auftrag, Chancengleichheit anzustreben, d.h. gesellschaftliche Ungleichheiten durch einen entsprechenden Unterricht zu vermindern. Dies bedeutet, dass der Unterricht so zu gestalten ist, dass Schülerinnen und Schüler, ihren individuellen Möglichkeiten gemäß, bestmöglich gefördert werden. Gerade diese gesellschaftliche Anforderung an die Schule erfordert eine hohe Kompetenz der unterrichtenden Lehrkräfte. Diese Kompetenz ist im Rahmen eines Lehramtsstudiums zu entwickeln.

Grundsätzlich sehen alle Ausbildungen für eine Lehrtätigkeit vier Grundbereiche vor

(1) Fach (in Österreich sind im Allgemeinen zwei Unterrichtsfächer zu wählen)

(2) Fachdidaktik

(3) Pädagogik-Psychologie-Soziologie (auch als Humanwissenschaften bezeichnet)

(4) Schulpraktikum.

Der wesentliche Unterschied zwischen den Ausbildungen an Universitäten und Pädagogischen Akademien besteht einerseits in der Gewichtung der einzelnen Bereiche und andererseits in den Anforderungen an die Lehrenden. Während im universitären Studium der Schwerpunkt beim Fach und der Fachdidaktik liegt und bei den Lehrenden eigene Forschungsleistung vorausgesetzt wird, liegt der Schwerpunkt der Ausbildung an den Pädagogischen Akademien in den Humanwissenschaften und der schulpraktischen Ausbildung, und von den Lehrenden wird Praxiserfahrung gefordert. Anders gesagt steht in einem Fall das Lehren eines Fachs im Vordergrund, im anderen Fall die erzieherische Tätigkeit (dies zeigt sich u.a. auch daran, dass es an Hauptschulen noch häufig vorkommt, dass Lehrkräfte nicht nur die Fächer unterrichten, für die sie ausgebildet wurden).

3 Lehramtsstudium Mathematik

Um für das Unterrichtsfach Mathematik die Anforderungen in den vier Grundbereichen (Fach-Fachdidaktik-Pädagogik/Psychologie-Schulpraktikum) zu konkretisieren, ist es notwendig, klarzustellen, was sich die Gesellschaft vom schulischen

Mathematikunterricht erwartet. Die Rechtfertigung des Mathematikunterrichts ergibt sich weltweit aus folgenden Überlegungen:

- mathematics education can indeed contribute to the technological and socio-economic development of society at large;
- mathematics education can indeed contribute to society's political, ideological and cultural maintenance and development;
- mathematics education can indeed contribute to providing individuals with prerequisites which may help them to cope with life in the various spheres in which they live. (Niss, 1996; pp. 14–15).

Nun ist diese Rechtfertigung des Mathematikunterrichts sehr allgemein gehalten. Um sie weiter zu konkretisieren, ist notwendig miteinzubeziehen, welche Schulstufen unterrichtet werden sollen. International üblich ist es, in den ersten Schulstufen Lehrkräfte alle Fächer unterrichten zu lassen und später zu einem Fachlehrersystem überzugehen, d.h. zwischen Primarstufen- und Sekundarstufenlehrkräften zu unterscheiden. Für eine Ausbildung für die gesamte Sekundarstufe, wie sie in Österreich für die AHS-Lehrer besteht, spricht, dass dann Lehrkräfte ein einheitliches Bildungskonzept für einen längeren Zeitraum umsetzen können.

Insgesamt ergibt sich daraus, dass Lehrkräfte, die in der Sekundarstufe Mathematik unterrichten, über ein umfassendes mathematisches Grundwissen verfügen müssen, um den Anforderungen des Unterrichts in AHS und BHS gerecht werden zu können. Um ihren Bildungsauftrag insbesondere in Bezug auf die Bedeutung der Mathematik für unsere heutige Gesellschaft gerecht zu werden, müssen sie über Wissen zur historischen Entwicklung der Mathematik und deren Bedeutung in anderen Wissenschaften, in der Technik und der Berufs- und Alltagswelt verfügen. Mathematik ist ein zentrales Element unserer Kultur, das tief in unserer heutigen Gesellschaft verankert ist. Daher muss Mathematik den Studierenden als eine lebendige Wissenschaft und nicht nur als Sammlung fertiger Theorien und Verfahren entgegentreten, und Studierende müssen in die Lage versetzt werden, Mathematik entdeckend zu erkunden und sie auf Problemsituation anzuwenden. Auf der Grundlage dieser fachlichen Kompetenz ist es Aufgabe der Fachdidaktik, die Lehrkompetenz zu entwickeln, wobei auf theoretische Konzepte aus Pädagogik, Psychologie, Soziologie und Philosophie Bezug zu nehmen ist. Wichtig ist es dabei, die Spezifika des Mathematiklernens und sich daraus ergebenden Konsequenzen für das Lehren von Mathematik herauszuarbeiten. Eine besondere Herausforderung stellen dabei die Entwicklungen dar, die durch die Verwendung der neuen Technologien entstanden sind. Die Dynamik, die sich durch die stetige Veränderung der Mittel ergibt, fordert von der Fachdidaktik intensive Grundlagenforschung und deren Transfer in die Ausbildungs- und Unterrichtswirklichkeit. Zentrales Ziel der fachdidaktischen Ausbildung muss es auch sein, dass die Studierenden die Qualifikation erwerben, in ihrer künftigen Praxis ihren Unterricht in methodischer und fachlicher Hinsicht zu evaluieren, um daraus Ansatzpunkte für eine kontinuierliche Professionalisierung und Weiterentwicklung ihrer Lehrtätigkeit zu entwickeln.

Die pädagogisch-psychologische Ausbildung hat die Kenntnis von grundlegenden pädagogischen und psychologischen Konzepten des Lernens und Lehrens, des Erziehens und der Entwicklung zu vermitteln, sowie die Kompetenz zu entwickeln, diese in der beruflichen Realsituation einzusetzen. Sie hat auch zur Persönlichkeitsentwicklung im Hinblick auf die spätere Berufssituation beizutragen sowie die Kompetenzen zur Evaluation von Unterrichts- und Erziehungssituationen und dem reflektierenden Umgang mit den Evaluationsergebnissen zu vermitteln. Wichtig ist es auch, die Bereitschaft zu schaffen, in der künftigen beruflichen Praxis an der Weiterentwicklung der eigenen Kompetenzen zu arbeiten.

4 Gedanken zur schulpraktischen Ausbildung

Dem Schulpraktikum werden in der Diskussion meist zwei wesentliche Funktionen zugeschrieben. Einmal sollen die künftigen Lehrkräfte im Rahmen eines Prozesses, den Lave und Wenger (1991) als "legitimate peripheral participation" bezeichnen, an die berufliche Tätigkeit herangeführt werden. Weiters soll das Schulpraktikum Studierenden helfen, auf der Grundlage realer Erfahrungen ihre Entscheidung, den Lehrberuf anzustreben, nochmals zu überprüfen.

Nun ist in diesem Zusammenhang zu beachten, dass der Lehrberuf der akademische Beruf ist, den die Studierenden am besten kennen. Lehramtsstudierende haben 12 bzw. 13 Schuljahre absolviert, waren während dieser Zeit an der Gestaltung des Unterrichts mitbeteiligt und haben so Einsichten über den Lehrberuf gewonnen. Vor allem in fachdidaktischen Lehrveranstaltungen zeigt sich immer wieder, dass Studierende über festgefügte Meinungen darüber verfügen, wie Mathematikunterricht abzulaufen hat (Schlöglmann, 2005). Weiters sind sie oft auch der Auffassung, dass sie bereits über das nötige fachliche Wissen verfügen, um diesen Unterricht durchzuführen, denn sie geben Nachhilfe und dafür reicht ihre fachliche Kompetenz aus, daher müsse sie auch für den Unterricht ausreichen. Es zeigt sich immer wieder, dass es sehr schwer ist, manche Studierende von der Notwendigkeit einer fachlichen und fachdidaktischen Weiterqualifikation zu überzeugen. Setzt nun das Schulpraktikum bereits am Beginn des Studiums ein, so wird diese Ansicht bestätigt, denn sie können auf ihrer fachlichen Grundlage bereits Unterricht gestalten. Frühe praktische Anteile sind nur dann zielführend, wenn man die bestehende Praxis als Maßstab nimmt, den die Lehramtsstudierenden anstreben sollten.

In einer dynamischen Wissensgesellschaft ist eine Orientierung an der derzeitigen Praxis nur bedingt möglich bzw. auch sinnvoll. Bezogen auf die Schulpraxis haben Studien wie TIMSS oder PISA gezeigt, dass eine Weiterentwicklung der derzeitigen Praxis notwendig ist. Bezieht man sich darüber hinaus auf die prinzipiellen Anforderungen einer Wissensgesellschaft, so kann die derzeitige Praxis nie die alleinige Orientierung liefern.

In diesem Sinne sehen universitäre Studien stets eine Phase der Verbreiterung der Wissens- und Kompetenzbasis vor. Erst wenn diese erfolgt ist, sind Elemente einer Praxissimulation sinnvoll und zielführend. Universitäre Studien sollten die Möglichkeit anbieten, künftige Praxis zu simulieren. Es sollte aber stets ein „Schutzraum“ vorhanden sein, in dem probiert und Kompetenz entwickelt werden kann. Universitäre Ausbildung ist ein wichtiger Weg, neues Wissen, neue Konzepte über die Ausgebildeten in die Praxis einzuführen und diese so weiter zu entwickeln.

5 Schlussbemerkungen

In einer Wissensgesellschaft ist Forschung – und hier insbesondere die Grundlagenforschung – der Motor der Entwicklung. Es gibt verschiedene Wege, die Ergebnisse der Forschung in die Praxis überzuführen: durch eine Ausbildung, die an Forschungsstätten erfolgt, durch Zusammenarbeit von Forschern und Praktikern sowie durch Weiterbildung. Daher ist es in einer Wissensgesellschaft unabdingbar, dass die Personen, die als Lehrkräfte in den Schulen durch ihre Arbeit die Basisarbeit für die Wissensgesellschaft leisten, an Institutionen ausgebildet werden, die Forschung als Identitätsmerkmal aufweisen. Die Universitäten, an denen die Grundlagenforschung stattfindet, können im Zusammenwirken von Fach, Fachdidaktik und Pädagogik/Psychologie Lehrkräfte ausbilden, die auf der Grundlage ihrer fachlichen, fachdidaktischen und pädagogischen Kompetenz sowohl den Bedürfnissen der Schüler wie auch den gesellschaftlichen Anforderungen gerecht werden.

Aufgrund dieser Überlegungen muss auf einen grundlegenden Irrtum der Bildungspolitik, aber auch mancher Kollegen der Pädagogik, hingewiesen werden. Bildungspolitik versucht, durch organisatorische Maßnahmen Veränderungen zu erreichen. Organisationsformen haben aber nur einen sehr beschränkten Einfluss auf die Qualität von Schule. Veränderungen müssen im Kern, dem Unterricht, ansetzen und sind ein sehr mühsamer und langwieriger Prozess, der Zeit benötigt. Zeit, die die Bildungspolitik nicht hat und daher setzt sie auf organisatorische Maßnahmen, die für die mediale Öffentlichkeit Reformfreudigkeit ausdrücken.

Weiters sind auch Vorschläge der Zukunftskommission, die als Einstieg in ein Lehramtsstudium eine breite pädagogische Ausbildung vorsehen, vehement abzulehnen. Lehrkräfte an Schulen sind Experten für die Vermittlung und das Unterrichten von fachlichem Wissen. In diesem Sinne finde ich es auch falsch, wenn in Österreich Lehrkräfte als *Pädagogen* bezeichnet werden, denn es verwischt deren eigentliche Aufgabe und Kompetenz.

Literatur

J. Lave and E. Wenger (1991): *Situated learning. Legitimate peripheral participation.* Cambridge University Press.

M. Niss (1994): *Challenges to preparation of teachers of mathematics.* Nordisk matematikkdidaktikk Vol. 2, 31–46.

M. Niss (1996): *Goals of Mathematics Teaching.* In A. Bishop et al: International Handbook of Mathematics Education; Kluwer Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London, pp. 11–48.

W. Schlöglmann (2005): *Warum sind Unterrichtsformen so stabil? – Zur individuellen wie sozialen Funktion von Routine.* J. Mathematik-Didaktik 26, 143–159.

Ich möchte meinen Kollegen Jürgen Maaß, Franz Schlöglhofer und Franz Schoberleitner sehr herzlich dafür danken, dass sie bereit waren Textentwürfe zu lesen, mit mir darüber zu diskutieren und mir durch ihre Anregungen zu helfen, den Text weiter zu entwickeln.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 200 (2005), 43–48

Erinnerungen

Johann Cigler
Universität Wien

Der folgende Text ist ein Ausschnitt aus meiner Rede bei meiner Emeritierungsfeier am 30. September 2005.

Da Herr Dekan Harald Rindler und Christian Krattenthaler bereits über meinen mathematischen Werdegang berichtet haben, möchte ich mich darauf beschränken, einige Details aus meiner subjektiven Sicht anzufügen.

Mein Vater betrieb in Perchtoldsdorf eine Gärtnerei. Er hat diese von seinem Vater, der Ende des 19. Jahrhunderts aus Böhmen eingewandert war, übernommen. Ich habe 7 jüngere Geschwister, 6 Brüder und eine Schwester. In meiner Familie hat vor mir niemand eine höhere Schule besucht. Mein Großvater mütterlicherseits arbeitete als Schlosser bei der Wiener Straßenbahn. Andere Vorfahren waren Färber, Tuchmacher, Bäcker oder Schneider.

Meine Kindheit fiel in die Kriegszeit. Mein Vater musste noch im letzten Kriegsjahr im Alter von 44 Jahren zum Volkssturm einrücken und kam dann in russische Gefangenschaft. Während dieser Zeit war meine Mutter mit damals 5 kleinen Kindern auf sich allein gestellt. Zuerst gab es Bombenangriffe, dann kamen die Russen. Wir mussten die Nächte in Massenquartieren verbringen, da die Wohnungen zerstört oder von russischen Soldaten besetzt waren. Zu uns Kindern waren die Russen im Allgemeinen freundlich. So hat einer der russischen Soldaten, die einige Zeit lang die halbe Wohnung meiner Großeltern okkupiert hatten, versucht, mir etwas Mathematik beizubringen. Das war meine erste Begegnung mit der Mathematik.

Normalerweise hätte ich – wie es in meiner Verwandtschaft üblich war – einen handwerklichen oder landwirtschaftlichen Beruf erlernen müssen. Glücklicherweise hat man rechtzeitig bemerkt, dass das nichts für mich ist. Daher wurde beschlossen, dass ich Priester werden sollte. An andere Möglichkeiten wurde in meiner Familie damals nicht gedacht. Zu diesem Zweck wurde ich nach Hollabrunn in ein so genanntes Knabenseminar geschickt. Das war ein ziemlich streng geführtes kirchliches Internat. Es hatte allerdings den Vorteil, dass ich dort im Unterschied zu daheim die nötige Ruhe und Atmosphäre hatte, um zu lernen und meinen geistigen Interessen nachzugehen. Dazu kam noch, dass ich die Seminarbibliothek betreuen durfte, was mir viele Freiräume bescherte und die Möglichkeit gab, viel

ISSN 0020-7926

zu lesen. Von dort aus besuchten wir das nahe gelegene humanistische Gymnasium. Die Vorstellung, Priester zu werden, habe ich nach und nach fallen gelassen. Ich interessierte mich in der Schule zunächst für die alten Sprachen Latein und Griechisch und dann immer mehr für Mathematik. Dazu trug auch bei, dass unser Mathematikprofessor, Johann Kraft, den Stoff sehr gut vermitteln konnte. Daher begann ich nach der Matura Mathematik zu studieren. Ich wusste allerdings nicht, was ich damit später einmal anfangen sollte. Da es hieß, dass ein Doktorat in Mathematik sehr schwer wäre – so etwas wie ein Diplomstudium gab es ja noch nicht – begann ich zunächst Lehramt Mathematik und Physik zu studieren, obwohl ich nicht vor hatte, Mittelschullehrer zu werden. Als ich aber erfuhr, dass ich dann auch ein Chemiepraktikum machen müsste, habe ich das Lehramt aufgegeben. Mich hat vor allem die reine Mathematik fasziniert, ich habe aber auch sehr viel Respekt vor den anwendungsorientierten Gebieten, besonders dann, wenn durch sie neue Ideen in die Mathematik einfließen.

Ich hatte das Glück, im ersten Jahr die Differential- und Integralrechnung bei Professor Hlawka zu hören, dessen Vorlesungen sehr anregend waren. Die Übungen dazu hielt Professor Prachar. Sie fanden übrigens immer am Samstagvormittag statt. In den ersten Sommerferien studierte ich das Buch „Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen“ von Konrad Knopp, das mir Professor Prachar empfohlen hatte. Heute kennt dieses Buch wahrscheinlich niemand mehr, weil man sich jetzt für andere Dinge interessiert. Dort finden sich jedoch viele Themen, die mich im Laufe der Zeit immer wieder beschäftigt haben. Im ersten Semester hätte ich auch noch Professor Radon hören können, der die Funktionentheorie hielt. Leider habe ich mich durch Bemerkungen anderer Studenten, die das als zu schwer für den Anfang bezeichneten, davon abhalten lassen, die Vorlesung zu besuchen.

Damals wurden alle Vorlesungen, die man inskribierte, in ein so genanntes Studienbuch eingetragen. Am Ende des Semesters musste die Teilnahme vom jeweiligen Professor bestätigt werden. Daher weiß ich noch, welche Vorlesungen ich besucht habe. Bei Professor Hlawka kamen zur Differential- und Integralrechnung noch Differentialgleichungen und Zahlentheorie und im 5. und 6. Semester Analytische Geometrie dazu. Bei ihm habe ich auch meine Dissertation geschrieben. Er hat mich in vielfältiger Weise unterstützt, wofür ich ihm sehr dankbar bin. Bei Hofreiter habe ich Praktische Mathematik und Funktionentheorie I und II gehört, bei Nöbauer Algebra I und II, bei Prachar Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik und bei Brauner Differentialgeometrie. Dazu kamen ein paar Spezialvorlesungen. Das war's dann schon, was die Mathematik betrifft. Im Vergleich zu heute hatte man damals nicht sehr viel Auswahl an Vorlesungen, aber vielleicht mehr Zeit, um sich selbstständig mit Mathematik zu beschäftigen.

Viele Mathematiker schöpfen ihr Wissen aus Vorträgen oder Gesprächen mit anderen Mathematikern. Das war bei mir kaum der Fall. Da ich ein visueller Typ bin und außerdem ein schlechtes Gedächtnis habe, brauche immer etwas Schriftliches vor mir, über das ich in Ruhe nachdenken kann. Deshalb habe ich auch nur selten

Kongresse oder andere mathematische Tagungen besucht.

Sehr viel habe ich aus russischen Lehrbüchern gelernt. Die russische Buchhandlung am Trattnerhof in Wien hatte nämlich eine große Auswahl an mathematischer Literatur. Diese Bücher waren sehr billig, sodass sie sich auch ein armer Student leisten konnte. Hier kam mir zugute, dass wir im Gymnasium, das in der russisch besetzten Zone lag, auf Befehl der russischen Kommandantur gezwungen wurden, den Freigegenstand Russisch zu besuchen. Da niemand wirkliches Interesse daran hatte, hat auch niemand etwas gelernt. Es blieb aber glücklicherweise doch so viel hängen, dass ich nach kurzer Einarbeit mathematische Bücher lesen konnte, u.a. das Buch „Normierte Ringe“ von M. A. Naimark, das mir bald nach seinem Erscheinen in die Hände fiel. Hier lernte ich zum ersten Mal die Funktionalanalysis kennen, die mich sofort fasziniert hat.

Nach Beendigung des Studiums wollte ich an der Universität bleiben. Es gab jedoch damals in Wien keine freien Stellen. Ich griff daher sofort zu, als ich erfuhr, dass an der Universität Mainz eine Hilfsassistentenstelle bei Professor Hans Rohrbach frei war. Diese war zwar sehr schlecht bezahlt, aber besser als gar nichts. Nach einem Semester erhielt ich dann ein Forschungsstipendium und beschäftigte mich hauptsächlich mit Fragen der Gleichverteilung, wobei ich zum Teil mit Gilbert Helmberg und Bodo Volkmann zusammenarbeitete. Mainz war damals auch ein Zentrum der Informatik und numerischen Mathematik. Ich hätte dort eine Assistentenstelle bei Friedrich Ludwig Bauer und Klaus Samelson bekommen können, die Mitarbeiter bei der Erstellung von Computersprachen suchten. Dafür konnte ich mich jedoch nicht begeistern. Als einige Zeit später Professor Schmetterer von Hamburg nach Wien berufen wurde, bot er mir hier eine Assistentenstelle an, die ich sofort annahm und die ich bis zu meiner Berufung nach Groningen innehatte. Meine Assistentenkollegen waren damals Peter Flor, der zuerst nach Köln ging und später Professor in Graz wurde, und Walter Philipp, der dann eine Professur in Urbana, Illinois, annahm. Die Zusammenarbeit mit Professor Schmetterer war sehr angenehm und lehrreich. Ich habe Übungen zu seinen Vorlesungen gehalten und an seinem Seminar teilgenommen. Besonderen Eindruck hinterließ seine Vorlesung über Differential- und Integralrechnung, die ganz anders war als die sonst üblichen. Er überraschte mich immer wieder mit seinem umfangreichen Wissen aus den verschiedensten Gebieten der Mathematik. Ich verdanke Herrn Professor Schmetterer sehr viel. Er hat mich immer wieder unterstützt und gefördert und es tut mir sehr leid, dass ich ihm heute nicht mehr persönlich dafür danken kann. Ich habe ihm auch eine Einladung für eine Miller Research Fellowship in Berkeley zu verdanken, die ich allerdings nicht angenommen habe, weil ich inzwischen einen Ruf auf ein Ordinariat für Abstrakte Analysis in Groningen erhalten hatte.

Wie es zu dieser Berufung gekommen ist, weiß ich nicht. Es war für mich eine totale Überraschung. Es gab ja damals keine Ausschreibungen oder Bewerbungen. Ich nehme aber an, dass ich es vor allem einer Tagung über Gleichverteilung auf Schloss Nijenrode bei Breukelen in Holland verdanke, bei der ich einige holländische Mathematiker kennen gelernt hatte. Professor Johan Gerretsen lud mich jedenfalls zu einem Vortrag nach Groningen ein und bot mir daraufhin eine Professur an, die ich schlecht ablehnen konnte. Die Groninger Universität ist eine relativ alte Universität. Aus mathematischer Sicht ist vor allem zu erwähnen, dass von 1695–1705 Johann Bernoulli dort Professor war, von dem ja bekanntlich die Regel von de l'Hopital stammt. Auch van der Waerden war drei Jahre dort. Ich trat diese Professur im Herbst 1964 an. Das war ein gewaltiger Einschnitt in meinem Leben, umso mehr als ich zur selben Zeit geheiratet habe. Damals wurden übrigens innerhalb kurzer Zeit gleich drei österreichische Mathematiker nach Holland berufen, Gilbert Helmberg nach Eindhoven, Hans Reiter nach Utrecht und ich nach Groningen. Gerretsen ist leider außerhalb von Holland kaum bekannt. Er hat hervorragende Vorlesungen gehalten und schöne Lehrbücher geschrieben. Sein Vorlesungsskriptum über Distributionen und verallgemeinerte Funktionen bildete auch die Grundlage für meine eigene Vorlesung über dieses Gebiet. Nach 6 Jahren in Groningen erhielt ich einen Ruf nach Wien, den ich gerne angenommen habe.

Ich wundere mich selbst am meisten über meine berufliche Laufbahn. Ich hatte offenbar viel Glück, denn mir fehlen fast alle Eigenschaften, die man heutzutage im Wissenschaftsbetrieb benötigt. Im Gegensatz zu vielen anderen Mathematikern habe ich die meisten Energien in die Lehre gesteckt und Forschung hauptsächlich als geistigen Ausgleichssport betrieben. Die Vorbereitung meiner Vorlesungen nahm immer sehr viel Zeit in Anspruch. Mir geht es vor allem darum, wie etwas dargestellt wird. Das ist wahrscheinlich eine Reaktion auf meine Erfahrungen mit Vorlesungen aus meiner Studienzeit. Die Vorlesungen von Professor Hlawka waren vorbildlich. Sie waren sehr stimulierend und hatten gerade das richtige Niveau, während mir manche andere nicht so gut gefielen. Sehr enttäuscht war ich etwa von einer Spezialvorlesung, wo eine relativ abstrakte Theorie ohne Beispiele oder motivierende Hintergrundinformationen vorgetragen wurde. Auch heute noch stören mich derartige Darstellungsweisen der Mathematik. Ein Hauptgrund, warum ich Mathematik studierte, war die Tatsache, dass man hier zumindest theoretisch alles von Grund auf beweisen und selbst überprüfen kann. Ich habe mich immer nur mit Themen beschäftigt, wo das für mich auch praktisch möglich war. Dabei lasse ich mich vor allem von Analogien und der Schönheit der Resultate und Methoden leiten. Ein Vorbild waren dabei die „Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis“ von Pólya und Szegö und das „Hilbert space problem book“ von Halmos, die ich mit besonderem Interesse studiert habe. In meinen Vorlesungen, Skripten und Büchern habe ich versucht, diese Aspekte zu betonen. Das ist mir allerdings nur teilweise gelungen, am ehesten noch in meinen Vorlesungsskripten, weil ich dort alles ziemlich informell darstellen konnte. Bei einigen haben mir auch Studenten bei der Endfassung geholfen, wie beim Skriptum „Verallgemeinerte Funktionen“, das Josef Hofbauer verfasst hat und „Kombinatorik“, wo Andrea Gaunersdorfer und Silvia Mauritz mitgearbeitet haben. Meine Bücher sind ebenfalls aus Vorlesungen und Vorlesungsskripten entstanden. Mein Skriptum über Topologie wurde von Hans-Christian Reichel zu einem Buch erweitert. Auf der Grundlage meines Skriptums „Funktoren auf Kategorien von Banachräumen“, das die Ergebnisse einiger Dissertationen in Groningen und Wien zusammengefasst hat, entstand in Zusammenarbeit mit Peter Michor und Viktor Losert der Lecture Notes-Band “Banach modules and functors on categories of Banach Spaces”. In meinem Algebrabuch „Körper, Ringe, Gleichungen“ versuchte ich besonders die grundlegenden Ideen, die zur modernen Algebra geführt haben, hervorzuheben. Dabei haben mir wertvolle Hinweise der Kollegen Kowol und Schoißengeier sehr geholfen.

Abgesehen von Forschung und Lehre fasziniert mich die Evolution der Mathematik. Während in der Natur angeblich der Zufall die Mutationen erzeugt, von welchen dann einige wenige zum Fortschritt beitragen, sind es hier die Mathematiker, die das mathematisch Unbewusste intuitiv erfassen und in mathematischen Theorien bewusst machen. Hier haben vor allem jene Aspekte, die rational kaum nachvollziehbar sind, mein besonderes Interesse erregt, wie etwa die waghalsigen Überlegungen, die John Wallis zu seiner Produktdarstellung von π geführt haben, oder die genialen Umformungen von Leonhard Euler, mit welchen er aus harmlosen Formeln völlig überraschende Resultate hervorzaubern konnte, oder die fantastischen Formeln, die Srinivasa Ramanujan ohne Beweis gefunden hatte, um nur einige wenige zu nennen. Sehr aufschlussreich finde ich auch, wie manche Begriffe, die ursprünglich kritiklos verwendet wurden, dann aber als Unsinn oder logisch widersprüchlich abgetan wurden, wie etwa divergente Reihen oder unendlich kleine Zahlen, durch geeignete Modifikationen des theoretischen Überbaus schließlich doch in der Mathematik gesellschaftsfähig wurden. Auch die quasi magischen Aspekte mathematischer Formeln überraschen mich immer wieder. Einige Mathematiker und Physiker haben in diesem Zusammenhang gesagt, dass manche Formeln viel intelligenter als ihre Schöpfer wären und wesentlich mehr enthielten, als man hineingesteckt hat. Ähnliches gilt auch von einer guten Symbolik, die uns das Denken abnimmt und die richtigen Dinge suggeriert. Sehr viel verdankt die Mathematik natürlich der Physik. Obwohl mir die Denkweise der Physik und ihr Umgang mit Formeln leider weitgehend fremd geblieben sind, hat mich die Entstehungsgeschichte einiger mathematischer Theorien, die daraus entstanden sind, wie etwa die Theorie der Fourierreihen, sehr interessiert. Ich finde es spannend, zu verfolgen, wie die intuitive Einsicht von Fourier, dass sich eine „beliebige Funktion“ in eine solche Reihe entwickeln lässt, als eine Art Katalysator für die Entwicklung verschiedener exakter Versionen der dafür benötigten Begriffe Funktion, Integral und Konvergenz gewirkt hat.

Mein Einstieg in die mathematische Forschung war wie bei den meisten Schülern von Professor Hlawka die Theorie der Gleichverteilung. Hier interessierten mich vor allem die Querverbindungen zur harmonischen Analyse auf kompakten und lokalkompakten Gruppen und zur Funktionalanalysis. Ich fand auch immer wieder faszinierende Bücher, die meine Interessen beeinflussten. Als ich dann eine Professur für abstrakte Analysis in Groningen erhielt, stand naturgemäß die Funktionalanalysis im Vordergrund. Dabei hat mich einige Jahre lang die Theorie der Funktoren auf Kategorien von Banachräumen und die damit eng verwandte Theorie der Banachmoduln beschäftigt; das hat auch zu einigen Dissertationen in Groningen und Wien geführt. Ab dem Jahr 1975 wandte ich mich, vor allem inspiriert durch den schönen Artikel "Finite operator calculus" von Gian-Carlo Rota, in welchem der sogenannte Heaviside-Kalkül und der umbrale Kalkül des 19. Jahrhunderts erstmals eine exakte Formulierung gefunden haben, wieder konkreteren Problemen zu, wie etwa dem Studium von speziellen Polynomfolgen und kombinatorischen Fragen. Schließlich haben mich q-Identitäten fasziniert, mich hat also, wie man oft scherzhaft sagt, die q-Krankheit befallen, die damals jedoch noch nicht so epidemische Ausmaße angenommen hatte wie jetzt. In letzter Zeit habe ich besonders die berühmten Identitäten von Rogers-Ramanujan und insbesondere deren enge Verwandtschaft mit den Fibonacci-Zahlen studiert. Dabei spielt auch die experimentelle Seite der Mathematik eine große Rolle. Ich habe zwar lange Zeit alles, was mit Computern zu tun hat, ignoriert, habe mich ihnen aber letztlich doch nicht entziehen können. So waren meine Arbeiten der letzten Jahre nur möglich, weil ich mit Hilfe von *Mathematica* und anderen Programmen viele Spezialfälle berechnen und aus diesen dann die allgemeine Gestalt der Resultate erraten konnte.

Ich hatte das große Glück, einige hervorragende Dissertanten und Diplomanden anzuziehen und ich freue mich sehr, dass heute so viele davon anwesend sind. Ich habe mich immer bemüht, allen, die bei mir gearbeitet haben, möglichst viel Freiheit in der Wahl ihrer Themen und der verwendeten Methoden zu geben, damit sie ihre speziellen Begabungen und Interessen optimal entfalten können. Viele haben ihre Arbeitsgebiete im Laufe der Zeit bedeutend erweitert oder ganz geändert und einige gehören heute zu den führenden Mathematikern auf ihren Gebieten. Ich bin sehr stolz darauf, dass ich auch ein wenig dazu beitragen konnte.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 200 (2005), 49–52

Helmut Florian 1924–2005

Karl Perktold, Jürgen Püngel, Robert F. Tichy
TU Graz

Helmut Florian wurde am 30. April 1924 in Graz geboren, hat dort seine Schulausbildung absolviert und im Jahr 1942 die Matura am Akademischen Gymnasium in Graz abgelegt. Von 1942 bis 1945 leistete er den Wehrdienst und geriet anschließend in Kriegsgefangenschaft. In den Jahren 1945 bis 1949 studierte Helmut Florian Mathematik und Physik als Hauptfächer und Geometrisch Zeichnen und Chemie als Nebenfächer an der Universität Graz. Anschließend war er als Lehrer an verschiedenen höheren Schulen tätig. Im Jahre 1952 erfolgte die Promotion zum Dr.phil. (Theoretische Physik) an der Universität Graz. In den Jahren 1959 bis 1964 war Helmut Florian als Hochschulassistent am 1. Mathematischen Institut (Vorstand Erwin Kreyszig) der Technischen Hochschule in Graz tätig. Im Jahre 1963 erfolgte die Habilitation aus Mathematik an der TH Graz, 1965 war Helmut Florian Gastdozent am Institut für Informatik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Im Jahre 1965 erfolgte dann auch die Berufung zum ordentlichen Professor für Angewandte Mathematik an der Technischen Hochschule Graz. Helmut Florian blieb auf dieser Stelle der Technischen Hochschule Graz (seit 1975 Technische Universität) treu und hat auch 1970 einen Ruf an die Universität Düsseldorf abgelehnt. Helmut Florian wirkte nicht nur als allseits geschätzter Lehrer und Forscher, sondern insbesondere auch in den verschiedensten Leitungspositionen im akademischen Bereich. So war er für viele Jahre Vorstand des EDV-Zentrums, in den Jahren 1971/72 Dekan der Naturwissenschaftlichen Fakultät und 1973/74 Rektor der Technischen Hochschule Graz. Für seine erfolgreiche und engagierte Tätigkeit wurden Helmut Florian auch hohe Ehrungen zuteil, etwa die Verleihung des Goldenen Ehrenzeichens der TU Graz 1978 und des Goldenen Ehrenzeichens des Landes Steiermark 1981. Im Jahre 1994 erfolgte die Emeritierung Helmut Florians, wenngleich er auch danach ein aktiver und am mathematischen Leben interessierter Angehöriger unseres Fachbereichs geblieben ist. In dieser Zeit beteiligte er sich auch an der Veranstaltung mehrerer wissenschaftlicher Tagungen und Konferenzen. Als Emeritus war Helmut Florian meist zweimal in der Woche am Institut und setzte seine Forschungsarbeiten mit (ehemaligen) Mitarbeitern fort und stand mit Rat und Tat und seinen großen Erfahrungen in der akademischen Selbstverwaltung zur Verfügung, ohne sich allerdings in das Tagesgeschäft einzumischen. Im Frühjahr 2005 verstarb er nach kurzer schwerer Krankheit.

ISSN 0020-7926

Helmut Florian hat größte Verdienste durch den Aufbau der an der Technischen Hochschule Graz neu gegründeten Fachrichtung „Angewandte Mathematik und Informationsverarbeitung". Es war die Zeit, wo auch in Graz der Drang zum EDV-Einsatz sowohl innerhalb als auch außerhalb der Hochschule einsetzte. Er setzte von Beginn an auf die Kooperation mit Anwendern aus Industrie, Wirtschaft und Verwaltung. Auf diesem Sektor leistete er Pionierarbeit in Graz und war auch wesentlich an der Einrichtung der Studienrichtung Technische Mathematik im Jahre 1969 beteiligt. Neben seiner Lehrtätigkeit als Universitätsprofessor hat er öffentlich zugängliche Kurse und Seminare über anwendungsorientierte Themen, insbesondere aber über die Grundlagen der Informatik, abgehalten bzw. organisiert. Es entstand eine große Zahl von Diplomarbeiten, Dissertationen und Habilitationen in interdisziplinärer Zusammenarbeit. Sie reichen von der EEG-Auswertung über Prognoseverfahren verschiedenster Art, Ablaufplanungen, Informationssysteme in der Verwaltung, Simulationsmodelle für technische Zuverlässigkeitsuntersuchungen, Optimierung der Hochofeneinsatzstoffe, Computeranwendungen zur Leistungskontrolle in der Pädagogik, Modelle für Absorptionskältemaschinen bis zu technisch-naturwissenschaftlichen Problemen und mathematischen Grundlagenfragen. Helmut Florian hat eine Reihe von Forschungs- und Anwendungsgebieten, die oft nicht nur für Österreich neu waren, angeregt, eingeführt oder mitentwickelt. Es ist ihm auch zu verdanken, dass in den 70er-Jahren der Fachbereich der Informatik in Graz aufgebaut wurde.

Seine wissenschaftlichen Hauptarbeitsgebiete sind die Theorie und Anwendung partieller Differentialgleichungen, die Numerische Mathematik, Teilgebiete der Geometrie und der Intervallmathematik. Besonders erwähnenswert ist hier die numerische Strömungssimulation in der Biomechanik. Dabei geht es um die Entwicklung von mathematischen Modellen und von numerischen Methoden zur Berechnung und Darstellung von Strömungsvorgängen in Arterien unter normalen und pathologischen Bedingungen. Ziel der Studien ist die Erfassung des strömungsdynamischen Faktors bei der Entstehung arterieller Erkrankungen. Dabei handelt es sich um bedeutende Arbeiten vom medizinisch-physiologischen Standpunkt, die in renommierten Fachzeitschriften (u.a. *ASME Journal of Biomechanical Engineering, Journal of Biomechnics*) publiziert wurden und eine feste Plattform für weitere Forschungsarbeiten bilden. Helmut Florian war ein Wegbereiter auf diesem Gebiet, das von seinem Schüler Karl Perktold zu einem Forschungsschwerpunkt von internationalem Format ausgebaut wurde.

Die meisten Publikationen Helmut Florians in wissenschaftlichen Zeitschriften sind theoretischen Untersuchungen zu partiellen Differentialgleichungen gewidmet. Dabei geht es um Lösungsdarstellung mittels Integraloperatoren oder in einigen Fällen auch mittels Differentialoperatoren. Diese Untersuchungen wurden u.a. durch Arbeiten von S. Bergman und I. Vekua angeregt. Die explizite Konstruktion solcher Operatoren stellt einen Hauptbeitrag in seiner Forschungstätigkeit dar, eine besondere Rolle spielt dabei die Ermittlung komplexer Riemann-

Funktionen. Alle Lösungsdarstellungen können dabei als Abbildungen von Mengen holomorpher Funktionen aufgefasst werden. Die Definitionsmengen dieser Abbildungen durch Lösungsmengen anderer Differentialgleichungen zu ersetzen, führt auf die Suche nach allgemeinen Konstruktionsprinzipien für Differentialtransformationen bei partiellen Differentialgleichungen. Diesem Themenkreis sind vor allem die letzten wissenschaftlichen Arbeiten Helmut Florians gewidmet und er hat auch auf diesem Gebiet eine Reihe von Schülern zu erfolgreicher Fortführung seiner Forschungsarbeiten angeregt.

Im Folgenden wird ein Schriftenverzeichnis von Helmut Florian wiedergegeben, dessen Quelle die *Mathematical Reviews* sind und das hauptsächlich Publikationen in rein mathematischen Fachzeitschriften enthält. Darüber hinaus gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen in stark anwendungsorientierten Schriftenreihen.

Verzeichnis ausgewählter Schriften

1. H. Florian, *Zur Abstrahlung vom offenen Ende einer Lecherleitung und eines Hohlrohres in grosser Entfernung von der Öffnung*, Acta Physica Austriaca **8** (1953), 42–62.
2. Helmut Florian, *Zu einer Vermutung von L. Fejes Tóth*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova **31** (1961), 396–403.
3. H. Florian, *Normale Integraloperatoren*, Monatsh. Math. **69** (1965), 18–29.
4. K. Ecker and H. Florian, *Über Integraloperatoren bei Differentialgleichungen mit n Variablen*, Glasnik Mat. Ser. III **4 (24)** (1969), 79–87.
5. H. Florian and G. Jank, *Polynomerzeugende bei einer Klasse von Differentialgleichungen mit zwei unabhängigen Variablen*, Monatsh. Math. **75** (1971), 31–37.
6. Helmut Florian and Rudolf Heersink, *Über eine partielle Differentialgleichung mit $P+2$ Variablen und deren Zusammenhang mit den allgemeinen Kugelfunktionen*, Manuscripta Math. **12** (1974), 339–349.
7. A. Florian and H. Florian, *Reguläre hyperbolische Mosaike und Newtonsche Zahlen. II*, Period. Math. Hungar. **6** (1975), no. 2, 179–183.
8. ———, *Reguläre hyperbolische Mosaike und Newtonsche Zahlen. III*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturwiss. Kl. S.-B II **184** (1975), no. 1-4, 29–40.
9. K. W. Bauer and H. Florian, *Bergman-Operatoren mit Polynomerzeugenden*, Function theoretic methods in differential equations, Pitman, London, 1976, pp. 85–93. Res. Notes in Math., No. 8.
10. Helmut Florian and Rudolf Heersink, *Differentialoperatoren in der Funktionentheorie elliptischer Gleichungen*, Wiss. Beitr. Martin-Luther-Univ. Halle-Wittenberg M **27** (1977), 16–19, Komplexe Analysis und ihre Anwendung auf partielle Differentialgleichungen (Tagung, Martin-Luther-Universität, Halle, 1976).
11. ———, *Ein verallgemeinertes Riemann-Hilbertsches Randwertproblem*, Applicable Anal. **8** (1978/79), no. 3, 277–284.
12. H. Florian and J. Püngel, *Riemannfunktionen als Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen*, Ber. Math.-Statist. Sekt. Forsch. Graz (1979), no. 106, 48.

13. H. Florian and K. Perktold, *Zur Anwendung der Methode der finiten Elemente auf Probleme der Hämodynamik*, Bericht [Report], vol. 171, Forschungszentrum Graz, Mathematisch-Statistische Sektion, 1981, With an English summary.
14. H. Florian and J. Püngel, *Riemannfunktionen für Gleichungen vom Typ* $u_{z\zeta} + h(a + bz + c\zeta + dz\zeta)u = 0$, Bericht [Report], vol. 176, Forschungszentrum Graz, Mathematisch-Statistische Sektion, 1981, With an English summary.
15. Helmut Florian, Jürgen Püngel, and Herbert Wallner, *Darstellungen von Riemannfunktionen für* $(\partial^n w/\partial z_1 \partial z_2 \cdots \partial z_n) + C(z_1, z_2, \cdots, z_n)w = 0$, Berichte [Reports], vol. 204, Forschungszentrum Graz, Mathematisch-Statistische Sektion, 1983, With an English summary.
16. ———, *Über die Riemannfunktion für Gleichungen höherer Ordnung*, Berichte [Reports], vol. 203, Forschungszentrum Graz, Mathematisch-Statistische Sektion, 1983, With an English summary.
17. H. Florian and R. Heersink, *Differential operators in the theory of elliptic equations and boundary value problems*, Complex analysis, Math. Lehrbücher Monogr. II. Abt. Math. Monogr., vol. 61, Akademie-Verlag, Berlin, 1983, pp. 198–214.
18. H. Florian, J. Püngel, and W. Tutschke, *Complex methods for linear elliptic equations in formally hyperbolic canonical form*, Berichte [Reports], vol. 258, Forschungszentrum Graz, Mathematisch-Statistische Sektion, 1985, With a German summary.
19. Helmut Florian, *Finite elemente-Simulation in der Hämodynamik*, IVth meeting of mathematicians in Zagreb-Graz (Mali Lošinj, 1984), Berichte, vol. 243, Forschungszentrum Graz, 1985, pp. Ber. No. 245, 34.
20. Helmut Florian and Jürgen Püngel, *Integraldarstellungen für die Riemannfunktionen einer Klasse selbstadjungierter Gleichungen*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl. Sitzungsber. II **195** (1986), no. 4-7, 213–224.
21. H. Florian, J. Püngel, and K. W. Tomantschger, *On integral operators for a higher order formally hyperbolic equation*, Complex Variables Theory Appl. **13** (1990), no. 3-4, 223–229.
22. Helmut Florian and Jürgen Püngel, *Differentialtransformationen von Lösungen partieller Differentialgleichungen*, Complex Variables Theory Appl. **18** (1992), no. 1-2, 125–134.
23. J. Püngel and H. Florian, *Differentialtransformationen bei quasilinearen Gleichungen zweiter Ordnung*, Partial differential equations with complex analysis, Pitman Res. Notes Math. Ser., vol. 262, Longman Sci. Tech., Harlow, 1992, pp. 14–22.
24. H. Florian, J. Püngel, and W. Tutschke, *Solution of boundary value problems for non-linear partial differential equations using differential transformations*, Anz. Österreich. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl. **131** (1994), 3–16 (1995).
25. ———, *Matrix differential transformations*, Appl. Anal. **65** (1997), no. 1-2, 103–117.
26. Helmut Florian, Klaus Hackl, Franz Josef Schnitzer, and Wolfgang Tutschke (eds.), *Generalized analytic functions*, International Society for Analysis, Applications and Computation, 1, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1998, Theory and applications to mechanics.
27. H. Florian, N. Ortner, F. J. Schnitzer, and W. Tutschke (eds.), *Functional-analytic and complex methods, their interactions, and applications to partial differential equations*, River Edge, NJ, World Scientific Publishing Co. Inc., 2001.

Buchbesprechungen

F. Auerbach: Die Furcht vor der Mathematik und ihre Überwindung. Unveränderter Neudruck. bk teachware Schriftenreihe, Linz, 2005, 41 S. ISBN 3-901769-62-5, € 6,90.

Der Autor Felix Auerbach (geb. 1856 Breslau, gest. 1933 durch Freitod) war zu seiner Zeit ein bekannter Physikprofessor an der Universität Jena und hat diese „kleine Schrift“ 1924 als Grundlage für eine öffentliche Vorlesung in Buchform aufgezeichnet. Das Werk kann als ein Meilenstein in der umfangreichen Popularisierungsliteratur der Mathematik bezeichnet werden. Die fünf wiedergegebenen Vorlesungseinheiten haben an Aktualität kaum etwas verloren und somit hat dieser unveränderte Neudruck von 2005 seine volle Berechtigung.

1. Vorlesung: Auerbach beginnt mit sehr ausführlichen allgemeinen philosophischen Überlegungen über die *Furcht* mit der Erkenntnis, dass zu den Dingen, die man u.a. fürchtet, meist auch die Mathematik zählt. Diese Furcht wird von den Betroffenen meist zugegeben oder lässt sich aus ihrem Verhalten einwandfrei erschließen. Es ist eine „Furcht aus Unkenntnis der Mathematik, die wir der *Schule* verdanken“. Diese Erkenntnis wird ausführlich mit stichhaltigen Argumenten verteidigt.

2. Vorlesung: Auerbach gibt sehr umfangreiche persönlichen Anweisungen an Lehrer, die sich berufen finden, der Mathematik „Jünger und Freunde zuzuführen“. Er muss da beginnen, wo das Wesen der Mathematik steckt, d.h. also bei der Wurzel, aus der sich der Stamm und die Krone entfalten. Dieser Vorgang kann mehr abstrakt oder mehr konkret erfolgen. Beide Methoden sind gleichberechtigt und er begründet seinen Standpunkt ausführlich mit anschaulichen konkreten Beispielen für die „Grundidee der Stetigkeit und der unteilbaren Einheit im Gegensatz zur teilbaren Menge, die Idee der Relativität und der Reziprozität“.

3. Vorlesung: Auerbach stellt sich die Frage „was also ist Mathematik?“ und gibt dazu drei Antworten. Die erste und für ihn nächstliegende Antwort lautet: „Mathematik ist eine Wissenschaft“ und meint dazu, dass die Mathematik nicht *eine*, sondern *die* Wissenschaft ist. Als zweite Antwort sagt er: „Mathematik ist eine Sprache“. Für diese zweite Fassung der Antwort werden mehrere Seiten wissenschaftlicher Standpunkte bezüglich der Sprache im Besonderen und Allgemeinen angeführt und mit der „mathematischen Sprache“ verglichen.

4. Vorlesung: Hier wird die angekündigte dritte Antwort zur Frage „was ist Mathematik?“ gegeben mit: „Mathematik ist Kunst“. Da Auerbach die Mathematik als Verdichtung der Wortsprache ansieht, ist es für ihn nahe liegend, die Mathematik auch mit der Kunstform Dichtung im ursprünglichsten Wortsinne zu vergleichen. Von anderer Art und fast noch intimerem Charakter ist die Beziehung der Mathematik zur Musik. Ausführlich werden die Parallelen von Mathematik und Musik skizziert. Abschließend werden noch treffende Vergleiche zwischen Mathematik und der bildenden Kunst gezogen.

5. Vorlesung: In diesem Abschnitt weist Auerbach auf die Bedeutung spezieller mathematischer Disziplinen für Astronomie, Physik und Technik hin. Der Bogen spannt sich weiter zur Mineralogie, Chemie, Biologie, Erdkunde, Logik und Ökonomie, mit der damaligen Problematik.

Zusammenfassend muss gesagt werden, dass dieses zeitlose vorliegende Buch eine Pflichtlektüre für alle Lehrer, Lehramtskandidaten und Interessenten der Popularisierungsliteratur der Mathematik ist.[1]

G. Lindbichler (Wien)

P. Blanchard, G. Dell'Antonio (eds.): Multiscale Methods in Quantum Mechanics. Theory and Experiment (Trends in Mathematics). Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2004, VIII+220 S. ISBN 0-8176-3256-5 H/b € 143,–.

This book is devoted to recent results concerning multiscale phenomena between quantum and classical systems. It presents mathematical-physics concepts as well as descriptions of experiments towards a better understanding of situations in physics in which different degrees of freedom of systems evolve on very different time scales.

Multiscale Methods in Quantum Mechanics is a collection of papers presented in a meeting of the same name held in Rome in the year 2000. Contributors: M. Arndt; J. E. Avron; D. Bambusi; D. Dürr; C. Fermanian Kammerer; P. Gerard; L. Hackermüller; K. Hornberger; G. Jona-Lasinio; A. Martin; G. Nenciu; F. Nier; R. Olkiewicz; G. Panati; M. Patel; C. Presilla; M. Pulvirenti; D. Robert; A. Sacchetti; V. Scarani; P. Stollmann; A. Teta; S. Teufel; C. Toninelli; and A. Zeilinger.

From the mathematical point of view, two important tools are especially considered: The Wigner function and the adiabatic theorem(s). The former allows recasting quantum evolution in terms of the evolution of the Wigner function, allowing extension of some classical results to the corresponding quantum system. The latter is an important tool for studying phenomena on different time scales at classical and quantum level.

From the physical viewpoint, with a focus on issues concerning foundation of quantum mechanics, the main concept discussed in this book is coherence. It appears that it is the concept of coherence between states that leads to observable wave-like behavior of particles. And it is decoherence that leads to classicality of a quantum system, through interaction with a measuring apparatus.

A further issue discussed in the book that distinguishes quantum structures from classical ones is entanglement, responsible of characteristic quantum effects. This is a quantum phenomenon in which the states of two or more quantum objects have to be described with reference to each other, even though they are spatially

[1] Der Rezensent möchte erwähnen, dass in der Bibliothek des von ihm betriebenen *Hauses der Mathematik* in Wien derzeit 150 Werke der Popularisierungsliteratur der Mathematik, von 1772 bis heute, vorhanden sind.

separated. This leads to correlations between observable physical properties of the systems, e.g. spin of two particles in a single quantum state.

The book is aimed at mathematical physicists, theoretical physicists, applied mathematicians, and experimental physicists working in such areas as decoherence, quantum information, and quantum optics.

A. Borzi (Graz)

M. Capiński, E. Kopp: Measure, Integral and Probability. Second Edition. With 23 Figures (Springer Undergraduate Mathematics Series). Springer, London, Berlin, Heidelberg, 2004, XV+311 S. ISBN 1-85233-781-8 P/b € 39,95.

Dieses Buch ist eine relativ knapp gehaltene Einführung in die Maß- und Integrationstheorie, die im Wesentlichen anhand des Lebesgue-Maßes dargestellt wird. Die Abschnitte über Wahrscheinlichkeitstheorie und Finanzmathematik dienen lediglich der Illustration und können ein Lehrbuch über diese Gebiete nicht ersetzen.

Auf eine Beschreibung der in der Maß- und Integrationstheorie verwendeten Mengensysteme wird weitgehend verzichtet, was aber einige Beweise unnötig verlängert. Ich schreibe hier bewusst verlängert und nicht verkompliziert, denn das Buch ist durchwegs leicht lesbar und verständlich geschrieben, obwohl das zuvor erwähnte Konzept mitunter zu Redundanzen in der Darstellung führt.

Das vorliegende Buch wird weder Leser zufriedenstellen, die eine ausführliche Beschreibung der Maß- und Integrationstheorie suchen, noch solche, die sich eingehend mit Wahrscheinlichkeitstheorie beschäftigen möchten. Es stellt auch keine Konkurrenz zu Lehrbüchern dar, die beide Fachgebiete gleichberechtigt auf einheitliche Weise präsentieren. Vielmehr richtet es sich an Leser, die beispielsweise bereits einen anwendungsorientierten Kurs über Wahrscheinlichkeitstheorie gehört haben und danach auch etwas über die maßtheoretischen Grundlagen kennenlernen wollen, ohne allerdings allzuviel Zeit und Aufwand in diese Materie stecken zu müssen. Und diesem Leserkreis kann es aufgrund seiner Verständlichkeit wirklich empfohlen werden.

N. Kusolitsch (Wien)

J. Elstrodt: Maß- und Integrationstheorie. Vierte, korrigierte Auflage (Springer-Lehrbuch). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XVI+434 S. ISBN 3-540-21390-2 P/b € 29,95.

Die nunmehr vorliegende vierte Auflage dieses bereits klassischen Lehrbuchs über Maß- und Integrationstheorie wurde noch um einen Paragraphen über die Konvergenz von Maßen und Kompaktheit von Mengen von Maßen ergänzt.

Meiner Meinung nach liegt der Erfolg des Buches darin begründet, dass es den Gegenstand umfassend und in die Tiefe gehend darstellt und dabei doch verständlich und leicht lesbar bleibt, sodass man es auch interessierten Studenten mit gutem Gewissen zum Selbststudium empfehlen kann.

Die einzelnen Kapitel enthalten viele kleingedruckte Ergänzungen, die beim ersten Lesen übergangen werden können, sowie historische Anmerkungen und Kurzbiographien von Mathematikern, die bedeutende Beiträge zu diesem Fachgebiet geleistet haben. Dies bringt dem Leser einen Einblick in die geschichtliche Entwicklung der Begriffe und Modelle und trägt nicht unwesentlich zu deren Verständnis bei.

Die einzelnen Kapitel behandeln Mengensysteme, Inhalte und Maße, messbare Funktionen, Lebesgue-Integral, Produktmaße und Transformationsformel, Konvergenzarten, absolute Stetigkeit sowie Maße auf topologischen Räumen.

Jedem, der sich mit Maß- und Integrationstheorie näher auseinandersetzen möchte, kann dieses Buch ohne Vorbehalt empfohlen werden.

N. Kusolitsch (Wien)

S. Hildebrandt: Analysis 1. Mit 68 Abbildungen. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, IX+486 S. ISBN 3-540-42838-0 P/b € 24,95.

Hier liegt der erste von 3 Bänden eines vergleichsweise eher ausführlich angelegten Lehrgangs der Analysis vor, dessen Verfasser schon von Anfang an immer wieder willkommene historische Bemerkungen einflicht. Im ersten, breit angelegten Grundlagenkapitel wird u.a. bereits auf den $\mathbb{R}^n$ und seine euklidische Struktur eingegangen, wobei auch der zugehörige Abstand mit seinen Eigenschaften vorgestellt wird, ohne dass jedoch, von diesen ausgehend, metrische Räume definiert werden.

Funktionen werden von vornherein als auf Teilmengen eines $\mathbb{R}^n$ definiert und $\mathbb{R}^d$-wertig eingeführt und die von ihnen gebildeten linearen Räume betrachtet sowie deren Teilräume beschränkter Funktionen mit der sup-Norm. Diese Allgemeinheit setzt sich auch, wo sie möglich ist, in der Differenzialrechnung fort, dafür wird sie bei der Regel für die Produktintegration eingebüßt, da diese nur für C^1-Funktionen ausgesprochen wird. Als Integralbegriff wird der Riemannsche gewählt, das Regelintegral wird in einem Abschnitt als Ergänzung gebracht.

Der Erweiterung des Blickwinkels dient das Eingehen auf Mächtigkeiten von Mengen, auf die Peanokurve, die Gleichwertigkeit aller Normen auf $\mathbb{R}^d$ oder das Lebesguesche Integrierbarkeitskriterium für das R-Integral. Auch die Behandlung von Systemen gewöhnlicher Differenzialgleichungen im Geiste dynamischer Systeme gehört zu den Pluspunkten, allerdings erfolgt sie ziemlich (und für manche darauf wartende Anwender vielleicht zu) spät. Dafür werden Fourierreihen zum Anlass genommen, von der L^2-Konvergenz ausgehend die Grundlagen der Hilbertraumtheorie zu entwickeln.

Das schnelle Nachschauen wird durch das Fehlen eines Bezeichnungsverzeichnisses erschwert, der Druck dieses empfehlenswerten Lehrgangs ist hingegen von augenfreundlicher Größe.

W. Bulla (Graz)

H. N. Jahnke (ed.): A History of Analysis. (History of Mathematics, Vol. 24.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2003, IX+422 S. ISBN 0-8218-2623-9 H/b $ 89,–.

Das vorliegende Werk ist die Übersetzung des Buches „Geschichte der Analysis“ (Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin 1999; Reihe: Texte zur Didaktik der Mathematik). Die einzelnen Beitraege stammen – neben dem Herausgeber – von Rüdiger Thiele, Jan van Maanen, Niccolò Guicciardini, Marco Panza, Jesper Lützen, Tom Archibald, Umberto Bottazzini, Thomas Hochkirchen, Moritz Epple, Craig Fraser und Reinhard Siegmund-Schultze.

Das Buch spannt einen Bogen von der Herausbildung der Infinitesimalmathematik in der griechischen Antike bis zur Funktionalanalysis des beginnenden 20. Jahrhunderts; der Zeit ab dem 18. Jahrhundert sind rund drei Viertel des Umfanges gewidmet. Außerdem werden auch Einflüsse, die physikalische Probleme auf die Entwicklung der Mathematik ausgeübt haben, beleuchtet. Bemerkungen zu philosophischen Hintergründen, biographische Notizen und eine umfangreiche Bibliographie machen das Werk zu einer wahren Fundgrube. Es kann jedem, der bereits über ein mathematikhistorisches Grundwissen verfügt, als vertiefende Lektüre wärmstens empfohlen werden.

M. Kronfellner (Wien)

K. Jänich: Topologie. Achte Auflage. Mit 182 Abbildungen (Springer-Lehrbuch). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, IX+239 S. ISBN 3-540-21393-7 P/b € 19,95.

Nunmehr liegt die achte, leicht verbesserte Auflage dieses Lehrbuchs vor; Rezensionen der früheren Auflagen finden sich in IMN 175 (S. 28), IMN 168 (S. 27) und IMN 127 (S. 30). Eigentlich ist dieses Buch eine optimal aufbereitete Werbeschrift für die Topologie, in der fortgeschrittenen Studenten, (angewandten) Mathematikern, Physikern und anderen Naturwissenschaftern klargemacht wird, wo überall in der Mathematik Topologie benötigt wird. Bei der Lektüre meint man, in einem Vortrag des Autors zu sitzen, der den Hörern augenzwinkernd und eindringlich nahebringt, wieso homogene Räume, Homotopiegruppen, CW-Komplexe, Zerlegungen der Eins und Überlagerungen in der heutigen Mathematik – und insbesondere in den Anwendungen – nicht mehr wegzudenken sind. Nebenbei widerfährt dem Hörer/Leser eine solide, wenn auch nur punktuelle Einführung in die Mengentopologie und algebraische Topologie. An geeigneten Orten hält der Autor inne und wirft einen Blick auf die speziellen mathematischen Weiten, die sich ab dort dem wissbegierigen Leser zur weiteren Vertiefung und Forschung auftun, wohl hoffend, den einen oder anderen so von der Schönheit und Wichtigkeit der Topologie überzeugt zu haben.

G. Lettl (Graz)

Y. Katznelson: An Introduction to Harmonic Analysis. Third Edition (Cambridge Mathematical Library). Cambridge University Press, 2004, XV+314 S. ISBN 0-521-83829-0 H/b £ 50,–, ISBN 0-521-54359-2 P/b £ 18,95*.

This is the 3rd edition of one of the most popular textbooks in harmonic analysis. The second edition was essentially identical with the first print. In contrast, this newest edition contains some more substantial changes, which are however all in the spirit of the original. Consequently the book reads as if it was written this way in the first place. The changes include two additional sections in the first chapter, devoted to approximation theory and to functions on the d-dimensional torus. A new section in chapter 4 covers the Marcinkiewicz interpolation theorem (so both complex and real interpolation methods are discussed). Finally, a new appendix treats probabilistic methods in harmonic analysis. The topics there include independence, Rademacher functions, and Paley-Zygmund theorem.

Hans G. Feichtinger (Wien)

E. Menzler-Trott: Gentzens Problem. Mathematische Logik im nationalsozialistischen Deutschland. Mit einem Essay von Jan von Plato. Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2001, XVIII+411 S. ISBN 3-7643-6574-9 H/b € 43,–.

Jeder Logiker und Mathematiker kennt die Hauptresultate Gerhard Gentzens (1909–1945), des Begründers der modernen Beweistheorie. Weniger bekannt sind die Umstände, unter denen Gentzen seine Resultate erzielte bzw. generell seine Lebensumstände, kurz: seine Biographie. Das vorliegende Buch setzt sich zum Ziel, diese Lücke zu füllen. Es ist also kein Buch über Beweistheorie, nur der Aufsatz Gentzen und die Beweistheorie von Jan von Plato im Anhang ist etwas technischer; weiters finden sich dort auch 3 Vorträge von Gerhard Gentzen: *Der Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik*, *Unendlichkeitsbegriff und Widerspruchsfreiheit der Mathematik* und *Die gegenwärtige Lage in der mathematischen Grundlagenforschung*.

Wer sich eine Verurteilung Gentzens für seine Nähe zu den Nationalsozialisten erwartet hat, wird schwer enttäuscht sein und vielleicht das Buch schlecht finden. Wir lernen Gentzen als Wissenschaftler kennen, der sich um nichts anderes kümmerte als um seine Forschung. Die Mitgliedschaft bei der SA (und später der NSDAP) war rein opportunistisch und der ideologische Missbrauch seiner Ergebnisse (Stichwort: Deutsche Logik) kann ihm nicht angelastet werden. Besonders erschütternd ist seine letzte Zeit in Prag, wo er ab 1943 Dozent war. Es bleibt ein Rätsel, warum Gentzen, als die zukünftigen Ereignisse schon absehbar waren, die Gelegenheit zur Ausreise trotz eindringlicher Mahnungen nicht wahrnahm. Gentzen wurde am 7. 5. 1945 verhaftet und verstarb am 4. 8. 1945 im Gefängnis.

Eine Fülle von bisher unveröffentlichten Quellen, Fotos, Dokumenten und Aussagen von Zeitzeugen, eine Zeittafel, Bilder und Literaturhinweise machen dieses

Buch zu einem wertvollen historischen Beitrag, wenn auch so manche Interpretation (siehe oben) Widerspruch hervorrufen wird.

P. Telec (Wien)

L. Rabinowitz: Elementary Probability with Applications. A. K. Peters, Wellesley, Massachusetts, 2005, X+198 S. ISBN 1-56881-222-1 H/b $ 35,–.

Das Buch stellt eine recht elementare Einführung in die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung dar, etwa die Darstellung von Ereignissen durch Mengen, Eigenschaften diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen, bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit, Additions- und Multiplikationsregel, Verteilung, Erwartungswert, bedingte Verteilung und bedingter Erwartungswert von diskreten Zufallsvariablen, Modelle für Ziehungen mit und ohne Zurücklegen. Den Abschluss bildet ein Kapitel mit Anwendungen auf einfache Tests wie den Binomialtest.

Jedes Kapitel enthält zahlreiche Beispiele, die aber selten neu sind. Auch geht die Beschreibung der dargestellten Begriffe und Konzepte kaum über erste Ansätze hinaus, sodass das Buch eher als Begleittext und ergänzende Beispielsammlung für den Stochastikunterricht an Mittelschulen geeignet erscheint. Als Grundlage für einen Hochschulkurs über Wahrscheinlichkeitsrechnung würde ich es selbst in Studienrichtungen, die nur geringe formalwissenschaftliche Kenntnisse erfordern, nicht in Betracht ziehen.

N. Kusolitsch (TU Wien)

R. Schaback, H. Wendland: Numerische Mathematik. Fünfte, vollständig neu bearbeitete Auflage. Mit 35 Abbildungen (Springer-Lehrbuch). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XII+324 S. ISBN 3-540-21394-5 P/b € 24,95.

„Dieses Buch soll die Kunst des Rechnens auf Rechnern lehren“ – dieses Motto ist der Einleitung vorangestellt. Die Kunst des Rechnens aber ist nichts anderes als Mathematik im konstruktiven Sinn, und die Autoren betonen zu Recht, dass es sich in erster Linie um ein Mathematikbuch handelt. Inhaltlich wurde auf die Behandlung von Differentialgleichungsproblemen verzichtet; andererseits werden Themen behandelt, die in vergleichbaren Lehrbüchern oft nicht zu finden sind, wie etwa Approximationstheorie, lineare und nichtlineare Optimierung, Wavelet-Transformation oder CAD-Algorithmen (Bézier-Techniken).

Das einleitende Kapitel über Modellierung, elementare Rechentechniken, Arithmetik und Fehlerbegriffe ist relativ knapp geraten, weist aber keine wirklichen Lücken auf. Es folgen direkte Verfahren für lineare Gleichungssysteme, Orthogonalisierungsverfahren und linearer Ausgleich, Lineare Optimierung und anschließend iterative Verfahren, nichtlineare Gleichungen, Interpolation, Integration, weiters Trigonometrische Interpolation (FFT) und Splines, Eigenwertprobleme und die bereits zuvor erwähnten Themen.

Der für das Verständnis erforderliche mathematische Hintergrund (abgesehen von dem Grundlagenwissen, das normalerweise nach dem ersten Studienjahr vorauszusetzen ist) wird weitgehend vermittelt, dies betrifft auch die wichtigsten Grundbegriffe der Funktionalanalysis.

Aufgaben eher theoretischer Natur finden sich am Ende der einzelnen Kapitel. Beispielprogramme in C und Ergebnisdateien inklusive PostScript-Grafiken stehen unter *http://www.num.math.uni-goettingen.de/RSHW/NuMath* zur Verfügung.

W. Auzinger (Wien)

A. Shen, N. K. Vereshchgin: Basic Set Theory. (Student Mathematical Library, Vol. 17). American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, VIII+116 S. ISBN 0-8218-2731-6 P/b $ 21,–.

Entstanden aus Vorlesungsunterlagen, bietet dieses unscheinbare Büchlein eine kompakte Einführung in die Mengenlehre, wie sie alle Mathematiker kennen sollten. Auf 108 Seiten Text sind 151 – nicht immer elementare – Übungsaufgaben (genannt *problems*) verstreut.

P. Telec (Wien)

G. Tourlakis: Lectures in Logic and Set Theory. Volume 1: Mathematical Logic. (Cambridge studies in advanced mathematics 82.) Cambridge University Press, 2003, XI+328 S. ISBN 0-521-75373-2 H/b £ 47,50.

Ein besserer Titel statt "Mathematical Logic" wäre: "Gödel's Second Incompleteness Theorem with Prerequisites". Denn eindeutig dieses Theorem ist es, worauf es dem Autor ankommt. Sein Beweis nimmt das letzte Drittel des Buches ein. Die ersten beiden Drittel tragen die Überschrift: "Basic Logic" und enthalten die Grundlagen von Modelltheorie (als Anwendung: Nonstandard-Analyis) und Rekursionstheorie (mit Gödels erstem Unvollständigkeitssatz). Die Logik selbst tritt als klassischer Prädikatenkalkül in Erscheinung, welcher u.a. alle Tautologien als Axiome enthält, wodurch die Aussagenlogik keiner eigenen Behandlung würdig ist (nur in den Übungsaufgaben gibt es einige Beispiele zu Hilberts Aussagenkalkül). Der Autor begründet dieses Vorgehen auf Seite 2 ("The absence of a section on propositional calculus is deliberate, as it does not in my opinion further the understanding of logic in any substantial way, while it delays one's plunging into what really matters"), und steht damit in der Tradition jener, welche die eigentliche Logik nur als notwendiges Übel betrachten, das man halt braucht, um die „wirklich wichtigen Dinge" zu verstehen. Dass nichtklassische Logik auch nicht vorkommt und damit fast die gesamte AMS-Klassifikation 03BXX ignoriert wird, versteht sich dadurch fast von selbst. Erfreulich hingegen ist die formale Durcharbeitung des Textes sowie einige Hintergrundbetrachtungen philosophischer Art.

P. Telec (Wien)

G. Tourlakis: Lectures in Logic and Set Theory. Volume 2: Set Theory. (Cambridge studies in advanced mathematics 83). Cambridge University Press, 2003, XV+575 S. ISBN 0-521-75374-0 H/b £ 65,–.

Band 2 kann unabhängig von Band 1 gelesen werden. Alle benötigten Voraussetzungen werden bereitgestellt. Die vorgestellte Theorie ist eine Variante von ZFC, welche Urelemente erlaubt (aus pädagogischen Gründen). Ziel ist es, den Leser in die Lage zu versetzen, aktuelle Forschungsliteratur auf dem Gebiet der Mengenlehre zu lesen, die selbst aber nicht in diesem Buch enthalten ist. Hervorgehoben seien Gödels konstruktible Mengen mit dem Beweis der relativen Konsistenz der Verallgemeinerten Kontinuumshypothese und Cohens Beweis der relativen Konsistenz der Negation der Kontinuumshypothese mittels Forcing. Natürlich kann man sich die Frage stellen, warum manche Begriffe und Resultate der Mengenlehre, die nun schon seit Jahrzehnten zum Standardrepertoire gehören, nicht aufgenommen wurden, aber das hätte wohl angesichts der detaillierten Durcharbeitung des Stoffs den Umfang des Buchs gesprengt.

P. Telec (Wien)

Internationale Mathematische Nachrichten

Mathematik und Entwicklungsländer – ein Kurzbericht

Liebe Kolleginnen und Kollegen!

Zunächst möchte ich Ihnen und der ÖMG auch auf diesem Wege meinen herzlichen Dank für die finanzielle Unterstützung des Committe for Developing Countries der European Mathematical Society (EMS-CDC) aussprechen, die diesem durch individuelle Spenden sowie durch einen Zuschuss zu den Kosten der diesjährigen Tagung des EMS-CDC in Wien zukam.

Auch wenn wir es keineswegs als selbstverständlich erachten, dass ÖMG-Mitglieder neben ihrem Mitgliedsbeitrag auch Spenden für das EMS-CDC leisten, so hoffen wir auch in Zukunft auf weitere Spenden. Denn das EMS-CDC will seinen Tätigkeitsbereich entsprechend seinen Zielen so umfassend wie möglich gestalten.

Derzeit konzentriert sich die Tätigkeit des EMS-CDC auf das Sammeln wissenschaftlicher Literatur in entwickelten Ländern, die an Universitäten in Entwicklungsländer weitergeleitet werden. Hier haben wir bisher großzügige Unterstützung durch das ICTP bekommen, das in den meisten Fällen die Transportkosten übernommen hatte. Wir werden uns jedoch nicht immer auf diese Unterstützung seitens des ICTP stützen können. Eine weitere Aktivität bezieht sich auf die Produktion qualitativ hochstehender Lecture Notes, die online zur Verfügung stehen. Einige Kolleginnen und Kollegen der Oxford University haben uns ihre Vorlesungsunterlagen zur Verfügung gestellt, und diese bilden den ersten Grundstock für eine Art Online-Bibliothek.

Wir versuchen auch durch Verhandlungen mit Verlagen, Entwicklungsländern den Zugang zu wissenschaftlicher Literatur so kostengünstig wie möglich zu machten. Dennoch können es sich wegen des Verfalls der Wechselkurse (sofern es sich überhaupt um konvertierbare Währungen handelt) viele Länder nicht leisten, etwa die *Mathematical Reviews* (oder zumindest den Zugang zu *MathSciNet*) oder das *Zentralblatt für Mathematik* zu abonnieren. Es wurde daher auf der letzten Zusammenkunft des EMS-CDC der Vorschlag gemacht, dass Universitäten in entwickelten Ländern quasi die Patenschaft für Universitäten in Entwicklungsländern bei solchen Abonnements übernehmen. Hierbei geht es um Beträge von etwa US-

$ 5.000,– für ein fünfjähriges Abonnement der *Mathematical Reviews* (einschließlich Zugang zu *MathSciNet*).

Weitere Aktivitäten konzentrieren sich auf die Mitwirkung in M.Sc.-Programmen in diversen Entwicklungsländern, die von verschiedenen europäischen Ländern finanziert werden; unser Ziel ist es aber, in Kooperation mit Universitäten in Entwicklungsländern eigene M.Sc.-Programme zu entwickeln und durchzuführen.

Wir sind uns bewusst, dass viele Kolleginnen und Kollegen in entwickelten Ländern in ähnlicher Richtung aktiv sind – oft erfahren wir darüber aber nur durch Zufall. Es wäre also sicher vorteilhaft, wenn in den diversen nationalen mathematischen Gesellschaften in Europa ein Mitglied des Vorstandes (oder ein mit diesem assoziiertes Mitglied der entsprechenden mathematischen Gesellschaft) sich mit Fragen der Entwicklungskooperation beschäftigt. Soviel ich weiß, gibt es solche Verantwortliche bereits in mehreren mathematischen Gesellschaften; und auch die ÖMG wird diese Aufgabe wohl gezielter als bisher wahrnehmen. Kollege Josef Teichmann von der TU Wien hat sich freundlicherweise bereit erklärt, zunächst diese Aufgabe wahrzunehmen. Ich empfehle daher interessierten Kolleginnen und Kollegen, sich in Fragen der Entwicklungskooperation mit ihm in Verbindung zu setzen (e-mail *josef.teichmann@fam.tuwien.ac.at*). Es wäre auch für die Arbeit des EMS-CDC eine große Hilfe, wenn wir einen einigermaßen genauen Überblick über diverse Aktivitäten österreichischer Kolleginnen und Kollegen in Bezug auf Entwicklungsländer hätten.

Sollten Sie wissenschaftliche Literatur haben (vorzugsweise auf Englisch), die Sie abzugeben bereit sind, so setzen Sie sich bitte mit Kollegen Teichmann oder direkt mit mir in Verbindung (e-mail *fleisch@dbai.tuwien.ac.at*). Ich danke Ihnen im Voraus!

Bleibt mir nur noch übrig, Ihnen allen alles Gute zu den Feiertagen und ein Prosit 2006 zu wünschen.

Herbert Fleischner (Chairman EMS-CDC)

Tagung in Erinnerung an Emil Artin

Die Fakultät für Mathematik der Universität Wien veranstaltet am 9./10. Januar 2006 eine Konferenz in Erinnerung an den 1898 in Wien geborenen Mathematiker Emil Artin.

Durch seine Untersuchungen auf den Gebieten der Zahlentheorie, der Algebra und der Topologie wie auch durch seine Beiträge zur arithmetischen algebraischen Geometrie hat Emil Artin die Entwicklung der Mathematik entscheidend mitgestaltet. Auch durch seine ausgedehnte Lehrtätigkeit hat Artin wesentlich Einfluss genommen. Es ist das Ziel der Vorträge, das Werk und das Leben Emil Artins in historischem Kontext zu beleuchten und seinen Einfluss auf die heutige Mathematik sichtbar zu machen. Einige seiner Vermutungen stehen noch immer als Herausforderungen vor uns und belegen die Lebendigkeit seines Werkes.

Geboren am 3. März 1898 in Wien, zog es Emil Artin nach seinem kurzen Studium an der hiesigen Universität und Dienst in der österreichischen Armee 1919 nach Leipzig zu Gustav Herglotz. Nach dem Doktorat in Leipzig und der Habilitation 1923 in Hamburg wirkte er dort als Professor für Mathematik, bis er im Jahre 1937 zwangsweise in den Ruhestand versetzt wurde; Artin emigrierte in die USA. Bis 1946 unterrichtete er in Bloomington, Indiana, wechselte dann nach Princeton an die Universität. Dort konnte er einen Kreis bedeutender Schüler wie etwa John Tate oder Serge Lang um sich bilden. Im Jahre 1958 kehrte Artin nach Hamburg zurück, wo er am 20. Dezember 1962 verstarb.

H. Rindler (Dekan) und J. Schwermer (Organisator)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Eröffnung der Tagung „Mathematik 2005“ in Klagenfurt am 18. 9. 2005

Sehr geehrte Ehrengäste, liebe Kolleginnen und Kollegen, meine Damen und Herren!

Ich möchte Sie zunächst um Verständnis bitten, dass ich Sie, dem internationalen Charakter dieser Tagung entsprechend, auf Englisch begrüße: I want to welcome you all at the 16th International Congress of the Austrian Mathematical Society in Klagenfurt. It has been a long tradition that the Austrian Mathematical Society has cooperated in its larger meetings, which take place every four years, with the German Mathematical Society DMV. I want to thank DMV that they are still willing to share responsibility for this meetings with us. The next joint meeting will take place in Graz in 2009. This time, this conference is even more international than it used to be: very appropriate for the geographic location of Klagenfurt, we put emphasis on cooperation with our colleagues in South-East Europe, especially Slovenia and Croatia, and also with the Society for Industrial and Applied Mathematics. These facts are also reflected in the list of plenary speakers, in the collection of minisymposia and also in contributed talks.

The Austrian Mathematical Society has also internationalized its smaller biannual meetings: in 2003 we held a meeting together with our Italian colleagues in Bozen/Bolzano and in 2007 we will cooperate with our colleagues in Slovakia in a meeting to be held in that country.

I also thank, on behalf of the Austrian Mathematical Society, the many sponsors who contributed to the financial needs of this conference mentioned by Prof. Kautschitsch. A conference needs money, but even more it needs dedicated people who make it happen. I want to thank especially the program committee under the chairmanship of Prof. Winfried Müller and the local organizing committee chaired by Prof. Hermann Kautschitsch. It is mainly due to their efforts that this conference will (hopefully) be a success.

I hope that you all enjoy the scientific program, but also the extensive social program, which starts tonight with a ceramics exhibit and a reception by the Carinthian Government; the city of Klagenfurt sponsors our conference dinner on Thursday, and on Wednesday there will be excursions into the beautiful landscape and cultural environment of Carinthia. And just enjoy the beautiful province of Carinthia and the city of Klagenfurt on lake Wörthersee, one of the main tourist regions of Austria. But looking around, you will notice that this area has more recently also become a region of modern technology to which this university, which has changed quite dramatically in the last decade, has contributed decisively.

I am especially glad to be able to welcome Mr. Herve Péro, Head of the Division Research Infrastructures of the General Directorate for Research of the European Union, who will give an opening speech in a few minutes. I also welcome Dr. Daniel Weselka as official representative of the Austrian Federal Minister for Education, Science and Culture, Elisabeth Gehrer. But first, I would like to ask my colleague, the President of the German Mathematical Society (DMV), Prof. Günther Wildenhain, for his words.

H. Engl (Vorsitzender der ÖMG)

Grußwort des Präsidenten der DMV zur Tagungseröffnung in Klagenfurt

Es ist mir eine große Ehre und eine ganz besondere Freude, Sie auch im Namen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zu dieser internationalen Konferenz sehr herzlich begrüßen zu dürfen. Es ist längst eine schöne Tradition, dass wir diese im Rhythmus von 4 Jahren in Österreich stattfindende internationale Mathematiker-Tagung als gemeinsame Jahrestagung der beiden Fachgesellschaften, der ÖMG und der DMV, durchführen.

Die letzten beiden Tagungen dieser Art fanden 1997 in Salzburg und 2001 in Wien statt. Ich erinnere mich sehr gern daran. In besonderer Erinnerung habe ich die Tagung 1989 in Wien, zu der ich – noch als Bürger der damaligen DDR – zu einem Plenarvortrag eingeladen war. Damals gab es neben der DMV die Mathematische Gesellschaft der DDR.

Heute habe ich die große Freude, als Präsident der wiedervereinigten Fachverbände im wiedervereinigten Deutschland, der Stadt und der Universität Klagenfurt für die Gastfreundschaft zu danken, diese Konferenz hier durchführen zu dürfen. Ich tue dies – wie Sie merken – mit nostalgischen Gedanken, aber mit großer Freude darüber, dass es heute so ist, wie es ist.

Und daran anschließend will ich auch gleich bekräftigen, dass aus Sicht der DMV kein Anlass besteht, an der schönen Gepflogenheit der gemeinsamen Jahrestagungen im 4-Jahres-Abstand im schönen Österreich etwas zu ändern.

Die Geschichte der DMV ist mit Namen wie Georg Cantor, Felix Klein, David Hilbert, Hermann Weyl und in jüngerer Zeit Friedrich Hirzebruch oder Walter Grötschel eng verbunden. Die Jahrestagungen hatten immer – auch wenn das immer schwieriger wird und nie leicht war – die gesamte Breite unserer Wissenschaft im Auge, von den Grundlagen bis zu den Anwendungen. Das gilt auch für die gemeinsamen Tagungen. Auch der Blick auf das Programm hier in Klagenfurt weckt große Erwartungen – und ich bin sicher, dass sie erfüllt werden.

Ich möchte bereits vorab dem örtlichen Organisationskomitee, seinem Leiter, dem Kollegen Kautschitsch, dem Präsidenten der ÖMG, Prof. Engl und den vielen Helferinnen und Helfern für die umsichtige und professionelle Vorbereitungsarbeit herzlich danken. Wir können dankbar konstatieren, dass die Wünsche und Vorschläge der DMV in konstruktiver und fairer Weise aufgenommen worden sind.

Meine Damen und Herren! Ich möchte die Gelegenheit hier nutzen, um auf das mathematische Großereignis des kommenden Jahres hinzuweisen, nämlich auf den Internationalen Mathematiker-Kongress 2006, der Ende August in Madrid stattfinden wird. Auf Initiative der DMV wird es dort eine Premiere geben: Zur Eröffnungsveranstaltung, zusammen mit der Verleihung der Fields-Medaillen und des Nevanlinna-Preises wird erstmals der mit EUR 10.000 dotierte und mit der Gauß-Medaille verbundene Gauß-Preis verliehen – und zwar für besondere Verdienste in den Anwendungen der Mathematik.

Die Vergabe dieses Preises, der auf der Basis von Überschüssen vom Weltkongress 1998 in Berlin finanziert wird, soll künftig regelmäßig auf dem Internationalen Mathematiker-Kongress erfolgen. Ich darf darauf hinweisen, dass noch bis zum Ende des Jahres Vorschläge eingereicht werden können.

Dieser Gauß-Preis soll einen bescheidenen Beitrag dazu leisten, das öffentliche Ansehen und den öffentlichen Stellenwert der Mathematik in der Gesellschaft zu heben. Die DMV hat sich mit vielen ihrer Aktivitäten dieser wichtigen Aufgabe verschrieben. Ich nenne zwei Beispiele: Das eine ist die Stiftung eines Medienpreises, durch den journalistische Leistungen gewürdigt werden, die der Verbesserung des öffentlichen Ansehens der Mathematik in besonderer Weise gedient haben. Im gleichen Zusammenhang gibt es auch einen Journalisten-Nachwuchspreis. Letzterer wurde bisher einmal, der Medienpreis bereits zweimal vergeben.

Das zweite Beispiel ist die von der DMV ins Leben gerufene Gauß-Vorlesung. Die letzte Gauß-Vorlesung fand im Juni dieses Jahres anlässlich des 150. Todesjahres von C. F. Gauß in seiner Geburtsstadt Braunschweig statt. Auch die nächsten Termine für die Jahre 2005 und 2006 liegen bereits fest: 11. November 2005 in Augsburg, 12. Mai 2006 in Bremen, 20. Oktober 2006 in Dresden. Vortragender in Augsburg wird Günter Ziegler sein.

Meine sehr geehrten Damen und Herren! Gestatten Sie, dass ich abschließend auf ein hochschulpolitisches Anliegen zu sprechen komme. Die Mathematik sieht sich – wie die Wissenschaft insgesamt – und ich denke, nicht nur in Deutschland, immer komplizierter werdenden Rahmenbedingungen ausgesetzt. Wie in vielen Bereichen der Gesellschaft werden auch wir in der Mathematik von einer Reformlawine überrollt, von der wir nicht sicher sind, ob sie zu den gewünschten Ergebnissen führt. Den Zwängen, die das gesellschaftliche Umfeld mit sich bringt, können natürlich auch wir Mathematiker uns nicht entziehen. Ich denke zum Beispiel an die mit dem sogenannten Bologna-Prozess besonders in Deutschland forcierte Umstellung der bisherigen Diplom-Ausbildung auf gestufte Studiengänge mit Bachelor- bzw. Masterabschluss. Wir bemühen uns als DMV, Einfluss auf einen möglichst vernünftigen Verlauf dieses Prozesses zu nehmen mit dem Ziel, Wildwuchs und Chaos in unseren Studiengängen zu verhindern.

Meine Damen und Herren! Ich danke noch einmal den Organisatoren für die Vorbereitung einer viel versprechenden, abwechslungsreichen Woche. Ich denke, wir können uns auf viele interessante Vorträge, Diskussionen und Veranstaltungen freuen. Ich wünsche gutes Gelingen und uns allen eine spannende Tagung.

G. Wildenhain (Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung)

European Research — Keynote address at the "Mathematics 2005" conference in Klagenfurt[2]

It is a great pleasure for me to be here today to launch the XVI international congress for mathematics in Klagenfurt, at the centre of this very nice region of Europe. Mathematics is in the history of mankind as important as Latin and Greek. It is at the origin of most of our scientific discoveries.

Allow me first of all to put today's subject into a broader context.

The renewed Lisbon strategy The European Council in March of this year identified knowledge and innovation for growth as a major priority for delivering on the Lisbon goals. It recognised that knowledge underpins all components of the future of European Growth and that research is the main driver for the production and exploitation of knowledge.

In Europe we cannot compete on the basis of natural resources, and we will not compete on the basis of cheap labour or at the expense of the environment. Instead we must rely on the progress of knowledge and its transformation into new products, processes and services.

In Europe, we strongly believe that research, technology, education and innovation are the keys to economic growth, competitiveness, health, quality of life and the environment. To meet these targets, however, Europe must invest more in research. A new emphasis is needed if the European Union is to progress towards the objective of investing 3% of its GDP in research by 2010. The seventh Framework Programme will contribute to this, both through direct financing but also by leveraging additional public and private investments.

[2] Die Folien der Präsentation von H. Pero sind elektronisch über *http://www.oemg.ac.at/IMN/pero-2005.ppt* bzw. *http://www.oemg.ac.at/IMN/pero-2005.pdf* erhältlich.

Already, the previous Community Framework programmes have enabled the constitution of thousands of pan-European research teams and have generated millions of economic returns through industrial innovations. The next programmes will go further, if the European political masters, Council and Parliament, can wisely and timely decide on the future financial perspectives.

Dear friends and colleagues, let me give you now some details on the forecasted specific programmes for the years to come:

1. These four specific programmes – "Cooperation", "Ideas", "People" and "Capacities" correspond to a major objective of European research policy.

2. These specific programmes have the goal to consolidate the European Research Area, achieving critical mass and structures, and further supporting the free movement of ideas, knowledge and researchers.

3. The impact of these programmes will be enhanced through complementarities with other Community policies and programmes, and in particular the Structural Funds, the education programmes, and the Competitiveness and Innovation Programme.

Adapting to new needs and opportunities

The "Cooperation" programme: This specific programme, the main part of FP7, is designed to gain leadership in key scientific and technological areas by supporting cooperation between universities, industry, research centres and public authorities. Nine themes are proposed corresponding to fields where research must be strengthened to address European social, economic, environmental and industrial challenges.

The "Ideas" programme will provide a pan-European mechanism to support the truly creative scientists, whose curiosity and thirst for knowledge are most likely to participate in new discoveries for mankind. This programme will involve the pursuit of fundamental advances in science and technology, without regard for established disciplinary boundaries or national borders. Grants will be provided for individual teams, from one single institution or several institutions, in one country or across national borders. It should be noted that the creation of a *European Research Council* (ERC) for implementing the Ideas programme represents a new departure.

The "People" programme: Alongside other actions, such as the European Charter for Researchers, this programme is designed to stimulate more people to embark upon and pursue research careers, and attract leading research talent to Europe. This programme forms part of a broad and integrated strategy to strengthen, qualitatively and quantitatively, human resources in R&D in Europe. The activities build on the long and successful experience of the Marie Curie actions in responding to researchers' needs for training, mobility, and career development.

The "Capacities" programme: As the fourth component of FP7, the Capacities programme will enhance research and innovation capacity throughout Europe. A major new element is the foreseen strategic approach to supporting the construction of new research infrastructure which will complement the continued support for optimal use and integration of existing research infrastructure. Other actions will be supported to enhance European capacities. This will involve the support of research for the benefit of SMEs, or the setting-up of transnational networks of regions to make full use of their research strengths. An important new element of this specific programme is also the action to unlock the full Research Potential in the EU's "convergence" and outermost regions. The Capacities programme will also support the emergence of "research-driven clusters" associating universities, research centres, enterprises and regional authorities, as well as the setting-up of a strong science and technology policy.

Building the Era of Knowledge for Growth Dear friends and colleagues, achieving the necessary rapid progress towards a knowledge economy and society requires a new ambition and effectiveness in European research. The specific programmes of FP7 are designed to maximise the leverage and impact of European research actions. In this context, allow me to highlight the role of mathematicians, of mathematics, and of research in mathematics. These three elements, combined with other stakeholders, disciplines and activities, will surely continue supporting excellence and creating the capacity for tomorrows research excellence. This is the reason why I am happy to be with you today, and why I wish you a very fruitful week.

H. Pero (Head of Unit, DG Research, European Commission)

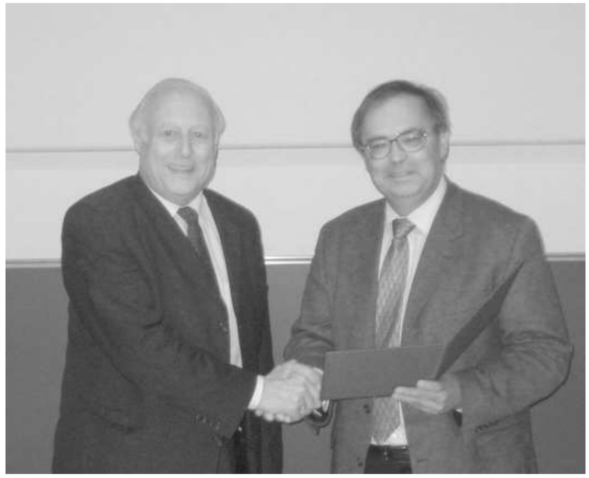
Bericht des Vorsitzenden anlässlich der Generalversammlung

Da dies die letzte Generalversammlung ist, der der derzeitige Vorstand und insbesondere der derzeitige Vorsitzende zu berichten hat, wäre es an sich angemessen, eine Bilanz über die abgelaufenen vier Jahre zu ziehen. Angesichts der knappen Zeit einer Generalversammlung während eines großen Kongresses möchte ich Ihnen eine ausführliche Bilanz ersparen und Sie auf meine Berichte in den IMN verweisen, die insgesamt einen guten Überblick über die Tätigkeit der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft als Organisation in den letzten vier Jahren geben. Statt dessen möchte ich nur einige wenige Erfolge – und auch Mißerfolge – exemplarisch herausgreifen:

Das Projekt „Evaluierung der Forschung und Lehrprogramme im Fach Mathematik an den Universitäten, an denen ein mathematisches Hauptfachstudium eingerichtet ist" (bedauerlicherweise mit Ausnahme der Universität Klagenfurt, die sich nicht beteiligt hat) war ein Monsterprojekt in jeder Hinsicht. Es zog sich sehr lang hin, weil zunächst Skepsis in unseren eigenen Reihen und vor allem Widerstand bei einigen Rektoren überwunden werden mußte. Ich möchte daran erinnern, daß zu Beginn dieses Projekts einige Rektoren die Mitarbeit verweigerten, weil sie ein „Ranking-Projekt“ des Deutschen Zentrums für Hochschulentwicklung vorzogen. Dieses Projekt wurde dann auch durchgeführt; wer seine im kleinsten Kreis präsentierten „Ergebnisse“ kennt, weiß, warum es in der Versenkung verschwunden ist. Ein Vergleich mit der Seriosität unseres Evaluierungsprojekts gibt unserer damaligen Hartnäckigkeit gegenüber den Rektoren nachträglich Recht. Es war auch nicht einfach, eine arbeitsfähige Kommission mit hinreichender fachlicher Breite zusammenstellen zu helfen, ohne die konkrete Gutachterauswahl zu beeinflussen. Und natürlich machte die laufende Koordination dieses Projekts allen Beteiligten, also den Landesvorsitzenden und mir, doch insgesamt recht viel Arbeit. Das Ergebnis liegt nun in Form eines öffentlich zugänglichen Berichts vor, von dem ich überzeugt bin, daß er die Entwicklung der Mathematik in Österreich in den nächsten Jahren maßgeblich beeinflussen wird, wenn er in der richtigen Weise verwendet wird, nämlich nicht ohne den Betroffenen Gelegenheit zu Stellungnahmen zu geben. Wie bereits berichtet wurde, gibt die ÖMG allen Betroffenen auch die Gelegenheit zu fachlichen (nicht emotionalen) Stellungnahmen auf der Homepage und eröffnet damit den Adressaten des Berichts die Möglichkeit, sich an einer Stelle umfassend zu informieren. Übrigens wird schon allein die Tatsache, daß sich die Mathematik evaluieren ließ, von manchen Entscheidungsträgern sehr positiv gesehen.

Als Mißerfolg muß ich die wohl zu großen Pläne des Vorstands zu einer engeren Kooperation mit Lehrern und deren Einbindung in die ÖMG werten. Einige Erfolge bei Veranstaltungen, denen auch noch weitere (etwa eine von Herrn Dr. Kronfellner und mir in Wien für den Februar 2006 geplante) folgen werden, können nicht darüber hinwegtäuschen, daß die organisatorische Einbindung von Lehrern über die Lehrersektion in keiner Weise gelungen ist. Auch anfangs erfolgversprechend erscheinende Gespräche mit höchsten Vertretern der für die AHS zuständigen Sektion im Bildungsministerium sind letzten Endes im Sand verlaufen. Wenigstens konnte die ÖMG durch ihre Resolution dazu einen Beitrag leisten, daß nun doch entschieden wurde, die Lehrerausbildung für Höhere Schulen an den Universitäten zu belassen.

Auf der positiven Seite unserer Bilanz scheint sicherlich die weitere Internationalisierung unserer Tagungen auf. Während die Kooperation mit der Deutschen Mathematikervereinigung bei unseren „großen“ Tagungen schon eine lange Tradition hat, wurden nun auch die „kleinen“ Tagungen mit einer neuen Rolle als Nachbarschaftstagungen mit mathematischen Gesellschaften von Nachbarländern versehen. Ich erinnere an die recht erfolgreiche Tagung in Südtirol; die nächste derartige Nachbarschaftstagung wird 2007 in der Slowakei stattfinden. Und schließlich wurde auch die Tagung in Klagenfurt weiter internationalisiert, indem die amerikanische Society for Industrial and Applied Mathematics zur Kooperation bewo-



H. Neunzert und H. Engl.

gen werden konnte und ein Südosteuropa-Schwerpunkt, insbesondere gemeinsam mit slowenischen Kollegen, gesetzt wurde.

Sie werden heute einen neuen Vorstand wählen. Der gegenwärtige Vorstand tritt mit Ende dieses Jahres durchaus im Bewußtsein ab, seine Aufgabe im wesentlichen erfüllt und einen Beitrag zur gedeihlichen Weiterentwicklung der österreichischen Mathematik geleistet zu haben. Ich danke meinen Vorstandskollegen für die gute Kooperation und dem Beirat für seinen Rat und wünsche dem neuen Vorstand viel Erfolg für die österreichische Mathematik.

H. Engl (Vorsitzender der ÖMG)

Ehrenmitgliedschaft für Prof. Dr. Dr. h.c. Helmut Neunzert

Die zuständigen Gremien haben bereits im letzten Jahr beschlossen, Helmut Neunzert die Ehrenmitgliedschaft der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft zu verleihen. Anläßlich der heutigen Überreichung der Insignien möchte ich Ihnen Herrn Neunzert vorstellen und die Verleihung der Ehrenmitgliedschaft der ÖMG an ihn begründen. Gemäß den Statuten der ÖMG ist die Ehrenmitgliedschaft für Verdienste um die Mathematik zu verleihen, wobei kein spezieller Österreichbezug beigefügt, aber doch wohl implizit gemeint ist.

Helmut Neunzert wurde 1936 in München geboren und studierte an der dortigen Universität Mathematik und Physik. Nach dem Studium war er zunächst wissenschaftlicher Mitarbeiter und dann Leiter des Zentralinstituts für Angewandte Mathematik am Forschungszentrum Jülich; neben dieser Tätigkeit promovierte und habilitierte er sich an der RWTH in Aachen, wo er von 1972 bis 1974 auch H3-Professor für Angewandte Mathematik war. Seit 1974 ist er Ordinarius an der Universität Kaiserslautern, er hatte dort den Lehrstuhl für „Mathematische Grundlagen für Physik und Technik“ bis 2004, dem Jahr seiner Emeritierung, inne. Der Universität Kaiserslautern blieb Herr Neunzert treu, Rufe an die Universität Hamburg und die TU Wien lehnte er ab.

Die wissenschaftlichen Arbeiten von Herrn Neunzert sind im Bereich der kinetischen Theorie und der Strömungsdynamik angesiedelt; bereits seit 1978 begann er sich aber mehr und mehr der Technomathematik / Industriemathematik zuzuwenden und baute Kaiserslautern zu einem Zentrum auf diesem Gebiet mit Weltruf auf. Die Krönung seiner Tätigkeit war sicherlich die Gründung des Instituts für Techno- und Wirtschaftsmathematik der Fraunhofer-Gesellschaft, das sich inzwischen zu einem der renommiertesten Institute dieser Gesellschaft entwickelt hat. Herr Neunzert betreute selbst mehr als 150 Kooperationen zu mathematischen Problemen mit Firmen aus der ganzen Welt. Sein Einfluß auf die Entwicklung des mathematischen Hochschulunterrichts im deutschsprachigen Raum und in Europa war enorm: er konzipierte in Kaiserslautern den neuen Studiengang „Technomathematik“, der inzwischen an 17 deutschen und mehr als 10 ausländischen Universitäten (bei uns in ähnlicher Weise auch unter dem Namen Industriemathematik) angeboten wird. Ein großes Anliegen waren ihm auch immer Studenten aus der Dritten Welt, für die er ein Masterstudium Industrial Mathematics mit DAAD-Unterstützung aufbaute. Dieses Programm war eine der Keimzellen für das seit heuer bestehende gemeinsame ERASMUS-MUNDUS-Masterprogramm der Universitäten Kaiserslautern, Eindhoven und Linz.

Enge wissenschaftliche Beziehungen zu Österreich unterhält Herr Neunzert seit mindestens 25 Jahren. In seiner Aufbauarbeit hat er eng mit dem verstorbenen Linzer Kollegen Hansjörg Wacker kooperiert und damit auch die Entwicklung in Linz maßgeblich beeinflußt. Über Hansjörg Wacker und später Arnold Schmidt wurde Helmut Neunzert auch in wichtige forschungspolitische Gremien Österreichs berufen, zunächst in das Kuratorium der Christian Doppler-Gesellschaft, dann in die internationale Jury der Wittgenstein- und START-Preise. In diesen Funktionen hat er sehr viel für die Mathematik in Österreich erreicht. Ich habe als Mitglied der lokalen Jury des FWF über mehrere Jahre die Präsentationen der Wittgenstein- und START-Kandidaten und Kandiatinnen miterlebt; immer gab es wesentlich mehr hervorragende Kandidaten und Kandidatinnen aus vielen Disziplinen, als Preise zur Verfügung standen. Daß so überproportional viele Mathematiker diese Preise erhielten, ist natürlich in erster Linie deren individuelles Verdienst, aber Helmut Neunzerts Argumentation für die Bedeutung der Mathematik und seine Überzeugungskraft haben doch wesentlich dazu beigetragen.

Für sein Wirken erhielt Helmut Neunzert zahlreiche Ehrungen und Preise, etwa den Pioneer Prize der SIAM. Tatsächlich ist Helmut Neunzert ein Pionier der Industriemathematik; für seine diesbezüglichen Leistungen und für seinen erfolgreichen Einsatz für die österreichische Mathematik verleiht ihm die Österreichische Mathematische Gesellschaft die Ehrenmitgliedschaft.

H. Engl (Vorsitzender der ÖMG)

Laudatio über den Förderungspreisträger 2005, Josef Teichmann (1. Teil)

Ich kann mich genau erinnern: Es war im Februar 1996, dass Josef Teichmann ganz unvermittelt bei mir im Büro stand. Er wollte die Möglichkeiten einer Dissertation ausloten. Als Hintergrund hatte er funktionalanalytische Kenntnisse über Halbgruppen von Operatoren, die er in Graz und in Besancon erworben hatte. Die Dissertation war dann der Operatorhalbgruppentheorie aus der Sicht der unendlichdimensionalen Liegruppen gewidmet, vor allem der Existenz von Exponentialabbildungen und Evolutionsabbildungen. Er verfolgte bei diesem schwierigen Problem verschiedene Ansätze: Zuerst wurde eine elegante Verallgemeinerung der bekannten Hille-Yosida-Theorie auf geeignete Vektorräume bewiesen, womit dann linearisierte Existenzfragen auf geeigneten Lieschen Gruppen betrachtet werden konnten. Als erfolgreicher für die Anwendung auf geeignete Liesche Gruppen erwies sich der zweite Ansatz, wo Josef Teichmann eine Produktintegralapproximation für Lösungen nicht-autonomer Differentialgleichungen auf geeigneten Vektorräumen verwendete, um handhabbare Bedingungen auf Lieschen Gruppen für die gestellte Existenzfrage herleiten zu können. In einem dritten Schritt wurden Lipschitzmetriken, die auf allen bekannten Lieschen Gruppen existieren, definiert, um die notwendige und hinreichende Bedingungen für die Existenz von Exponential- und Evolutionsabbildungen zu bekommen. Alle drei Ansätze führten jeweils zu Artikeln in renommierten mathematischen Zeitschriften.

Eine spätere Arbeit (mit St. Haller) beschäftigt sich mit der schwierigen Frage der Perfektheit von Diffeomorphismengruppen, erstmals mit Abschätzungen der Zahl der nötigen Kommutatoren. Nach Epstein ist dann die Kommutatoruntergruppe einfach. Dies ist eine schwierige Frage, die vorher von Thurston, Mather und Banyaga bearbeitet wurde. Jemand, der dort, wo die Pranke eines Fields-Medaillenträgers hinfiel, neue Blumen zum Blühen bringt, ist wahrlich ein begabter Gärtner.

Besonderders beeindruckend ist auch Teichmanns Arbeit “A Frobenius theorem on convenient manifolds”. Das Hauptresultat dieser Arbeit ist der folgende Satz: Wenn endlich viele Vektorfelder auf einer unendlichdimensionalen Mannigfaltigkeit lokale Flüsse zulassen und ein involutives Teilvektorbündel linear erzeugen, dann existieren durch jeden Punkt Integralmannigfaltigkeiten maximaler Dimension.

Das ist eine Verallgemeinerung des klassischen Satzes von Frobenius im folgenden Sinn: Da jenseits von Banachmannigfaltigkeiten lokale Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von gewöhnlichen Differentialgleichungen nicht mehr gewährleistet ist, muss dies vorausgesetzt werden. Involutivität ist die übliche Voraussetzung, die im Endlichdimensionalen und im splittenden Banachraum-Fall hinreichend und notwendig ist. Die Konklusion impliziert unter anderem, dass dann jedes weitere Vektorfeld, das aus den gegebenen als Linearkombination mit glatten Funktionen als Koeffizienten gebildet werden kann, auch lokale Lösbarkeit und Eindeutigkeit erfüllt (well posed).

Dies ist ein außerordentlich brauchbares Resultat, das durch finanzmathematische Fragen motiviert ist.

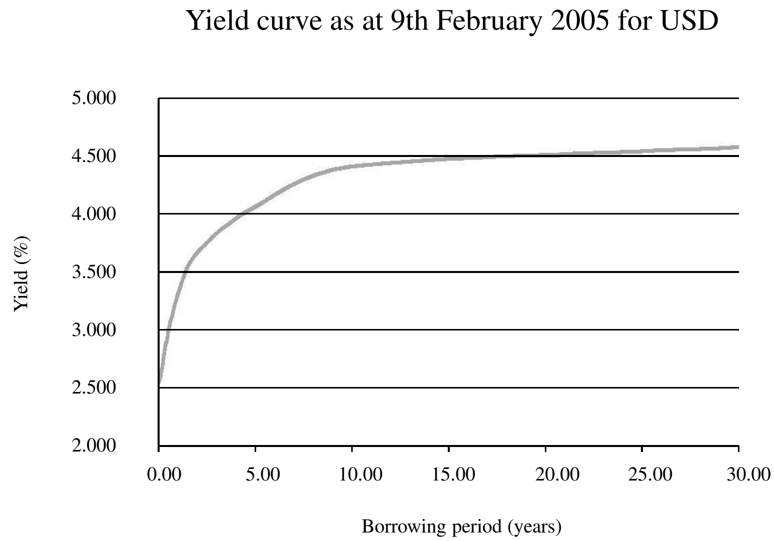
Bevor ich meinen Anteil an dieser Doppelconference beende, mochte ich noch erwähnen, dass Josef im Verein Gedenkdienst sehr aktiv war und ist, der die Öffentlichkeit an Holocaust-Opfer in jeder Form erinnert, und dass er seinen Zivildienst bei ESRA, der Hilfs- und Pflegeorganisation der israelitischen Kultusgemeinde, absolviert hat. Josef hat auch bei der Vorbereitung der Ausstellung „Kalter Abschied aus Europa“ (organisiert von Karl Sigmund 2001) mitgeholfen. Mit dieser Ausstellung hat die ÖMG zum ersten Mal zur Zeit des Nationalsozialismus Stellung bezogen. Sein Engagement in diesen humanitären Belangen hat mich sehr beeindruckt.

P. Michor (Universität Wien)

Laudatio über den Förderungspreisträger 2005, Josef Teichmann (2. Teil)

Auch ich erinnere mich noch sehr genau an mein erstes Zusammentreffen mit Josef Teichmann. Es war im Frühjahr 2000, am Ende seines Zivildienstes, als er in mein Büro an der TU kam. Seine Frage war, ob es in unserer Arbeitsgruppe interessante Möglichkeiten gäbe, als Postdoc zu arbeiten. Wir gingen dann erst einmal für eine gute Stunde ins Kaffeehaus. Es fügte sich nämlich auf geradezu wundersame Weise, dass just zu diesem Zeitpunkt in der Finanzmathematik ein Problem seiner Lösung harrte, für dessen Behandlung profunde Kenntnisse der Differentialgeometrie nötig waren. Die Modellierung von Bond-Märkten läuft auf die stochastische Modellierung der Entwicklung der Zinskurve (“Yield curve”) hinaus. Für gegebenen Zeitpunkt t (z.B. 9. Februar 2005) gibt die Zinskurve für jedes $T > t$ denjenigen Zinssatz an, der bei Veranlagung in einen Bond, also einer festverzinslichen Anleihe mit Laufzeit T, erzielt werden kann.

Die Zinskurve ist nur ein theoretisches Konstrukt, das nicht direkt am Markt beobachtet werden kann. Was am Markt beobachtet werden kann, sind die Preise für Bonds, die zu wohldefinierten Zeitpunkten wohldefinierte Zahlungen in Aussicht stellen (periodische Kupon-Zahlungen sowie Zahlung des Nennwerts am Ende der



Laufzeit). Aus diesen Marktdaten wird die Zinskurve gemäß numerischen Standardverfahren „gefittet“. In Österreich wird dies beispielsweise als tägliche Routine von der Nationalbank sowie dem WIFO gemacht. Beliebte Funktionenfamilien für diese Aufgabe sind beispielsweise die Nelson-Siegel-Familie

$$G(Z_1, \ldots Z_4, t, T) = Z_1 + Z_2 \exp(Z_3(T-t)) + Z_4(T-t)\exp(Z_3(T-t)).$$

Hier sind Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 die Parameter, über die der Fit an die Marktdaten optimiert wird. In diesem Fall handelt es sich um eine endlichdimensionale (nämlich 4-dimensionale) nichtlineare Mannigfaltigkeit, die in natürlicher Weise in einem geeigneten unendlichdimensionalen Funktionenraum eingebettet ist.

Der springende Punkt besteht nun darin, dass die Struktur dieser Teilmannigfaltigkeit mit der Dynamik des stochastischen Prozesses zusammenpassen soll. Konkret: Wenn wir uns zu einem Zeitpunkt $t = 0$ mit dem Startwert des stochastischen Prozesses in der Mannigfaltigkeit befinden, bleiben wir dann auch in der Mannigfaltigkeit im Laufe der Zeitentwicklung? Ansonsten ist die Modellierung nicht in konsistenter Weise mit den aus finanzmathematischer Sicht notwendigen Martingaleigenschaften der aus der Entwicklung der Zinskurve abgeleiteten Bond-Preis-Prozesse in Einklang zu bringen. Auf dieses Problem hatte Ende der 90er-Jahre Tomas Bjoerk hingewiesen und auch einige Lösungsansätze geliefert. Allerdings war zum Zeitpunkt unseres Plausches im Kaffeehaus dieses Problem nur ziemlich rudimentär verstanden. Es ist zu einem guten Teil das Verdienst von Josef Teichmann, dass wir heute ein viel tieferes Verständnis der Situation haben. Teilweise hat er die Arbeiten dazu gemeinsam mit Damir Filipovic bzw. Fabrice Baudoin durchgeführt, die in den Jahren 2000 bzw. 2002 ebenfalls als Post-docs in unserer Arbeitsgruppe tätig waren (siehe [1], [2], [3], [4], [5]).

Ich habe dieses Problem deswegen etwas ausführlicher besprochen, da es ein Musterbeispiel der Anwendung anspruchsvoller mathematischer Theorie auf handfeste, praktische Probleme ist. Der von Peter Michor und Andreas Kriegl entwickelte „geeignete Kalkül" einer Differentialrechnung in unendlichdimensionalen Räumen erwies sich als hervorragend geeignetes Werkzeug für die Analyse dieses Problems.

Die Wechselwirkung erfolgt aber nicht nur von der reinen Mathematik in Richtung Anwendung, sondern auch in die andere Richtung. Wie Peter Michor schon erwähnt hat, stammt die Motivation für Josef Teichmanns Arbeit zur Verallgemeinerung des Satzes von Frobenius aus Finanz-Anwendungen. Ich will aber nicht den Eindruck erwecken, dass sich die Arbeiten von Josef Teichmann auf die Schnittstellen von Differentialgeometrie und Finanzmathematik beschränken. Ganz im Gegenteil. Er verfügt über eine beeindruckende Breite in seiner wissenschaftlichen Arbeit. Als Beispiele möchte ich zwei Arbeiten anführen, bei denen ich die Freude hatte, mit ihm zusammenzuarbeiten. Gemeinsam mit Michael Drmota haben wir ein Problem aus der Quantenphysik (die "Bessis-Moussa-Villani conjecture") behandelt (siehe [6]). Das zweite Beispiel ist historisch motiviert und ist ein systematischer Vergleich der Modelle von Bachelier (1900) und Black-Scholes (1973) (siehe [7]).

Josef Teichmann ist auch ein hervorragender, bei den Studierenden außerordentlich beliebter Lehrer, sowie ein besonders liebenswerter Kollege, den alle mögen. Mit einem Wort, eine reine Freude aus Sicht des Institutsvorstandes. Nur einmal bin ich etwas nervös geworden – als Josef Teichmann im Frühjahr 2005 einen Ruf an die LMU München erhielt. Aus Sicht unseres Institutes und der TU Wien war ich erleichtert, als er ihn abgelehnt hat. So kann ich noch auf einige Jahre fruchtbarer Zusammenarbeit hoffen.

W. Schachermayer (TU Wien)

Literaturhinweise

1. Damir Filipovic, Josef Teichmann, *Existence of invariant Manifolds for Stochastic Equations in infinite dimension*, Journal of Functional Analysis **197** (2003), 398–432.
2. Josef Teichmann, *A Frobenius Theorem on convenient manifolds*, Monatshefte für Mathematik **134** (2001), 159–167.
3. Damir Filipovic, Josef Teichmann, *Regularity of Finite-dimensional Realizations for Evolution Equations*, Journal of Functional Analysis **197** (2003), 433–446.
4. Damir Filipovic, Josef Teichmann, *On Geometry of the Term structure*, Proceedings A of the Royal Society **460** (2004), 129–167.
5. Fabrice Baudoin, Josef Teichmann, *Hypoellipticity in infinite dimensions and an application to interest rate theory*, Annals of Applied Probability **15**(3) (2005), 1765–1777.

6. Michael Drmota, Walter Schachermayer, Josef Teichmann, *A hyper-geometric approach to the BMV-conjecture*, Monatshefte für Mathematik, **146** (2005), 179–201.
7. Walter Schachermayer, Josef Teichmann, *How close are the option pricing formulas of Bachelier and Black-Merton-Scholes?*, submitted (2005).

Vorstellung der Studienpreisträger 2005

Der ÖMGVorstand hat mich gebeten, den Vorsitz der ÖMG-Studienpreis-Kommission 2005 zu übernehmen. Der Kommission gehören weiterhin die Professoren O. Scherzer von der Universität Innsbruck und W. Woess von der Technischen Universität Graz an. Die Kommission hat die 5 eingereichten Arbeiten sehr ausführlich diskutiert. Sowohl die eingereichte Diplomarbeit als auch die 4 eingereichten Dissertationen sind von hoher wissenschaftlicher Qualität und prinzipiell alle preiswürdig.

Die Kommission hat einstimmig beschlossen, 2005 zwei ÖMG-Studienpreise zu vergeben, und zwar an Herrn Dipl.-Ing. *Gerard Johan Pieter Kok* für seine Diplomarbeit zum Thema *„The Distribution of Patterns in Random Trees"*, und an Herrn Mag. Dr. *Michael Hofer* für seine Dissertation zum Thema *„Variational Motion Design in the Presence of Obstacles"*. Im Folgenden möchte ich die Preisträger und wissenschaftlichen Beiträge kurz vorstellen.

Laudatio über den ÖMG-Studienpreisträger G. Kok Die Arbeit von Herrn Kok zum Thema *„The Distribution of Pattern in Random Trees"* ist eine ausgezeichnete Diplomarbeit auf dem Gebiet der diskreten Mathematik, die auf Grund der erzielten Resultate fast schon eine *„kleine Dissertation"* ist. Die Diplomarbeit wurde von Herrn Kok unter Anleitung von M. Drmota an der TU Wien verfasst und Anfang 2005 erfolgreich abgeschlossen. In der Diplomarbeit geht es darum, asymptotisch zu untersuchen, wie oft sich ein vorgegebenes Muster (ein endlicher Baum) als Substruktur in typischer Weise in einem großen Baum wiederfindet. Herr Kok hat dabei die ursprünglich vom Diplombetreuer und Kollegen vorgeschlagene Methode für markierte Bäume auf weitere Baumklassen verallgemeinert. Er kann jetzt u.a. einfach erzeugte Baumfamilien, ebene Bäume und unmarkierte Bäume behandeln. Darüber hinaus wird für jede untersuchte Baumklasse ein mehrteiliger Algorithmus angegeben, mit dem das entsprechende Gleichungssystem effizient berechnet werden kann. Herr Kok zeigt mit der vorgelegten Diplomarbeit in beeindruckender Weise, dass er nicht nur die neuesten Methoden und Techniken beherrscht, sondern damit auch neue mathematische Ergebnisse erzielen kann.

Der Gutachter der Diplomarbeit bestätigt, dass aus der Arbeit mindestens zwei Publikationen hervorgehen werden, die bei renommierten Fachzeitschriften eingereicht werden sollen.

Laudatio über den ÖMG-Studienpreisträger M. Hofer Herr Dr. Hofer hat an der Universität Graz, an der TU Graz und an der Universität von Oklahoma (USA) Mathematik studiert. Im Jahre 2000 hat er das Studium mit einer Magisterarbeit zum Thema *„GO-Spline Interpolation: Weights and Rectangular Patches“* mit Auszeichnung abgeschlossen. Danach hat er an der TU Wien unter Anleitung seines Doktorvaters H. Pottmann das Doktoratsstudium aufgenommen, das er mit der zum ÖMG-Studienpreis eingereichten Dissertation zum Thema *„Motion Design in the Presence of Obstacles“* im November des vergangenen Jahres abgeschlossen hat. Das Dissertationsthema ist einem sehr innovativen und anwendungsorientierten Gebiet der modernen Geometrie gewidmet. Seine Beiträge reichen von den mathematischen Grundlagen (Splines in Mannigfaltigkeiten) über numerische Techniken bis hin zur effizienten Implementierung und Visualisierung. Im Rahmen seiner Arbeit an der Dissertation hat er eine Reihe von Publikationen verfasst, darunter 7 Arbeiten, die in teilweise sehr renommierten Fachzeitschriften erschienen sind. Besonders hervorzuheben ist sein Vortrag auf der SIGGRAPH sowie der entsprechende Beitrag zu den Proceedings. Die SIGGRAPH ist die absolute Top-Tagung auf dem Gebiet der Computergraphik mit fast 30.000 Teilnehmern, und Publikationen in den SIGGRAPH-Proceedings haben einen hohen *impact factor*.

Herr Hofer hat bereits eine Reihe von ehrenvollen Einladungen an renommierte ausländische Einrichtungen (CalTech, University of California at Davis, Duke University, Konrad Zuse-Institut in Berlin) erhalten. Seit April 2005 arbeitet er als PostDoc in der Gruppe von G. Sapiro an der Universität von Minnesota. Ich wünsche Herrn Dr. Hofer viel Erfolg und hoffe sehr, dass er mit vielen neuen Anregungen und Ideen wieder nach Österreich zurückkommt.

Ich wünsche beiden ÖMG-Studienpreisträgern für ihre wissenschaftliche und persönliche Zukunft viel Erfolg und alles erdenklich Gute.

U. Langer (Universität Linz)

Protokoll der Generalversammlung der ÖMG vom 20.9.2005

Die Generalversammlung der ÖMG fand am 20.9.2005 von 17:08 bis 18:24 im Hörsaal B der Universität Klagenfurt statt.

1. Feststellung der Beschlussfähigkeit.

Die Beschlussfähigkeit ist gegeben. Der Tagesordnung wird im Punkt 4 die Neuwahl der Mitglieder der Didaktikkommission hinzugefügt. Es sind ca. 60 Mitglieder anwesend.

2. Berichte des Vorsitzenden und weiterer Vorstandsmitglieder, insbesondere des Kassiers.

Für den Bericht des Vorsitzenden siehe S. 72. W. Schachermayer (Kassier) präsentiert die ÖMG-Abrechnung des letzten Jahres (siehe S. 87).

3. Berichte aus den Landessektionen.

L. Reich berichtet über die Aktivitäten der Landessektion Steiermark: (i) Dank für die großzügige Subvention der ÖMG für das interdisziplinäre Symposium über Mathematische Musiktheorie in Graz, Mai 2005. (ii) Finanzierung bzw. Teilfinanzierung von Kolloquiumsvorträgen an der Univ. Graz.

M. Oberguggenberger berichtet in Vertretung von *A. Ostermann* (Innsbruck): Die Landessektion Tirol wird am 21.2.2006 zum zweiten Mal nach 2003 einen Lehrertag an der Universität Innsbruck veranstalten. Als Hauptvortragender hat bereits Herr Prof. Beutelspacher zugesagt. Neben diesem Hauptvortrag ist geplant, Präsentationen für Schülerinnen und Schüler und Lehrerinnen und Lehrer zu organisieren, sowie am Nachmittag eine Diskussionsrunde mit Lehrerinnen und Lehrern durchzuführen.

H. Kautschitsch (Landessektion Kärnten) berichtet, dass das letzte Jahr hauptsächlich durch die Organisation des Internationalen Mathematik-Kongresses in Klagenfurt gekennzeichnet war, an dem rund 400 Personen teilgenommen haben – die Tagung der DMV knapp vorher in Mainz hat einige Besucher gekostet. Er regt an, diese zwei Tagungen nicht im selben Jahr durchzuführen, weil der Arbeitsaufwand für 600 Personen genauso hoch ist wie der für 400 Personen. Darüber hinaus wurden zwei Vorträge (P. Hilton und J. Pedersen), ein Vortrag für Mathematiklehrer (E. Neuwirth zur PISA-Studie) und ein Fortbildungsseminar über den Einsatz von TI-Rechnern im Mathematikunterricht organisiert.

W. Schlöglmann berichtet in Vertretung von *G. Larcher* (Linz) über die Mitfinanzierung des Workshops "Complexity and Discrepancy" im Oktober 2004 in Linz und über die Mathematische Modellierungswoche für Schüler. Hinzu kamen die Beteiligung am Johannes Kepler-Symposium zur Philosophie und Geschichte der Mathematik und Herausgabe und Mitfinanzierung des Buchs, „Kepler Symposium, Philosophie und Geschichte der Mathematik (Maaß, Langer, Larcher).

H. Engl verliest den Bericht von *P. Hellekalek* (Salzburg), der erwähnt, dass es im Berichtsjahr möglich war, mit Hilfe der Mittel der Landessektion mehrere Gastvorträge zu organisieren. Weiters wird von der Ehrenpromotion von Prof. Rolf Schneider (vgl. IMN 197, S. 76) sowie von Plänen für eine Veranstaltung „LaTeX für Lehrerinnen und Lehrer“ und eine Beteiligung am „Hans-Stegbuchner-Preis“ für herausragende Dissertationen berichtet. Die Evaluierung habe die Position der Mathematik gegenüber dem Rektorat der Universität Salzburg deutlich gestärkt.

C. Schmeiser von der Wiener Landessektion berichtet über das „Wiener Mathematik-Kolloquium“ (siehe *http://www.oemg.ac.at/LS-Wien*) und weitere Veranstaltungen, die von der Landessektion unterstützt wurden: Der Algebratag zum 60. Geburtstag von Kollegen Mlitz am 3.6.2005 und die Conference on Scientific Computing zum 75. Geburtstag von Kollegen Stetter, 9.–11.6.2005.

Bemerkungen von W. Kuich zu IMN 198 (2005), S. 64–65:

„Die Stellungnahme zur Rolle der Frauen in den Naturwissenschaften ist total misslungen. Denn diese Stellungnahme orientiert sich nicht an wissenschaftlichen Vorgangsweisen, sondern an der sogenannten politischen Korrektheit. Im Besonderen moniere ich:

(i) Der ÖMG-Vorstand war nicht in der Lage, eine eigene Stellungnahme zu diesem bedeutenden Themenkreis zu Stande zu bringen, sondern schließt sich Stellungnahmen anderer Gesellschaften an. Damit wurde die Chance vertan, auf spezifisch österreichische Verhältnisse einzugehen.

(ii) Der ÖMG-Vorstand bezieht sich auf ‚angebliche' Äußerungen des Präsidenten der Harvard University. Die Verwendung des Wortes ‚angeblich' deutet an, dass zum Zeitpunkt der Beschlussfassung diese Äußerungen in schriftlicher verifizierter Form nicht vorgelegen sind. Sie sind auch nicht als Beilage zur Resolution veröffentlicht worden und können nur indirekt und unvollständig aus den Resolutionen, auf die Bezug genommen wird, erschlossen werden. Wie zwei anderen Resolutionen, auf die Bezug genommen wird, zu entnehmen ist, handelt es sich um Äußerungen zum Themenkreis 'innate differences in the mathematical abilities of men and women'.

(iii) Ein methodisch sauberes Vorgehen wäre gewesen, die Äußerungen des Präsidenten der Harvard University, die mir – wie gesagt – in ihrer genauen Formulierung unbekannt sind, als Hypothese zu verstehen, die dann im Sinne Poppers falsifiziert werden kann. Dieser Versuch wird jedoch in keiner der zitierten Stellungnahmen unternommen. Daher hätte der ÖMG-Vorstand diese Falsifizierung versuchen können, und zwar in einer Weise, wie dies unter Wissenschaftern üblich ist: Durch Zitierung wissenschaftlicher Untersuchungsergebnisse oder, wenn diese nicht vorliegen, durch Durchführung einer wissenschaftlichen Untersuchung in Form eines interdisziplinären Projekts.

(iv) Der ÖMG-Vorstand hat einem an sich guten Anliegen einen schlechten Dienst erwiesen. Es wurde damit eine Gelegenheit verpasst, in wissenschaftlicher Weise die Rolle der Frauen in den Naturwissenschaften zu behandeln."

Der Vorsitzende der ÖMG merkt an, dass der Vorstand nicht die Gelegenheit zu einer eigenen Stellungnahme versäumt habe, sondern eine solche gar nicht versucht hat.

4. Bericht der Vorsitzenden von Didaktikkommission und Lehrersektion.
(W. Schlöglmann)

„Im Berichtszeitraum fanden drei Sitzungen der Didaktikkommission statt (24. 9. 2004, 21. 1. 2005, 31. 3. 2005). Weiters veranstaltete die Didaktikkommission am 1.4.2005 an der Universität Wien einen Lehrertag für Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer an AHS und BHS.

Lehrertag: Der diesjährige Lehrertag an der Universität Wien war sowohl hinsichtlich der Zahl der Teilnehmer (mehr als 200) als auch der der anwesenden Ehrengäste sehr erfolgreich. Der Vorsitzende der Didaktikkommission konnte zur Eröffnung des Lehrertages auch dieses Jahr wieder Frau Bundesministerin Gehrer begrüßen. Als weitere Ehrengäste nahmen an der Eröffnung die Präsidentin des Stadtschulrates für Wien, Frau Dr. Brandsteidl, der Präsident des Landesschulrates für das Burgenland, Dr. Resch, Vizerektor Prof. Jurenitsch, Dekan Prof. Rindler sowie Landesschulinspektor Mag. Wurm (Stadtschulrat Wien) teil. Die angebotenen Vorträge fanden durchwegs positive Aufnahme, und es ist auch dieses Jahr durch finanzielle Unterstützung des Stadtschulrates für Wien wieder möglich, die Vortragsausarbeitungen in einem Heft der Didaktikkommission zu publizieren und den Lehrerinnen und Lehrern zur Verfügung zu stellen. Weiters werden die Beiträge über das Internet für alle Interessenten verfügbar sein. Die Veranstaltung wurde wieder in vorbildlicher Weise von Frau Dr. Koth und Frau Obermaier organisiert.

Diskussionsthemen der Sitzungen:

— Im Zuge der Diskussion über die Ergebnisse von PISA 2003 und der Umwandlung der bisherigen Pädagogischen Akademien in Pädagogische Hochschulen entwickelte sich eine Diskussion über den künftigen Ort der Lehramtsausbildung. Die Didaktikkommission wandte sich vehement gegen den in der Diskussion geäußerten Vorschlag, auch die Lehramtsausbildung für Lehrkräfte an Höheren Schulen an die künftigen Pädagogischen Hochschulen zu verlegen. Sie ersuchte daher den Vorstand der ÖMG, eine entsprechende Stellungnahme an Frau Bundesmisterin Gehrer zu senden, um darauf hinzuweisen, dass eine hochqualitative Ausbildung von Mathematiklehrkräften für die Höheren Schulen nur an den Universitäten erfolgen kann. Weiters wies der Vorsitzende der Didaktikkommission in seiner Eröffnungsansprache zum Fortbildungstag an der Universität auf diese Position hin, worauf Frau Bundesministerin Gehrer versicherte, dass Lehrkräfte für Höhere Schulen auch künftig an den Universitäten ausgebildet würden.

— Die Didaktikkommission beschäftigte sich intensiv mit den Ergebnissen von PISA 2003. Mitglieder der Kommission wiesen darauf hin, dass die Studie gewisse Mängel aufweist und dass vor allem eine differenzierte Analyse der Daten aus fachdidaktischer Sicht notwendig wäre, da die vorliegenden Ergebnisse noch keine ausreichende Grundlage für eine seriöse Diskussion liefern würden.

— Standards für den Mathematikunterricht: Aufgrund der internationalen Untersuchungen TIMSS und PISA ist wie in anderen Ländern auch in Österreich eine Diskussion zu den im Mathematikunterricht zu erreichenden Standards entbrannt. Hierbei geht es einerseits um die Festlegung zu erreichender Kompetenzen und andererseits um deren Überprüfung. In der vom BMBWK eingerichteten Arbeitsgruppe ist auch die Didaktikkommission durch einzelne Mitglieder eingebunden. Im Rahmen der Didaktikkommission wurden über das Konzept für die Pilotstudie berichtet und erste Testaufgaben vorgestellt.

— Fragen der Lehramtsausbildung an Universitäten: Die Didaktikkommission der ÖMG ist die einzige Kommission, in der sowohl Fachmathematiker, Mathematikdidaktiker, Schulaufsicht, Ministerialbeamte wie auch Lehrer vertreten sind. Aus diesem Grund ist die Kommission hervorragend geeignet, Fragen der Lehramtsausbildung, wie z.B. das Verhältnis von fachmathematischen und fachdidaktischen Lehrveranstaltungen in der Ausbildung, zu diskutieren.

— Über die Aktivitäten der Lehrersektion wurde die Kommission durch deren Vorsitzenden Dr. Geretschläger informiert. Die Kommission vertrat die Auffassung, dass die Lehrersektion nicht in die Didaktikkommission eingegliedert werden sollte. Weiters unterstützte die Kommission die Bemühungen des Vorsitzenden der ÖMG nach einer stärkeren Öffnung in Richtung Schule."

Nach diesem Bericht fand die Neuwahl der Didaktikkommission für das Vereinsjahr 2006 statt. Dem Vorschlag des Vorstandes wird von der Versammlung per Akklamation zugestimmt.

Mitglieder der Didaktikkommission der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft: W. Schlöglmann (Univ. Linz, Vorsitzender), M. Borovcnik (Univ. Klagenfurt), M. Dang (BG Waidhofen/Thaya), C. Dorninger (bm:bwk), H. Ebenberger (bm:bwk), K. Josef Fuchs (Univ. Salzburg), R. Geretschläger (BRG Keplerstr., Graz), S. Götz (Univ. Wien), F. Halter-Koch (Univ. Graz), G. Hanisch (Univ. Wien), H. Heugl (Wien), E. Hlawka (TU Wien), H. Humenberger (Univ. Wien), H. Kaiser (TU Wien), M. Koth (Univ. Wien, Schriftführerin), M. Kronfellner (TU Wien), G. Malle (Univ. Wien), R. Müller (Wien), F. Pauer (Univ. Innsbruck), F. Schoberleitner (Univ. Linz), R. Taschner (TU Wien), W. Timischl (bm:bwk), W. Wertz (TU Wien), R. Winkler (TU Wien), W. Wurm (Stadtschulrat Wien), O. Wurnig (Graz).

5. Bericht der Rechnungsprüfer und gegebenenfalls Entlastung des Vorstands.

Die Rechnungsprüfer W. Kuich und I. Troch haben die Abrechnung stichprobenartig überprüft. W. Kuich beantragt daher die Entlastung des Kassiers und seines Stellvertreters. Der Antrag wird ohne Gegenstimme angenommen. L. Reichs Antrag zur Entlastung des Vorstandes wird einstimmig mit Stimmenthaltung des Vorstandes angenommen.

6. Neuwahl des Vorsitzenden und des Vorstandes für die Jahre 2006 und 2007.

H. Engl präsentiert den Wahlvorschlag für den Vorstand in den Vereinsjahren 2006 und 2007 (W. Schachermayer und R. Tichy verlassen dazu den Raum.)

Vorsitzender: R. Tichy
stellvertretender Vorsitzender: W. Schachermayer
Kassier: H. Pottmann
stellvertretender Kassier: F. Rendl
Schriftführer: M. Oberguggenberger

stellvertretende Schriftführerin: I. Fischer
Herausgeber der IMN: M. Drmota
Web und Öffentlichkeitsarbeit: G. Teschl (kooptiert)

Es werden keine weiteren Vorschläge vorgelegt. Über den Vorsitzenden wird in einer geheimen Wahl abgestimmt. Dabei werden 57 Stimmen abgegeben, 55 für R. Tichy und zwei Enthaltungen. R. Tichy ist somit gewählt.

W. Schachermayer und R. Tichy werden wieder hereingebeten und R. Tichy nimmt die Wahl an. Da kein Wunsch nach einzelner oder geheimer Wahl besteht, wird der Rest des Vorstandes offen und im Block abgestimmt. Der Wahlvorschlag wird einstimmig angenommen. R. Tichy dankt dem scheidenden Vorsitzenden für seine Arbeit.

7. Neuwahl der Rechnungsprüfer.

Dem Vorschlag von H. Engl, H. G. Feichtinger und W. Kuich als die neuen Rechnungsprüfer zu bestellen, wird zugestimmt.

8. Verleihung der Förderungs- und Studienpreise.

Die Kommission für den Förderungspreis, bestehend aus P. Kirschenhofer, O. Steinbach (Vorsitz) und R. Tichy, ist zur Entscheidung gekommen, den diesjährigen Preis an Josef Teichmann (TU Wien) zu verleihen. H. Engl überreicht Urkunde, Medaille und Geldpreis an den Preisträger. Die Laudatio wird von P. Michor und W. Schachermayer gemeinsam vorgenommen (siehe S. 76).

Die beiden Studienpreise wurden von der Kommission, bestehend aus U. Langer (Vorsitz), O. Scherzer und W. Woess, an Gerard Kok für seine Diplomarbeit “The distribution of patterns in random trees” und an Michael Hofer für seine Dissertation “Variational motion design in the presence of obstacles” vergeben. H. Engl übergibt Urkunden, Medaillen und Geldpreise an die beiden Preisträger. U. Langer stellt die beiden Preisträger vor und begründet die einstimmige Entscheidung in seiner Laudatio (siehe S. 80).

9. Verleihung der Ehrenmitgliedschaft an Prof. Helmut Neunzert laut Beschluss der letzten Generalversammlung.

H. Engl verleiht Herrn H. Neunzert die Ehrenmitgliedschaft der ÖMG. Er übergibt ihm dazu Urkunde und Medaille und hält eine Laudatio (siehe S. 74). H. Neunzert bedankt sich in einer kurzen Rede.

10. Allfälliges.

Der Vorsitzende des EMS-Komitees für “Developing Countries”, H. Fleischner, bedankt sich bei der ÖMG für die finanzielle Unterstützung einer Veranstaltung im Rahmen seiner Tätigkeit für Entwicklungsländer. Gleichzeitig regt er an, einen ÖMG-Verantwortlichen für Entwicklungsländer zu bestimmen.

I. Fischer (Schriftführerin)

ÖMG: EINNAHMEN-AUSGABENRECHNUNG 2004

	Saldo laut Buchhaltung	nach Ausgliederung außergewöhnlicher Positionen
EINNAHMEN	**2004**	**2004**
Annoncen	2.679,45	2.679,45
IMN-Verkauf Inland	136,36	136,36
IMN-Verkauf EU-Ausland	1.297,00	1.297,00
IMN-Verkauf Ausland	60,00	60,00
Mitgliedsbeiträge Inland	7.522,51	7.522,51
Mitgliedsbeiträge EU-Ausland	1.625,88	1.625,88
Mitgliedsbeiträge Ausland	376,45	376,45
Spenden, USt-pflichtig (Buch)	1.303,27	1.303,27
Zeitschriftenverkauf	7.761,00	7.761,00
Spenden, USt-frei	300,00	
Subvention BM für Didaktiktag in Wien	3.290,00	
Zinsen, Kurswertänderung	2.064,74	2.064,74
Mathematik Evaluierung	20.833,33	
Summe Einnahmen	**49.249,99**	**24.826,66**
AUSGABEN	**2004**	**2004**
Ausgaben: Didaktiktag	2.997,35	
Ausgaben: Festkolloquium	1.550,00	
Büromaterial	274,69	274,69
Mitarbeiterhonorare	6.527,00	6.527,00
Mitarbeiterhonorare 2003, 2004 ausbez.		-1.900,00
Preise	3.000,00	3.000,00
ZID UniVie, URL www.oemg.ac.at	48,00	48,00
Druckkosten IMN, Lektorat	4.974,00	4.974,00
Mitgliedsbeiträge (OCG, EMS, ICIAM)	1.519,29	1.519,29
Porto	4.180,13	4.180,13
Vortragsspesen, Bewirtungen	3.230,24	3.230,24
Ersatz von Fahrtspesen	115,90	115,90
Buchungs- und Bankgebühren	775,83	775,83
Mathematik Evaluierung	451,68	
Summe Ausgaben	**29.644,11**	**22.745,08**
Einnahmen	49.249,99	24.826,66
Ausgaben	-29.644,11	-22.745,08
Verlust/Überschuss	**19.605,88**	**2.081,58**

Vorträge im Bereich Analysis und Zahlentheorie an der TU Graz

20. 1. 2005: *Yossi Moshe* (ESI Wien): On the arithmetical properties of Pascal's triangle and similar structures.

15. 4. 2005: *Igor Shparlinski* (Macquarie University, Sydney): Arithmetic Properties of the Ramanujan τ-Function (joint work with Florian Luca).

21. 4. 2005: *Peter Kirschenhofer* (Montanuniversität Leoben): Elemente kleiner Norm in einer Familie kubischer Erweiterungen imaginär-quadratischer Zahlkörper.

21. 4. 2005: *Jörg Thuswaldner* (Montanuniversität Leoben): Ziffernsysteme und Tilings.

21. 4. 2005: *Robert Tichy* (TU Graz): 100 Jahre quantitative Gleichverteilungstheorie: Metrische Resultate und spezielle Folgen.

22. 4. 2005: *Günter Lettl* (Univ. Graz): Die diskret arithmetisch fixierten Elemente eines Körpers.

22. 4. 2005: *Alfred Geroldinger* (Univ. Graz): Über die Dichte der Zahlen in einem Ganzheitsring mit schönen Faktorisierungen.

22. 4. 2005: *Wolfgang Hassler* (Univ. Graz): Unzerlegbare endlich erzeugte Moduln über lokalen Ringen.

22. 4. 2005: *Peter Grabner* (TU Graz): Ziffernentwicklungen und Spektralmaße.

22. 4. 2005: *Guy Barat* (TU Graz): Zugänge zur Irrationalität von Mahler-Zahlen.

13. 5. 2005: *Yann Bugeaud* (Université Strasbourg, Frankreich): Über die dezimale Entwicklung algebraischer Zahlen.

23. 6. 2005: *Walter Philipp* (University of Illinois, Urbana, USA): Der Satz von Bell und das Konsistenzproblem gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Eine mathematische Perspektive der Einstein-Bohr Debatten.

24. 6. 2005: *Anatoly Vershik* (Steklov Institute St. Petersburg, Russland): Metric spaces with measures and pseudo-uniformly distributed sequences.

25. 11. 2005: *Christiaan van de Woestijne* (RICAM Linz, Univ. Leiden): Deterministic equation solving over finite fields.

2. 12. 2005: *Michael Drmota* (TU Wien): Die Höhe von rekursiven Bäumen.

2. 12. 2005: *Helmut Prodinger* (University of Stellenbosch, S"udafrika): Quickselect und Identitäten für Summen über harmonische Zahlen.

2. 12. 2005: *Ilse Fischer* (Univ. Klagenfurt): Eine polynomiale Methode für die Abzählung von Plane Partitions und alternierenden Vorzeichenmatrizen.

2. 12. 2005: *Peter Paule* (RISC, Univ. Linz): Partitionsanalysis: McMahon's Traum wurde Wirklichkeit.

Mathematisches Kolloquium der Universität Wien

12. 1. 2005: *Rania Wazir* (Univ. Turin): Der Rang elliptischer Kurven.

26. 1. 2005: *Karlheinz Gröchenig* (Univ. Neuherberg, Deutschland): Sjöstrands Symbole und Zeit-Frequenz-Analyse von Pseudodifferentialoperatoren.

6. 4. 2005: *S. Mueller-Stach* (Univ. Mainz, Deutschland): Algorithmische Methoden in algebraischen Homologietheorien.

13. 4. 2005: *Thomas Stoll* (Univ. Wien, TU Wien): Endlichkeitsresultate für diophantische Gleichungen in Polynomklassen.

20. 4. 2005: *Michael Reeken* (Univ. Wuppertal, Deutschland): Der lange Weg von Leibniz zu Robinson.

27. 4. 2005: *Michael T. Lacey* (Georgia Institute of Technology): Solution of Nehari Problem in Several Complex Variables.

4. 5. 2005: *Rémi Charles* (CNRS): Linear vs. nonlinear effects for nonlinear Schr"odinger equations with potential.

18. 5. 2005: *Daniel Lenz* (Univ. Chemnitz, Deutschland): Generisch singulär stetiges Spektrum für Delone Schrödinger Operatoren.

25. 5. 2005: *Martin Burger* (Univ. Linz): Current Challenges in Geometric Flows.

8. 6. 2005: *Stefan Götz* (Univ. Wien): Von unmöglichen Würfeln, Ziegen und Autos und 15 Jahren zwischen Schule und Universität – eine Bilanz.

15. 6. 2005: *Emmanuel Candes* (Caltech): Robust Uncertainty Principles and Signal Recovery from Incomplete Measurements.

22. 6. 2005: *Anatoly Vershik* (Steklov Institute St. Petersburg): Universality in Geometry and Combinatorics.

14. 12. 2005: *Hans Humenberger* (Univ. Wien): Mathematik als Prozess: konkrete Phänomene und Anschaulichkeit – Beispiele und Überlegungen.

Vorträge an der Universität Wien im Rahmen von Habilitationen

9. 3. 2005: *Stefan Haller* (Univ. Wien): Dynamik und Spektralgeometrie.

15. 12. 2005: *Ilse Fischer* (Univ. Wien): Eine polynomiale Methode für die Abzählung von Plane Partitions und alternierenden Vorzeichenmatrizen.

Vorträge an der Universität Wien im Rahmen der Ausschreibung der Professur für „Algebraische Geometrie/Differentialgeometrie“

12. 10. 2005: *Yurii Neretin* (Univ. Wien): Complexification of group of diffeomorphisms of the circle and conformal field theories.

19. 10. 2005: *Andreas Cap* (Univ. Wien): Quaternionische Komplexe.

21. 10. 2005: *Ilka Agricola* (Univ. Berlin): Spezielle Geometrien, Holonomie und Superstringtheorie.

21. 10. 2005: *Stefan Bauer* (Univ. Bielefeld): Monopole und Fusionen in vier Dimensionen.

25. 10. 2005: *Peter Michor* (Univ. Wien): The Hamiltonian approach to Riemann metrics on plane curve and shape space.

25. 10. 2005: *Herwig Hauser* (Univ. Innsbruck): Differentialgeometrie versus Algebraische Geometrie – oder: Frobenius versus Hilbert.

8. 11. 2005: *Alexander Schmitt* (Univ. Duisburg-Essen): Modulräume für Prinzipalbündel.

9. 11. 2005: *Andrei Teleman* (Université de Provence Marseille): Instantonen und holomorphe Kurven .

9. 11. 2005: *Kai Köhler* (Univ. Düsseldorf): Analytische Torsionen und Arithmetische Geometrie.

10. 11. 2005: *Vladimir Matveev* (Univ. Freiburg): Das Problem von Beltrami und die Vermutung von Lichnerowicz.

15. 11. 2005: *Elmar Große-Klönne* (Univ. Münster): Vektorbündel auf algebraischen Varietäten und p-adische Analysis.

18. 11. 2005: *Ludmil Katzarkov* (Universities California, Miami): Birationale Geometrie und Spiegelsymmetrie.

Vorträge an der Universität Wien im Rahmen der Ausschreibung der Professur für „Biomathematik“

7. 10. 2005: *Reinhard Bürger* (Univ. Wien): Mathematische Modelle zu einigen Problemen aus der Evolutionsbiologie.

28. 10. 2005: *Martin Möhle* (Univ. Tübingen): Nachkommen und Vorfahren in der stochastischen Populationsgenetik.

28. 10. 2005: *Josef Hofbauer* (University College London): Der Repressilator – ein einfaches gen-regulatorisches Netzwerk.

4. 11. 2005: *Ellen Baake* (Univ. Bielefeld): Mutations-Selektions-Modelle: Zweige, Ahnen und Variationsprinzip.

Vorträge an der Universität Wien im Rahmen der Ausschreibung der Professur für „Harmonische Analyse“

27. 10. 2005: *Bernhard Krötz* (Max-Planck-Institut Bonn): Holomorphe Aspekte der harmonischen Analysis auf Riemannschen symmetrischen Räumen.

27. 10. 2005: *Karlheinz Gröchenig* (GSF Neuherberg): Zeit-Frequenz-Analyse: von der Informationsübertragung zur abstrakten harmonischen Analyse.

11. 11. 2005: *Yuval Flicker* (Ohio State University): Zahlentheoretische Anwendungen der harmonischen Analysis.

17. 11. 2005: *Thomas Strohmer* (University of California): Pseudodifferentialoperatoren, Banachalgebren und Mobilfunk.

Neue Mitglieder

Christopher Albert — Schrottenbachgasse 4, A-8020 Graz. geb. 1986. e-mail *ert@zapo.net*.

Daniel Bäumer — Thumeggerstrasse 26e, A-5020 Salzburg. geb. 1987. ÖMG-Preisträger. e-mail *d-baeumer@web.de*.

Yimin Ge — Göschlgasse 8/16, A-1030 Wien. geb. 1989. ÖMG-Preisträger. e-mail *yimin.ge@chello.at*.

Markus Hahn, Dipl.-Ing. — RICAM, Altenbergstrasse 69, A-4040 Linz. geb. 1979. Forschungsassistent am RICAM / Österr. Akademie der Wissenschaften (Finanzmathematik). e-mail *markus.hahn@oeaw.ac.at*.

Gerard Kok, Dipl.-Ing. — Institute of Probability and Statistics, TU Delft, Mekelweg 4, NL-2628 CD Delft. geb. 1981. 1999–2005 Studium Technische Mathematik TU Wien, Studienpreis für Diplomarbeit 2005 (Betreuer: M. Drmota), seit 2005 Dissertant an der TU Delft. e-mail *g.j.p.kok@ewi.tudelft.nl*.

Sara Kropf — Thalstrasse 75D, A-8051 Graz. geb. 1988. ÖMG-Preisträgerin. e-mail *skropf@brgkepler.at*.

Hannes Leitgeb, Mag. DDr. — Dept. of Mathematics and Philosophy, Univ. Bristol, 9 Woodland Road, Bristol BS8 1TB, UK. geb. 1972. Inst. f. Philosophie der Univ. Salzburg, 2004/05 Stanford University (Erwin Schrödinger-Stipendium des FWF), ab 2005 Univ. Bristol. e-mail *hannes.leitgeb@bristol.ac.uk*.

Gunter Spöck, Dr. — A-9162 Strau 52. geb. 1966. 1997 Abschluss des Mathematikstudiums, 1999–2002 Carinthian TechResearch, 2003 bis 2005 WU Wien, seit 2005 Univ. Klagenfurt (EU-Projekt „SECOQC“). Doktorat September 2005. e-mail *gunter.spoeck@uni-klu.ac.at*.

Thomas Takacs — Eckhartweg 15, A-4020 Linz. geb. 1986. ÖMG-Preisträger. e-mail *thomastakacs@gmx.at*.

Stephan Wagner, Dipl.-Ing. — Inst. für Mathematik A der TU Graz, Steyrergasse 30, A-8010 Graz. geb. 1982. 2004 Abschluss des Studiums der Technischen Mathematik an der TU Graz. e-mail *wagner@finanz.math.tugraz.ac.at*.

Stefan Wegenkittl, Dr. — Uferstrasse 24, A-5026 Salzburg. geb. 1969. 1988–1995 Studium der Mathematik und Computerwissenschaften in Salzburg, bis 1999 Univ. Salzburg, 1999 bis 2002 SRS Medizintechnik GmbH, seit 2002 FH Salzburg. 2004 Habilitation in Mathematik. e-mail *stefan@wegenkittl.com*, *http://www.stefan.wegenkittl.com*.

Ausschreibung der ÖMG-Studienpreise 2006

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2006 wieder zwei Studienpreise. Die Preisträger sollen junge Mathematikerinnen und Mathematiker sein, die in den Jahren 2004 oder 2005 eine Diplomarbeit bzw. eine Dissertation eingereicht haben.

Voraussetzung für den Studienpreis für Diplomarbeiten ist ein Abschluss eines Magister- oder Diplomstudiums an einer österreichischen Universität. Voraussetzung für den Studienpreis für Dissertationen ist entweder der Abschluss des Doktoratsstudiums an einer österreichischen Universität oder, im Falle eines Doktoratsstudiums an einer ausländischen Universität, das Vorliegen eines abgeschlossenen Magister- oder Diplomstudiums an einer österreichischen Universität. Die Nominierung muss durch einen zum Zeitpunkt der Nominierung in Österreich an einer Universität oder Forschungseinrichtung beschäftigten Mathematiker bzw. Mathematikerin erfolgen.

Der Vorschlag muss bis spätestens 17. März 2006 bei mir einlangen und folgende Unterlagen enthalten:

(1) Ein Exemplar der als besonders hoch qualifiziert bewerteten mathematischen Diplomarbeit bzw. Dissertation;

(2) zwei begründete Bewertungen dieser Diplomarbeit bzw. Dissertation;

(3) einen Lebenslauf des Kandidaten bzw. der Kandidatin einschließlich kurzer Beschreibung des Studienablaufes.

Aus den eingereichten Vorschlägen werden durch eine vom Vorstand der ÖMG eingesetzte Begutachtungskommission die Preisträger ermittelt. Jeder ÖMG-Studienpreis ist mit € 500,– dotiert. Jeder Preisträger erhält eine Urkunde.

Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird sie (er) auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

Robert F. Tichy

Adresse:
o.Univ.-Prof. Dr. Robert F. Tichy
Institut für Mathematik der TU Graz,
Steyrergasse 30
8010 Graz

Ausschreibung des ÖMG-Förderungspreises 2006

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2006 wieder ihren jährlichen Förderungspreis. Infrage kommen junge Mathematiker oder Mathematikerinnen, die in überdurchschnittlichem Maße durch ihre mathematische Forschung hervorgetreten sind. Ein wesentlicher Teil der Arbeiten muss in Österreich erbracht worden sein.

Die Nominierung muss durch einen zum Zeitpunkt der Nominierung in Österreich an einer Universität oder Forschungseinrichtung beschäftigten habilitierten Mathematiker bzw. Mathematikerin erfolgen.

Der Vorschlag muss bis spätestens 17. März 2006 bei mir einlangen und folgende Unterlagen enthalten:

(1) Beschreibung und Wertung der wissenschaftlichen Leistung;

(2) Publikationsliste;

(3) wissenschaftlicher Lebenslauf.

Aus den eingereichten Vorschlägen wählt eine Begutachtungskommission den Preisträger oder die Preisträgerin aus. Der Preis ist mit € 1.000,– und einer Ehrenmedaille dotiert. Außerdem wird der Preisträger oder die Preisträgerin eingeladen, beim nächsten ÖMG-Kongress in einem Vortrag über die erzielten Forschungsergebnisse zu berichten.

Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird er oder sie auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

Robert F. Tichy

Adresse:
o.Univ.-Prof. Dr. Robert F. Tichy
Institut für Mathematik der TU Graz,
Steyrergasse 30
8010 Graz