Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien" gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten" umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union".

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/104, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 18,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC/SWIFT-Code BKAUATWW).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

Sekretariat:

TU Wien, Institut 104,
Wiedner Hauptstr. 8–10, A 1040 Wien.
Tel. +43-1-58801-11823
email: *sekr@oemg.ac.at*

Vorstand des Vereinsjahres 2004:

Vorsitzende der Sektionen und Kommissionen:

Beirat:

Vorstandsmitglieder und die Vorsitzenden der Sektionen und Kommissionen gehören statutengemäß dem Beirat an.

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 18,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC BKAUATWW).

http://www.oemg.ac.at/
email: *oemg@oemg.ac.at*

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 195 (58. Jahrgang) **April 2004**

Inhalt

Das Titelblatt zeigt ein *magisches Sechseck*, eine sechseckige Anordnung der natürlichen Zahlen von 1 bis $h_n = 3n(n-1)+1$, sodass alle in einer Linie stehenden Zahlen dieselbe Summe ergeben. Es wurde unter anderem von Ernst v. Haselberg (Stralsund, 1887), William Radcliffe (Isle of Man, 1895), Martin Kühl (Hannover, 1940) und Clifford W. Adams (1957) entdeckt. Dass es nur für $n = 1$ und $n = 3$ magische Sechsecke gibt, und das Sechseck für $n = 3$ bis auf Symmetrien eindeutig ist, wurde von C. W. Trigg 1964 gezeigt.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 195 (2004), 1–17

Stabilitätsprobleme in der Theorie konvexer Körper

Helmut Groemer
University of Arizona

Der Begriff der Stabilität spielt in vielen Zweigen der Mathematik eine wichtige Rolle. Ein augenscheinlicher Beweis dafür ist die Tatsache, daß, wie man mit Hilfe der *Mathematical Reviews* herausfinden kann, in den letzten 60 Jahren über 30000 Publikationen erschienen sind, in deren Titel der Begriff der Stabilität vorkommt. In der Theorie konvexer Körper wurden, abgesehen von ganz wenigen Ausnahmen, Stabilitätsprobleme erst in neuerer Zeit untersucht. Hier sollen einige repräsentative Probleme und Resultate aus diesem Gebiet diskutiert werden. Es handelt sich also um eine Auswahl und nicht um eine Übersicht. Daß ich dabei hauptsächlich solche Probleme auswählte, die mit meiner eigenen Arbeit auf diesem Gebiet zusammenhängen, liegt daran, daß ich mit diesen Problemen am besten vertraut bin und mit einiger Sicherheit darüber berichten kann.

Da es schwierig und nicht sehr lohnenswert wäre, eine allgemeine Definition von Stabilitätsproblemen zu geben, ziehe ich es vor, die Sachlage an einigen Beispielen zu erläutern. $\mathbb{R}^n$ bedeutet dabei den n-dimensionalen Euklidischen Raum, und *konvexe Körper im* $\mathbb{R}^n$ sind als abgeschlossene und beschränkte Teilmengen des $\mathbb{R}^n$, die zudem innere Punkte haben sollen, definiert. Um Trivialitäten auszuschließen, soll außerdem immer $n \geq 2$ vorausgesetzt werden. Wenn von einer Ebene die Rede ist, ist immer eine Hyperebene gemeint, und alle vorkommenden Projektionen sind orthogonale Projektionen auf Ebenen.

1. Beispiele von Stabilitätsproblemen

Beispiel 1. Es seien K und L zwei konvexe Körper im $\mathbb{R}^n$, wobei $n \geq 3$ sein soll. Weiters sei E eine Ebene und, wie in Abbildung 1 dargestellt ist, seien K_E und L_E die entsprechenden Projektionen von K und L auf E.

Es wurde mehrfach bewiesen, daß K und L translationsgleich sind, d. h. durch

ISSN 0020-7926

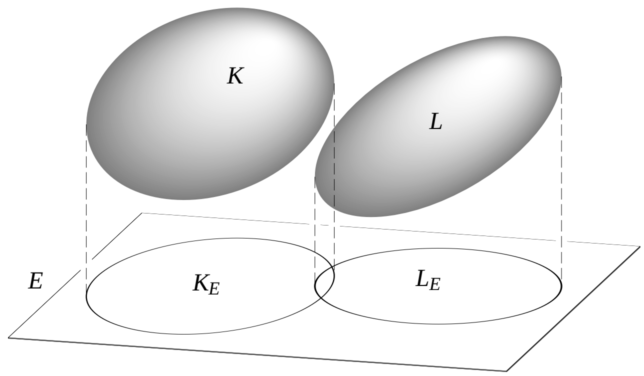


Abb. 1: Projektionen konvexer Körper.

Translation ineinander übergeführt werden können, wenn für jede Ebene E dasselbe von K_E und L_E gilt. Das entsprechende Stabilitätsproblem sieht nun so aus: *Wenn für alle Ebenen E die Projektionen K_E und L_E fast translationsgleich sind, was läßt sich über die Abweichung von K und L (modulo Translationen) sagen?* Dabei ist es natürlich notwendig zu beschreiben, was unter „Abweichung“ zu verstehen ist. Im nächsten Abschnitt wird dies genauer erklärt.

Beispiel 2. Eine Ebene E heißt *Stützebene* eines konvexen Körpers K, wenn sie Randpunkte, aber keine inneren Punkte von K enthält. Die Punkte in $K \cap E$ heißen *Stützpunkte*, und eine Gerade, die einen Stützpunkt enthält und orthogonal zu E ist, heißt eine *Normale* von K.

Man kann zeigen, daß K genau dann eine Kugel ist, wenn es in K einen Punkt q gibt, so daß alle Normalen durch q laufen. Diese Tatsache gibt Anlaß zu dem folgenden Stabilitätsproblem: *Wenn der Abstand aller Normalen von einem Punkt q in K höchstens* ε *ist, wieviel weicht K von einer Kugel ab?* Hier und im folgenden bedeutet ε eine nichtnegative Zahl. Es wird zugelassen, daß $\varepsilon = 0$ ist. Unter dem Abstand einer Geraden oder Ebene von einem Punkt oder von zwei Geraden ist immer der kleinste Abstand zwischen Punkten der beiden Mengen zu verstehen.

Beispiel 3. Ist K ein konvexer Körper und u eine Richtung (Einheitsvektor) im $\mathbb{R}^n$, so kann man die *Mittelpunktfläche* von K in der Richtung u bilden. Diese besteht aus allen Mittelpunkten der Strecken, die sich als Durchschnitt von K mit den Geraden der Richtung u ergeben. Abbildung 2 illustriert den zweidimensionalen Fall.

Es gilt nun der zuerst von Brunn bewiesene Satz, der besagt, daß K ein Ellipsoid

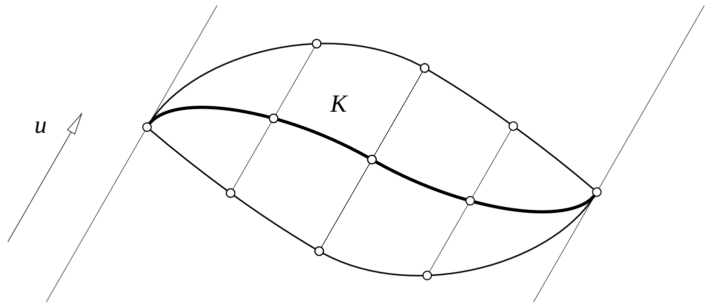


Abb. 2: Mittelpunktfläche eines konvexen Körpers.

ist, wenn alle Mittelpunktflächen eben sind, d. h. in einer Ebene liegen. Das entsprechende Stabilitätsproblem ist dann: *Wenn alle Mittelpunktflächen von K fast eben sind, wieviel weicht K von einem Ellipsoid ab?*

Beispiel 4. Es seien K wieder ein konvexer Körper und u eine Richtung im $\mathbb{R}^n$. Es gibt dann genau zwei Stützebenen von K, die zu u orthogonal sind. Der Abstand dieser beiden Ebenen heißt die *Breite* von K in der Richtung u und werde mit $b(u)$ bezeichnet. Wenn die Breite für alle Richtungen dieselbe ist, so heißt K ein *Körper konstanter Breite*. Abbildung 3 zeigt zwei solche Körper im $\mathbb{R}^2$.

Abb. 3: Körper konstanter Breite. Links: Reuleaux-Dreieck.

Der links abgebildete Bereich heißt *Reuleaux-Dreieck*. Reuleaux-Dreiecke der Breite 1 haben den Flächeninhalt $\alpha = (\pi - \sqrt{3})/2$. Wie zuerst Lebesgue und Blaschke bewiesen haben, besitzen Reuleaux-Dreiecke die bemerkenswerte Eigenschaft, daß sie unter allen ebenen (d. h. zweidimensionalen) Körpern gegebener konstanter Breite den kleinsten Flächeninhalt haben. Das dazugehörige Stabilitätsproblem ist demnach: *Wenn der Flächeninhalt eines ebenen konvexen Körpers K von konstanter Breite* 1 *höchstens* $\alpha + \varepsilon$ *ist, wieviel unterscheidet sich K von einem Reuleaux-Dreieck?* Gleichbedeutend damit ist die Frage: Was läßt sich über die Abweichung eines ebenen konvexen Körpers konstanter Breite von einem Reuleaux-Dreieck sagen, wenn die Breite und der Flächeninhalt gegeben sind? Es ist bemerkenswert, daß man für $n > 2$ trotz fast hundertjähriger Suche die konvexen Körper gegebener konstanter Breite mit minimalem Volumen noch nicht identifiziert hat.

Beispiel 5. Als letztes Beispiel möchte ich noch ein einfaches, aber typisches Problem aus der Theorie geometrischer Ungleichungen erwähnen. Es sei dazu K wieder ein ebener konvexer Körper. Der Flächeninhalt von K werde mit $a(K)$ und der Umfang mit $p(K)$ bezeichnet. Dann gilt bekanntlich die *isoperimetrische Ungleichung*

$$p(K)^2 - 4\pi a(K) \geq 0,$$

wobei Gleichheit genau dann gilt, wenn K ein Kreis ist. (Gemeint ist dabei immer die Kreisscheibe, nicht die Kreislinie.) Das entsprechende Stabilitätsproblem kann dann folgendermaßen formuliert werden: *Wenn*

$$p(K)^2 - 4\pi a(K) \leq \varepsilon$$

gilt, wieviel unterscheidet sich K von einen Kreis? Ähnlich wie beim vorigen Problem kann man die Frage auch so formulieren: Wenn der Flächeninhalt und der Umfang eines ebenen konvexen Körpers bekannt sind, was läßt sich über dessen Abweichung von einem Kreis sagen?

2. Abweichungsmaße für konvexe Körper

Um auf Stabilitätsprobleme präzise Antworten geben zu können, ist es zunächst nötig, Maße (genauer gesagt, Metriken) einzuführen, die die Abweichung zweier konvexer Körper voneinander quantitativ erfassen. Es seien dazu K und L zwei konvexe Körper und u ein Einheitsvektor im $\mathbb{R}^n$. $S(K,u)$ und $S(L,u)$ seien die zugehörigen Stützebenen der Richtung u; das heißt, $S(K,u)$ und $S(L,u)$ sind orthogonal zu u, und u zeigt jeweils in den durch $S(K,u)$ bzw. $S(L,u)$ definierten Halbraum, der K bzw. L nicht enthält. Abbildung 4 veranschaulicht die Situation für $n = 2$.

$\rho(u)$ bedeute die Distanz der beiden Stützebenen. Mit Hilfe dieser „lokalen" Distanz $\rho(u)$ kann man nun auf mehrfache Art eine „globale" Abweichung definieren. Die folgenden beiden Möglichkeiten erweisen sich als die wichtigsten. Ω bedeutet dabei die Einheitssphäre im $\mathbb{R}^n$ (mit dem Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems), und $\sigma(u)$ bezieht sich auf das übliche Oberflächenmaß auf Ω.

Die Hausdorff-Metrik:

$$\delta(K,L) = \max\{\rho(u) : u \in \Omega\}.$$

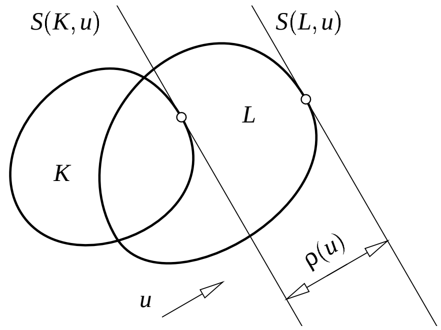


Abb. 4: Distanz konvexer Körper.

Die L_2-Metrik:

$$\delta_2(K,L) = \left(\int_\Omega \rho(u)^2 \, d\sigma(u) \right)^{1/2}.$$

Für rein geometrische Überlegungen ist meistens δ das geeignete Abweichungsmaß, während bei analytischen Erwägungen häufig δ_2 zu natürlicheren Resultaten führt. Weniger wichtig, aber zuweilen ebenfalls von Bedeutung ist das durch die symmetrische Differenz induzierte Abweichungsmaß

$$\Delta(K,L) = v((K \cup L) \setminus (K \cap L)),$$

wobei v das Volumen bezeichnet.

Schließlich sei noch bemerkt, daß es manchmal vorteilhaft ist, translationsinvariante Versionen der angeführten Abweichungsmaße zu bilden. Zum Beispiel kann man anstatt δ

$$\delta^t(K,L) = \min\{\delta(K, L+p) : \, p \in \mathbb{R}^n\}$$

verwenden, wobei $L+p$ das Translat $\{x+p : x \in L\}$ von L bedeutet. Übrigens existieren Ungleichungen, die es ermöglichen, jedes der Abweichungsmaße durch jedes andere nach unten und oben abzuschätzen.

3. Beispiele von Stabilitätssätzen

Es sollen jetzt Stabilitätsresultate formuliert werden, die als Antworten auf die vorangegangenen Beispiele angesehen werden können. Die Numerierung der nachfolgenden Sätze entspricht dabei der Numerierung der Beispiele und die Bezeichnungen sind dementsprechend dieselben.

Satz 1 *Es sei $n \geq 3$. Ist für jede Ebene E*

$$\delta^t(K_E, L_E) \leq \varepsilon,$$

so gilt

$$\delta^t(K, L) \leq (1 + 2\sqrt{2})\varepsilon.$$

Die Konstante $1 + 2\sqrt{2}$ ist vermutlich nicht die bestmögliche. Sie kann aber sicher nicht durch 1 ersetzt werden, außer wenn die Körper zentralsymmetrisch sind. Für $\varepsilon = 0$ erhält man das ursprüngliche Resultat, das durch Satz 1 „stabilisiert" wird. Es ist eine allgemeine Eigenschaft von Stabilitätssätzen, daß sie die ursprüngliche Aussage enthalten.

Der folgende Satz ist eine Stabilitätsaussage, die eine Antwort auf die in Beispiel 2 aufgeworfene Frage darstellt. κ_n bedeutet dabei das Volumen der n-dimensionalen Einheitskugel.

Satz 2 *Wenn der Abstand aller Normalen des Körpers K vom Punkt q höchstens ε ist, dann existiert eine Kugel C, so daß*

$$\delta_2(K, C) \leq \sqrt{\kappa_n/2}\,\varepsilon$$

gilt.

Um etwas mehr zu tun, als lediglich Resultate zu zitieren, möchte ich zumindest für den zweidimensionalen Fall andeuten, wie dieses Ergebnis bewiesen werden kann. Abbildung 5 ist dabei nützlich. Es werde angenommen, daß der Ursprung o des üblichen Koordinatensystems in K liege und daß $q = o$ gilt. $h(\omega)$ sei die Stützfunktion von K, d. h. der Abstand von o zu der Stützgeraden $S(K, u)$, die zu dem Einheitsvektor $u = (\cos\omega, \sin\omega)$ gehört, wobei ω der Winkel ist, den u mit der x-Achse bildet.

Es ist leicht zu sehen, daß für den Abstand $d(\omega)$ der Normale der Richtung u von o

$$d(\omega) = |h'(\omega)|$$

gilt. Nun werde $h(\omega)$ in eine Fourierreihe entwickelt. Es sei also

$$h(\omega) \sim \sum_{k=0}^{\infty} (a_k \cos k\omega + b_k \sin k\omega)$$

mit $b_0 = 0$, $a_0 > 0$. Nach Voraussetzung ist $d(\omega) \leq \varepsilon$ und, wenn $\|\cdot\|$ die übliche L_2-Norm bezeichnet, so kann man daher mit Hilfe der Parsevalschen Gleichung folgern, daß

$$2\pi\varepsilon^2 \geq \|d\|^2 = \|h'\|^2 = \pi \sum_{k=1}^{\infty} k^2 (a_k^2 + b_k^2) \geq 4\pi \sum_{k=2}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$$

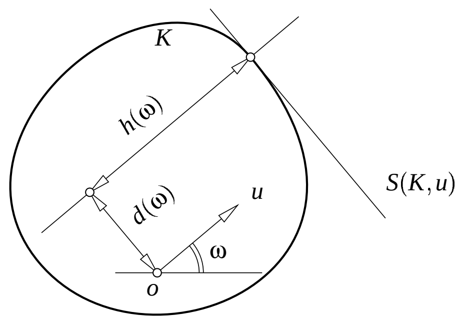


Abb. 5: Definition von $h(\omega)$ und $d(\omega)$.

gilt. Bezeichnet nun C den Kreis mit Radius a_0 und Mittelpunkt (a_1, b_1), dann ist dessen Stützfunktion, sie werde mit h_C bezeichnet,

$$h_C(\omega) = a_0 + a_1 \cos\omega + b_1 \sin\omega,$$

wobei $h_C(\omega)$ negativ ist, wenn o und C auf verschiedenen Seiten der Stützgeraden $S(C,u)$ liegen. Da dann $|h(\omega) - h_C(\omega)|$ der Abstand der beiden Stützgeraden $S(K,u)$ und $S(C,u)$ ist, ergibt sich

$$\delta_2(K,C)^2 = \|h - h_C\|^2 = \pi \sum_{k=2}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$$

und damit die gewünschte Ungleichung

$$\delta_2(K,C) \leq \sqrt{\pi/2}\,\varepsilon.$$

Im n-dimensionalen Fall muß man die zu $h(\omega)$ analog definierte Stützfunktion in eine Reihe von Kugelfunktionen entwickeln und $h'(\omega)$ durch den sphärischen Gradienten ersetzen.

Für $n = 3$ kann man Satz 2 eine physikalische Interpretation geben. Man denke sich dazu den Körper auf einer horizontalen Ebene liegend und nehme als den Punkt q den Schwerpunkt von K. Die Aussage, daß ein konvexer Körper eine Kugel sein muß, wenn alle Normalen durch einen Punkt gehen, kann dann dahingehend beschrieben werden, daß der Körper eine Kugel sein muß, wenn er in jeder Position auf der Ebene im Gleichgewicht ist. Satz 2 ermöglicht, die Abweichung des Körpers von einer Kugel abzuschätzen, wenn eine Schranke für das Moment, das angewendet werden muß, um ihn im Gleichgewicht zu halten (Kippmoment), gegeben ist.

Um ein Resultat zu formulieren, das als eine Lösung des im Beispiel 3 besprochenen Problems angesehen werden kann, braucht man zuerst ein Maß, das ausdrückt, wie „eben“ die Mittelpunktfläche ist. Wir verwenden für diesen Zweck das Volumen der konvexen Hülle der Fläche. Je kleiner dieses ist, umso weniger weicht ja die Fläche von einem Teil einer Ebene ab.

Satz 3 *Es sei* $v(K) = 1$*. Ist das Volumen jeder Mittelpunktfläche von* K *höchstens* ε*, so existiert ein Ellipsoid* E*, so daß*

$$\Delta(K, E) \leq \lambda_n \varepsilon^{1/4}$$

gilt, wobei λ_n *nur von* n *abhängt.*

Das in diesem Satz vorkommende Ellipsoid kann genau beschrieben werden. Es ist das Ellipsoid mit kleinstem Volumen, das K enthält. Ein wesentlich schwierigeres Problem entsteht, wenn man (für $n \geq 3$) nicht die ganze Mittelpunktfläche in Betracht zieht, sondern nur deren Randpunkte, die sogenannte *Schattengrenze* des konvexen Körpers. P. Gruber gewann auch für diesen Fall ein Stabilitätsresultat.

Das folgende Ergebnis betrifft die Stabilität des Satzes von Lebesgue und Blaschke. Dabei bedeutet $\alpha = (\pi - \sqrt{3})/2$ wieder den Flächeninhalt eines Reuleaux-Dreiecks der Breite 1.

Satz 4 *Es sei* K *ein ebener konvexer Körper konstanter Breite* 1 *mit dem Flächeninhalt* $a(K)$*. Ist*

$$a(K) - \alpha \leq \varepsilon,$$

so gibt es ein Reuleaux-Dreieck T*, so daß*

$$\delta(K, T) \leq \sqrt{10\varepsilon}$$

gilt.

Wählt man $\varepsilon = a(K) - \alpha$, so ergibt sich daraus die Ungleichung

$$a(K) \geq \alpha + \frac{1}{10}\delta(K, T)^2.$$

Die Stabilitätsaussage ist also gleichbedeutend mit einer Verschärfung der ursprünglichen Ungleichung, eine Tatsache, die für alle geometrischen Ungleichungen zutrifft. Ein wesentlicher Bestandteil des Beweises von Satz 4 ist die bekannte Tatsache, daß sich jeder ebene konvexe Körper konstanter Breite in ein reguläres Sechseck einschreiben läßt.

Mit Hilfe der Entwicklung der Stützfunktion ebener konvexer Körper in eine Fourierreihe kann man das folgende Stabilitätsergebnis für die isoperimetrische Ungleichung beweisen.

Satz 5 *Es sei K ein ebener konvexer Körper mit dem Flächeninhalt $a(K)$ und dem Umfang $p(K)$. Ist*

$$p(K)^2 - 4\pi a(K) \leq \varepsilon,$$

so gibt es einen Kreis C, so daß

$$\delta_2(K,C) \leq \sqrt{\varepsilon/6\pi}.$$

gilt

Wie vorhin bemerkt, kann man solche Aussagen auch als eine Verschärfung der ursprünglichen Ungleichung auffassen. In diesem Falle ist sie mit der Ungleichung

$$p(K)^2 - 4\pi a(K) \geq 6\pi\,\delta_2(K,C)^2$$

gleichbedeutend. Die Konstante 6π kann übrigens nicht verbessert werden.

Ungleichungen dieser Art, jedoch mit anderen Abweichungsmaßen, sind schon seit langem bekannt. Zum Beispiel bewies T. Bonnesen 1924, daß

$$p(K)^2 - 4\pi a(K) \geq 4\pi(R-r)^2$$

gilt, wobei R und r die Radien eines Kreisrings minimaler Breite sind, der die Randpunkte von K enthält.

Nachdem nun alle diese Stabilitätsergebnisse aufgezählt wurden, erhebt sich die Frage, ob es überhaupt natürliche Probleme gibt, die nicht stabil sind. Ein einfaches Beispiel, das zeigt, daß Unstabilitäten durchaus möglich sind, ist die isoperimetrische Ungleichung für dreidimensionale konvexe Körper. Bedeutet $v(K)$ das Volumen und $s(K)$ das Oberflächenmaß, so handelt es sich um die Ungleichung

$$s(K)^3 - 36\pi v(K)^2 \geq 0,$$

wobei Gleichheit genau dann gilt, wenn K eine Kugel ist. Nun kann aber $s(K)^3 - 36\pi v(K)^2$ beliebig klein sein und trotzdem für jede Kugel Q die Ungleichung $\delta(K,Q) \geq 1$ gelten. Man sieht das sofort, wenn man z. B. für K einen Kreiszylinder der Höhe 5 und einer Basis von hinreichend kleinen Durchmesser nimmt. Hier wie auch bei den meisten Problemen, die nicht stabil sind, kann man Stabilität durch zusätzliche Bedingungen erzwingen. Meistens genügt es zu verlangen, daß die Körper beschränkten Durchmesser haben und der Inradius eine positive untere Schranke besitzt.

4. Konvexe Körper konstanter Breite

Es sollen hier noch zwei Stabilitätssätze besprochen werden, die sich auf konvexe Körper konstanter Breite beziehen.

Ein konvexer Körper hat für jede Richtung zwei Stützebenen, die zu dieser Richtung orthogonal sind. Im allgemeinen sind die Normalen, die zu diesen beiden Stützebenen gehören, verschieden. Konvexe Körper konstanter Breite haben jedoch die Eigenschaft, daß jede Normale der einen Ebene auch eine Normale der anderen Ebene ist, und die Umkehrung dieser Tatsache gilt ebenfalls. (Siehe Abbildung 6, die den Fall $n = 2$ eines konvexen Körpers konstanter Breite und eines solchen, der nicht von konstanter Breite ist, illustriert.) Mit anderen Worten: K ist ein konvexer Körper konstanter Breite genau dann, wenn jede Normale „Doppelnormale" ist.

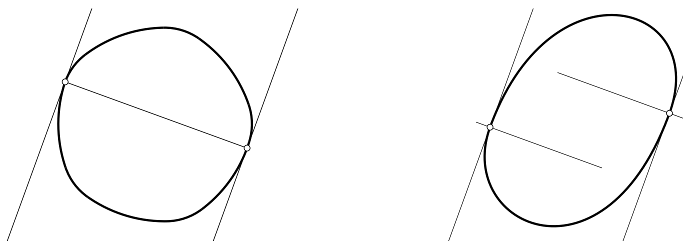


Abb. 6: Normalen und Doppelnormalen.

Der folgende Satz ist eine dementsprechende Stabilitätsaussage. Dabei bezeichnet wie vorhin $b(u)$ die Breite von K in der Richtung u und $\|\cdot\|$ die L_2-Norm für Funktionen auf Ω. Der Beweis des Satzes beruht auf denselben Ideen wie die, die bei der Beweisskizze von Satz 2 erläutert wurden.

Ist der Abstand von jedem Paar von Normalen, die zu parallelen Stützebenen gehören, höchstens ε, dann gibt es eine Konstante c, so daß

$$\|b(u) - c\| \leq \sqrt{\kappa_n/2}\,\varepsilon$$

gilt.

Unter der gegebenen Voraussetzung ist also für ein kleines ε die Variation der Breite von K sehr beschränkt. Es ist ein anderes Stabilitätsproblem, daraus zu eruieren, wie weit K von einem Körper konstanter Breite abweicht. Man kann folgendes beweisen:

Gilt für $b(u)$ die obige Ungleichung, so existiert ein Körper M konstanter Breite mit der Eigenschaft, daß

$$\delta(K, M) \leq \eta_n(D)\varepsilon^{2/(n+1)}$$

gilt, wobei $\eta_n(D)$ nur von n und dem Durchmesser D von K abhängt.

Das zweite Problem, das hier besprochen werden soll, betrifft einen interessanten Satz, den zuerst Minkowski bewies. Es sei dazu K ein dreidimensionaler konvexer Körper, u ein Einheitsvektor und $E(u)$ die Ebene im $\mathbb{R}^3$, die o enthält und zu u orthogonal ist. $K_{E(u)}$ ist dann die Projektion von K auf $E(u)$. Es ist eine bekannte Tatsache, daß ein zweidimensionaler konvexer Körper G den Umfang $\pi\overline{b}(G)$ hat, wobei $\overline{b}(G)$ den Mittelwert der Breite von G bedeutet. Insbesondere folgt daraus, daß alle zweidimensionalen konvexen Körper gegebener konstanter Breite denselben Umfang haben (Satz von Barbier). Ist nun K von konstanter Breite, so haben ersichtlich alle Projektionen $K_{E(u)}$ dieselbe konstante Breite und daher denselben Umfang. Bezeichnet man, wie das zuweilen gemacht wird, den Umfang von $K_{E(u)}$ als den *Umfang von K in der Richtung u*, so kann man also sagen, daß Körper konstanter Breite konstanten Umfang haben. Minkowskis Satz ist die Umkehrung dieser Tatsache: *Körper konstanten Umfangs sind Körper konstanter Breite.*

Da der Umfang von $K_{E(u)}$ durch $\pi\overline{b}(K_{E(u)})$ gegeben ist, gilt

$$p(K_{E(u)}) = \frac{1}{2}\int_{\Omega\,\cap\,E(u)} b(x)d\overline{\sigma}(x).$$

Dabei ist jetzt Ω die Einheitssphäre im $\mathbb{R}^3$ und $b(x)$ bedeutet die Breite des zweidimensionalen Körpers $K_{E(u)}$ in der Richtung x. $\overline{\sigma}(x)$ bezieht sich auf das Längenmaß der Kreisline $\Omega\cap E(u)$. Minkowski bewies also, daß dieses Integral nur dann konstant ist, d. h. nicht von u abhängt, wenn $b(x)$ auf jedem Kreis $\Omega\cap E(u)$ und daher auf ganz Ω konstant ist.

Etwas verallgemeinert kann man Minkowskis Satz auch so formulieren: Ist F eine gerade Funktion auf Ω, und setzt man

$$\mathcal{R}(F)(u) = \int_{\Omega\,\cap\,E(u)} F(x)d\overline{\sigma}(x),$$

so hat die Bedingung $\mathcal{R}(F) = 0$ zur Folge, daß $F = 0$ sein muß. Mit anderen Worten: Minkowski zeigte im wesentlichen, daß für gerade Funktionen (und $n = 3$) die Radon-Transformation injektiv ist. Der Beweis benützt die Entwicklung von F in eine Reihe von Kugelfunktionen, und bei genauerer Betrachtung sieht man, daß dieser Beweis sogar eine gewisse Rekonstruktion von F bei gegebener Funktion $\mathcal{R}(F)$ ermöglicht. Trotzdem wird Minkowski kaum jemals im Zusammenhang mit der Radon-Transformation erwähnt. Einer der wenigen Mathematiker, der Minkowski die gebührende Anerkennung zollte, ist Radon selbst, der in seiner diesbezüglichen grundlegenden Arbeit schreibt *„Minkowski hat diese Aufgabe* (gemeint ist die Inversion der sphärischen Radon-Transformation) *im Prinzip zuerst behandelt und durch Entwicklung nach Kugelfunktionen gelöst."*

Minkowskis Methode kann auf den n-dimensionalen Fall ausgedehnt werden, und mit Hilfe von eingehenden Abschätzungen der dabei auftretenden Reihen von Kugelfunktionen kann man folgende Stabilitätsaussage beweisen:

Es sei $n \geq 3$. Ist der Durchmesser von K höchstens D und existiert eine Konstante c, so daß für jede Ebene E

$$|\overline{b}(K_E) - c| \leq \varepsilon$$

ist, dann existiert ein konvexer Körper M konstanter Breite, so daß

$$\delta(K,M) \leq \mu_n(D)\, \varepsilon^{8/n(n+3)}$$

gilt, wobei $\mu_n(D)$ nur von n und D abhängt.

5. Zentralsymmetrische konvexe Körper

Ist K ein konvexer Körper, so werde mit $-K$ der am Punkt o reflektierte Körper $\{-x : x \in K\}$ bezeichnet. K werde *symmetrisch* genannt, wenn $-K$ ein Translat von K ist. Es gibt eine große Anzahl von Symmetriemaßen, d. h. den konvexen Körpern zugeordnete Zahlen, die den Grad der Symmetrie angeben. Eines der einfachsten dieser Symmetriemaße ist durch

$$e(K) = \delta^t(K, -K)$$

gegeben. Es ist nicht sehr schwierig zu beweisen, daß K symmetrisch ist, wenn für alle Ebenen E die Projektionen K_E symmetrisch sind. Mit anderen Worten, es gilt $e(K) = 0$, wenn (für alle E) $e(K_E) = 0$ ist. Satz 1, angewendet auf K und $L = -K$, ergibt dann sofort die folgende dazugehörige Stabilitätsaussage, die es erlaubt, bei gegebenem Maß der Symmetrie der Projektionen das Maß der Symmetrie des konvexen Körpers abzuschätzen.

Ist für alle Ebenen E

$$e(K_E) \leq \varepsilon,$$

so gilt

$$e(K) \leq (1 + 2\sqrt{2})\varepsilon.$$

Ein anderes bemerkenswertes Symmetriemaß, das von Winternitz eingeführt wurde, kann folgendermaßen definiert werden. Es seien K ein konvexer Körper und u eine Richtung im $\mathbb{R}^n$. Ist q ein gegebener innerer Punkt von K, so zerlegt jede Ebene, die orthogonal zu u ist und q enthält, K in zwei Teilkörper $K^+(u)$ und $K^-(u)$, wobei angenommen werde, daß u in den durch die Ebene begrenzten Halbraum zeigt, der $K^+(u)$ enthält. (Abbildung 7 illustriert die Situation für $n = 2$.)

Das genannte Symmetriemaß ist nun durch

$$E(K) = \max\left\{\frac{v(K^+(u))}{v(K^-(u))} : u \in \Omega\right\}$$

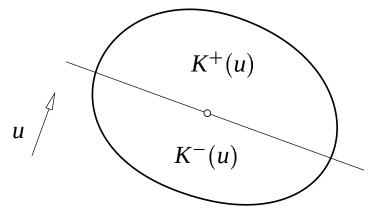


Abb. 7: Definition von $K^+(u)$ und $K^-(u)$.

definiert. Es gilt offenbar $E(K) \geq 1$ und, wie zuerst P. Funk für $n = 3$ und später R. Schneider unter Verwendung von Kugelfunktionen allgemein gezeigt hat, gilt $E(K) = 1$ genau dann, wenn K symmetrisch ist. Genauere Abschätzungen für die dabei verwendeten Reihen von Kugelfunktionen erlauben es Stabilitätsaussagen zu beweisen, die zeigen, daß K fast symmetrisch sein muß, wenn $E(K)$ klein ist.

Wie B. Grünbaum gezeigt hat, läßt sich $E(K)$ auch von oben genau abschätzen, wenn q der Schwerpunkt von K ist. Setzt man

$$\lambda_n = ((n+1)/n)^n - 1,$$

so gilt

$$E(K) \leq \lambda_n,$$

wobei Gleichheit genau dann eintritt, wenn K ein konvexer Kegel ist. Als dazugehörige Stabilitätsaussage kann man folgendes beweisen:

Ist $v(K) = 1$ *und*

$$\lambda_n - E(K) \leq \varepsilon,$$

dann existiert ein Kegel T, *so daß*

$$\Delta(K,T) \leq \beta_n \varepsilon^{1/2n^2}$$

gilt, wobei β_n *nur von* n *abhängt.*

Ich möchte noch kurz auf ein weiteres Stabilitätsproblem für symmetrische Körper hinweisen. Ist von einem konvexen Körper K für alle Ebenen E das $((n-1)$-dimensionale) Volumen $v_{n-1}(K_E)$ der Projektionen K_E bekannt, so ist K dadurch nicht eindeutig bestimmt. Zum Beispiel gibt es nicht sphärische konvexe Körper „konstanter Helligkeit“, d. h. Körper, die keine Kugel sind, für die jedoch alle Projektionen K_E dasselbe Volumen haben. Minkowski bewies aber, daß symmetrische konvexe Körper durch die Volumina der Projektionen bis auf Translationen eindeutig bestimmt sind. Ein dementsprechendes Stabilitätsresultat zu beweisen, ist jedoch sehr schwierig. Erste Ergebnisse gewann S. Campi, und ein allgemeiner für alle Dimensionen gültiger Stabilitätssatz wurde in einer Gemeinschaftsarbeit von Bourgain, Lindenstrauss und Milman bewiesen. Das wesentliche Ergebnis kann folgendermaßen formuliert werden:

Es werde angenommen, daß K und L bezüglich o symmetrisch sind, und daß beide Körper eine Kugel vom Radius r enthalten und einen Durchmesser haben, der höchstens D ist. Gilt dann für alle Ebenen E

$$|v_{n-1}(K_E) - v_{n-1}(L_E)| \leq \varepsilon,$$

so folgt daraus

$$\delta(K,L) \leq k_n(r,D)\varepsilon^{2/(n+2)^2},$$

wobei k_n nur von n, r und D abhängt.

Im Gegensatz zu den anderen hier besprochenen Stabilitätsergebnissen konnten die in den beiden zuletzt besprochenen Ergebnissen auftretenden „Konstanten“ leider nicht explizit angegeben werden.

6. Geometrische Ungleichungen

In Satz 5 wurde bereits ein Stabilitätsresultat für die isoperimetrische Ungleichung im $\mathbb{R}^2$ vorgestellt, das durch

$$p(K)^2 - 4\pi a(K) \geq 6\pi\delta_2(K,C)^2$$

oder die damit gleichbedeutende Ungleichung

$$\pi\overline{b}(K)^2 - 4a(K) \geq 6\,\delta_2(K,C)^2$$

ausgedrückt werden kann. Der Grund, warum sich diese scharfe Ungleichung beweisen läßt, besteht darin, daß man $p(K)$ und $a(K)$ mit Hilfe der Stützfunktion $h(\omega)$ durch die Formeln

$$p(K) = \pi\overline{b}(K) = \int_0^{2\pi} h(\omega)d\omega$$

und

$$a(K) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(h(\omega)^2 - h'(\omega)^2)d\omega = \frac{1}{2}(\|h\|^2 - \|h'\|^2)$$

ausdrücken kann. Diese beiden Beziehungen ermöglichen die Anwendung der Parsevalschen Gleichung, wenn $h(\omega)$ als Fourierreihe dargestellt wird. Will man diese Überlegungen auf den dreidimensionalen Raum ausdehnen, so ist es naheliegend, die Entwicklung in Kugelfunktionen zu verwenden und anstatt Flächeninhalt und Umfang das Volumen und die Oberfläche zu verwenden. Das stößt aber auf Schwierigkeiten, da es keine Formel für das Volumen gibt, die für diesen Zweck geeignet wäre. Man kann daher mit dieser Methode für den $\mathbb{R}^3$ nur eine Stabilitätsvariante einer Ungleichung zwischen der Oberfläche $s(K)$ und der mittleren Breite $\overline{b}(K)$ beweisen. Sie besagt, daß eine Kugel G existiert, so daß

$$\pi \overline{b}(K)^2 - s(K) \geq 2\delta_2(K,G)^2$$

gilt. Die beiden zu den obigen Formeln analogen Beziehungen, die den Beweis mit Hilfe von Kugelfunktionen ermöglichen, sind

$$\overline{b}(K) = \frac{1}{2\pi}\int_\Omega h(u)\, d\sigma(u)$$

und

$$s(K) = \|h\|^2 - \frac{1}{2}\|\nabla h\|^2,$$

wobei ∇h den auf die Sphäre Ω übertragenen Gradienten bedeutet.

R. Schneider hat bemerkt, daß man die angegebene Stabilitätsaussage für $\overline{b}(K)$ und $s(K)$ mit der bekannten Minkowskischen Ungleichung $s(K)^2 \geq 6\pi\overline{b}(K)v(K)$ kombinieren kann und dadurch eine Stabilitätsvariante der üblichen isoperimetrischen Ungleichung erhält, nämlich

$$s(K)^3 - 36\pi v(K)^2 \geq 72\pi \frac{v(K)^2}{s(K)}\delta_2(K,G)^2.$$

Dieses Vorgehen kann man sogar auf den n-dimensionalen Fall ausdehnen und man erhält dann das folgende Resultat:

Ist K ein konvexer Körper im $\mathbb{R}^n$, dessen Volumen höchstens v_o und dessen Oberfläche mindestens s_o ist, so existiert eine Kugel G mit der Eigenschaft, daß

$$s(K)^n - n^n\kappa_n\, v(K)^{n-1} \geq \eta_n(v_o,s_o)\,\delta_2(K,G)^2$$

gilt. $\eta_n(v_o,s_o)$ hängt dabei nur von n, v_o und s_o ab.

In sehr schwierigen Arbeiten, die ebenfalls Kugelfunktionen heranziehen, hat B. Fuglede Stabilitätsresultate für die isoperimerische Ungleichung gewonnen, die anstatt δ_2 die Hausdorff-Metrik δ verwenden.

Eine der wichtigsten Ungleichungen in der Theorie konvexer Körper ist die Brunn-Minkowski-Ungleichung. Unter Benützung der Definitionen $\alpha K = \{\alpha x : x \in K\}$ und $K + L = \{x + y : x \in K, y \in L\}$ kann sie folgendermaßen formuliert werden:

Sind K und L zwei konvexe Körper im $\mathbb{R}^n$ und ist $0 \leq \lambda \leq 1$, dann gilt

$$v(\lambda K + (1-\lambda)L)^{1/n} \geq \lambda v(K)^{1/n} + (1-\lambda)\, v(L)^{1/n}.$$

Ist $0 < \lambda < 1$, so besteht Gleichheit genau dann, wenn K und L homothetisch sind.

Dabei heißen zwei konvexe Körper *homothetisch*, wenn sie durch eine Ähnlichkeitstransformation verbunden mit einer Translation ineinander übergeführt werden können. Die ersten Stabilitätsresultate für die Brunn-Minkowski-Ungleichung wurden von V. I. Diskant gewonnen. Da die Formulierung im allgemeinen Fall etwas kompliziert ist, erwähne ich hier nur den Spezialfall, wenn $v(K) = v(L) = 1$ gilt. Dann reduziert sich die Brunn-Minkowski-Ungleichung zu $v(\frac{1}{2}(K+L)) \geq 1$, und der folgende Satz ist ein dementsprechendes Stabilitätsresultat.

Ist $v(K) = v(L) = 1$ und haben K und L höchstens den Durchmesser D, dann gilt

$$v\Big(\frac{1}{2}(K+L)\Big) \geq 1 + (24nD)^{-(n+1)}\delta^t(K,L)^{n+1}.$$

Als eine Anwendung dieser Abschätzung ergibt sich eine Ungleichung für den Körper, den man von K durch Zentralsymmetrisierung erhält. Das ist der Körper

$$K^* = \frac{1}{2}(K + (-K)).$$

Die Brunn-Minkowski-Ungleichung zeigt, daß

$$v(K^*) \geq v(K)$$

gilt, mit Gleichheit genau dann, wenn K symmetrisch ist. Die Anwendung der angeführten Stabilitätsausage erlaubt es, diese Ungleichung zu

$$\frac{v(K^*)}{v(K)} \geq 1 + (24nD)^{-(n+1)}\, e(K)^{n+1}$$

zu verschärfen, wobei $e(K)$ wieder das im vorigen Abschnitt eingeführte Symmetriemaß ist.

Diese Ergebnis kann verwendet werden, um eine bemerkenswerte Abschätzung für Packungen konvexer Körper herzuleiten. Eine Menge $\mathcal{P} = \{K + p_i : p_i \in \mathbb{R}^n\}$ wird dabei eine *Packung* genannt, wenn für alle $i \neq j$ die Körper $K + p_i$ und $K + p_j$ keine inneren Punkte gemeinsam haben. Die Dichte von $\mathcal{P}$ ist dann durch

$$\theta(\mathcal{P}) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{v(tQ)}\, v\Big(\bigcup (K + p_i) \cap tQ\Big)$$

definiert, wobei Q die Einheitskugel im $\mathbb{R}^n$ bedeutet und angenommen wird, daß der Grenzwert existiert. Minkowski hat nun für gitterförmige Packungen durch ziemlich komplizierte Überlegungen gezeigt, daß K symmetrisch sein muß, wenn $\theta(\mathcal{P}) = 1$ gilt. Dasselbe Resultat läßt sich aber für beliebige Packungen einfacher durch die Bemerkung gewinnen, daß auch $\{K^* + p_i\}$ eine Packung ist, wenn dassebe für $\{K + p_i\}$ zutrifft. Kombiniert man diese Bemerkung mit der obigen Ungleichung für $v(K^*)/v(K)$, so bekommt man das folgende Resultat, das bei gegebener Dichte eine Abschätzung für den Grad der Symmetrie von K erlaubt.

Ist

$$\theta(\mathcal{P}(K)) \geq 1-\varepsilon,$$

so folgt, daß

$$e(K) \leq 24nD\Big(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\Big)^{1/(n+1)}$$

gilt.

Abschließende Bemerkungen

Es ist vielleicht aufgefallen, daß nie etwas über eventuell notwendige Regularitätsbedingungen für die Gültigkeit der Stabilitätsresultate gesagt wurde. Das liegt daran, daß es genügt, diese Ergebnisse für spezielle Klassen konvexer Körper zu beweisen. Zum Beispiel kann man annehmen, daß die Körper Polytope sind oder beliebig oft differenzierbaren Rand haben. Das gewünschte Resultat in voller Allgemeinheit folgt dann durch einen einfachen Grenzübergang. Darauf hat schon Minkowski in seiner 1903 erschienenen groß angelegten Arbeit "Volumen und Oberfläche" hingewiesen. Darin wird zum ersten Mal ein Stabilitätsresultat für eine geometrische Ungleichung bewiesen.

Da es nicht beabsichtigt war, einen umfassenden Überblick zu geben, habe ich auf genaue Literaturzitate verzichtet. Ich möchte jedoch erwähnen, daß man Beweise für die hier besprochenen Stabilitätsaussagen, die mit Hilfe von Kugelfunktionen bewiesen werden können, in meinem Buch *"Geometric Applications of Fourier Series and Spherical Harmonics"* finden kann. Dort werden auch viele weitere Stabilitätsresultate bewiesen. Satz 2 und das im 5. Abschnitt formulierte Resultat über Doppelnormalen sind allerdings neueren Datums und werden demnächst unter dem Titel *"Deviation Measures and Normals of Convex Bodies"* in der Zeitschrift *Beiträge zur Algebra und Geometrie* erscheinen. Weitere Ausführungen über die Stabilität geometrischer Ungleichungen befinden sich in meinem Übersichtsartikel *"Stability of Geometric Inequalities"* in dem von P. Gruber und J. Wills herausgegeben *"Handbook of Convex Geometry"*.

Der Inhalt dieses Artikels ist im wesentlichen derselbe wie der meines Vortrags beim 8. Österreichischen Mathematikertreffen in Bozen, September 2003 (Nachbarschaftstagung in Kooperation mit SIMAI und UMI).

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 195 (2004), 19–25

Mathematik, eine öffentliche Wissenschaft

Rudolf Taschner
math.space

Es war der deutsch-amerikanische Astronom und Physiker Heinz Haber, der vor circa 40 Jahren als Gründungsherausgeber der Zeitschrift *Bild der Wissenschaft* den Begriff der *öffentlichen Wissenschaft* im deutschsprachigen Raum prägte. Haber setzte sich in einzigartiger Weise dafür ein, dass sich die Mathematik und die Naturwissenschaften einem breiten Laienpublikum öffnen, diesem in verständlicher Sprache ihre Einsichten, Ergebnisse und Errungenschaften präsentieren und somit ihre Arbeit vor der Gesellschaft rechtfertigen. Diesen Auftrag ernst zu nehmen, war und ist zum Teil bis heute in Europa, im Gegensatz zu den Vereinigten Staaten, keinesfalls selbstverständlich. Dies mag darin begründet liegen, dass sich bis vor einigen Jahrzehnten die nicht dem Trivium, aus ihrer Sicht also nicht dem „Trivialen" zugehörig fühlenden exakten Wissenschaften in einem elitären Zirkel wähnten, unangreifbar, nur nach einem mühevollen Studium erschließbar, abgehoben von gesellschaftlichen Entwicklungen. Doch spätestens seit dem Abwurf der ersten Atombombe, einem Produkt der nur zwanzig Jahre vorher von der „reinen" Physik entwickelten Quantentheorie, war klar, dass die Trennung von Welt und Wissenschaft, von *town* und *gown* unmöglich aufrecht erhalten werden kann.

Seither werden vielfältige Initiativen ergriffen, das Projekt einer öffentlichen Wissenschaft voranzutreiben: In den Schulen bemühen sich Lehrplangestalter um die Anpassung des Curriculums an die aktuellen Ergebnisse der Forschung. Lehrerinnen und Lehrer werden zu Fortbildungsveranstaltungen eingeladen, wobei sich im Falle der Mathematik eine tiefe Kluft zwischen den sehr aufgeschlossenen, interessierten und ambitionierten Lehrkräften einerseits und den ängstlich an die im jahrelang zurückliegenden Studium angeeigneten Fertigkeiten festklammernden, sich neuen Inhalten und Sichtweisen verschließenden Lehrpersonen andererseits auftut, und an dieser Stelle nicht erörtert werden soll, einen quantitativen Vergleich zwischen diesen beiden Gruppen zu ziehen. Qualitätszeitungen führen täglich erscheinende Wissenschaftsseiten – in der österreichischen Tageszeitung

ISSN 0020-7926

Die Presse ist dabei die Mathematik überdurchschnittlich oft vertreten – und populärwissenschaftliche Magazine verschiedenster Qualität konkurrieren auf dem Medienmarkt. In den elektronischen Medien sind qualitativ hochwertigen Sendungen verpflichtete Betreiber außerordentlich für Wissenschaftsthemen zu begeistern: der überdurchschnittliche Erfolg des österreichischen Radiosenders Ö1 in der europäischen Medienlandschaft beruht nicht zuletzt auf den bemerkenswerten Beiträgen seiner Wissenschaftsredaktion.

Schulen und Medien sind im Vorantreiben der öffentlichen Wissenschaft auf die Angehörigen der Universitäten und der wissenschaftlichen Akademien angewiesen. Im Idealfall ergreifen sogar Letztere die Initiative mit dem Bestreben, die fundamentalen, für die Zivilisation bestimmenden Momente ihrer Disziplin der interessierten Öffentlichkeit verständlich und dennoch unverfälscht nahezubringen. Ein überaus erfolgreiches und weiterhin erfolgversprechendes Projekt unter vielen in dieser Richtung ist zum Beispiel die von der Universität Wien ins Leben gerufene *KinderuniWien*.

Im Vergleich zu anderen wissenschaftlichen Disziplinen nahm sich bis vor wenigen Jahren das Projekt, Mathematik als öffentliche Wissenschaft zu etablieren, recht zaghaft aus. Zwar gab es schon seit Jahrzehnten Mathematik-Olympiaden, doch dienten und dienen diese auch weiterhin eher der Rekrutierung von "tricky problem-solvers", als der Vermittlung von Mathematik für diejenigen, die noch nichts von ihr erfahren haben – abgesehen von den im Schulunterricht geübten Rechentechniken. Erst in jüngster Zeit haben sich Mathematikerinnen und Mathematiker um eine Präsentation mathematisch interessanter Fragestellungen bemüht, die, oft über simple „Rätsel" hinausgehend, jede und jeden, vor allem Kinder und Jugendliche, unabhängig von ausgeprägtem mathematischen Talent anspricht. Als eine sehr ambitionierte Initiative in Österreich seien die von Helmut Goerzen und Wolfgang Stöcher ins Leben gerufenen *Kopfakrobaten* erwähnt, deren Programm man unter der Internetadresse *http://www.steyrerbrains.at* abrufen kann. Und in Deutschland hat bekanntlich Albrecht Beutelspacher im *Mathematikum* in Gießen ein eigenes Haus voll von anschaulich gestalteten mathematischen Rätseln geschaffen:

> Das Mathematikum in Gießen ist das erste mathematische Mitmach-Museum der Welt. Über 100 Exponate öffnen eine neue Tür zur Mathematik. Besucher jeden Alters und jeder Vorbildung experimentieren: Sie legen Puzzles, bauen Brücken, zerbrechen sich den Kopf bei Knobelspielen, entdecken an sich selbst den goldenen Schnitt, schauen einem Kugelwettrennen zu, stehen in einer Riesenseifenhaut und vieles mehr.

Allerdings: Mathematik besteht nicht aus Problemlösen allein. Die *Anwendbarkeit* mathematischer Erkenntnisse ist ein davon zu trennender und ebenso der Mathematik wesenhaft zugehöriger Aspekt. Dieser Tatsache haben sich, ebenfalls von den Vereinigten Staaten kommend, die großen Technischen Museen angenommen: in der Cité des Sciences et de l'Industrie in La Villette sowie im Mathematischen Kabinett des Deutschen Museums in München. Ein wenig über die pure Anwendbarkeit hinausgehend ist das Konzept des von Bernhard Korte in Bonn eingerichteten *Arithmeum,* einem Haus mit einer Fülle wunderbarer Rechengeräte und Rechenmaschinen, das dem Besucher ein Gesamterlebnis vermitteln will: Hierzu gehört nicht nur das Lernen, Erfahren und Verstehen von wissenschaftlichen und technischen Fakten, sondern auch der ästhetische Genuss von Architektur, Ausstellungsdesign und die Vermittlung von Kunst. Damit wird auf einen Aspekt von Mathematik hingewiesen, der unter den so naheliegenden Schlagwörtern des Problemlösens und des Anwendens unterzugehen droht, aber auf das eigentliche Wesen von Mathematik zielt: *dass es sich bei ihr um eine eminente kulturelle Errungenschaft handelt.*

Als das Wiener *MuseumsQuartier* Kulturinitiativen, die paradigmatisch die kulturellen Visionen des 21. Jahrhunderts thematisieren, einlud, sich um Räume in einem „quartier21" genannten Areal zu bewerben, hat eine Gruppe von Wiener Mathematikern, unterstützt von einem ausgewiesenen Kulturtheoretiker und Fachmann für die Kunst der Moderne, an dieser Bewerbung teilgenommen und unterbreitete die Idee, in einem von der reinen Wissenschaft scheinbar Lichtjahre entfernten Bereich Mathematik einer breiten Öffentlichkeit – vor allem den im *MuseumsQuartier* flanierenden kunst- und kulturinteressierten Laien – als kulturelles Ereignis vorzustellen. Dieses math.space genannte Unternehmen erhielt tatsächlich im obersten Bereich des *MuseumsQuartiers*, im sogenannten Ovaltrakt, einen Dachgeschossraum mit circa 170 Quadratmeter Fläche und wird seit der Eröffnung zu Beginn des Jahres 2003 wirkungsvoll vom Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur finanziert. Hinzu kommen Unterstützungen von *Wien Kultur*, und einzelne Projekte wurden vom Landesjugendreferat der Stadt Wien, vom Frauenbüro der Stadt Wien, vom Kunststaatssekretariat und von privaten Institutionen wie austriaperspektiv, Erste Bank, innovest, ORF und Zumtobel Staff gefördert.

Der Vorschlag, den math.space einzurichten, erfuhr bereits zum Projektstart breiteste Unterstützung, insbesondere von eminenten Persönlichkeiten des Wissenschafts- und Kulturbereichs sowie der politischen Öffentlichkeit. Dieser Zuspruch ist aufgrund der vielfältigen und erfolgreichen Aktivitäten, die der math.space seit dem ersten Jahr seines Bestehens gesetzt hat, weiter gewachsen. Besonders das Medieninteresse für den math.space ist außerordentlich hoch. Dies belegen allein die mehr als 40 Artikel in Zeitungen und Zeitschriften sowie die mehr als 20 Berichterstattungen in Radio- und TV-Sendungen. Die lediglich 170 Quadratmeter erlauben es nicht, einen Ausstellungs- und Veranstaltungsbetrieb gleichzeitig zu führen; Veranstaltungen sind sowohl in der Vorbereitung als auch in der Durchführung zwar aufwendiger als nur saisonal vorzubereitende Expositionen, haben aber den Vorteil einer weitaus größeren Breitenwirkung. Deshalb entschlossen sich die Betreiber des math.space zur konzentrierten Abhaltung möglichst vielfältiger Veranstaltungen für ein möglichst breites Publikumsspektrum, wobei die Reihen *Wir spielen uns durch die Mathematik, Mathematische Heldensagen, Zukunftsmathematik im math.space, Der Zahlen gigantische Schatten, Mathematische Bekenntnisse im Museumsquartier, Im math.space spricht* bereits in den Internationalen Mathematischen Nachrichten Nr. 191 (2002), 17–22, genannt und beschrieben wurden. Seither wurde das Programm um weitere Veranstaltungsreihen bereichert:

Vom kleinsten Punkt zur größten Nummer Mathematik in der Volksschule: dies bedeutet für die Kinder zu einem großen Teil das Erobern von „Zahlenräumen" und das Trainieren von einfachen Rechenoperationen wie dem Einmaleins. So notwendig das Beherrschen dieser elementaren Fertigkeiten auch ist, was Mathematik darüber hinaus bedeuten kann, droht dabei aus dem Blickfeld zu geraten. Darum ist es für die Kinder, aber auch für die sie begleitenden Lehrerinnen und Lehrer, ein kleines Abenteuer, einmal in ein ganz anderes „Land der Mathematik" zu schnuppern: wo die Zahlen nicht zum eintönigen Rechnen auffordern, sondern über sich eine märchenhafte Geschichte zu erzählen vermögen, wo die geometrischen Figuren aus dem einförmigen schwarz-weißen Traum der Zeichnungen erwachen.

Meilensteine der Mathematik Woran liegt es, dass mathematische Errungenschaften als wertvoll eingestuft werden? Wohl daran, dass mit diesen Errungenschaften Erkenntnisse einhergehen, die weit über den engen Kontext des jeweiligen mathematischen Problems hinausreichen, die Bezüge zu Dimensionen des Daseins knüpfen, welche von vornherein gar nicht als „mathematisch" erachtet wurden. Die mit Herbst 2003 begonnene Veranstaltungsreihe *Meilensteine der Mathematik* berichtet von einigen dieser bedeutenden Errungenschaften, vor allem aber von deren Signifikanz in der Welt der Moderne, und dies in einer auch für Laien verständlichen Sprache mit dem Ziel, ein möglichst breites Publikum zu interessieren. *Meilensteine der Mathematik* besteht aus zwölf Veranstaltungen, die jeweils in einen Vortrag und einen Workshop zur Thematik des jeweiligen Vortrags geteilt sind. Der Workshop richtet sich insbesondere an Professorinnen und Professoren der Mathematik an mittleren Schulen, weil auch für das Schulfach Mathematik in Zukunft nicht das Vermitteln von Wissen allein als zentrale Aufgabe des Lehrens und Lernens zu betrachten ist, sondern immer nur das Vermitteln von Wissen im Kontext eines Wissens um dieses Wissen. *Mathematik als Kulturfach* steht plakativ als Programm für die in nächster Zukunft zu bewältigende Aufgabe, diesen Kontext anhand treffender Beispiele zu erarbeiten.

Mathematische Moritaten Eine Vortrags- und Dokumentationsreihe, die als Exkurs in das Niemandsland zwischen Mathematik und Literatur angelegt ist und sich an ein Publikum wendet, das bereit ist, literarische Motive aus dem Blickwinkel der Mathematik zu betrachten und sich andererseits auch auf poetischen Umwegen der Faszination Mathematik zu nähern. Die Mathematischen Moritaten bestehen aus zehn Veranstaltungen, die alternierend Themenkreise der Mathematik und der Poetik berühren. Gegenstand der poetischen Mathematik ist die Verdichtung literarischer Motive. In den jeweiligen Vorträgen wird ein Bogen von den spieltheoretischen Mustern in der Bibel und der griechischen Mythologie über Modelle zu Petrarcas Canzoniere (die Systematik der Liebe) bis zu Goethes Faust (die Mathematik der Teufelswette) gespannt. Die Vorträge zur mathematischen Poetik entwerfen ein zwiespältig dichterisches Abbild der Mathematik als Quelle und zugleich als Instrument literarischer Prozesse. Hierbei werden maßgebende Vertreter der mathematischen Poetik (Barbu, Carroll, Perec, Queneau) ins Spiel gebracht und Methoden der kombinatorischen und algorithmischen Literatur beschrieben.

Zusätzlich zu diesen neun Veranstaltungsserien bemüht sich der math.space auch um *Sonderveranstaltungen*: So gelang es, eine szenische Aufführung des Theaterstücks *Kalkül* (in dem der Prioritätsstreit zwischen Newton und Leibniz über die Entdeckung der Differentialrechnung thematisiert wird) unter der persönlichen Anwesenheit des Autors und Chemikers, Kunstmäzens und Schriftstellers Carl Djerassi in der Erste Bank-Arena des Wiener *MuseumsQuartiers* mit einem Autorengespräch im Raum des math.space zu ermöglichen; oder eine mehrere Tage dauernde, von Frau Bundesministerin Elisabeth Gehrer persönlich eröffnete Veranstaltungsreihe unter dem Titel *Die Mathematik ist weiblich* zu organisieren, in der einerseits in „Mathematischen Heldinnensagen“ die Vita, das geistige Umfeld ihrer Zeit und die intellektuellen Leistungen von sechs herausragenden Mathematikerinnen der Geschichte vor Augen geführt wurden und andererseits Frauen zu Wort kamen, die nicht nur ein erfolgreich absolviertes Studium der Mathematik vorweisen können, sondern auch am Beispiel ihrer eigenen Karriere belegten, dass es unabhängig vom Geschlecht Sinn macht, mit Mathematik seine berufliche Zukunft zu planen.

Im Frühjahr 2004 sind es zwei Veranstaltungen, bei denen der math.space besonders an die Öffentlichkeit tritt: Anlässlich der Erweiterung der Europäischen Union am 1. Mai 2004 lädt die Frauenstadträtin der Stadt Wien, Renate Brauner, zu den *milena.talks* mit hochkarätigen Expertinnen und Wissenschafterinnen aus Österreich, Tschechien, der Slowakei, Ungarn und Slowenien wie der Wittgensteinpreisträgerin Renée Schroeder und der slowakischen Mathematikerin Daniela Velichová) am 6. Mai in den math.space. Das Programm umfasst eine Podiumsdiskussion mit dem Thema „Frauen in Wissenschaft und Forschung – Förderungs- und Vernetzungsperspektiven im vereinten Europa“ (Renée Schroeder, Martina Hartl, Eszter Papp, Daniela Velichová, Roswitha Hoffmann; Moderation: Birgit

Dalheimer). Ferner findet eine Präsentation von Projekten und Diskussion über Frauennetzwerke in Wissenschaft und Forschung statt.

Die Mathematiker und Mathematikerinnen der Zukunft (gemeint sind Kinder im Alter von vier bis zwölf Jahren) sind im Haupthof des *MuseumsQuartiers* zur *Mathematik im Freien* eingeladen, wo am 5. Mai vormittags die Veranstaltung

– Fibonacci – das MQ als mathematisches Kunstwerk,

und am 5. Mai und am 26. Mai nachmittags die Stationen

– Sinn-volle Mathematik: Zahlen und Formen spüren und erkennen
– Der Natur mit Fibonacci auf der Spur
– Mathematische Spiegelwunder
– Möbiusschleifen

besucht werden können.

Vorbildhaft für das Konzept des math.space war und bleibt der von Don Zagier gehaltene Eröffnungsvortrag: Er sprach über die *Schönheit der Mathematik* und erhielt dabei im überfüllten Saal – Sitzplätze konnten aufgrund des riesigen Andrangs nicht vergeben werden – vom begeisterten Publikum fulminanten Zuspruch. Don Zagier brachte zur Sprache, was Laien immer schon von der Mathematik vermuten (und im Schulunterricht nur unzureichend erfahren – aber dieses Los teilt die Mathematik mit vielen anderen Schulfächern): Mathematikerinnen und Mathematiker empfinden mache Formeln als hervorragend *schön*. Sie debattieren sogar darüber, welche Formel die schönste ist. Mathematik hat sich einen Begriff von Schönheit bewahrt, der in der modernen Kunst zu einem Tabu, möglicherweise zum einzigen, letzten Tabu geraten ist. Der math.space ist die einzige Einrichtung des *MuseumsQuartiers*, die sich auf den klassischen Schönheitsbegriff beruft und berufen darf, ohne befürchten zu müssen, dafür geächtet zu werden. Darum ist das *MuseumsQuartier* Wien der ideale Platz für die *öffentliche Wissenschaft Mathematik*, die aus der einzigartigen Quelle des konzisen Denkens über das Unendliche schöpfend in der Vergangenheit wie in der Gegenwart und wohl auch in der Zukunft richtungsweisend für ein humanes Welt- und Menschenbild ist. Der Geist für ein objektives, ein klar strukturiertes Denken nimmt hier Quartier, um uber kulturelle Differenzen hinweg in die Welt hinauszuwirken. Abstraktion ist der Kern des Humanen, auch wenn sie sich nicht immer gleich so anfühlt. Der math.space ist ein antiexpressives Bollwerk gegen die von Michel Foucault diagnostizierte Zwangsexpressivität der Moderne.

Mathematik als öffentliche Wissenschaft zu begreifen, bedeutet jedoch nicht bloß einen Gewinn für die Öffentlichkeit. Es bedeutet zugleich einen Gewinn für die Mathematik selbst. Vor dem Einbruch der Moderne in die Mathematik war sich diese Disziplin ihres Besitzes von *Wahrheit* so uneingeschränkt sicher, dass fast jeder Zeitgenosse David Hilbert zustimmte, wenn dieser postulierte, in der Mathematik gäbe es kein *Ignorabimus*, und, quasi als Apotheose der Mathematik, sein berühmtes „Wir müssen wissen, wir werden wissen!“ als Leitspruch vorgab. In der Tat: Eine sich so sicher des Abonnements von Wahrheit wähnende Wissenschaft braucht keine Öffentlichkeit. Doch spätestens seit Kurt Gödels Entdeckungen hat sich dieses Bild der Mathematik radikal gewandelt: Die Korrektheit von Implikationsketten, gewonnen aus hypothetisch gesetzten formalen Axiomen, ersetzt weder den Anspruch auf Wahrheit, noch denjenigen auf Bedeutsamkeit. Auf diesen Anspruch allein jedoch kommt es an, will sich eine wissenschaftliche Disziplin vor der Gesellschaft rechtfertigen, und um diesen Anspruch erheben zu können, genügt nicht der Verweis auf formal-korrekte Systeme. Hierzu bedarf es vielmehr des dialektischen Diskurses in einem über das rein Formale hinausgehenden Denken, an dem möglichst alle zu beteiligen sind, die dafür Interesse zeigen, vor allem jene, denen eine Sicht auf die Mathematik „von außen“ gegönnt ist. Im Grunde handelt es sich um einen Diskurs, der die Begriffe *Schönheit* und *Wahrheit* umkreist. In diesem Sinne stimmt die Aufgabe, Mathematik als öffentliche Wissenschaft zu positionieren, mit der Aufgabe überein, die Position von Mathematik in der Welt der Moderne abzustecken.

Die Betreiber des math.space sind: Alexander Mehlmann, Rudolf Taschner, Johannes Wallner. Nähere Informationen über math.space sind abrufbar unter der Internetadresse *http://math.space.or.at*. Zuschriften sind zu richten an: e-mail *info@math.space.or.at*; Postadresse: *math.space*, MuseumsQuartier, Museumsplatz 1, A 1070 Wien.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 195 (2004), 27–35

Mathematics in Vienna in the first half of the 19th century

Christa Binder
TU Wien

The University of Vienna

Around 1800, the scientific level of mathematics in Vienna was very low. Teaching at the University was strongly regulated – it was only allowed to use prescribed books. The philosophical faculty was considered a preliminary school for the higher studies as medicine, law, and theology. Students were not allowed to study in foreign countries and foreigners were not allowed to learn here. Students were allocated according to their nations, who dominated the daily life of the students.

Elementary and applied mathematics were taught with the book of *Metzburg* [7], higher mathematics with *Karsten* [4]. Since 1824 professors were allowed to use their own manuscripts. *Josef Jenko* taught elementary mathematics until 1848. He was well liked and respected, but eccentric and old-fashioned. He used the book of *Appeltauer* [1]. His courses were sometimes very full (every student had to enroll), and the so-called *Supplenten* gave a second course, among them Salomon (see below) from 1826 till 1831.

Andreas Freiherr von Ettinghausen (* Nov. 25, 1796 Heidelberg, † May 25,1878 Wien, Fig. 3) arrived in Vienna with his father, an officer, studied philosophy, jurisprudence and artillery (*Bombadierschule*), and he became interested in mathematics. In 1817 he was *Adjunkt* for mathematics at the University of Innsbruck. From 1821 until 1835 he was professor for higher mathematics at the University of Vienna before changing to the chair for physics, applied mathematics and mechanics. In this position he was very successful, developed the Institute for Physics, was *Rektor* of the University in 1862, and was the founding general secretary of the Austrian Academy of Sciences.

ISSN 0020-7926

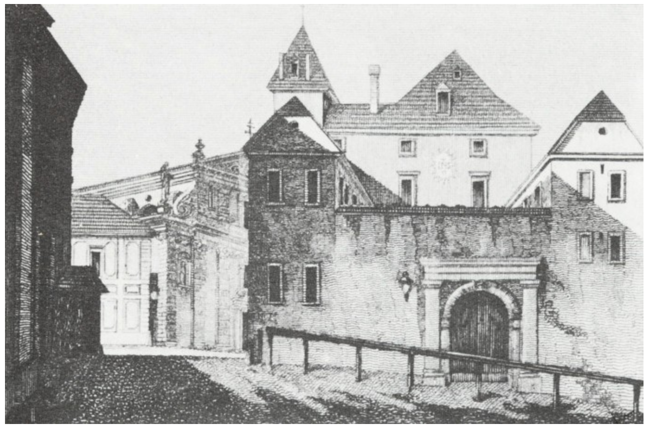


Fig. 1: The old university library 1826, before it was reconstructed in 1827–29. Engraving in [5]. Left the *Hauptmauth*, in the background the Greek Church.

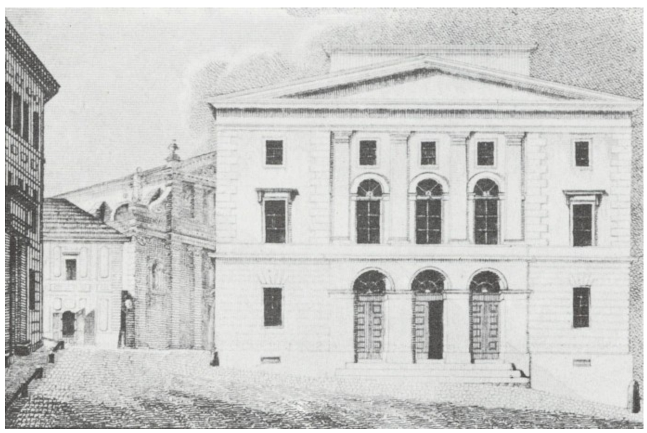


Fig. 2: The old university library after reconstruction (1829).

The famous astronomer *Joseph Johann von Littrow* (∗ March 13, 1781 Horšovský Týn, Bohemia † Nov. 30, 1840 Vienna, Fig. 6) taught higher mathematics in the years 1835–1837. His book *Anfangsgründe der gesammten Mathematik* ([6], cf. Fig. 7) was used for many years. But his main achievements are in astronomy, not in mathematics.

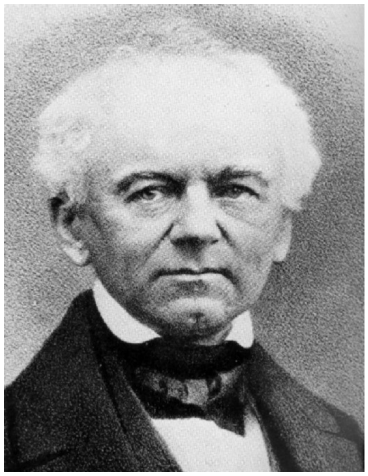


Fig. 3: Andreas Freiherr von Ettinghausen.

Fig. 4: Joseph Petzval. Ausschnitt aus einem Gruppenbild der Mitglieder der Akademie der Wissenschaften, 1849.

Fig. 5: Adam Freiherr von Burg.

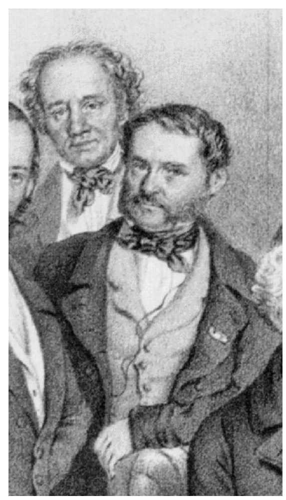
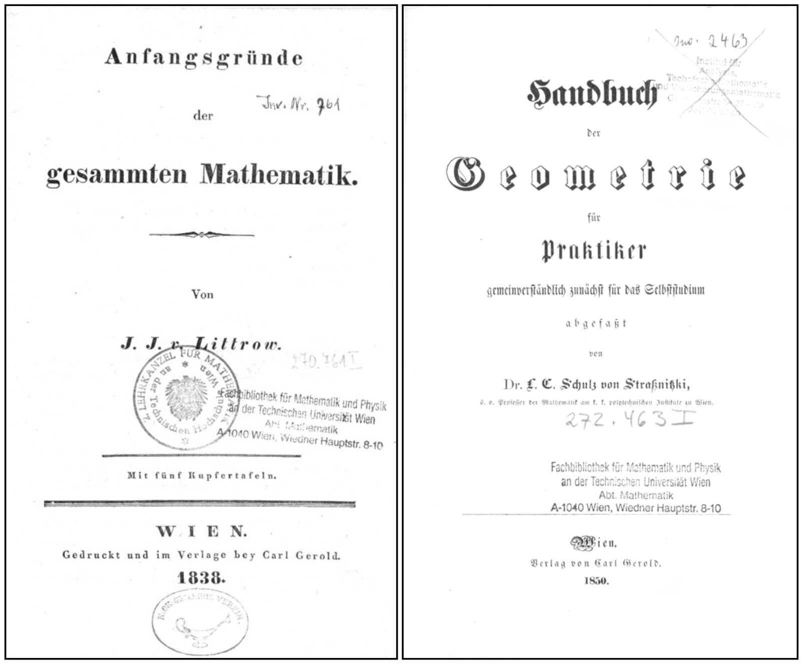


Fig. 6: Adam Freiherr von Burg und Joseph Johann von Littrow.
Cf. Fig. 4.



Anfangsgründe der gesammten Mathematik.

Von

J. J. v. Littrow.

Mit fünf Kupfertafeln.

WIEN.
Gedruckt und im Verlage bey Carl Gerold.
1838.

Handbuch der Geometrie für Praktiker

gemeinverständlich zunächst für das Selbststudium abgefaßt von

Dr. L. C. Schulz von Straßnitzki,

Wien.
Verlag von Carl Gerold.
1850.

Fig. 7: Left: Littrow's *Anfangsgründe der gesammten Mathematik.* Right: Schulz's *Handbuch der Geometrie für Praktiker*.

As professor of mathematics, Ettinghausen was followed by *Joseph Petzval* (∗ Jan 6, 1807 Szepesbela, Hungary, † Sep. 17, 1891 Vienna, Fig. 4). He studied philosophy and mathematics at the University of Pest and worked for the city of Pest as an engineer. In 1835 he became professor for higher mathematics. From 1837 to 1877 he was professor for mathematics at the University of Vienna. He was the first to be active in reforming the curriculum of mathematics and to try to raise the level. His main interest was the Laplace transform (named so by Boole and Poincaré, after some quarrel on plagiarism). Petzval became famous for his construction of new and superior optical lenses for the use in cameras in the newly invented art of photography. He was one of the founding members of the Austrian Academy of Sciences and had great influence.

Fig. 8: Draisiennes in the yard at Burg's father's.

Polytechnicum in Vienna

The second scientific institution in Vienna was the Polytechnicum (*k.k. Polytechnisches Institut*), founded in 1815 as the third German speaking school of this type after Prague (1806) and Graz (1814), with the Parisian *Ecole polytechnique* as a model. The main reason for this institution was to provide competent instruction for experts needed by the fast growing industry, commerce and economy. Mathematics always was considered as the basis for the various branches, and courses on mathematics were obligatory.

Accordingly, the first chair for mathematics existed from the beginning in 1815:

Joseph Hantschl (1815–1826)
Adam Burg (1827–1838)
Joseph Salomon (1838–1856)

Joseph Hantschl (∗ Jan 17, 1769 Zwickau, Bohemia, † June 2, 1826 Vienna) got his education in Prague and Vienna, where he studied mathematics and jurisprudence at the University. He became teacher in the *Realakademie* for commercial calculations and geometry. His self-taught knowledge in mathematics and his teaching skills were decisive for his appointment to the newly-founded chair, which he substituted for one year before winning the *Konkurs*. He held the chair

Fig. 9: Johann Michael Joseph Salomon.

Fig. 10: Leopold Karl Schulz von Straßnitzki.

Fig. 11: Carl Formes, Lieutenant, acad. Legion, commander of the barricade at the old *Mauth* and the hotel *Stadt London* in Postgasse, Vienna. May 26 and 27, 1848. Lithogr. J. Heiche.

until his death. His courses on higher mathematics were very successful and became the standard for the further development.

Adam Freiherr von Burg (∗ Jan 28, 1797 Wien, † Jan 1, 1882 Wien, Fig. 5 and 6) became apprentice in the workshop of his father at the age of 12 (cf. Fig. 8). His love of and understanding for machines came from this time. Later he studied mathematics, physics and (his second great love) astronomy at the University and the Polytechnicum. In 1827, after one year in Salzburg, he was appointed professor for higher mathematics, and from 1837 to 1866 he held the *chair for Mechanics and Machinery* at the Polytechnicum. He was very popular and had great influence on the development of steam engines, railways, canalization, water and gas supply. He gave many well received popular lectures on these topics, with special emphasis on security issues. He got all possible honours (1849 he was elected director of the Polytechnicum, 1866 he was awarded the title *Freiherr von*, despite of being innocently involved in a Hungarian high treason affair.)

Soon it was felt that the mathematical knowledge of the students coming from humanistic *gymnasia*, from other schools or from handicraft occupations, was not good enough to follow the courses, and thus a new chair was founded in 1819, the *Chair for Elementary Mathematics*

Joseph Salomon (1819–1838)
Leopold Karl Schulz von Straßnitzki (1838–1852)

As usual at that time, the selection of the professor was decided by a so called *Konkurs*, a test checking the knowledge of the candidates.

Joseph Salomon (∗ Feb. 22, 1793 Oberdürrbach bei Würzburg, † July 2, 1856 Wien, Fig. 9) began his studies in Würzburg and came to Vienna in the hope to find a position in the newly founded Polytechnicum. After being assistant and *Supplent* for the new chair, he won the *Konkurs* and became the first professor. He also gave courses at the University of Vienna. After the death of Hantschl he changed to the chair for higher mathematics, a financial advantage. His scientific interests centered on numerical calculations, and he wrote several textbooks for schools and for the students of the Polytechnicum. His great love was the work of Leonhard Euler.

Elementary and applied mathematics were taught with the book [12] of

Leopold Karl Schulz von Straßnitzki (∗ March 31,1803 Cracow, † June 9, 1852 Vöslau, Fig. 10). He studied jurisprudence and mathematics at the University and the Polytechnicum in Vienna. After some very successful years in Ljubljana (1827 to 1834) at the *Lyzeum* and as professor of mathematics and practical geometry in Lwów (1834 to 1838) he succeeded Salomon to the chair for elementary mathematics. He liked to give public lectures on all aspects of mathematics, and also on the use of the English slide rule for workmen and artists. He was also very active to improve the situation of teachers.

The period considered in this article ends with the revolution in the year 1848 (cf. Fig. 11) with big reforms in the educational system. At the University, Petzval was the only mathematician to survive and to take a great part in the new structure. The Austrian Academy of Sciences was founded and started to play a big role in the development.

Source of Illustrations

- Fig. 1: [2], pp. 288, 329.
- Fig. 2: [2], pp. 288, 329.
- Fig. 3: Bildarchiv der Österr. Nationalbibliothek. cf. [3], pp. 237, 244.
- Fig. 4: [14], p. 76.
- Fig. 5: [14], p. 74.
- Fig. 6: [14], p. 76.
- Fig. 7: Titelseiten von [6] und [11]. Fachbibliothek f. Mathematik und Physik der TU Wien.
- Fig. 9: [13], p. 337.
- Fig. 10: Bildarchiv der Österr. Nationalbibliothek.
- Fig. 11: [2], pp. 293, 330.

References

1. Appeltauer, I.: *Elementar-Mathematik*, aus dem Lateinischen übersetzt von J. Fux. Geistinger, Wien u. Triest 1825.
2. Hamann, G., Mühlberger, K., Skacel, F. (Hrg.): *Das alte Universitätsviertel in Wien, 1385–1985*. Schriftenreihe des Universitätsarchivs, 2. Bd., Wiener Universitätsverlag, Wien 1985.
3. F. Huter (Hrsg.): *Die Fächer Mathematik, Physik, Chemie an der Philosophischen Fakultät zu Innsbruck bis 1945*. Univ. Innsbruck, 1971.
4. Karsten, W.: Lehrbegriff der gesammten Mathematik, Bde. 1–9. Röse, Greifswald 1767-77.
5. Leithe, F.: *Die k.k. Universitäts-Bibliothek in Wien*. Verl. der k.k. Univ.-Bibl., Wien 1877.

6. Littrow, J. J. von: *Anfangsgründe der gesammten Mathematik* Gerold, Wien 1838.
7. Metzburg, G. I. von: *Des Freyherrn von Metzburg [. . .] Anleitung zur Mathematik.* Bde 1–7. Alberti (Bd. 1) und Rötzel (Bde. 2–7), Wien 1796–99.
8. Neuwirth, J.: *Die K.k. Techn. Hochschule in Wien 1815–1915.* Gedenkschrift, hsrg. vom Professorenkollegium, Wien 1915.
9. Ottowitz, N.: *Der Mathematikunterricht an der TH in Wien 1815–1918,* Diss., TU Wien, 1988. zugl. Dissertationen der TU Wien, Bd. 52/I+II. Verband der wiss. Ges. Österreichs, Wien 1992.
10. Peppenauer, H.: *Geschichte des Studienfaches Mathematik an der Universität Wien 1848–1900,* Diss., Phil. Fak. Univ. Wien, 1953.
11. Schulz von Strassnitzki, L. C.: *Handbuch der Geometrie für Praktiker*. Gerold, Wien 1850.
12. Schulz von Strassnitzki, L. C.: *Elemente der reinen Mathematik, zum akademischen Gebrauche wie auch zum Selbststudium,* Heugner, Wien 1831 und 1835.
13. Sequenz, H. (Hrsg.): *150 Jahre Technische Hochschule in Wien 1815–1965.* Band I. Geschichte und Ausstrahlungen. TH Wien, 1965.
14. Sequenz, H. (Hrsg.): *150 Jahre Technische Hochschule in Wien 1815–1965.* Band II. Bauten und Institute – Lehrer und Studenten. TH Wien, 1965.

This text is based on a lecture presented at *Vega Days 2004,* March 22, 2004, in Ljubljana

Buchbesprechungen

W. Arendt, Ch. J. K. Batty, M. Hieber, F. Neubrander: Vector-valued Laplace Transforms and Cauchy Problems. (Monographs in Mathematics, Vol. 96.) Birkhäuser, Basel u.a. 2001, XI+523 S. ISBN 3-7643-6549-8 H/b € 105,93.

Gegenstand der vorliegenden Monographie sind „abstrakte" Cauchyprobleme $u' = Au$, $u(0) = u_0$, $A : D(A) \longrightarrow X$ linear, X Banachraum und stetige Abbildungen $T : [0, \infty) \longrightarrow \mathcal{L}(X)$, die die Halbgruppeneigenschaft haben und daher Halbgruppen heißen. Das Haupthilfsmittel ihrer Behandlung ist die vektorwertige (d.h. X-wertige) Laplacetransformation, die als Bochnerintegral definiert wird — heutzutage bereits Gegenstand einführender Analysisvorlesungen (siehe H. Amann, J. Escher: Analysis III, Birkhäuser, Basel, 2001; pp. 87–90).

Die Darstellung der Halbgruppentheorie (245 von 523 Seiten: "A: Laplace Transforms and Well-Posedness of Cauchy Problems") erfolgt im Geiste klassischer Darstellungen (vgl. K. Yosida, Functional Analysis, Springer, Berlin, 1965; IX: Analytical Theory of Semi-groups; P. L. Butzer, H. Berens: Semigroups of Operators and Approximation, Springer, Berlin, 1967).

Kapitel "B: Tauberian Theorems and Cauchy Problems" findet sich in diesem Umfang (145 Seiten) selten in Lehrbüchern. Kapitel "C: Applications and examples" (ca. 10 %) behandelt die Erzeugung holomorpher Halbgruppen durch den Wärmeoperator, von L^p-Halbgruppen durch den Wellenoperator und von k-fach iterierten L^p-Halbgruppen für Differentialoperatoren mit konstanten Koeffizienten und Systeme von partiellen Differentialoperatoren.

Die Monographie braucht einen Vergleich mit anderen vergleichbarer Zielsetzung (R. Dautray, J. L. Lions: Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology, Vol. 5: Evolution Problems I; H. O. Fattorini: The Cauchy Problem. Addison-Wesley, Reading, 1983) nicht zu scheuen.

N. Ortner (Innsbruck)

G. Assayag, H. G. Feichtinger, J. F. Rodrigues (eds.): Mathematics and Music. A Diderot Mathematical Forum. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XVIII+288 S. ISBN 3-540-43727-4 H/b € 64,95.

Der Inhalt dieses Symposiumsberichts sei kurz dargestellt. M. P. Ferreira gibt zunächst einen Überblick über die überwiegend auf der Proportionenlehre basierenden Musiktheorien der klassischen Antike und des Mittelalters. Die auf Kombinatorik beruhende Musiklehre wird von E. Knobloch an vier Beispielen illustriert: Mersenne, Kircher, Leibniz und Euler. B. Scimemi weist darauf hin, dass im 17. und 18. Jahrundert die temperierte Stimmung für den Bau der Instrumente gute Näherungskonstruktionen und interessante diophantische Approximationen erforderte.

Lagranges berühmte Abhandlung «Recherches sur la nature et la propagation du son» ist für J. D. Dhombres der Anlass, die gesellschaftliche Stellung des Gelehrten Lagrange zu reflektieren. N. Hodges und R. J. Nilson zeigen an Beispielen, wie mathematisch einfache Transformationen mit musikalischen Einfällen verbunden sein können.

Der schwierige Text von F. Nicolas behandelt in verschiedenen Anläufen und Variationen das Thema einer "musikalischen Logik". M.-J. Durand-Richard gibt einen spannenden Überblick über die Entwicklung der mathematischen Logik in den letzten Jahrhunderten, die verkürzt als Prozess der Trennung von Syntax und Semantik beschrieben werden kann.

Eher skeptisch werden neuere auf Mathematik beruhende Analysen wie die Theorie von A. Forte von L. Fichet beurteilt. S. Dubnov und G. Assayag stellen probabilistische Modelle vor, die Kompositionstechniken simulieren. Eine faszinierende Querverbindung zur Ethnomathematik bietet M. Chemillier anhand von Beispielen aus Vanuatu, Angola und Zentralafrika.

Dem Versuch, musikalische Kohärenz in einer formalen Logik zu beschreiben, ist der Beitrag von M. Leman gewidmet. Ob die Kategorientheorie, wie G. Mazzola vorschlägt, die passende Mathematisierung musikalischer Strukturen ist, wird wohl noch weiterer Forschung und kompositorischer Experimente bedürfen. Werden Musikwissenschaftler nicht schon bei der Kategorie der Linksmoduln über Ringen mit Einselement den Mut verlieren weiterzulesen? Andererseits, Teilchenphysik lässt sich ohne Hilbertraum und partielle Differentialgleichungen auch nicht beschreiben.

J.-C. Risset verweist in seinem Beitrag auf die neuen Möglichkeiten, durch digitale Erzeugung von Tönen Musik zu verstehen und kompositorisch tätig zu sein. Einen Beitrag zum Verständnis verschiedener Stimmungen liefert E. Neuwirth. Die Notwendigkeit eines interdisziplinären Zugangs zum Phänomen Musik wird im Beitrag von X. Serra hervorgehoben, der die Rolle des Computers in diesen Bemühungen deutlich macht. G. De Poli und D. Rocchesso beschreiben Möglichkeiten und Modelle für eine Erzeugung von Klängen.

Alles in allem liegt eine interessante Momentaufnahme über die vielfältigen Beziehungen zwischen Musik und Mathematik vor, wobei das wohl schwierigste Problem der Musikwissenschaft, die ästhetische Bewertung, kaum angesprochen wird. Dies mag Zufall sein. Oder liegt diese Frage jenseits der uns zur Verfügung stehenden Methodologie?

F. Schweiger (Salzburg)

E. R. Berlekamp, J. H. Conway, R. K. Guy: Winning Ways for Your Mathematical Plays. Volume 2. Second Edition. A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 2003, XVII+196 S. ISBN 1-56881-142-X P/b $ 39,–.

Das vorliegende Buch ist Teil zwei der vierteiligen Reihe "Winning Ways for Your Mathematical Plays",welche als Standardwerk für mathematische Spiele gilt. Auf kombinatorische Weise werden diverse (speziell „erfundene") Spiele analysiert und Gewinnstrategien aufgelistet. Meist wird jedoch nur kurz die Gewinnstrategie motiviert und dann bereits diese ohne rigorosen Beweis aufgelistet, sodass das genaue Durchdenken des Spiels dem Leser selbst überlassen bleibt.

Während der erste Teil der Reihe sich mit Spielen beschäftigt, wo die Spieler alternierend am Zug sind und genau eine Aktion setzen, erweitert der zweite Teil diese Spiele, sodass die Spieler in mehreren (oder allen) Komponenten ziehen können bzw. müssen, oder auch Schleifen auftreten können und damit das Spiel nicht mit Sicherheit endet.

Dieses Buch für sich selbst gesehen ist ohne den ersten Teil nicht sehr hilfreich, da die Vorstellung vieler Spiele bereits im ersten Teil erfolgt und in diesem zweiten Teil schon davon ausgegangen wird, dass die Grundregeln bekannt sind. Ansonsten ist es aber ein interessanter Streifzug durch die Disziplin mathematischer Spiele.

R. Kainhofer (Wien)

M. D. Buhmann, D. H. Mache (eds.): Advanced Problems in Constructive Approximation. 3rd International Dortmund Meeting on Approximation Theory (IDoMAT) 2001. (International Series of Numerical Mathematics, Vol. 142.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2003, XIV+274 S. ISBN 3-7643-6648-6 H/b € 98,–.

Im August 2001 wurde in Dortmund das *3rd International Dortmund Meeting on Approximation Theory* (IDoMAT) abgehalten. Wie beim vorangegangenen Treffen (1998) erschien auch dieses Mal der Tagungsband in hervorragender Ausstattung im Birkhäuser-Verlag. Er enthält die 19 folgenden referierten Beiträge (aus Platzgründen seien hier nur die Titel genannt):

Linear perturbations of the classical orthogonal polynomials which are eigenfunctions of linear differential operators; $(0,1)$ Pál-type interpolation: A general method for regularity; De la Vallée Poussin means for the Hankel transform; Polynomial bases on the sphere; A shooting method for symbolic computation of splines; Error estimates for the Caratheodory-Fejér method in polynomial approximation; Shape preserving widths of weighted Sobolev-type classes; On approximation methods by using orthogonal polynomial expansions; Curious q-series as counterexamples in Padé approximation; On the degree of approximation in multivariate weighted approximation; Semigroups associated to Mache operators; A survey on Lagrange interpolation based on equally spaced nodes; Multiresolution analysis with pulses; H-splines and quasi-interpolants on a three-directional mesh; Approximation by positive definite kernels; Inequalities for polynomials with weights having infinitely many zeros on the real line; Some Erdős-type convergence processes in weighted interpolation; Absolute continuity of spectral measure for certain unbounded Jacobi matrices; Approximation of compact subsets of $\mathbb{R}$. Eine Liste der 51 Tagungsteilnehmer ist den wissenschaftlichen Beiträgen vorangestellt.

P. Dörfler (Leoben)

R. C. Dalang, M. Dozzi, F. Russo (eds.): Seminar on Stochastic Analysis, Random Fields and Applications III. Centro Stefano Franscini, Ascona, September 1999. (Progress in Probability, Vol. 52.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2002, XVII+302 S. ISBN 3-7643-6721-0 H/b € 100,75.

The proceedings volume under review contains 20 papers, which were presented at the third seminar on Stochastic Analysis, Random fields and Applications, which took place in Ascona, Switzerland. Proceedings of previous meetings appeared as volumes 36 and 45 of the same series. Since a special session at the meeting was dedicated to Sergio Albeverio's 60th birthday, the book starts with a short survey of his work.

The seminar focused on three topics: fundamental aspects of stochastic analysis, physical modelling, and applications to financial engineering. Within stochastic analysis, a main topic was the area of stochastic partial differential equations. A list of authors and their contributions is the following: *Cerrai:* classical solutions of the Kolmogorov equation. *Da Prato:* monotone gradient systems. *Ouknine and Pardoux:* homogenization of PDEs with highly oszillating drift term. *Sanz-Solé and Sarrá:* the Hölder continuity of the stochastic heat equation. *Tindel and Viens:* regularity conditions for parabolic SPDEs. *Dawson and Fleischmann, Mueller and Tribe:* the relationship with super-Brownian motion.

In Physical Modeling, recent developments in quantum field theory, kinetic theory and magnetic fields are the topics of contributions from Barndorff-Nielsen, Benth and Jensen, and Garnier. The third topic (financial engineering) includes papers from Buffet, Filipović, Gozzi and Vargiolu, Jeanblanc and Privault, and Runggaldier, Trivellato and Vargiolu.

The articles are addressed to people specializing in stochastic analysis.

E. Hausenblas (Salzburg)

Ch. F. Dunkl, Y. Xu: Orthogonal Polynomials of Several Variables. (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications 81.) Cambridge University Press, 2001, XV+390 S. ISBN 0-521-80043-9 H/b £ 55,–.

Das vorliegende Werk gibt eine konzise Einführung in die Theorie der multivariaten Orthogonalpolynome. Dieses aktive Forschungsgebiet hat Bezüge zu vielen Gebieten der Mathematik, z.B. zur Approximationstheorie, speziellen Funktionen oder kombinatorischen Identitäten. Das Buch stellt die erste umfassende Darstellung dieser Theorie seit 50 Jahren dar.

Ein erstes einführendes Kapitel stellt Voraussetzungen über spezielle Funktionen und univariate Orthogonalpolynome zur Verfügung. Im zweiten Kapitel treten erstmals multivariate Orthogonalpolynome in einer Fülle von Beispielen auf, die die klassischen Orthogonalpolynome in höhere Dimensionen verallgemeinern. Danach wird im dritten Kapitel die allgemeine multivariate Theorie entwickelt. Die verbleibenden Kapitel 4–9 behandeln Beispiele von Orthogonalpolynomen auf dem Würfel, der Kugel, dem Simplex und $\mathbb{R}^n$. Um die in diesem Zusammenhang ausführlich studierten Dunkl-Operatoren definieren zu können, ist das vierte Kapitel einer Einführung in die Coxeter-Gruppen gewidmet. Die später untersuchten Orthogonalpolynome erfüllen Gleichungen, die sich mit Dunkl-Operatoren beschreiben lassen. Kapitel 5 ist der Theorie der verallgemeinerten Kugelflächenfunktionen gewidmet. In Kapitel 6 werden multivariate Verallgemeinerungen der Hermite und Laguerre-Polynome studiert. Eigenschaften der Cesàro-Mittel der orthogonalen Entwicklungen, wie etwa die Positivität der zugehörigen Kerne, sind das Thema des Kapitels 7. In Kapitel 8 werden über Dunkl-Operatoren gewisse selbstadjungierte Operatoren eingeführt, deren simultane Eigenfunktionen, die Jack-Polynome, ausführlich studiert werden. Das abschließende Kapitel 9 erweitert diese Ideen auf Oktaedergruppen.

Das Buch ist einerseits durch die in sich geschlossene Darstellung in den ersten Kapiteln als Einführung in den Themenkreis der multivariaten Orthogonalpolynome geeignet, andererseits durch die Fülle des behandelten Materials auch ein Referenzband.

P. Grabner (Graz)

K. Fritzsche, H. Grauert: From Holomorphic Functions to Complex Manifolds. With 27 Illustrations. (Graduate Texts in Mathematics 213.) Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2002, XV+392 S. ISBN 0-387-95395-7 H/b € 64,95.

Das vorliegende Buch ist eine Einführung in die Theorie der komplexen Mannigfaltigkeiten und der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlicher. Die Autoren versuchen ihre Darstellung der Materie möglichst elementar zu halten und verzichten auf abstrakte Konzepte wie Garben, Kohärenz und höherdimensionale Kohomologie.

Zum Inhalt: in einem ersten einführenden Kapitel werden holomorphe Funktionen mehrerer komplexer Veränderlicher eingeführt und die grundlegenden Eigenschaften derselben gezeigt. Das zweite Kapitel beschäftigt sich mit Holomorphiegebieten und deren geometrischen Eigenschaften. Im dritten Kapitel werden analytische Mengen, also Nullstellenmengen holomorpher Funktionen, und deren lokale und globale Eigenschaften studiert. Das vierte Kapitel wendet sich dem Studium der komplexen Mannigfaltigkeiten und der holomorphen Faserbündel zu. Im fünften Kapitel werden Stein-Mannigfaltigkeiten behandelt. Bis zu diesem Kapitel werden alle Sätze ausführlich bewiesen. Im sechsten und siebten Kapitel, die sich mit Kähler-Mannigfaltigkeiten und dem Randverhalten holomorpher Funktionen befassen, werden manche Resultate nicht mehr vollständig bewiesen. Jeder Unterabschnitt endet mit einer Reihe von Übungsaufgaben, was die Verwendung des Buches zum Selbststudium erleichtert. Wie schon das Vorgänger-Buch „Einführung in die Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher“ der Autoren gibt das aktuelle Buch eine kompakte und gut lesbare Einführung in ein klassisches und noch immer aktuelles Forschungsgebiet. P. Grabner (Graz)

T.-X. He: Dimensionality Reducing Expansion of Multivariate Integration. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2001, IX+225 S. ISBN 0-8176-4170-X, 3-7643-4170-X H/b € EUR 69,42.

Die effektive numerische Lösung hochdimensionaler Integrationsprobleme ist eine Kernaufgabe in vielen Bereichen der angewandten Mathematik. Dieses Buch nützt sogenannte dimensionsreduzierende Entwicklungen (DREs) zur Herleitung effizienter Quadraturformeln. Basierend auf dem Greenschen Satz und verallgemeinerter partieller Integration werden durch sukzessive Reduktion der Dimension gute Näherungslösungen bestimmt. Als Resultat dieser Technik erhält man unter anderem Verallgemeinerungen der Euler-MacLaurinschen Summenformel oder der Obreschkoff-Formel sowie effektive Methoden für stark oszillierende Integranden. Durch eine Kombination von DREs und maßtheoretischen Methoden kann in verschiedensten Fällen eine Transformation in eindimensionale Probleme in nur einem Schritt erzielt werden.

Das Buch ist mit großer Sorgfalt verfasst und eignet sich ausgezeichnet als Nachschlagewerk. Obschon es eine große Anzahl an instruktiven Beispielen enthält, scheint sein Nutzen als Lehrbuch jedoch begrenzt zu sein.

J. Hartinger (Graz)

J. Heinonen: Lectures on Analysis on Metric Spaces. (Universitext.) Springer, New York, Berlin, Heidelberg, Barcelona, Hong Kong, London, Milan, Paris, Singapore, Tokyo, 2001, X+140 S. ISBN 0-387-95104-0 H/b € 48,10.

Das Buch gibt einen Bericht über den aktuellen Stand der Forschung über Analysis auf metrischen Räumen. Dabei wird das Problem behandelt, klassische Begriffe der euklidischen Analysis auf metrische Räume zu verallgemeinern. Das Buch ist in 15 Kapitel unterteilt. Die Kapitel 1 bis 4 geben einen Überblick zu klassischen Resultaten über Überdeckungen, maximale Funktionen, euklidische Sobolev-Räume und über die Poincaré-Ungleichung.

Im Kapitel 5 werden Sobolev-Räume $M^{1,p}(X)$ nach Hajłas auf metrischen Maß-Räumen X eingeführt. Für $1 \leq p < \infty$ ist $M^{1,p}(X)$ die Menge der $u \in L^p(X)$, sodass es ein $g \in L^p(X)$ mit

$$d(u(x), u(y)) \leq d(x,y)(g(x) + g(y)) \qquad \forall x, y \in X$$

gibt. Im folgenden werden klassische Resultate über Sobolev-Räume unter schwachen Voraussetzungen an X auf den allgemeinen Fall erweitert. In den Kapiteln 6 und 7 werden Lipschitz-Funktionen, Modulus und Kapazität besprochen.

Die Kapitel 8 und 9 beschäftigen sich mit n-Loewner-Räumen. Die Definition eines n-Loewner-Raumes verwendet den n-Modulus von Kurvenscharen zwischen zwei disjunkten Kontinua, welche nicht nur aus einem Punkt bestehen. Unter einigen zusätzlichen Annahmen wird in Kapitel 9 gezeigt, dass ein metrischer Raum genau dann ein n-Loewner-Raum ist, wenn X eine schwache $(1,n)$-Poincaré-Ungleichung erfüllt.

Die Kapitel 10 bis 15 sind der Theorie der quasisymmetrischen Abbildungen gewidmet. Im Anschluss werden die engen Beziehungen zu "doubling spaces" und "doubling measures".

Der Autor beschreibt ein sehr aktives Gebiet der Mathematik in gut lesbarem Stil. In jedem Kapitel finden sich Aufgaben, Anmerkungen und offene Probleme. Das Buch kann sowohl für Experten, als auch für Anfänger eine ansprechende Lektüre sein.

E. Teufl (Graz)

L. Kérchy, C. Foias, I. Gohberg, H. Langer (eds.): Recent Advances in Operator Theory and Related Topics. The Béla Szőkefalvi-Nagy Memorial Volume. (Operator Theory: Advances and Applications, Vol. 127.) Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2001, L+669 S. ISBN 3-7643-6607-9 H/b sFr 248,–.

This volume contains a collection of the papers presented at an international conference in Szeged, Hungary. The conference was devoted to Béla Szőkefalvi-Nagy, one of the founders of modern operator theory. The collection starts with a tribute of his life and work, followed by 35 articles which present recent results in various areas of operator theory and connected fields. The contributions range from quantum mechanics, unitary dilations, inverse problems, comutant lifting theorems and operator moment problems. Whereas the articles are addressed to specialists in operator theory, the survey which highlights the extensive work of Béla Szőkefalvi-Nagy, is accessible to non-experts as well.

E. Hausenblas (Salzburg)

A. Yu. Kitaev, A. H. Shen, M. N. Vyalyi: Classical and Quantum Computation. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 47.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, XIII+257 S. ISBN 0-8218-2161-X H/b \$ 59,–.

Diese Einführung in *Quantum Computing* geht hervor aus einer Vorlesung von Shen und Kitaev an der Universität Moskau sowie aus einem Kurs von Preskill und Kitaev am Caltech.

Nach einer kurzen Einleitung und Motivation der physikalischen Hintergründe werden im ersten Teil die Grundlagen der klassischen Theorie erläutert, insbesondere natürlich anhand der Turingmaschine und der Booleschen Logik. Die Berechenbarkeitsklassen der klassischen Theorie werden ausführlich erklärt und mit Übungsbeispielen untermauert.

Der ausführlichere zweite Teil geht schließlich auf das Thema *Quantum Computation* ein, wobei zuerst die mathematischen Grundlagen wie Tensorprodukt oder die Dirac-Schreibweise behandelt werden. Danach wird als erster Algorithmus der

Quanten-Suchalgorithmus von Shor vorgestellt. Es wird im gesamten Lauf dieses Teils vor allem auf den Vergleich zur klassischen Theorie Wert gelegt. Mathematisch besonders interessant ist das Kapitel über Quantenalgorithmen für abelsche Gruppen (hidden subgroup problem), physikalisch interessant das Kapitel über die Realisierbarkeit der Quantentransformationen. Zum Abschluss werden noch verschiedenste Quantenalgorithmen (Shor, toric code, error correction) besprochen und mit den klassischen Pendants verglichen.

Insgesamt stellt dieses Buch eine konzise Einführung in die wichtigsten Grundlagen des Quantencomputing dar, zu den Übungsbeispielen gibt es ausführlich formulierte Lösungen im Anhang (60 Seiten!). Es ist sicher mathematischer aufgebaut als vergleichbare Monographien und geht an das Gebiet von einer anderen Seite heran als die meisten Bücher über Quantum Computing (etwa Nielsen/ Chuang).

R. Kainhofer (Wien)

H. Koch: Einführung in die Mathematik. Hintergründe der Schulmathematik. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, X+365 S. ISBN 3-540-43022-9 P/b € 29,95.

Das legendäre Werk *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus* von Felix Klein wird in diesem Buch nicht zitiert, aber das Anliegen ist ein änliches: Mathematik mit Betonung der in der Schule vorgesehenen Stoffe einem breiten Publikum nahezubringen. Wenn Studierende des Lehramts den Inhalt dieses Buches beherrschen, haben sie sicher eine gute Grundlage. Den Anspruch, eine solide Vermittlung von Zahlbereichen, Differentiation und Integration reeller Funktionen und euklidischer wie nichteuklidischer Geometrie zu bieten, erfüllt das Buch. Was fehlt, ist eine Berücksichtigung verschiedener Zugänge. Es wird (ungewollt) der Eindruck vermittelt, als ob es eine kanonische Abfolge gäbe. Meines Erachtens sollten aber Studierende des Lehramts mit verschiedenen Wegen und Möglichkeiten, vor allem in der Analysis, konfrontiert werden.

F. Schweiger (Salzburg)

E. Laporte, P. Le Tallec: Numerical Methods in Sensitivity Analysis and Shape Optimization. (Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2003, XV+194 S. ISBN 0-8176-4322-2, 3-7643-4322-2 H/b € 88,–.

Sensitivity analysis and shape optimization are two modern and important issues in applied mathematics and this book provides a wide-ranging introduction to these themes.

As listed on the back cover, the key features considered in this book are:

– description of mathematical background and underlying tools;
– up-to-date review of grid construction and control, optimization algorithms,

software differentiation and gradient calculations;
– practical solutions for implementation in many real-life problems;
– solution of illustrative examples and exercises;
– basic mathematical programming techniques used to solve constrained minimization problems.

Unfortunately, even though these aspects are discussed in the book, it was an impossible task to compress all this material in 194 pages (including source subroutine lists, bibliography and index). Thus very often the exposition of ideas or methods jumps quickly from the illustration of an introductory (but involved) example to its solution by the given numerical codes. Nevertheless, the book is interesting for those acquainted with optimization methods who wish an introduction to shape optimization and sensitivity analysis with a focus on aerodynamics problems.

The book also contains a CD-ROM with source files and data such that readers could test different solution strategies. In addition software is made available (to run on *Unix* machines) for building and updating computational grids, performing automatic code differentiation, and computing basic aeroelastic solutions. (Most of this software is available at INRIA homepage)

A. Borzi (Graz)

W. Preuß, G. Wenisch (Hrsg.): Lehr- und Übungsbuch Mathematik in Wirtschaft und Finanzwesen. Mit 135 Bildern, 296 Beispielen und 228 Aufgaben mit Lösungen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 1998, 528 S. ISBN 3-446-18887-8 H/b 29,90.

Bei dem vorliegendem Band der Lehr- und Übungsbuchreihe handelt es sich um einen Ergänzungsband für Studierende der Wirtschaftswissenschaften. Den Lesern wird eine der Volks- und Betriebswirtschaft entsprechende Aufbereitung der Grundlagen der Mathematik geboten, die schon in der Erläuterung der fundamentalen mathematischen Begriffe die Sichtweise eines Wirtschaftswissenschaftlers mit einbindet und mit fachspezifischen Beispielen versehen ist. Anhand von ökonomischen Problemen wird der praxisorientierte Zusammenhang erläutert, insbesondere die „Lineare Optimierung“ mit dem Simplexalgorithmus und die Finanzmathematik, von der Zinsrechnung bis zu den Abschreibungsarten, stellen eigene Kapitel in diesem Buch dar.

Eine Vielzahl von Beispielen ergänzt den Band zu einem abgeschlossenen Mathematik-Lehrbuch für die Studierenden. Außerdem werden in vielen Berechnungen und Darstellungen der Lösungen praxisorientierte Softwaresysteme verwendet, die die Studierenden auf den Einstieg ins Berufsleben vorbereiten sollen. In diesem Sinne ist der vorliegende Band ein empfehlenswertes Mathematik-Lehrbuch für den Bereich der Wirtschaftswissenschaften.

G. Kern (Graz)

E. Scholz (ed.): Hermann Weyl's *Raum—Zeit—Materie* and a General Introduction to His Scientific Work. (DMV Seminar, Band 30.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2001, V+403 S. ISBN 3-7643-6476-9 P/b \$ 45,–.

Dieser Sammelband, der aus einem DMV-Seminar im Jahre 1992 hervorging, besteht aus zwei Hauptteilen. Der erste Teil umfasst die Ausarbeitungen von Vorträgen beim genannten Seminar und behandelt historische Aspekte von Weyls fundamentalem Buch *Raum—Zeit—Materie.* Dabei werden mathematische und physikalische, aber auch philosophisch-erkenntnistheoretische Sichtweisen und Interpretationen dieses Werkes vorgestellt, die die Rolle und Wirkung von Weyls Theorien auf die Entwicklung verschiedenster Gebiete (wie Relativitätstheorie, Differentialgeometrie und Mannigfaltigkeiten) verdeutlichen. Der zweite Teil des Bandes besteht aus einer umfangreichen Darstellung (von R. Colman und H. Korté) von Weyls wissenschaftlicher Arbeit in Mathematik, Physik und Philosophie sowie auch in den Grundlagen der Mathematik (Theorie des Kontinuums, prädikative Analysis). Alle Beiträge liefern eine äußerst umfangreiche Menge von Informationen zu Weyls Werk und Wirken, aber auch zu dessen historischem und wissenschaftlichem Kontext. Abgerundet wird der Band durch eine Einleitung des Herausgebers sowie eine Bibliographie.

W. Dörfler (Klagenfurt)

D. Serre: Matrices. Theory and Applications. (Graduate Texts in Mathematics 216.) Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2002, XV+202 S. ISBN 0-387-95460-0 H/b € 49,95.

Im Jahr 2000 erschien in Frankreich ein Text von Denis Serre als Buch unter dem Titel *Les Matrices : théorie et pratique.* Das vorliegende Buch ist eine Erweiterung und Übersetzung dieses Werks. Es wendet sich an einen Leserkreis, der schon eine gewisse mathematische Bildung besitzt, und es bietet eine Auswahl an fortgeschritteneren Themen aus der Matrizentheorie. Die Darstellung ist allerdings eher knapp, und es wird auch in keiner Weise Vollständigkeit angestrebt.

Nach drei einführenden Kapiteln, in denen die grundlegenden Definitionen und Sätze behandelt werden, beschäftigt sich das Buch in 7 weiteren Kapiteln mit folgenden Themen: Matrixnormen, Nichtnegative Matrizen, Matrizen mit Elementen aus Hauptidealringen und Jordansche Normalform, Polarzerlegung einer Matrix und klassische Matrizengruppen, Matrix-Faktorisierungen, Iterative Verfahren zur Lösung lineaer Gleichungssysteme, Approximation von Eigenwerten. Etwa 170 Übungsaufgaben werden im Buch gestellt; ihre Lösungen können beim Autor über Internet abgefragt werden.

P. Dörfler (Leoben)

R. Seydel: Tools for Computational Finance. Second Edition. (Universitext.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2004, XVI+240 S. ISBN 3-540-40604-2 P/b € 39,95.

Dieses Buch behandelt verschiedene numerische Methoden für stochastische Differentialgleichungen und wurde in dieser zweiten Auflage nochmals um etliche Abschnitte erweitert. Insbesondere wurden Teile über Sprungprozesse sowie Monte Carlo-Methoden neu eingefügt bzw. erweitert. Bei den Sprungprozessen wird jedoch nur kurz auf den Poisson-Prozess und eine überlagerte Brownsche Bewegung eingegangen, allgemeinere Lèvy-Prozesse werden nicht näher behandelt.

Nach einer Einführung in die allgemeinen Hilfsmittel der Bewertung von Optionen (risiko-neutrales Maß, stochastische Prozesse und Differentialgleichungen), werden verschiedene Methoden zur Erzeugung von Zufallszahlen behandelt. Dabei werden sowohl Pseudo-Zufallszahlen, als auch die deterministischen Quasi-Monte Carlo-Folgen angeschnitten, und es wird auf Transformationen zu anderen Verteilungen eingegangen.

Schließlich werden Verfahren zur numerischen Integration und Simulation, sowie die Methoden der finiten Differenzen und der finiten Elemente für stochastische Differentialgleichungen vorgestellt, als Algorithmus zusammengefasst und mit Sätzen und Lemmata auch theoretisch unterlegt. Als Beispiele für derartige Probleme fungieren hier amerikanische Optionen. Den Abschluss bildet ein Kapitel über die Bewertung von exotischen Optionen, wobei speziell asiatische Optionen betrachtet werden.

Am Ende jedes Kapitels findet sich eine Handvoll Übungsbeispiele, die allerdings fast ausschließlich theoretischer Natur sind. Hinweise zu diesen Beispielen finden sich zwar nicht im Buch selbst, jedoch auf der Homepage zum Buch (*http://www.compfin.de*).

Das vorliegende Buch kann als sehr gute Einführung in die numerischen Methoden für stochastische Differentialgleichungen benutzt werden und eignet sich durchaus als Grundlage für eine Lehrveranstaltung. Aufgrund der vielen kurzen Einheiten ist es auch für Seminare sehr gut geeignet.

R. Kainhofer (Wien)

A. Shen, N. K. Vereshchagin: Computable Functions. Translated by V. N. Dubrovskii. (Student Mathematical Library, Vol. 19.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2003, VIII+166 S. ISBN 0-8218-2732-4 P/b $ 29,–.

Im Vertrauen darauf, dass heutige Studenten der Mathematik und Informatik sowie Programmierer intuitiv wissen, was ein Algorithmus ist, entwickeln die Autoren aus diesem Begriff die Grundlagen der klassischen Berechenbarkeitstheorie in den ersten zwei Dritteln des Buches: Entscheidbarkeit, Unentscheidbarkeit, universelle Funktionen, Gödelzahlen, *m*-Reduzierbarkeit, Orakel, arithmetische Hierarchie. Erst danach geht es (kaum formaler) zu Turingmaschinen, dem Wortproblem, Tarskis „Undefinierbarkeit der Wahrheit", dem Gödelschen Unvollständigkeitssatz und rekursiven Funktionen. Ambitioniertere Leser werden auf das Literaturverzeichnis verwiesen, das mit 17 Titeln (darunter 4 russischen, obwohl teilweise anderssprachige Übersetzungen vorliegen) recht rudimentär ist.

P. Telec (Wien)

W. Sieg, R. Sommer, C. Talcott (eds.): Reflections on the Foundations of Mathematics. Essays in honor of Solomon Feferman. (Lecture Notes in Logic 15.) Association for Symbolic Logic, A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 2002, VIII+444 S. ISBN 1-56881-169-1 P/b $ 45,–.

Aus Anlass des 70. Geburtstags von Solomon Feferman, einem der einflussreichsten Logiker der letzten 40 Jahre, fand an der Stanford University vom 11.-13. Dezember 1998 ein Symposium statt. Einige der dort gehaltenen Vorträge wurden in diesen Band aufgenommen, zusammen mit Arbeiten früherer Studenten und Mitarbeiter. Die Bandbreite der Themen ergibt sich aus der Gruppierung der insgesamt 20 Beiträge in die folgenden vier Teile: I: Proof-theoretic Analysis (Autoren: Avigad, Buchholz, Friedman, H. M. / Kohlenbach, Mints, Simpson); II: Logic and Computation (Autoren: Bellin / Dalla Pozza, Constable / Crary, Fenstad, Fernando, Tucker / Zucker); III: Applicative and Self-applicative Theories (Autoren: Cantini, Jäger / Strahm, Mason / Talcott, Rathjen); IV: Philosophy of Modern Mathematical and Logical Thought (Autoren: Mancosu, Parsons, Ch., Sieg, Tait, Benthem).

P. Telec (Wien)

R. Temam, A. Miranville: Mathematical Modeling in Continuum Mechanics. Cambridge University Press, 2001, XIII+288 S. ISBN 0-521-64362-7 H/b £ 35,–.

Continuum mechanics is a subject that is central in many fields of engineering and science. As a consequence, the presentation of it varies widely, from very formal mathematical texts to more intuitive expositions. The authors of this book try to give a presentation of the subject that is rigorous but avoids unnecessary mathematical sophistication. In this they succeed quite well; using a modern mathematical notation they are able to cover the standard topics of continuum mechanics in a clear and brisk style. In addition, many fresh and not so common topics are included such as atmospheric models, nonlinear elasticity, plasticity, homogenization and combustion. For a student this should be inspiring as it shows new, interesting and important aspects of continuum mechanics. The book is an ideal complement to a modern book on numerical methods for partial differential equations. A slight drawback, when considering it as a textbook, is the lack of exercises.

R. Stenberg (Helsinki)

Internationale Mathematische Nachrichten

Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Heidelberg

Das Präsidium der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und die örtliche Tagungsleitung laden alle Kolleginnen und Kollegen sowie alle an Mathematik Interessierten herzlich zur Teilnahme an der wissenschaftlichen Jahrestagung vom 12. bis 17. September 2004 nach Heidelberg ein.

Gastgeberin ist die Ruprecht-Karls-Universität in Heidelberg. Die Tagung wird von der Fakultät für Mathematik und Informatik ausgerichtet. Die örtliche Tagungsleitung liegt in den Händen von Prof. Dr. Rainer Weissauer.

Mehrfach war die Universität Heidelberg Gastgeber der DMV-Jahrestagung und es verbinden sich geschichtliche Reminiszenzen mit diesen Tagungen. So fand die allererste Tagung 1889 mit der Gründungsversammlung der DMV in Heidelberg statt. Auch danach war Heidelberg Tagungsort der Veranstaltungen. So auch im Jahr 1904 anlässlich der Tagung des Internationalen Mathematiker Kongresses in Heidelberg. Angesichts des damit verbundenen hundertjährigen Jubiläums freuen wir uns besonders, einmal wieder die ehrenvolle Aufgabe der Tagungsgestaltung übernehmen zu dürfen.

Anreisetag ist der 12. September. Die Tagung wird am Montag, dem 13. September um 10 Uhr in der alten Aula der Universität feierlich eröffnet. Das wissenschaftliche Programm beginnt am Montag, dem 13. September und endet am Nachmittag des 17. September. Die meisten Vorträge finden in den Räumen der neuen Universität in unmittelbarer Nähe des Universitätsplatzes in der Heidelberger Innenstadt statt. Wir hoffen, ein interessantes und anspruchsvolles wissenschaftliches Programm bieten zu können. Über das eigentliche Programm hinaus möchten wir Sie herzlich einladen, die Heidelberger Universität, die älteste Universität Deutschlands und zweitälteste Universität Europas im deutschsprachigen Raum, und die Heidelberger Altstadt näher kennenzulernen.

Als Vortragende haben zugesagt: G. C. Papanicolaou, G. v. Randow, H. Furstenberg, N. Alon, G. P. Galdi, R. J. Stern, P. Biran, S. Sauter, M. van der Put, P. Colmez, F. Pop, W. H. Meeks, R. Hoppe, L. Erdős.

Details zu Anmeldung und Programm finden sich auf *http://dmv2004.uni-hd.de*.

(Deutsche Mathematiker-Vereinigung und Universität Heidelberg)

Abel Prize 2004

The Norwegian Academy of Science and Letters has decided to award the Abel Prize for 2004, jointly to Sir Michael Francis Atiyah (University of Edinburgh) and Isadore M. Singer (MIT). Atiyah and Singer will receive the prize "for their discovery and proof of the index theorem, bringing together topology, geometry and analysis, and their outstanding role in building new bridges between mathematics and theoretical physics". The Abel Prize Award ceremony will take place on 25 May 2005 at the University of Oslo Aula. The Abel Prize, established by the Norwegian Government in 2002 and awarded annually, is an international prize for outstanding scientific work in the field of mathematics. The Prize carries a cash award of 6 million Norwegian kroner (about USD 800,000). For more information, see: *http://www.abelprisen.no/en/*

(IMU Newsletter)

ICM 2006 News

Preregistration for the ICM 2006 in Madrid continues open. Please preregister at the ICM web site *http://www.icm2006.org* in order to receive further news about the ICM. Professor Noga Alon has been appointed chair of the ICM 2006 Program Committee. This Committee has already taken a decision on the sections to be covered, which can be checked at the ICM2006 web site. As in past Congresses, there will also be short communications and Poster sessions.

(IMU Newsletter)

IMU on the Web: What can you do about Journal Prices?

The IMU Committee on Electronic Information and Communication (CEIC) made a series of recommendations in its Best Practices document several years ago. The advice was aimed at many groups – mathematicians, librarians, and publishers – and it covered many topics, ranging from versioning papers to archiving journals. The Best Practices document can be found at *http://www.ceic.math.ca/Publications/Recommendations/3_best_practices.html*

One of the recommendations (#8) concerned the problem of escalating journal prices. The specific advice was straight-forward: "When deciding where to submit a paper an author may choose to be aware of a journal's standing and impact, but an author also should take account of a journal's price . . . In addition, one might consider a journal's price and policies when considering whether to referee or serve on an editorial board."

While this is straight-forward and sound advice, the consequences of specific actions may be complicated and controversial. For example, creating new journals with low prices may (temporarily) stretch library budgets even further. This is especially true if many of the library's journals are included in a bundle. Is it a good idea to increase the stress on the journals system by creating new journals? What can individual mathematicians do to effect real change? The CEIC recently added a Web page on Recommendation #8 with remarks that discuss the actions one can take to reduce journal prices. For all mathematicians, the most important action is to stay informed. The new Web page can be found at *http://www.ceic.math.ca/Publications/Recommendations/Journalprices.html*

(IMU Newsletter)

PACOM 2004 – African Mathematical Union Congress in Tunis in September 2004

The Sixth Pan African Congress of Mathematicians of the African Mathematical Union will be held in Tunis from 1–6 September 2004. This Congress is being planned amidst an increasing push for economic and other developments in Africa. Thus, the theme for the Congress, viz, "Mathematical Sciences and the Development of Africa: Challenges for Building a Knowledge Society in Africa", is aimed to address some of these challenges. The quest for the construction of a knowledge society in Africa has never been stronger and more urgent. The advances in telecommunications technology are threatening to widen the digital divide between the developed and developing countries. Among the most critical dimensions of change are the convergent impacts of globalization, the increasing importance of knowledge as a main driver of growth, and the information and communication revolution.

In conceptualizing the theme three factors played a significant role. Firstly, we realize that there are factors, especially the continued removal of space and time barriers to information access and exchange, which favour the speeding up of the construction of a knowledge society in Africa. Secondly, collaboration has long become a key factor in the advancement of scientific, including mathematical, research and learning. Thirdly, rapid development in science requires the promotion of lifelong-learning practices necessary to update individual knowledge and skills. In all these factors tertiary education plays a pivotal role, including mathematical learning and research.

Two deliberate efforts have been included in the program to give effect to the three factors mentioned above. A special session will be held on "The role of electronic services for mathematical sciences in Africa as a way into the information society". A round table discussion will be organized to discuss cooperation with various mathematical societies and a special appeal is issued to African mathematicians in the Diaspora to attend and contribute to the Congress with a view of exploring ways in which collaboration can be enhanced.

The Congress programme makes provision for plenary speakers, who are urged to make their lectures comprehensible to a wide spectrum of mathematicians and to emphasize the relevance of mathematics to real world problems, invited lectures in parallel specialized sessions, short communications and posters. In this way we hope to cater for a wide range of mathematical interests from pure to applied mathematics, mathematics education, mathematics of finance, technology in mathematics teaching and research.

The African Mathematical Union can be viewed as having a kind of federal structure. Thus mathematical sciences associations or societies in African countries are members of the AMU. Though not framed as such, the African Mathematical Union can, further, be viewed as the 'African wing' of the International Mathematical Union. Over the years, African mathematicians have participated in a number of IMU congresses.

Further information on the September 2004 Congress can be obtained in different ways. The Congress address is PACOM2004, C/o Prof. Dr. A. Boukricha, Université de Tunis El Manar, B.P. 63, 1013 Tunis, République Tunisienne; the phone number is +216 71 703 746; the fax number is +216 71 885 350. They can also be reached via e-mail *Pacom@cck.rnu.tn*. The web site is found at *http://www.cck.rnu.tn/pacom2004*. The deadline for submission of abstracts for all forms of presentations listed above is 30 May 2004.

(IMU Newsletter)

International Commission on the History of Mathematics (ICHM)

The International Commission on the History of Mathematics is an inter-union commission joining the International Mathematical Union (IMU) and the Division of the History of Science (DHS) of the International Union for the History and Philosophy of Science (IUHPS). The ICHM is comprised of representatives of some fifty-five nations – those nations internationally in which the history of mathematics is taught and/or actively researched and is governed by a nine-person Executive Committee. The original Commission on the History of Mathematics (CHM) was founded in 1969 to consider the possibility of founding a specialized journal in the field. It met for the first time in 1970 at the International Congress of Mathematicians in Nice and was made a permanent institution – the ICHM – in 1971 at the Thirteenth International Congress on the History of Science in Moscow.

Its earliest history was thus intimately linked to the communities of both mathematicians and historians of science. The ICHM has these international aims: first, to encourage the study of the history of mathematics, and, second, to promote a high level of historically and mathematically sophisticated scholarship in the field. It works to realize these goals in a number of ways. Perhaps first and foremost, it oversees its official journal, *Historia Mathematica.* Founded as a result of the CHM and then ICHM initiative in 1974 by Kenneth O. May, *Historia Mathematica* publishes original research on the history of the mathematical sciences in all periods and in all cultural settings.

The ICHM also engages in a variety of special projects and regular activities to promote and encourage the history of mathematics. The most recent special project is the book *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development*, coedited by Joseph W. Dauben and Christoph Scriba and published in the fall of 2002 by Birkhäuser Verlag. This volume represents the combined efforts of several dozen historians of mathematics internationally and traces the history and methodology of the history of mathematics in different countries throughout the world. The book also contains appendices that provide invaluable and hard-to-obtain biographical information on key scholars of the history of mathematics in addition to exhaustive bibliographical information.

Among the ICHM's regular activities, four are of particular importance. First, the ICHM sponsors or co-sponsors scientific symposia at the International Congresses of the History of Science, at meetings of national history of scienceand mathematics societies, and at other conferences. In the past two years it has co-sponsored (with the Institute for Mathematics of the Chinese Academy of Sciences (CAS) and the Institute for History of Natural Sciences (CAS)) an "International Colloquium for the History of Mathematics" at Northwest University in Xi'an, China, 15–18 August, 2002; (with the British Society for the History of Mathematics) a "Tercentenary Meeting in Honor of John Wallis" in October 2003 at Oxford University, United Kingdom; and (with the American Mathematical Society and the Mathematical Association of America) a day-long series of lectures in the Special Session on the History of Mathematics in January 2004 in Phoenix, Arizona, United States.

Second, the ICHM awards, once every four years on the occasion of the International Congress on the History of Science, the Kenneth O. May Medal to historians of mathematics for outstanding contributions to the history of mathematics. The most recent recipients of the Kenneth O. May Medal – Ubiratan d'Ambrosio (Sao Paolo, Brazil) and Lam Lay Yong (Singapore) – were announced in Mexico City in August 2001. The next May Medallists will be announced in Beijing in 2005.

Third, the ICHM maintains a website at *http://www.math.uu.nl/ichm* which it hopes will come to serve the international community of historians of mathematics as a source of current information on upcoming conferences and symposia as well as on other information pertinent to members of the field. Fourth, the ICHM is creating a web-based World Directory of Historians of Mathematics in an effort better to link historians of mathematics around the world.

(Karen Hunger Parshall, Chair ICHM)

20 Jahre österreichischer mathematischer Film

Als Sonderveranstaltung anlässlich des einjährigen Bestehens des *Hauses der Mathematik* in Wien wurden österreichische mathematische Videofilme der letzten 20 Jahre vorgestellt. Die Besucher konnten zwischen neun professionell hergestellten Farbfilmen in '"Werbefilmqualität" wählen.

In „Gespräche mit Mathematikern" wurden L. Schmetterer, E. Hlawka, W. M. Schmidt und H. Niederreiter portraitiert. Als Interviewpartner fungierten G. Pflug, P. M. Gruber und G. Larcher. Diese vier Filme entstanden im Zeitraum von 2000 bis 2002.

Weiters standen noch folgende Filme zur Auswahl: Die Menge $\mathbb{N}$: (30 min, 1983), Kurt Gödel — Ein mathematischer Mythos (60 min, 1986), Natürliche Zahlen 1.–3. Teil (32 min, 1993), Leopold Vietoris: 105. Geburtstag (10 min, 1996), Wetten dass? (10 min, 1996). Siehe auch *http://www.hausdermathematik.at*

(Gerhard Lindbichler)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Brief des Vorsitzenden

Die österreichischen Universitäten und mit ihnen die österreichische Mathematik befinden sich in einer schwierigen Phase der Umstrukturierung. Neben organisatorischen Umstellungen sind wir mit knappen Budgets sowohl im universitären Bereich als auch bei der Forschungsförderung konfrontiert. Ein wesentliches Ziel der nun endlich angelaufenen Evaluierung von Forschung, Lehrprogrammen und Außenwirkung der Mathematik an Österreichs Universitäten ist es, sicherzustellen, dass die Mathematik diese schwierige Situation möglichst unbeschadet meistert und alle Entscheidungen über Ressourcen und „Schwerpunktsetzungen", (worunter die Politik manchmal wohl Kürzungen versteht) zumindest auf sachlicher Basis getroffen werden können. An dieser Evaluierung beteiligen sich alle Universitäten (außer Klagenfurt), an denen ein mathematisches Hauptfachstudium eingerichtet ist.

Das achtköpfige Gutachtergremium wird von J.-P. Bourguignon und K.-H. Hoffmann geleitet. In den nächsten Wochen wird im Wege über die ÖMG-Landesvorsitzenden den Instituten ein ausführlicher Fragebogen zugehen, der vom Gutachtergremium ausgearbeitet wurde und mit dessen Hilfe zunächst Daten erhoben werden sollen. Das Ergebnis dieser ersten schriftlichen Phase der Evaluierung soll den Instituten zur Aufklärung faktischer Missverständnisse noch vor dem Sommer zugehen. Im Oktober und November wird das Gutachtergremium alle Universitäten besuchen und dann den Endbericht ausarbeiten, der Anfang 2005 vorliegen und dann öffentlich präsentiert werden soll.

Die beiden Vorsitzenden haben umfangreiche Erfahrung bei ähnlichen wissenschaftlichen Evaluierungen, so etwa Herr Bourguignon, ein früherer Vorsitzender der EMS, bei der Evaluierung der Mathematik in Großbritannien und Kanada, Herr Hoffmann, früher Vorsitzender des deutschen Wissenschaftsrats, bei einer vergleichenden Evaluierung der naturwissenschaftlichen Fakultäten Berlins. Ich bin sicher, dass diese Evaluierung höchsten inhaltlichen und methodischen Standards gerecht wird und ihr Ergebnis die Struktur der österreichischen Mathematik nachhaltig beeinflussen wird. Deshalb sollten wir alle im eigenen Interesse tatkräftig und sorgfältig mitarbeiten und insbesondere das Ausfüllen der Fragebogen ernster nehmen als wir dies (zu Recht) bei der Flut der Fragebögen aller möglichen österreichischen Institutionen in den letzten Jahren getan haben.

Die Vorbereitungen für den Internationalen Mathematikerkongress in Klagenfurt (19.–23. 9. 2005), der wieder gemeinsam mit der DMV abgehalten wird, gehen gut voran. Das Programm- und das Organisationskomitee stehen unter Vorsitz der Klagenfurter Kollegen Winfried Müller und Hermann Kautschitsch. Erstmals wird sich auch SIAM durch die Organisation von Minisymposien am Kongress beteiligen. Ein Schwerpunkt der Tagung wird der Kontakt mit unseren südosteuropäischen Nachbarn, insbesondere mit Slowenien und Kroatien, sein. Kollegen aus diesen Ländern werden Minisymposia mitorganisieren, einer der Hauptvortragenden wird P. Semrl (Ljubljana) sein. Weitere Hauptvortragende, die schon zugesagt haben, sind L. Caffarelli (Austin), S. Osher (UCLA) und C. Pomerance (Dartmouth). Es ist auch ein öffentlicher Abendvortrag für ein breiteres Publikum geplant; das Rahmenprogramm wird den hohen Erwartungen an eine Tagung in Österreich gerecht werden. Sorgen macht uns die unsichere finanzielle Situation infolge von Umstrukturierungen im Bereich des Bundesbudgets.

Auf dem Kongress werden auch die ÖMG-Förderungspreisträger der Jahre 2004 und 2005 ihre Arbeiten im Rahmen von Plenarvorträgen vorstellen. Heuer war die Anzahl der Einreichungen für den Studien- und den Förderungspreis so groß wie noch nie, der ÖMG-Vorstand hat entscheidungsbefugte Kommissionen zur Auswahl der Preisträger eingesetzt. Die heurigen Preisträger werden bei der Generalversammlung im Herbst vorgestellt werden. Auf dieser Generalversammlung werden auch Beirat und Landesvorsitzende neu gewählt, die Prozedur zur Vorwahl der Landesvorsitzenden in den Landessektionen wurde eingeleitet.

Die Lehrersektion der ÖMG unter Leitung von Dr. R. Geretschläger hat viele Pläne, aber noch haben sich nicht hinreichend viele Lehrer gefunden, die bereit sind, bei der Realisierung dieser Pläne mitzuwirken; ich bitte interessierte Lehrer (ob ÖMG-Mitglied oder nicht), sich bei mir zu melden. Auch die Aufgabenteilung und Kooperation zwischen der Lehrersektion und der Didaktikkommission unter Vorsitz von Prof. W. Schlöglmann sind Gegenstand der laufenden Diskussionen im ÖMG-Vorstand.

Die ÖMG beteiligt sich an einer von Prof. S. Huck koordinierten Aktionen wissenschaftlicher Gesellschaften, deren Ziel es ist, Autonomie und ausreichende Finanzierung des FWF sicherzustellen. Die Mathematik war in den letzten Jahren bei allen Kategorien von FWF-Projekten (Einzelprojekten, Schwerpunkten, Spezialforschungsbereichen, Preisen) besonders erfolgreich; umso wichtiger ist es gerade für die Mathematik, dass der FWF weiterhin die Möglichkeit hat, hochkarätige Grundlagenforschung ausreichend zu fördern. Erstmals sind mit Vizepräsident K. Sigmund und mit U. Langer zwei Mathematiker im Kreise der Referenten des FWF. Ich wünsche den beiden Kollegen viel Erfolg bei dieser schwierigen Aufgabe.

O.Univ.Prof. Dipl.Ing. Dr. Heinz W. Engl

Hilfe für die Mathematikbibliothek der Karlsuniversität

Die Mathematikbibliothek der Karlsuniversität wurde durch das Hochwasser im Sommer 2002 schwer beschädigt, zum guten Teil vernichtet. Neben der Hilfe aus mehreren Ländern, auch durch eine Reihe von Institutionen, haben viele österreichische Mathematiker und Institutionen durch Buch- und Geldspenden wesentlich dazu beigetragen, den Schaden zu lindern. Der Vorsitzende und der Vorstand der ÖMG haben es ermöglicht, die Hilfe über die ÖMG abzuwickeln.

Im Namen der Karlsuniversität Prag, insbesondere der Fakultät für Mathematik und Physik, danken wir ganz besonders herzlich für die grossartige Hilfe.

Für die Buchspenden: Frau Dr. B. Bukovics, die auch den Nachlass ihres Vaters Johann Radon gespendet hat, Prof. H. Fleischner, Prof P. Gruber, der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, und Prof. H. Troger. Insgesamt wurde etwa 2000 Bücher zur Verfügung gestellt.

Für die Geldspenden: der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, dem Institut für Industriemathematik der Universität Linz, dem Institut für Finanz- und Versicherungsmathematik der TU Wien, der Forschungsstelle für Softwaretechnologie der Universität Salzburg, sowie folgenden Einzelpersonen:

M. Auner, H. Auzinger, U. Berger, A. Borzi, B. Buchberger, W. Bulla, G. Desch, K. Desoyer, W. Dogscha, P. Dörfler, G. Eigenthaler, S. Frisch, T. Fuchs, A. Gfrerrer, R. Göttfert, A. Grabner, P. Gruber, S. Haller, W. Hamedinger S. Hebenstreit, P. Hellekalek, N. Hempel, R. Hoffmann, J. Hörbarth, I. Horvath, W. Huyer, H. Kaiser, A. Kalliauer, H. Kautschitsch, F. Kinzl, W. Kirschenhofer, P. Kischenhofer, C. Kollreider, E. Kompast, C. Krattenthaler, A. Kräuter, H. Kremser, C. Krischanitz, B. Krön, H. Lakatha, H. Länger, F. Lichtenberger, G. Lindbichler, F. Manhart, E. Mayer, A. Neumaier, W. Nowak, G. Obereder, U. Oberst, R. Ortner, G. Perz, F. Pillichshammer, G. Pilz, A. Plessl, R. Prinz, G. Ramharter, W. Rath, H. Reidlinger, L. Remmel, W. Schachermayer, M. Schaler, W. Schlöglmann, M. Schlosser, C. Schmeiser, W. Schmidt, F. Schweiger, H. Stachel, E. Stadlober, G. Teschl, S. Teschl, R. Tichy, H. Troger, H. Vogler, F. Winkler, R. Winkler, B. Winninger, W. Woess, J. Wruss, O. Wurnig.

Der Gesamtbetrag belief sich auf knapp € 6000,–. Weitere Spenden sind willkommen!

Peter M. Gruber, Vladimir Soucek

Dear Prof. Engl, Prague, Dec. 16, 2003

as you know, the flooding which occurred in August 2002 had a dramatic impact on the buildings of the Faculty of Mathematics and Physics in Trojy and Karlin. The Math Library was massively destroyed and both physical labs and technical equipment were seriously damaged. A lot of work has already been done since the flooding. We managed to put the building back into operation, a new library (textbooks and lecture notes) was built up at Trojy and opened for our students. A large recontruction of Karlin's building was started and a completely new mathematical library forms a part of the project. Of course, it will be placed at a safe place.

During the hard times following the flooding we met with support and solidarity, also from your part. I would very much like to thank you for your financial donation as well as donation of mathematical literature. Let me use this opportunity to wish you a happy new year 2004!

Yours sincerely,
Professor Ivan Netuka.

Fachhochschul-Tag der ÖMG in Bozen

Am 26. September 2003 fand im Rahmen der ÖMG-Tagung der erste FH-Tag der ÖMG statt. Rund 20 Kolleginnen und Kollegen aus dem Fachhochschulbereich waren zum FH-Tag angemeldet, aber auch Tagungsteilnehmer aus dem Universitätsbereich haben sich an den Vorträgen und Diskussionen beteiligt.

1. Eröffnet hat Bruno Buchberger mit einem Vortrag zum Thema *Mathematik an Fachhochschulen*, in dem er seine Vorstellungen zum Mathematikunterricht an Fachhochschulen präsentierte. Er betonte, dass das Berufsbild des jeweiligen Studienganges die Stoffauswahl festlegen sollte. Im Gegensatz zur akademischen Ausbildung, die alle Dimensionen der Mathematik umfassen soll, könne an Fachhochschulen von der inhaltlichen Dimension nur eine Auswahl präsentiert werden. Mathematik sei dabei als ein eigenständiges Denkinstrument anzusehen und nicht nur als Hilfswissenschaft zu betrachten.

Die Folien des Vortrages sind unter *http://www.oemg.ac.at/FH/Bozen2003/Math-FHsBozen2003-09-26.ppt* zu finden.

2. Clemens Heuberger gab eine ausgezeichnete Einführung in die beiden Computeralgebrasysteme *Mathematica* und *Maple* anhand eines direkten Vergleiches mit Beispielen. Unterlagen dazu sind unter *http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/∼cheub/MapleMathematica/* verfügbar.

3. Franz Embacher gab einen Überblick über das Projekt *Mathe-Online*, das eine Fülle von multimedialen Lernhilfen zur Mathematik anbietet.

4. Im Anschluss fand eine Diskussion statt, die folgendermaße in Stichworten zusammengefasst werden kann: "Der FH-Tag ist ein erster Schritt. Das Programm aus FH-spezifischen Vorträgen, Erfahrungsaustausch und der ÖMG-Tagung ist eine gute Kombination. Weitere Treffen werden begrüßt. Es wurde vorgeschlagent, Workshops zu konkreten Themen zu organisieren, deren Ergebnisse einem größeren Kreis zur Verfügung gestellt werden. Zum Beispiel könnte sich eine Arbeitsgruppe mit Anwendungen der Mathematik in IT/Technik/Wirtschaft

beschäftigen. Dazu würde sich auch eine Kombination mit Fachvorträgen anbieten. Andere Arbeitsgruppen könnten sich mit den notwendigen Vorkenntnissen von Studienanfängern, mit verschiedenen Lernmethoden oder unterschiedlichen Modellen der Leistungsbeurteilung in der Mathematik befassen. Es wurde angeregt, mit dem Projekt *Mathe-Online* zu kooperieren (z.B. durch Hinzufügung von Lernpfaden oder Errichtung einer Plattform für die Sammlung von Lehrmaterialien)."

Susanne Teschl, FH Technikum Wien
Karl Unterkofler, FH Vorarlberg

Persönliches

Prof. *Werner Kuich* (TU Wien) wurde am 30. März 2004 das Ehrendoktorat der Königsberger Staatsuniversität verliehen.

Colloquium on Operator Theory

Die folgenden Vorträge wurden beim “Colloquium on Operator Theory” von 4.–6. März 2004 an der TU Wien aus Anlass der Emeritierung von Prof. Heinz Langer gehalten.

Aad Dijksma (Groningen): Laudatio.

Israel Gohberg (Tel-Aviv): Continuous analogue of orthogonal polynomials.

Christiane Tretter (Bremen): Spectral theory of block operator matrices and applications in mathematical physics.

Vadim Adamyan (Odessa): Matrix continuous analogues of orthogonal trigonometric polynomials.

Peter Lancaster (Calgary): An inverse quadratic eigenvalue problem.

Henk de Snoo (Groningen): Singular Sturm-Liouville problems nonlinear in the eigenvalue parameter.

Michael Kaltenbäck (Vienna): Indefinite canonical systems and the inverse spectral theorem.

Franciszek Szafraniec (Krakow): q-disease in operator theory: some cases.

Björn Textorius (Linköping): Directing mappings in Krein spaces.

Henrik Winkler (Groningen): Isometric isomorphisms between strings and canonical systems.

Aad Dijksma (Groningen): The algorithm of Issai Schur in an indefinite setting.

Karl-Heinz Förster (Berlin): On matrix and operator polynomials with nonnegative coefficients.

Andre Ran (Amsterdam): Some remarks on LQ-optimal control: asymptotics and the inverse problem.

Aurelian Gheondea (Ankara): The indefinite Caratheodory problem.

Daniel Alpay (Beer Sheva): Rational functions and backward shift operators in the hyperholomorphic case.

Malcolm Brown (Cardiff): Inverse resonance problems for the Strum-Liouville problem and for the Jacobi matrix.

Paul Binding (Calgary): Oscillation of indefinite Sturm-Liouville eigenfunctions.

Manfred Möller (Johannesburg): The spectrum of the multiplication operator associated with a family of operators in a Banach space.

Pavel Kurasov (Lund): Pontryagin type models for soliton potentials: inverse scattering method for operator extensions.

Dan Volok (Beer Sheva): De Branges-Rovnyak spaces and Schur functions: the hyperholomorphic case.

Seppo Hassi (Vaasa): Boundary relations and Weyl families of symmetric operators.

Xavier Mary (Paris): Subdualities and associated (reproducing) kernels.

Andras Batkai (Budapest): Polynomial stability of operator semigroups.

Yuri Shondin (Nizhny Novgorod): Pontryagin space boundary value problems for a singular differential expression.

Vladimir Strauss (Caracas): On J-symmetric operators with square similar to a bounded symmetric operator.

Branko Curgus (Seattle): Indefinite Sturm-Liouville problems with eigenparameter dependent boundary conditions.

Carsten Trunk (Berlin): Spectral points of type p for non-selfadjoint operators in Krein spaces.

Dan Popovici (Timisoara): Moment theorems for commuting multi-operators.

Jussi Behrndt (Berlin): Finite-dimensional perturbations of locally definitivable selfadjoint operators in Krein spaces.

Hans Lundmark (Linköping): Direct and inverse spectral problem for a non-selfadjoint third order generalization of the discrete string equation.

Vjacheslav Pivovarchik (Odesssa): Shifted Hermite-Biehler functions.

Gerald Wanjala (Groningen): The Schur transform at the boundary point $z = 1$.

Andreas Lasarow (Heverlee): Some basic facts on orthogonal rational matrix-valued functions on the unit circle.

László Kérchy (Szeged): Canonical factorization of vectors with respect to an operator.

Levon Mikayelyan (Armenia): Orthogonal polynomials on the unit circle with respect to a rational weight function.

Zoltán Sasvári (Dresden): The extension problem for positive definite functions. A historical survey.

Rien Kaashoek (Amsterdam): Metric constrained interpolation and control theory.

Neue Mitglieder

Jürgen Hartinger, Dipl.Ing. Dr. — Institut für Mathematik, TU Graz, Steyrerg. 30/IV, A 8010 Graz, Östereich. geb. 1976. 1995 bis 2001 Studium technische Mathematik TU Graz, 2002 bis 2004 Doktoratsstudium, TU Graz, Forschungsassistent (FWF-S8308), seit 2004 Postdoc. e-mail *hartinger@tugraz.at*.

Markus Steiner, Dipl.Ing. — Amschlg. 20, A 8010 Graz, Österreich. geb. 1977. 1995 bis 2003 Diplomstudium Technische Mathematik TU Graz, seit 2004 Doktoratsstudium Technische Mathematik TU Graz, seit 2004 Doktoratsstudium. e-mail *msteiner@sbox.tu-graz.ac.at*.

Peter Szmolyan, Univ.Doz. Dipl.Ing. Dr. — Institut für Analysis und Scientific Computing, TU Wien, Wiedner Haupstr. 8-10/101, A 1040 Wien, Österreich. geb. 1961. Homepage *http://deana.math.tuwien.ac.at/peter*. e-mail *szmolyan@tuwien.ac.at*.

Arne Winterhof, Univ.-Doz. Dr. — Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics, Österreichische Akademie der Wissenschaften, Arenbergerstr. 69, A 4040 Linz, Österreich. geb. 1968. Homepage *http://www.ricam.oeaw.ac.at*, e-mail *arne.winterhof@oeaw.ac.at*.

Volker Ziegler, Dipl.Ing. — Institut für Mathematik, TU Graz, Steyrerg. 30, A 8010 Graz, Österreich. geb. 1979. Studium Technische Mathematik TU Graz, Diplom 2003, seither Forschungsassistent. e-mail *ziegler@finanz.math.tugraz.at*.