Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/1182, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 18,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-12000-229-103-892-00).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

Sekretariat:

TU Wien, Institut 1182,
Wiedner Hauptstr. 8–10, A 1040 Wien.
Tel. (+43) 1-58801-11823

Vorstand des Vereinsjahres 2003:

H. Engl (Univ. Linz):
Vorsitzender.
R. Tichy (TU Graz):
Stellvertretender Vorsitzender.
M. Drmota (TU Wien):
Herausgeber der IMN.
W. Woess (TU Graz):
Schriftführer.
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck): Stellvertretender Schriftführer.
W. Schachermayer (TU Wien):
Kassier.
I. Troch (TU Wien):
Stellvertretende Kassierin.
G. Teschl (Univ. Wien):
Web-Beauftragter (kooptiert).

Vorsitzende der Sektionen und Kommissionen:

L. Reich (Graz)
M. Oberguggenberger (Innsbruck)
H. Kautschitsch (Klagenfurt)
G. Larcher (Linz)
P. Hellekalek (Salzburg)
C. Schmeiser (Wien)
R. Geretschläger (Lehrersektion)
W. Schlöglmann (Didaktikkommission)

Beirat:

A. Binder (Linz)
H. Bürger (Univ. Wien)
C. Christian (Univ. Wien)
U. Dieter (TU Graz)
G. Gottlob (TU Wien)
P. M. Gruber (TU Wien)
G. Helmberg (Univ. Innsbruck)
H. Heugl (Wien)
E. Hlawka (TU Wien)
W. Imrich (MU Leoben)
M. Koth (Univ. Wien)
W. Kuich (TU Wien)
R. Mlitz (TU Wien)
W. G. Nowak (Univ. Bodenkult. Wien)
N. Rozsenich (Wien)
K. Sigmund (Univ. Wien)
H. Sorger (Wien)
H. Stachel (TU Wien)
H. Strasser (WU Wien)
G. Teschl (Univ. Wien)
H. Troger (TU Wien)
W. Wurm (Wien)

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 18,–

Bankverbindung: Kto. Nr. 229-103-892-00 bei Bank Austria–Creditanstalt. Wir bitten, bei Überweisungen den Verwendungszweck „Mitgliedsbeitrag“ anzugeben und den Betrag so zu bemessen, dass nach Abzug der Bankspesen der Mitgliedsbeitrag der ÖMG in voller Höhe zufließt.

http://www.oemg.ac.at/

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 192 (57. Jahrgang) **April 2003**

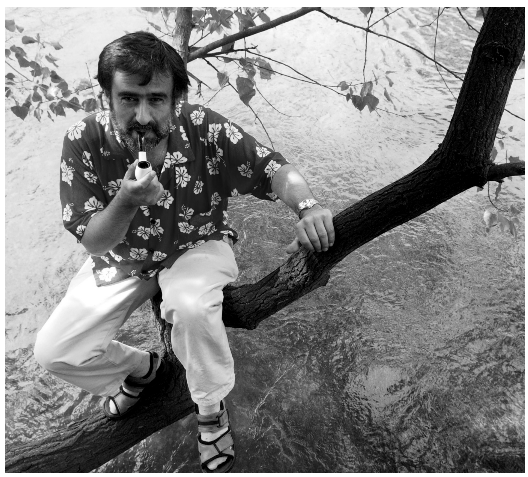
Inhalt

Das Titelblatt zeigt einen sogenannten *twin dragon*, eine fraktale Teilmenge $T \subset \mathbb{C}$, die die Punkte der Form $\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_k (-1+i)^{-k}$ mit $\varepsilon_k \in \{0,1\}$ enthält. T erfüllt die Gleichung $T = (1+i)(T \cup (T+1))/2$, was man für eine rekursive Erzeugung von Näherungen für T verwenden kann. Ist λ die reelle Lösung der Gleichung $\lambda^3 - \lambda^2 = 2$, so ist die Hausdorff-Dimension des Randes von T durch $2\log\lambda/\log 2 \approx 1.523627$ gegeben.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 192 (2003), 1–11

Der Satz von Preda Mihăilescu Die Vermutung von Catalan ist richtig!*

Gerhard Frey
Universität Essen



Preda Mihăilescu (Foto: Stockmeyer)

Satz (Preda Mihăilescu 2002). *Seien x und y ganze Zahlen ungleich* 0, *und seien m und n natürliche Zahlen größer als* 1, *sodass*

$$x^n - y^m = 1$$

ist. Dann ist $n = 2$, $m = 3$, $|x| = 3$ *und* $y = 2$.

*Nachdruck aus den *Mitteilungen der DMV* 2002/4, 8–13, mit freundlicher Genehmigung des Herausgebers der DMV-Mitteilungen, Folkmar Bornemann, und des Autors Gerhard Frey.

ISSN 0020-7926

Dieser Satz bestätigt eine 1842 von E. Catalan aufgestellte Vermutung, deren Beweis Preda Mihăilescu im April 2002 gelungen ist. Dies ist ein weiterer Höhepunkt in der Reihe hervorragender Ergebnisse über Lösungen von diophantischen Gleichungen, die in den letzten zwanzig Jahren erhalten wurden.

Eugène Charles Catalan

Wahrscheinlich werden sich viele Leser beim Lesen diese Satzes an den Satz von Wiles erinnern, der 1994 die Behauptung von Fermat bewies. Es mag interessant sein, die trotz der formalen Ähnlichkeit bestehenden Unterschiede zu diskutieren.

Fermats Gleichung involviert drei Unbestimmte X, Y, Z, die durch

$$X^n + Y^n = Z^n$$

verknüpft sind. Als Ausgleich ist die Beziehung aber homogen: Durch Division mit Z erhält man eine Gleichung vom Catalan-Typ

$$\overline{X}^n + \overline{Y}^n = 1.$$

Allerdings muss man jetzt die Lösungen im Bereich der rationalen Zahlen suchen. Geometrisch bedeutet das: Man muss die Punkte mit rationalen Koordinaten auf einer affinen oder, und das ist kein großer Unterschied, projektiven Kurve finden. Übersetzt man die Catalansche Gleichung in diese Sprache, so muss man die Punkte mit ganzzahligen Koordinaten auf einer affinen Kurve bestimmen. Es ist einleuchtend, dass für diese Fragestellung Methoden der Algebraischen Zahlentheorie viel erfolgversprechender sind als im rationalen Fall.

Betrachtet man nur eine Kurve, so ist die Endlichkeit der Menge der ganzzahligen Punkte schon durch einen fundamentalen Satz von Siegel (1929) gelöst. Für rationale Punkte wurde die entsprechende Aussage erst von Faltings 1983 bewiesen.

Wesentlich komplizierter wird die Fragestellung, wenn man ganze Scharen von Kurven gleichzeitig betrachtet, z. B. auch die Exponenten als Variable auffasst. Im Fall von rationalen Punkten sind hier selbst Endlichkeitsaussagen nur in wenigen

Sonderfällen bewiesen. Für ganzzahlige Punkte sieht die Situation etwas besser aus, da Bakers Methoden mit vielen Verfeinerungen oft anwendbar sind.

Im Allgemeinen beginnt aber erst jetzt die schwerste Aufgabe: Die Lösungen sind genau zu bestimmen. Typischerweise sind die Abschätzungen so grob, dass eine Computeruntersuchung hoffnungslos ist. Genauso war auch die Situation im Fall der Catalanschen Vermutung – bis zu den bahnbrechenden Arbeiten von Mihăilescu. Durch wunderschöne Anwendung der tiefsten Ergebnisse, die wir über die Arithmetik von Kreisteilungskörpern haben, gelingt es ihm, mit einem Schlag *alle* möglichen Lösungen zu bestimmen, und die vorhandenen Endlichkeitssätze und die umfangreichen zur Verfügung stehenden numerischen Resultate werden nur in bescheidenem Umfang benötigt, (was deren Bedeutung nicht schmälert).

Abschließend möchte ich erwähnen, dass mir bei der Abfassung dieses Berichtes der „endgültige Beweis“ Preda Mihăilescus noch nicht vorlag. Nach mündlichen Mitteilungen von Mihăilescu kann er an einigen Stellen noch elementarer (wenn auch vielleicht nicht durchsichtiger) gemacht werden. Ich werde an den entsprechenden Stellen dies erwähnen, folge aber hier eng der Darstellung, die von Y. Bilu [5] gegeben wurde.

Vorarbeiten

Ich gebe hier nur die für den Beweis des Theorems relevanten Ergebnisse an. Deutlich mehr Informationen findet man in P. Ribenboim [2].

Ein erster Meilenstein war das schon 1850 von Lebesgue erzielte Ergebnis, dass die Gleichungen

$$Y^n - X^2 = 1$$

für $n > 1$ nur die trivialen Lösungen mit $x = 0$ besitzen. Interessanterweise hat es danach mehr als 100 Jahre gedauert, bis Chao Ko (1965) bewiesen hat, dass

$$X^2 - Y^n = 1$$

nur Lösungen mit $y = 0$ *und* $x = 3, y = 2, n = 3$ besitzt. Man sieht leicht, dass $X^n - Y^n = 1$ ebenfalls nur triviale Lösungen besitzt.

Es bleibt also zu zeigen: Für verschiedene ungerade Primzahlen p, q und von 0 verschiedene ganze Zahlen x, y ist

$$x^p - y^q \neq 1.$$

Falls notwendig, kann man (x, y, p, q) durch $(-y, -x, q, p)$ ersetzen und deshalb ohne Einschränkung annehmen, dass $2 < p < q$ ist.

Wir gehen im Folgenden immer von einer angenommenen Lösung (x, y, p, q) aus. Durch die Relation zwischen diesen Zahlen ergeben sich zahlentheoretische Bedingungen:

Satz (Cassels 1960). *Es gibt $a, v \in \mathbb{Z}$, sodass*

$$x - 1 = a^q \cdot p^{q-1}, \quad y = pav$$

und

$$\frac{x^p - 1}{x - 1} = p \cdot v^q.$$

Für y gelten entsprechende Gleichungen.

Aus diesen Relationen erhält man sofort untere Abschätzungen für x und y durch Ausdrücke in p und q. Zum Beispiel:

$$|x| \geq p^{q-1} - 1; \quad |y| \geq q^{p-1} - 1,$$

oder etwas tiefliegender, aber auch noch elementar herleitbar:

$$|x| \geq q(2p+1)(2q^{p-1}+1).$$

Dies ist ein Resultat von Hyyrö (1964).

Mihăilescu selbst bewies:

$$|x| \geq (q^{2p-2}/2)^4.$$

Ein Durchbruch gelang Tijdeman 1976 [6]. Er benutzte Bakers Methode der logarithmischen Linearformen. Der wesentliche Punkt ist, dass Formen

$$\Lambda = b_1 \log \alpha_1 + \ldots + b_n \log \alpha_n,$$

wobei $b_i \in \mathbb{Z}$ und α_i ganze algebraische Zahlen sind, nicht 0 werden, und dass man für $\log|\Lambda|$ untere Schranken in Abhängigkeit von $\max\{b_i\}$ und der Höhen $h(\alpha_i)$ der algebraischen Zahlen α_i hat. (Zur Definition und Bedeutung von Höhen vgl. [4]. Für teilerfremde natürliche Zahlen m, n ist $h(m/n) = \max\{\log(m), \log(n)\}$.)

Das berühmte Resultat von Tijdeman ist

Theorem 1 (Tijdeman). *Die Exponenten p und q sind durch eine effektiv berechenbare Zahl nach oben beschränkt.*

Also gibt es nur endlich viele Lösungen der Catalanschen Gleichung, und „im Prinzip“ kann man sie alle bestimmen.

Dies ist ein großartiges Ergebnis, das die ganze Kraft der Methode von Baker zeigt. Leider ist die Schranke, die man erhält, so groß, dass eine direkte rechnerische Verifikation außer der Reichweite der Computer liegt. Natürlich versucht man daher, bessere Abschätzungen zu bekommen. Die schärfsten Abschätzungen nach oben, die man für mögliche Exponenten (p,q) erhielt, waren (vgl. [3])

$$\max\{p,q\} \leq 7.78 \cdot 10^{16}.$$

Gleichzeitig werden durch stärkere arithmetische Bedingungen an potentielle Lösungen immer weniger Kandidaten zugelassen.

Hier gelang Inkeri (1964/1992) ein wesentlicher Fortschritt. Er benutzt die Arithmetik von Kreisteilungskörpern, und so ist es nicht verwunderlich, dass Klassenzahlen dieser Körper und „Regularitätsbedingungen", wie man sie aus zahlentheoretischen Beweisansätzen für den Fermatschen Satz kennt, auftauchen. Sehr bemerkenswert ist, dass es Mihăilescu in [8] gelang, diese Klassenzahlbedingungen zu eliminieren.

Er erhält

Proposition 1. *Für jede Lösung (x,y,p,q) der Catalangleichung gilt:*

$$p^{q-1} \equiv 1 \mod q^2$$

und

$$q^2 \mid x.$$

Die zweite Aussage von Proposition 1 erleichtert auch numerisches Rechnen beträchtlich. Mignotte und Roy haben mit Rechnern bewiesen, dass $\min\{p,q\} > 10^7$ sein muss (siehe [3]).

Der Fall $p \not\equiv 1 \pmod q$

Die im letzten Abschnitt gesammelten Informationen genügen, um einen Sonderfall auszuschließen.

Proposition 2. *Falls (x,y,p,q) eine Lösung der Catalangleichung ist, dann ist $p \not\equiv 1 \pmod q$.*

Beweisskizze: Wir nehmen an, dass $p \equiv 1 \pmod q$ ist. Aus Proposition 1 folgt, dass $p-1$ sogar durch q^2 teilbar ist.

Also ist $p = k \cdot q^2 + 1$ mit einer natürlichen Zahl k. Da p ungerade ist, muss k gerade sein. Da $2q^2+1$ durch 3 teilbar ist, muss $k \geq 4$ sein, also gilt:

$$p > 4q^2.$$

Wir haben Abschätzungen für q im letzten Abschnitt gesehen. Alles, was wir aber hier brauchen, ist, dass $q > 28000$ ist. Denn dann greifen die Methoden von Tijdeman (sogar in vereinfachter Form). Man erhält, dass

$$p \leq 24.34\, q \left(\max\left\{ \log \frac{p+1}{\log(q)} + 0, 14, 21 \right\} \right)^2 \log(q)$$

ist. Nachrechnen ergibt: Falls $q \geq 28000$, dann ist $p \leq 4q^2$. Das ist aber ein Widerspruch zu dem oben erhaltenen Resultat.

Bemerkung: Nach einer mündlichen Mitteilung hat Preda Mihăilescu eine Beweisvariante gefunden, die sowohl die Bakersche Methode wie auch jegliche Vorberechnung zum Beweis der Proposition 2 überflüssig macht.

Der Beweis

Wir können jetzt annehmen, dass $p > q \geq 7$ und dass q prim zu $p-1$ ist. Wir nehmen (x, y, p, q) als Lösung der Catalangleichung an und erinnern uns an die Ergebnisse von Cassels: Es ist $x-1$ durch p teilbar und $\frac{x^p-1}{x-1} = p \cdot v^q$.

Natürlich erinnert die linke Seite der Gleichung sofort an die Fermatgleichung, rechts steht allerdings eine zu p prime Potenz. Ausserdem kommen nur zwei Variable vor. Beide Unterschiede erleichtern das Leben sehr: Man studiert q-te Potenzen in $\mathbb{Q}(\zeta)$, wobei ζ eine p-te Einheitswurzel ist, und betrachtet darin die Identität

$$\prod_{k=1,\ldots,p-1} \frac{x-\zeta^k}{1-\zeta^k} = v^q.$$

Es ist leicht zu zeigen, dass die Faktoren auf der linken Seite ganzalgebraisch, zu p prim und teilerfremd sind. Will man dies ausnutzen, stößt man auf die übliche Schwierigkeit:

Es ist das *Ideal*

$$\left(\frac{x-\zeta^k}{1-\zeta^k} \right)$$

eine q-te Potenz, nicht aber notwendigerweise das Element. Man kann aber Ideale zum „Kapitulieren“ bringen (d. h. zum Hauptideal machen), indem man geeignete ganzzahlige Kombinationen Θ (s. u.) von Elementen aus der Galoisgruppe des Kreisteilungskörpers anwendet. Man ist damit aber immer noch nicht am Ziel: Es treten Einheiten auf, die verhindern könnten, dass $(\frac{x-\zeta^k}{1-\zeta^k})^\Theta$ eine p-te Potenz ist.

Hier beginnt nun die subtile Analyse, die Mihăilescu zum Erfolg führt. Zunächst brauchen wir mehr Definitionen und Notationen.

Es empfiehlt sich, die konjugiert komplexen Paare

$$\left(\frac{x-\zeta^k}{1-\zeta^k}\right)\left(\frac{x-\overline{\zeta}^k}{1-\zeta^k}\right)$$

zusammenzufassen und in dem *reellen* Teilkörper $K := \mathbb{Q}(\zeta+\overline{\zeta})$, der den Grad $(p-1)/2$ über $\mathbb{Q}$ hat, zu arbeiten.

Sei G^+ seine Galoisgruppe über $\mathbb{Q}$. Der ganzzahlige Gruppenring von G^+ ist

$$\mathbb{Z}[G^+] := \Big\{ \sum_{g\in G^+, n_g\in\mathbb{Z}} n_g \cdot g \Big\},$$

entsprechend ist der Gruppenring über dem Körper $\mathbb{F}_q$ mit q Elementen definiert durch

$$\mathbb{F}_q[G^+] := \Big\{ \sum_{g\in G^+, n_g\in\mathbb{F}_q} n_g \cdot g \Big\}.$$

Da G^+ zu q prime Ordnung hat, ist dieser Gruppenring von besonders einfacher Gestalt: Er ist das Produkt von Körpern.

Die Gruppe G^+ und damit $\mathbb{Z}[G^+]$ operieren auf den K zugeordneten arithmetischen Objekten wie der Idealklassengruppe H und der Gruppe der Einheiten $\mathcal{E}$ in natürlicher Weise. Geht man von diesen Gruppen zu Quotienten über, deren Ordnung q teilt, so ist die Operation von $\mathbb{F}_q[G^+]$ wohldefiniert.

So ist $\mathcal{E}/\mathcal{E}^q$ ein zyklischer $\mathbb{F}_q[G^+]$-Modul, dessen Annullator von dem Normelement $\mathcal{N} := \sum_{g\in G^+} g$ erzeugt wird.

Einer der wichtigsten Gründe für die arithmetische Zugänglichkeit der Kreisteilungskörper ist die relativ einfache Struktur ihrer Einheiten.

Die Elemente $\frac{\zeta^k-1}{\zeta-1}$ sind Einheiten in $\mathbb{Q}(\zeta)$, die durch Multiplikation mit geeigneten Potenzen von ζ zu Einheiten in K werden. Sie erzeugen die Gruppe der reellen zyklotomischen Einheiten $\mathcal{C}$. Der Index von $\mathcal{C}$ in $\mathcal{E}$ ist eng mit der Klassenzahl von K verknüpft.

In $\mathcal{C}$ liegen die von Mihăilescu betrachteten q-primären zyklotomischen Einheiten $\mathcal{C}_q$, die nach Definition modulo q^2 kongruent zu einer q-ten Potenz im Ring der ganzen Zahlen von K sind.

Der $\mathbb{F}_q[G^+]$-Modul $\mathcal{E}/\mathcal{E}^q$ wird nun in drei Zwischenschritten aufgebaut:

Man betrachtet die $\mathbb{F}_q[G^+]$-Moduln $\mathcal{E}/\mathcal{C}\mathcal{E}^q$, $\mathcal{C}/\mathcal{C}_q$ und $\mathcal{C}_q/(\mathcal{C}_q\cap\mathcal{E}^q)$ mit den paarweise primen Annullatoridealen $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{a}_3$, mit der Idealidentität

$$\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3 = (\mathcal{N}).$$

Nun zeigt Mihăilescu, dass ganz allgemein in Kreisteilungskörpern wegen $p > q$ das Ideal $\mathfrak{a}_2 \neq (1)$ ist.

Andererseits leitet er aus der Existenz einer Lösung (x, y, p, q) der Catalangleichung her, dass $\mathfrak{a}_1 \cdot \mathfrak{a}_3 = (\mathcal{N})$ ist. Daraus folgt nach einfachen Schlüssen der kommutativen Algebra, dass $\mathfrak{a}_2 = (1)$ ist, und wir haben einen Widerspruch! Also ist Catalans Vermutung bewiesen.

Um zu diesem Ergebnis zu kommen, untersucht Mihăilescu genau die Operation von *„ausgewogenen" Elementen* $\Theta = \sum n_g \cdot g$ mit $\sum n_g = 0$ aus dem Gruppenring $\mathbb{F}_q[G^+]$ auf den Elementen $(x-\zeta)(x-\bar{\zeta})$ modulo q-ten Potenzen. Er zeigt, dass

- $((x-\zeta)(x-\bar{\zeta}))^\Theta \equiv 1 \bmod K^{*q}$ für ausgewogene Elemente in $\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_3$ ist, und dass andererseits
- für ausgewogene Elemente Θ, die nicht gleich 0 sind, $((x-\zeta)(x-\bar{\zeta}))^\Theta \not\equiv 1 \bmod K^{*q}$ ist.

Daraus folgt recht schnell, dass $\mathfrak{a}_2 = (1)$ sein müsste.

Die erste Aussage basiert auf einem tiefen Theorem von Thaine [7][1], das besagt, dass ein Element aus dem Gruppenring $\mathbb{Z}[G^+]$, das den q-Anteil von $\mathcal{E}/\mathcal{C}$ annulliert, auch den q-Anteil der Klassengruppe von K annulliert.

Der Beweis der zweiten Aussage enthält die schönste Idee von Mihăilescu: Er verbindet reell-analytische Funktionentheorie mit algebraischer Zahlentheorie und mit der Geometrie der Zahlen.

Es ist wohlbekannt, dass für ungerade natürliche Zahlen n die Potenzierung mit n einen Homeomorphismus der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ ergibt. Die Umkehrfunktion wird innerhalb des Einheitskreises durch die Binomialreihe

$$\sum_{k=0,\dots,\infty} \binom{1/n}{k} T^k$$

gegegeben.

Diese Reihe kann sowohl arithmetisch (Nenneraufnahme) wie auch analytisch gut behandelt werden; explizite Restgliedabschätzungen sind möglich. Koordinatenweise kann man dies auf den reellen affinen Raum der Dimension $(p-1)/2$ ausdehnen, in den man K und also auch $(x-\zeta)(x-\bar{\zeta})$ durch Anwendung der verschiedenen Einbettungen von K in die reellen Zahlen abbildet.

Delikat ist allerdings die Operation von $\mathbb{Z}[G^+]$ auf diesem Raum, da G^+ nicht stetig operiert. Beschränkt man sich aber auf Elemente von K, bei denen *alle Konjugierten* den Betrag kleiner 1 haben, und setzt dies in die Binomialreihe ein, so ist die Galoisoperation auf dem Ergebnis durch die Operation auf den Teilsummen der Binomialreihen beschreibbar, und die Restgliedabschätzungen können verwendet werden. Dies wendet Mihăilescu auf die Zahlen $(1-\zeta/x)(1-\bar{\zeta}/x)$ an.

[1] Auch hier hat Mihăilescu mitgeteilt, dass er die Verwendung des Ergebnisses von Thaine vermeiden kann.

Er betrachtet $\Theta \in \mathbb{Z}[G^+]$ mit nicht-negativen Koeffizienten n_g, deren Summe gleich qm ist. (Dies entspricht der „gelifteten“ Ausgewogenheitsbedingung.) Die Abschätzungen ergeben, dass die ganz-algebraische Zahl

$$q^{m+ord_q(m!)}x^m(1-\zeta/x)^{\Theta/q}$$

gleich

$$P(T)(x)$$

ist, wobei $P(T)$ ein Polynom ist, das modulo $q\mathbb{Z}[\zeta][T]$ gleich $q^{m+ord_q(m!)}\alpha_m(\Theta)$ ist und $\alpha_m(\Theta)$ der m-te Koeffizient von

$$\Big(\sum_{k=0,\ldots,\infty}\binom{1/q}{k}(\zeta T)^k\Big)^{\Theta}$$

ist.

Dies ist das Schlüsselergebnis. Daraus kann Mihăilescu folgern, dass *jeder* Koeffizient von Θ durch q teilbar ist. Also ist Θ modulo q gleich 0, und daraus folgt die zweite Behauptung von oben.

Die ABC-Vermutung

Wie es sich für Mathematiker gehört, lassen wir einem bewiesenen Resultat gleich weitere Fragen folgen.

Die Catalansche Vermutung reiht sich ein in eine ganze Familie von diophantischen Aufgaben des Typs:

> *Bestimme alle Lösungen von*
>
> $$aX^n + bY^m = cZ^k$$
>
> *mit $a, b \in \mathbb{Z}$ fest, $n, m, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.*

Man sucht also Zahlen x, y, die hohe Potenzen enthalten, und von denen eine (feste) Linearkombination dieselbe Eigenschaft hat.

Offensichtlich kann man diese Fragen mit arithmetischen und mit geometrischen Methoden angreifen. Es gibt „triviale“ Lösungen (z. B. für kleine Exponenten), in ganz wenigen Fällen helfen schon Kongruenzbedingungen, manchmal sind algebraische Manipulationen wenigstens in gut verstandenen Erweiterungskörpern wie Kreisteilungskörpern möglich (s. o.), und unter gewissen Homogenitätsbedingungen kann man Galoisdarstellungen ins Spiel bringen.

Im Allgemeinen wird dies aber nicht zum Ziel führen. Daher ist man schon froh, *asymptotische* Aussagen machen zu können.

Das wesentliche Hilfsmittel, das dazu gegenwärtig zur Verfügung steht, ist die oben schon angesprochene Methode von Baker mit vielen Verfeinerungen, die in manchen Fällen zu effektiven oberen Schranken für die Größe von Lösungen führen. Allerdings sind diese Abschätzungen exponentiell und sie führen auch nicht immer zum Ziel.

Beispiel: Die asymptotische Fermat-Vermutung. *Gegeben seien* $a, b, c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ *und teilerfremd. Dann ist die Menge*

$$\mathcal{L}_{a,b,c} = \{(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3 \textit{ und teilerfremd} \,; \exists n \in \mathbb{N}_{\geq 4} \textit{ mit } ax^n + by^n = cz^n\}$$

endlich.

Es gibt nun eine faszinierende Vermutung, die von Masser und Oesterlé 1986 aufgestellt wurde:

ABC-Vermutung: *Zu jeder reellen Zahl* $\varepsilon > 0$ *gibt es eine Zahl* $c_\varepsilon \in \mathbb{R}$*, sodass für alle teilerfremden* $A, B, C \in \mathbb{Z}$ *mit* $A + B + C = 0$ *gilt:*

$$|A| \leq c_\varepsilon \Big(\prod_{l \,|\, ABC} \ell \Big)^{(1+\varepsilon)}.$$

Dabei steht l für Primzahlen.

Man sieht sofort, welch starke Wirkung diese Vermutung auf Gleichungen vom „Catalan-Typ“ hat.
Sei etwa

$$ax^n + by^m = cz^k$$

mit relativ primen x, y, z.
Dann folgt aus der ABC-Vermutung, dass

$$|(x^{(n-3-\varepsilon)} y^{(m-3-\varepsilon)} z^{(k-3-\varepsilon)}| \leq c_1^3 |(abc)^2|$$

mit einer „Weltkonstanten“ c_1 und aus dieser Abschätzung bekommt man sofort Endlichkeitssätze. Diese sind effektiv, wenn c_1 effektiv zu berechnen ist, (was üblicherweise Teil der ABC-Vermutung ist).

Leider scheint gegenwärtig der Beweis der ABC-Vermutung außerhalb unserer Reichweite zu sein. Mit Methoden der diophantischen Approximation (s. o.) gelingt es Steward und Tijdeman, eine exponentielle Version der Vermutung zu beweisen.

Es sollte hier bemerkt werden, dass sowohl die Endlichkeitsvermutungen für Lösungen von $aX^n + bY^m = cZ^k$ als auch die ABC-Vermutung natürliche Verallgemeinerungen haben, wenn $\mathbb{Q}$ durch Zahlkörper oder Funktionenkörper einer Variablen ersetzt wird. Es stellt sich heraus, dass der *Beweis* der ABC-Vermutung im Funktionenkörperfall recht einfach ist. Man kann sie beispielsweise aus einer Aussage über Flächen (Ungleichung von Bogomolov–Miyaoka–Yau) herleiten. Interessanterweise hat diese Ungleichung eine Interpretation in der Theorie der arithmetischen Flächen, die zu Kurven über Zahlkörpern gehören. Da diese Theorie schon zu dem Beweis der Mordellschen Vermutung durch G. Faltings geführt hat, könnte sich hieraus durchaus ein hoffnungsvoller Ansatz ergeben. Mehr Einzelheiten finden sich in [1].

Literatur

1. G. Frey: Galois Representations Attached to Elliptic Curves and Diophantine Problems. Number Theory, Proc. of the Turku Symp. on Number Theory in Memory of Kustaa Inkeri, eds. M. Jutila und T. Metsänkylä. de Gruyter 2001.
2. P. Ribenboim: Catalan's Conjecture. Are 8 and 9 the only consecutive powers? Academic Press 1994.
3. M. Mignotte: Catalan's equation just before 2000. Number Theory, Proc. of the Turku Symp. on Number Theory in Memory of Kustaa Inkeri, eds. M. Jutila und T. Metsänkylä. de Gruyter 2001.
4. S. Lang: Survey of Diophantine Geometry. Springer 1997.
5. Y. Bilu: *http://www.ufr-mi.u-bordeaux.fr/∼yuri/*
6. R. Tijdeman: On the equation of Catalan. Acta Arithm. **29** (1976), no. 2, 197–209.
7. F. Thaine: On the ideal class groups of real abelian number fields. Ann. Math. (2) **128**, no. 1, 1–18 (1988).
8. P. Mihăilescu: A class number free criterion for Catalan's conjecture. Journ. of Number Th. Im Druck.[2]

Adresse des Autors
Prof. Dr. Gerhard Frey
Institut für Experimentelle Mathematik
Universität Essen
Ellernstraße 29
D-45326 Essen
frey@exp-math.uni-essen.de

[2]Anmerkung des Herausgebers: Die Arbeit ist inzwischen erschienen in: *J. Number Theory* **99** (2003), 255–231.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 192 (2003), 12–14

Das Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics der Österreichischen Akademie der Wissenschaften

Heinz Engl

Johannes Kepler-Universität Linz und Österreichische Akademie der Wissenschaften

Links: Johann Radon (1887–1956), am Tisch: links Adolf Adam, Gründungsdekan der TNF der Universität Linz, rechts: Eduard Stiefel, Zürich

Am 28. März 2003 fand in Linz die offizielle Eröffnung des *Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics* (RICAM) statt, das die Akademie der Wissenschaften mit 1. Jänner 2003 in Linz errichtet hat. Ich habe die

ISSN 0020-7926

Ehre, dieses Institut als geschäftsführender Institutsdirektor zu leiten. Das Institut wird anwendungsorientierte Grundlagenforschung in folgenden Arbeitsgruppen betreiben:

- *Numerische Methoden für Partielle Differentialgleichungen* (Leitung: o. Univ.-Prof. Dr. Ulrich Langer)
- *Inverse Probleme* (Leitung: o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz Engl)
- *Symbolisches Rechnen* (Leitung: o.Univ.-Prof. Dr. DDr.h.c. Bruno Buchberger, ao.Univ.-Prof. Dr. Josef Schicho)
- *Finanzmathematik* (Leitung: o.Univ.-Prof. Dr. Gerhard Larcher, o.Univ.-Prof. Dr. Walter Schachermayer)
- *Analysis partieller Differentialgleichungen* (Leitung: o.Univ.-Prof. Dr. Peter Markowich, ao.Univ.-Prof. Dr. Christian Schmeiser).

Nach einer internationalen Ausschreibung mit zahlreichen Bewerbungen haben am 1. März 2003 die ersten Postdocs am Institut ihren Dienst angetreten, weitere Anstellungen werden in den nächsten Monaten erfolgen. Erfreulicherweise konnten auch zwei Mitarbeiter des früheren Instituts für Diskrete Mathematik der ÖAW, die Herren Dr. Arne Winterhof und Dr. Gottlieb Pirsic, als Mitarbeiter des RICAM in der Abteilung Finanzmathematik gewonnen werden. Wir hoffen, dass das RICAM im Jahr 2004 bereits 25 Postdocs beschäftigen wird können, die ihrerseits über FWF- und EU-Anträge Mittel für Doktoranden einwerben sollen, sodass das Institut in absehbarer Zeit über etwa 50 Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter verfügen wird. Es wird dem Institut möglich sein, sich im neu errichteten Drittmittelgebäude am Campus der Universität Linz einzumieten, womit auch Synergien mit der Universität und dem dort angesiedelten Spezialforschungsbereich "Numerical and Symbolic Scientific Computing" des FWF optimal genützt werden können. Das Institut wird auch Spezialsemester zu Anwendungsthemen veranstalten, die in den mathematischen Kompetenzbereich des Instituts fallen und für die Gastwissenschafter aus dem In- und Ausland für einige Monate ans Institut eingeladen werden sollen. Vorschläge zu Themen sind willkommen. Die Akademie der Wissenschaften hat für das Institut ein Kuratorium (bestehend aus wirklichen Mitgliedern der Akademie und ausländischen Wissenschaftern) eingerichtet, das am 27. März seine erste Sitzung abgehalten hat. Dieses Kuratorium besteht aus: Prof. Dr. *Karl Sigmund* (Universität Wien, Vorsitzender), Prof. Dr. *Curt Christian* (Universität Wien), Prof. Dr. *Peter Gruber* (TU Wien), Prof. Dr. *Herbert Mang* (ÖAW), Prof. Dr. *Ludwig Reich* (Universität Graz), Prof. Dr. *Hans Troger* (TU Wien, stv. Vorsitzender), Prof. Dr. *Franco Brezzi* (Pavia), Prof. Dr. Dr.h.c. *Peter Deuflhard* (Berlin), Prof. Dr. Dr.h.c. *Rolf Jeltsch* (Zürich), Prof. Dr. Dr.h.c. *Helmut Neunzert* (Kaiserslautern), Prof. Dr. *Olivier Pironneau* (Paris), Prof. Dr. *William Rundell* (Texas). Die Rektorenkonferenz hat zusätzlich die Herren Prof. Dr. *Günter Kern* (TU Graz), ao.Prof. Dr. *Norbert Mauser* (Universität

Wien) und Rektor Prof. Dr. *Winfried Müller* (Universität Klagenfurt) ins Kuratorium nominiert, das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kunst Herrn OR Mag. Dr. *Daniel Weselka*.

Die Österreichische Akademie der Wissenschaften hat mit der Gründung dieses Instituts in einer weitaus höheren Größenordnung als bisher in die österreichische Mathematik investiert. Wir hoffen, durch unsere Arbeit zu zeigen, das sich diese Investition lohnt.

Nähere Informationen zum Institut finden Sie unter *http://www.ricam.oeaw.ac.at*.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 192 (2003), 15–21

Haus der Mathematik

Gerhard Lindbichler
Wien

Von Norbert Wiener, dem Begründer der Kybernetik, ist der folgende Ausspruch überliefert:

> „Mathematik ist ein Teil unseres Kulturgutes, und wir haben die Aufgabe, unsere Mitmenschen in die Geheimnisse der Mathematik einzuweihen.“ [4]

Dieser Standpunkt war für mich 1997 der Denkansatz für die Errichtung eines *Hauses der Mathematik.* Dieses Vorhaben wurde von Anfang an von Manfred Kronfellner (TU Wien) unterstützt. Aus dieser Idee entwickelte ich ein Konzept und schließlich das Projekt „Haus der Mathematik“, das ich gerne mit einem Pentagramm, das von fünf Säulen getragen wird, vergleiche:

Erlebniswelt

Museum *Wissenschaft*

Bildung *Umgebung*

Mathematik ist Grundlage und Notwendigkeit für den reibungslosen Ablauf unseres täglichen Lebens, sei es bei der Bewältigung oder Optimierung von Problemen in unserer Berufswelt, in Forschung, Wissenschaft, Technik, Wirtschaft, Politik, Sport, Kultur, Medizin, Schule, Studium, Freizeit usf. Trotzdem ist Mathematik in unserer Gesellschaft, meist durch negative Erfahrungen im Schulbereich bedingt, eher unbeliebt.

Prinzipiell sieht das Haus der Mathematik seine Aufgabe darin, einen verbesserten Stellenwert der Mathematik in unserer Gesellschaft zu erreichen. In einer angenehmen und anregenden Atmosphäre können aktiv oder passiv Erkenntnisse und Phänomene der reinen und anwendbaren Mathematik erlebt werden. Nach Verlassen des Hauses soll der Besucher zumindest eine positive Einstellung zur Mathematik haben. Ebenso besteht die Möglichkeit, Schülern, Studenten, Lehrern und

ISSN 0020-7926

mathematisch interessierten Personen Hilfe für die Beantwortung einschlägiger mathematischer Fragestellungen oder Probleme anzubieten. In eigenen Räumen werden anhand spezieller Videofilme oder Computerprogramme Teilgebiete der Mathematik zeitgemäß nahe gebracht.

Aber neben der Popularisierung der reinen und anwendbaren Mathematik hat sich das Haus der Mathematik auch die Aufgabe gestellt, eine Zusammenführung, Präsentation und Konservierung historischer mathematischer Bücher und Gebrauchsgegenstände (u. a. Rechenmaschinen) durchzuführen. Neben der internationalen wird vor allem die österreichische Mathematik besonders gewürdigt. Bestärkt wird letztere Intention u. a. durch den legendären Brief, den der weltbekannte Wissenschafter Oskar Morgenstern am 25. Oktober 1965 an den damaligen österreichischen Außenminister Dr. Bruno Kreisky schrieb ([4]):

> „Es besteht kein Zweifel darüber, daß Kurt Gödel der größte lebende Logiker und Mathematiker der Welt ist; ja Gelehrte vom Rang eines Hermann Weyl und John von Neumann haben erklärt, daß er ohne Zweifel der größte Logiker seit Leibniz, besser noch seit Aristoteles, ist. Es gibt wohl in der gesamten Geschichte der Universität Wien niemanden, der an ihr gelehrt hat, dessen Name den Gödelschen überstrahlt. [...]. Einstein sagte einmal zu mir, daß ihm seine eigene Arbeit nicht mehr viel bedeute und daß er lediglich ins Institutsgebäude käme, um das Privileg zu haben, mit Gödel zu Fuß nach Hause gehen zu dürfen. Hätte Frankreich einen so bedeutenden Logiker und Mathematiker wie den Österreicher Kurt Gödel, dann würden alle Glocken von Notre Dame einen ganz Tag lang läuten."

Weiters wird eine Zusammenarbeit mit anderen Projekten und Institutionen nicht nur angestrebt, sondern auch bereits durchgeführt: *Adukation, Akademie der Wissenschaften, Gecko-Art, ÖMG; Pädagogische Akademien (Wien, Baden) Pädagogicum, Science Week Austria, Stadtschulrat Wien, Technisches Museum Wien, Universitäten in Innsbruck, Klagenfurt, Linz, Salzburg, Wien.*

Die Homepage des Hauses der Mathematik (*http://www.hausdermathematik.at*) wird in einem Vierjahresprojekt von Schülern und Schülerinnen des Bundesgymnasiums Babenbergerring Wr. Neustadt unter der Leitung von *Günter Schödl* erstellt. Dadurch wird ein erster Schritt der Popularisierung der Mathematik für Jugendliche gesetzt, da diese durch die freiwillige Gestaltung der Webseiten in verschiedene Bereiche der Mathematik eindringen.

Am 28. Februar 2003 wurde das Haus der Mathematik – teilweise gesponsert durch den Stadtschulrat von Wien, von Stadtschulratspräsidentin Susanne Brandsteidl und Herrn Landesschulinspektor Wolfgang Wurm – feierlich, in Anwesenheit der Bezirksvorsteherin des 4. Bezirks (Wieden) Susanne Reichard, eröffnet. Unter den Ehrengästen befanden sich Bezirksschulinspektoren und Vertreter des Stadtschulrats für Wien, Universitätsprofessoren, Direktoren aus verschiedenen

Schulen der Umgebung, Professoren von Pädagogischen Akademien, Studenten, Schüler, Privatpersonen, Medienvertreter und Sponsoren.

Stadtschulrats-Präsidentin Susanne Brandsteidl, Gerhard Lindbichler, Maria Koth, Landesschulinspektor Wolfgang Wurm, Vertreterin des Stadtschulrates, BSI Norbert Zirbs, Manfred Kronfellner (von links nach rechts)

Dem Haus der Mathematik stehen derzeit 4 Räumlichkeiten mit 250 m^2 Gesamtfläche für eine permanente Präsentation zur Verfügung:

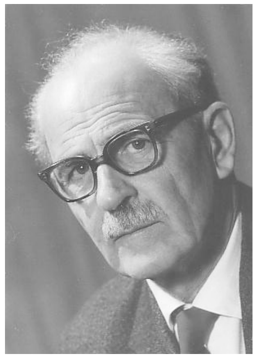
1. Raum: „Vietoris und die Österreichische Mathematik"

Bei der derzeitigen Präsentation werden als Schwerpunkt 83 persönliche und wissenschaftliche Exponate des weltberühmten österreichischen Mathematikers Leopold Vietoris (u. a. Schleppe nach Vietoris, Entwürfe zur Algebraischen Topologie [7], Berechnungen zur Schifestigkeit) gezeigt. Alle Exponate wurden von Frau Magdalena Vietoris freundlicherweise dem Haus der Mathematik zur Verfügung gestellt. Auf einem 6m$\times$3m großem Tuch (gestaltet von der Künstlerin Elisabeth Mantler) werden weitere berühmte österreichische Mathematiker des 20. und 21. Jahrhunderts angeführt; die Liste stellt keinen Anspruch auf Vollkommenheit und kann stets erweitert werden:

> Artin, Blaschke, Escherich, Gödel, Gröbner, Gross, Gruber, Hahn, Helly, Hlawka, Hofreiter, Menger, Mertens, Niederreiter, Radon, Schmetterer, Schmidt, Schreier, Sigmund, Stolz, Tietze, Vietoris, Wirtinger, Wittgenstein, Zindler.

Ein Großteil der oben zitierten Mathematiker wird bereits, meist sehr ausführlich, auf der Homepage (siehe *Museum*) mit Lebenslauf, mathematischen Leistungen und weiterführender Literatur dargestellt.

Im „Fotoalbum der österreichischen Mathematik“, eine Tafel mit 3m$\times$1,6 m, werden teilweise kaum veröffentlichte Fotos gezeigt. Beispiele dafür sind:



Leopold Vietoris mit 70 Jahren

Leopold Schmetterer mit 30 Jahren

2. Raum: „Erlebniswelt“

In diesem Raum (ca. 80 m^2 groß) ist es vor allem Kindern und Jugendlichen im Alter von 9 bis 18 Jahren möglich, über persönliche experimentelle Entdeckungen einen Zugang zu mathematischen Fragestellungen und ihrer Beantwortung zu finden. Unter dem Motto „Nicht Berühren verboten“ gibt es eine Mathematik zum Anfassen. Erkenntnisse in der Erlebniswelt können so zu einem besseren Verständnis einiger Grundzüge der Mathematik führen. 20 Spiel- und Knobeltische [2, 3], Funktionsdarstellungen [5] sowie 4 (demnächst 6) Computer (mathematische Animationen und Computerspiele) erwarten Jugendliche wie Erwachsene. Ein Höhepunkt der Präsentation für Kinder zwischen 9 und 12 Jahren ist die monatliche Vorführung des „Hopplarators“, einem „lebenden“ Taschenrechner, angeboten von *Gecko-Art*.

3. Raum: „Bildungszentrum, Wissenschaftszentrum, Umgebung“

Ergänzend zum traditionellen mathematischen Schulunterricht und auch für Studenten für das Lehramt Mathematik an Universitäten und Pädagogischen Akademien werden laufend fächerübergreifende Projekte unter Betreuung entsprechender Fachleute ausgearbeitet. Dieses Bemühen wird neben der im Haus der Mathematik vorhandenen entsprechenden Fachliteratur mittels mathematischer Videofilme, Software und Internetangeboten unterstützt. Ebenso soll es in diesem Bereich für Unterrichtende der Mathematik möglich sein, in organisierten Vorträgen und Gesprächsrunden Erfahrungen auszutauschen. Als ein Schwerpunkt der momentanen Präsentation wird die Benachteiligung von Mädchen und Frauen beim Unterricht und beim Studium der Mathematik am Anfang des 20. Jahrhunderts aufgezeigt. Eine thematisch andere Ausstellung zeigt den Einfluss der Politik auf die Mathematik zur Zeit der Nationalsozialisten.

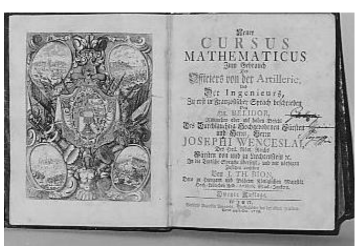
Aus dem Bereich „Wissenschaftszentrum“ werden prämierte mathematische Videofilme aus „Spektrum Videothek“ oder „Gespräche mit Mathematikern“ (ÖMG-TGV nach einer Idee von Gerhard Lindbichler und Karl Sigmund mit Georg Pflug und Leopold Schmetterer, Peter Gruber und Edmund Hlawka, Peter Gruber und Wolfgang Schmidt, Gerhard Larcher und Harald Niederreiter) je nach Wunsch vorgeführt. Interessierten Personen wird so die Möglichkeit gegeben, rasch in die Problematik unbekannter mathematischer Strukturen eindringen zu können.

Da das Haus der Mathematik auch von Personen aller Bundesländer besucht werden kann (erste Anfragen liegen bereits vor) sollen durch Hinweise auf die Infrastruktur des Hauses der Mathematik („Umgebung“) Besucher der Stadt Wien auf besonders erinnerungswürdige historische Bauten u. ä. aus der näheren Umgebung des momentanen Standorts aufmerksam gemacht werden. Hinweise dazu findet man auch auf der Homepage (*Umgebung Bezirk*). In diesem Bereich gibt es auch einen „mathematischen Flohmarkt“ und die für das Haus der Mathematik abgefüllten Weine des Pythagoras und Archimedes können verkostet und erworben werden.

4. Raum: „Museum“

Im Bereich Geschichte der Mathematik wird eine mögliche Bauweise der Pyramiden von Giseh experimentell erarbeitet und anschließend ist das zugehörige Modell aus Plexiglas zu sehen [6]; daneben ist ein Ölgemälde („Sandtechnik“) der jungen österreichischen Malerin Marina Varelija mit Motiven aus der ägyptischen Mathematik ausgestellt.

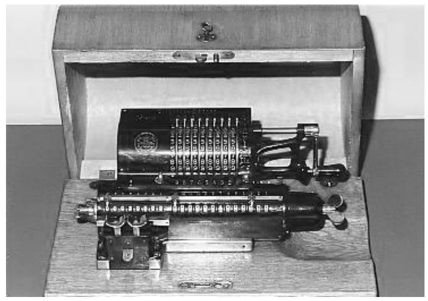
Als Beispiele für alte Mathematikbücher aus dem Besitz des Hauses der Mathematik werden gezeigt [1]:



B.F. Belidor (1759)


Christian Wolff (1772)

Die Präsentation alter Rechenmaschinen wird unterteilt in „Staffelwalzen- und Sprossenradmaschinen“ (beide Spezies sind zuvor schon von G. W. Leibniz angedacht worden). Besonders wertvolle Exponate dafür sind eine *Curta* (erfunden von dem Österreicher Curt Herzstark) und eine *Original Odhner* aus St Petersburg von 1902 (erfunden von dem Schweden Willgodt Theophil Odhner) [1].



Original Odhner, St. Petersburg (1902)

Großen Anklang finden immer wieder Rechenmaschinen der Art „Spielzeuge für den Schreibtisch“ mit dem Slogan „Fits the desk“. Neben vielen weiteren Maschinen wird die Entwicklung der amerikanischen Serie „Monroe“ von der mechanischen zur elektrischen Rechenmaschine dokumentiert [1]. Eine Großrechenanlage von 1978 („Kienzle“) mit hohen Magnetbandtürmen findet ebenfalls großen Anklang. Aus der Entwicklung des Rechenschiebers und Taschenrechners (Tafelrechenschieber) werden viele Exponate gezeigt. Den Abschluss des Museumsraums bildet der „Hopplarator“ von *Gecko-Art*, ein „lebender Taschenrechner“ bei dem von Kindern (9–12 Jahre) neue Symbole für Ziffern in einem Schattentheater erfunden werden können. Anschließend werden diese neuen Ziffern in ein von Kindern gebildeten Rechenwerk „eingespeist“, um dann Rechnungen mit Gegenkontrollen auszuführen.

Förderungspreis

Das Haus der Mathematik vergibt jährlich einen Förderungspreis an Schulklassen für ein sinnvolles mathematisches Projekt, das mithilft, die Qualität des *Hauses der Mathematik* zusätzlich zu steigern. Entsprechende Projekte können für 2003 bis 30. Juni direkt im Haus der Mathematik eingereicht werden.

Abschließend wollen wir besonderen Dank für die inhaltliche Beratung bei der Gestaltung der Webseite „*Österreichische Mathematiker*“ aussprechen an: Christa Binder, Oswald Gröbner, Peter Gruber, Manfred Kronfellner, Gerhard Larcher, Heinrich Reitberger und Leopold Schmetterer.

Literatur

1. Autorenkollektiv: Arithmeum – Rechnen einst und heute, Universität Bonn, 1999.
2. J. Botermans, P. van Delft: Denkspiele der Welt, Hugendubel München, 1987.
3. A. Beutelsbacher: mathematik zum anfassen 1, 2, Förderverein Mathematikmuseum, Gießen, 1998/1999.
4. W. DePauli, P. Weibel: Kurt Gödel – Ein mathematischer Mythos, hpt, Wien, 1997, 7–9.
5. M. Kronfellner: Historische Aspekte im Mathematikunterricht, Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, hpt, Wien, 1998, 71–74.
6. G. Lindbichler: Konkrete Unterrichtsarbeit mit Pyramiden, Didaktik der Mathematik, 23. Jahrgang, Heft 3, Aulis Verlag Deubner, Köln, 243–248.
7. H. Reitberger: Leopold Vietoris zum Gedenken (4. 6. 1891–9. 4. 2002), IMN, Nr. 191, Wien, 2002, 1–16.

Alle Fotos für das Haus der Mathematik: Daniele Lindbichler

Haus der Mathematik *http://www.hausdermathematik.at*
Waltergasse 16, 2. Stock, links *office@hausdermathematik.at*
1040 Wien Tel: 0699 19 88 61 36

Öffnungszeiten: Mi 9–13, Fr 9–13, Sa 10–12 nach Voranmeldung,
Schulklassen nur nach Voranmeldung.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 192 (2003), 22–39

Kettenbrüche*

Yu. Nesterenko, E. Nikishin

Manchmal erfüllt ein erfolgversprechendes und wichtiges Forschungsgebiet die in es gesetzten Erwartungen nicht; immer weniger Wissenschaftler beschäftigen sich damit, und es verliert immer mehr an Bedeutung. Eines dieser Gebiete im Bereich der Mathematik ist die Theorie der Kettenbrüche. Bis zum Ende des 19. Jahrhunderts tauchten Kettenbrüche in verschiedenen Formen in vielen mathematischen Arbeiten auf. Viele wichtige Sätze über Kettenbrüche wurden im 19. Jahrhundert (und auch schon ein wenig davor) bewiesen. Es bestand die Hoffnung, dass das vollständige Verständnis der Struktur von Kettenbrüchen zu neuen Resultaten in der Zahlentheorie und der Analysis führen könnte. Diese Erwartungen wurden aber nur teilweise erfüllt. Später bedingten die Entwicklung von neuen und durchschlagkräftigen Methoden (besonders in der Zahlentheorie), dass das Studium der Kettenbrüche fast vollständig verschwand.

Wie aber auch der Nordpol immer wieder Besucher anlockt, führten Probleme über Kettenbrüche, die meist einfach zu formulieren waren und leicht lösbar erschienen, Mathematiker immer wieder dazu, die *Natur* dieser eigenartigen Objekte weiter zu untersuchen. Viele wichtigen Probleme der modernen Mathematik und Physik führen zu Objekten, die sehr ähnlich zu Kettenbrüchen sind. Aus diesem Grund erweisen sich Methoden, die für Kettenbrüche entwickelt worden sind, für andere Probleme als nützlich. In diesem Artikel behandeln wir einige Probleme, die mit der Zahlentheorie im Zusammenhang stehen, also jenem Gebiet, wo auch der Ursprung der Kettenbrüche zu suchen ist.

1 Kalender, Zahnräder und ein wenig Geschichte

Wie viele Tage hat ein Jahr? Jeder weiß, dass ein gewöhnliches Jahr 365 Tage hat und ein Schaltjahr 366. Schaltjahre sind jene, die durch 4 teilbar sind, z.B. 1904, 1908, $\ldots, 1980, 1984, \ldots, 1996$. Die Jahre 1800, 1900, 2100 und 2200 sind

*Von M. Drmota ins Deutsche übersetzter Nachdruck des Artikels *Continued Fractions*, Quantum, Jan./Feb. 2000, pp. 22–27, 51–52 mit freundlicher Genehmigung des Springer-Verlags und des Autors Yuri Nesterenko.

ISSN 0020-7926

allerdings keine Schaltjahre, während es die Jahre 2000 und 2400 sehr wohl sind. Warum ist dies so?

Die Erklärung in relativ einfach. Die Erde rotiert gleichmäßig um ihre Achse, jede Umdrehung entspricht einem Tag. Die Erde benötigt 365.24219878... Tage, um genau eine Umdrehung um die Sonne zu machen. Diese Periode wird als ein Jahr bezeichnet. Die extra 0.24219878... Tage erscheinen wenig. Setzt man aber ein Jahr mit 365 Tagen gleich, akkumuliert sich der Fehler rasch. In der Antike, als die genaue Länge eines Jahres nur ungefähr bekannt war, konnte der akkumulierte Fehler recht groß werden. Beispielsweise betrug der Fehler im Jahr 90 v.Chr. im alten Rom bereits 90 Tage.

Um ein Gesetz für den Wechsel zwischen gewöhnlichen Jahren und Schaltjahren zu finden, müssen wir die Länge q eines Zyklus (nachdem sich die Folge von gewöhnlichen Jahren und Schaltjahren wiederholt) und die Anzahl p von Schaltjahren innerhalb eines solchen Zyklus wählen. Schreibt man das Jahr als $365+\alpha$, wobei $\alpha = 24219878\ldots$ beträgt, dann muss man also p und q finden, sodass die Größe

$$\beta = q\alpha - p$$

so klein wie möglich ist, wobei p und q nicht zu groß sein sollen. Genauer: ist einmal q vorgegeben worden, so muss p die zu $q\alpha$ nächstgelegene ganze Zahl sein. Weiters verstreichen in $365q+p$ Tagen (etwa) q Jahre. Aus der Gleichung $365q+p = q(365+\alpha)-\beta$ folgt nämlich, dass die Erde in $365q+p$ Tagen

$$q - \frac{\beta}{365+\alpha} \approx q$$

Umdrehungen um die Sonne macht. Ein Fehler von einem Tag akkumuliert sich erst in $1/\beta$ solcher Zyklen oder in q/β Jahren. Derzeit verwenden wir den Gregorianischen Kalender mit $q = 400$. Von 400 Jahren sind 303 gewöhnlich, und 97 sind Schaltjahre. Schaltjahre sind genau jene, die durch 4 teilbar sind, ausgenommen die, die durch 400 teilbar sind. Damit ist das durchschnittliche Jahr im Gregorianischen Kalender 365.24200 Tage lang. Diese Näherung ist hinreichend gut: erst in ca. 3300 Jahren addieren sich die Fehler zu einem Tag auf. Mit $q = 128$ und $p = 31$ hätte man eine noch bessere Approximation erzielen können. Ein 128-Jahr-Zyklus wäre aber weniger praktisch.

Wir begegnen hier einem wichtigen mathematischen Problem: *Gegeben sei eine Zahl* α*. Man finde dazu genügende kleine ganze Zahlen p und q, sodass die Zahl*

$$\beta = q\alpha - p$$

möglich klein ist.

Ein ähnliches Problem tritt etwa bei der Dimensionierung von Zahlrädern in Schaltgetrieben auf. Um die Drehbewegung von einem Zahlrad auf ein anderes zu übertragen, schneidet man in das erste Rad q und in das zweite p, sodass das Verhältnis q/p so nah wie möglich zu einer vorgegebenen Zahl ω ist, (wobei ω das gewünschte Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten bezeichnet). Klarerweise sollten hier p und q nicht zu groß sein.

Es gibt noch viele weitere Beispiele, die zur Frage der Bestapproximation einer reellen Zahl durch eine rationale führen. Darunter fallen die Intervalle in der Tonleiter, Anwendungen in der numerischen Mathematik und theoretische Probleme der Himmelsmechanik.

Kettenbrüche liefern aber gerade ein Verfahren in einem gewissen Sinn die beste rationale Approximation zu finden. Sie wurden daher für Berechnungen seit langem angewandt. Bereits im Jahre 1572 verwendete sie der italienische Mathematiker und Ingenieur R. Bombelli (1526?–1572) zur Berechnung von $\sqrt{13}$. Später verwendete sie der Engländer W. Brouncker (1620–1684), um den Wert von π zu *verbessern*. Der prominente Phyisiker, Astronom und Mathematiker C. Huygens (der Erfinder der Pendeluhr) präzisierte als erster, in welchem Sinn Kettenbrüche Bestapproximierende sind. Der große Euler (1707–1783) beweis einige Sätze über Kettenbrüche und fand den Kettenbruch für die Zahl e (die Basis des natürlichen Logarithmus). Nach Euler lieferten zahlreiche Mathematiker Beiträge zur Theorie der Kettenbrüche, sodass es schwierig ist, alle aufzuzählen. Die Arbeiten des bekannten russischen Mathematikers P. L. Tschebyscheff initiierten die Entwicklung einer Theorie, die sich mit Funktionen beschäftigt, die mit Hilfe von Kettenbrüchen definiert werden.

2 Euklidischer Algorithmus und Kettenbruchentwicklungen

Es seien p und q natürliche Zahlen. Führt man sukzessives Dividieren mit Rest durch, so erhält man:

$$\begin{aligned}
p &= a_0 q + q_1,\ 0 < q_1 < q,\\
q &= a_1 q_1 + q_2,\ 0 < q_2 < q_1,\\
q_1 &= a_2 q_2 + q_3,\ 0 < q_3 < q_2,\\
&\vdots\\
q_{k-2} &= a_{k-1} q_{k-1} + q_k,\ 0 < q_k < q_{k-1},\\
q_{k-1} &= a_k q_k.
\end{aligned}$$

Da die Folge $q_1, q_2, \ldots, q_k$ eine streng monoton fallende Folge natürlicher Zahlen ist, muss eine davon einmal 0 sein (in der obigen Notation wäre dies q_{k+1}) und daher bricht die Divisionskette nach endlich vielen Schritten ab. Dieses Verfahren wird *Euklidischer Algorithmus* genannt. Es kann gezeigt werden, dass die Zahl q_k (der letzte von 0 verschiedene Rest) der größte gemeinsame Teiler von p und q ist.

Wir werden diese Eigenschaft in diesem Artikel nicht verwenden und beweisen sie daher auch nicht.

Jedenfalls ergibt die obige Relation

$$\frac{p}{q} \;=\; a_0+\frac{q_1}{q} \;=\; a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{q_2}{q_1}} \;=\; \cdots \;=\; a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\ddots+\cfrac{1}{a_k}}} \quad .$$

Das folgende Verfahren liefert dasselbe Resultat. Sei α eine reelle Zahl und schreibe

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{\alpha_1},$$

wobei a_0 eine ganze Zahl ist und $\alpha_1 > 1$. Ist α_1 keine ganze Zahl, setzt man das Verfahren fort und stellt α_1 durch $\alpha_1 = a_1 + 1/\alpha_2$ dar, wobei a_1 wieder eine ganze Zahl ist und $\alpha_2 > 1$. Insgesamt erhält man also

$$\alpha = a_0 + \cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{\alpha_2}}.$$

Ist α_2 (wieder) keine ganze Zahl, setzt man weiter fort etc. Nach k Schritten ergibt dies

$$\alpha = a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\ddots+\cfrac{1}{\alpha_k}}} \quad . \tag{1}$$

Anstelle der etwas unpraktischen Notation (1) werden wir im Folgenden die kompakte Notation

$$\alpha = [a_0; a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, \alpha_k] \tag{2}$$

mit $\alpha_k > 1$ verwenden.

Es ist leicht zu beweisen, dass im Fall einer rationalen Zahl $\alpha = p/q$ α_k für ein gewisses k eine natürliche Zahl ist. Es ist auch klar, dass α rational sein muss, wenn α_k für ein gewisses k eine natürliche Zahl ist. Ist hingegen α irrational, so bricht dieses Verfahren nie ab und man erhält einen unendlichen *Kettenbruch*

$$\alpha = [a_0; a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_k, \ldots]. \tag{3}$$

Das Gleichheitszeichen ist hier noch provisorisch, da noch nicht klar ist, was der Ausdruck auf der rechten Seite eigentlich bedeutet. Um ihm eine Bedeutung zu geben, betrachtet man die endlichen Kettenbrüche

$$\pi_k = [a_0; a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_k],$$

die als *Näherungsbrüche* der (unendlichen) Kettenbruchentwicklung (3) bezeichnet werden. Die rechte Seite von (3) wird nun als der *Grenzwert der Näherungsbrüche*:

$$\lim_{k\to\infty} \pi_k$$

definiert.

Die folgende Serie von Problemen fasst die elementare Theorie von Kettenbrüchen zusammen, insbesondere wird die Gleichung (3) erklärt. (Man benötigt zum Nachweis keine Analysiskenntnisse. Ein Beweis kann mittels vollständiger Induktion gegeben werden.)

3 Grundlegende Eigenschaften von Kettenbrüchen

Problem 1. Es seien $\pi_k = \frac{p_k}{q_k}$ die Näherungsbrüche des Kettenbruchs (3). Man beweise die folgende Rekursion:

$$\begin{aligned} &p_0 = a_0, \quad p_1 = a_0a_1 + 1, \quad \dots \quad p_{k+1} = a_{k+1}p_k + p_{k-1}, \quad \dots, \\ &q_0 = 1, \quad q_1 = a_1, \quad \dots \quad q_{k+1} = a_{k+1}q_k + q_{k-1}, \quad \dots \end{aligned}$$

für $k = 1, 2, 3, \dots$

Hinweis: Man verwende die vollständige Induktion.

Problem 2. Man beweise die folgenden Beziehungen:

(i) $q_n p_{n-1} + p_n q_{n-1} = (-1)^n$, $n \geq 1$.

(ii) $q_k p_{k-2} + p_k q_{k-2} = (-1)^{k-1} a_k$, $k \geq 2$.

(iii) $\pi_{n-1} - \pi_n = \dfrac{(-1)^n}{q_n q_{n-1}}$, $n \geq 1$.

(iv) $\pi_{k-2} - \pi_k = \dfrac{(-1)^{k-1} a_k}{q_k q_{k-2}}$, $k \geq 2$.

Hinweis: Man verwende Problem 1 und die vollständige Induktion, um (i) und (ii) zu beweisen, und (i) und (ii), um (iii) und (iv) abzuleiten.

Problem 3. Man beweise, dass die Näherungsbrüche $\pi_0, \pi_2, \pi_4, \dots$ streng monoton wachsend sind:

$$\pi_0 < \pi_2 < \pi_4 < \pi_6 < \cdots$$

und dass die Näherungsbrüche $\pi_1, \pi_3, \pi_5, \dots$ streng monoton fallend sind:

$$\pi_1 > \pi_3 > \pi_5 > \pi_7 > \cdots.$$

Hinweis: Man verwende (iii) und (iv) von oben.

Problem 4. Sei α_k durch (2) definiert. Man zeige die Beziehung

$$\alpha = \frac{p_{k-1}\alpha_k + p_{k-2}}{q_{k-1}\alpha_k + q_{k-2}}, \; k \geq 2.$$

Hinweis: Man verwende die vollständige Induktion.

Problem 5. Man beweise die Ungleichung

$$\frac{1}{2q_{n+1}} < |q_n\alpha - p_n| \leq \frac{1}{q_{n+1}}.$$

Hinweis: Man verwende Problem 4 mit $k = n$ und 1.

Problem 6. Man beweise

$$\lim_{k\to\infty} \pi_k = \alpha.$$

Hinweis: Es genügt zu zeigen, dass q_n gegen Unendlich geht. Dann ist die Aussage von Problem 5 äquivalent zur Existenz des gesuchten Grenzwertes.

Wir können also aus den Eigenschaften 1.– 6. ablesen, dass die Näherungsbrüche π_n recht gute Näherungen von α sind. Es folgt, etwa aus dem Problem 5 und der Ungleichung $q_{n+1} > q_n$, dass für irrationale Zahlen α die Ungleichung

$$\left|\alpha - \frac{p_n}{q_n}\right| < \frac{1}{q_n^2}$$

für alle Näherungsbrüche $\pi_n = p_n/q_n$ gilt.

4 Numerische Beispiele

Es kann gezeigt werden, dass es für jede Folge ganzer Zahler $a_0, a_1, a_2 \ldots$ (mit $a_0 \geq 0$ und $a_j \geq 1$ für $j \geq 1$) eine eindeutig gegebene Zahl α mit

$$\alpha = [a_0; a_1, a_2, \ldots]$$

gibt. Wenn die Folge $a_0, a_1, a_2 \ldots$ bekannt ist, dann können die Näherungsbrüche $\pi_k = p_k/q_k$ leicht mit der Relation aus dem Problem 1 berechnet und eine Tabelle der folgenden Form gefüllt werden:

a		a_0	a_1	a_2	$\cdots$	a_{k-1}	a_k	a_{k+1}	$\cdots$
p	1	a_0	p_1	p_2	$\cdots$	p_{k-1}	p_k	$\cdots$	$\cdots$
q	0	1	q_1	q_2	$\cdots$	q_{k-1}	q_k	$\cdots$	$\cdots$

Beispiel 1. Man bestimme die Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{2}$. Man hat zunächst

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, \\ \alpha_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1,\ a_1 = 2, \\ \alpha_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1,\ a_2 = 2. \end{aligned}$$

Es ist klar, dass alle $\alpha_j = \sqrt{2}+1$ und damit alle $a_j = 2$ (für $j \geq 1$). Damit gilt

$$\sqrt{2} = [1; 2, 2, 2, \ldots].$$

Mit Hilfe der folgenden Tabelle bestimmt man nun die Näherungsbrüche von $\sqrt{2}$:

a		1	2	2	2	2	2	2	$\cdots$
p	1	1	3	7	17	41	99		$\cdots$
q	0	1	2	5	12	29	70	169	$\cdots$

Diese sind durch $1/1$, $3/2$, $7/5$, $17/12$, $41/29$, $99/70, \ldots$ gegeben. Aus dem Problem 5 folgt auch

$$\left|\sqrt{2} - \frac{99}{70}\right| < \frac{1}{70 \cdot 169} < 10^{-4}.$$

Damit approximiert der Bruch $99/70$ die Zahl $\sqrt{2}$ mit einem Fehler kleiner als 0.0001.

Beispiel 2. Man betrachte den periodischen Kettenbruch

$$[2; 1, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 4, \ldots].$$

Dieser wird in Kurzschreibweise auch durch $[2; \overline{1, 1, 1, 4}]$ notiert. Die Zahl, die diesem Kettenbruch entspricht, kann nun in der folgenden Weise gefunden werden. Wir bezeichnen sie mit α. Für diese gilt dann die Gleichung

$$\alpha = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 1/(2+\alpha)}}}$$

(man überlege warum) oder nach einfachen Umformungen

$$\alpha = \frac{21+8\alpha}{8+3\alpha}.$$

Daraus folgt $\alpha^2 = 7$ und wegen $\alpha > 2$ schließlich $\alpha = \sqrt{7}$.
Es ist leicht zu sehen, dass man mit dieser Methode den Wert jedes periodischen Kettenbruchs bestimmen kann.

5 Bestapproximation und Kettenbrüche

Eine *Bestapproximation* einer Zahl α ist eine rationale Zahl p/q $(q > 0)$ mit

$$|q'\alpha - p'| > |q\alpha - p|$$

für alle $q' < q$ und alle p'. Für diese gilt der folgende Satz.

Satz. *Jede Bestapproximation von α ist ein Näherungsbruch $\pi_k = p_k/q_k$ $(k > 1)$ von α. Umgekehrt ist jeder Näherungsbruch $\pi_k = p_k/q_k$ (für $k > 1$) eine Bestapproximation von α.*

Der Beweis dieses Satzes ist nicht schwierig und wird dem Leser überlassen.[1]

6 Äquivalente Zahlen

Zwei Zahlen α und β heißen äquivalent, falls

$$\alpha = \frac{a\beta + b}{c\gamma + d}$$

für ganze Zahlen a, b, c, d mit $ad - bc = \pm 1$.
Wir bezeichnen nun mit σ und σ_k (für eine ganze Zahl k) die Operationen

$$\sigma\alpha = \frac{1}{\alpha} \quad \text{und} \quad \sigma_k\alpha = k + \alpha.$$

Klarerweise erhält man durch Anwenden von σ und σ_k auf α eine äquivalente Zahl. Weiters ergeben auch die zusammengesetzten Operationen

$$\sigma\sigma_k\alpha = \frac{1}{\alpha + k} \quad \text{und} \quad \sigma_k\sigma\alpha = k + \frac{1}{\alpha} = \frac{k\alpha + 1}{\alpha}$$

zu α äquivalente Zahlen.

[1] Bei Nichtgelingen findet man einen Beweis in S. Langs Buch *Introduction to Diophantine Approximation*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1966.

Problem 7. Man beweise: sind α und β äquivalent, dann gibt es ganze Zahlen $k_1, k_2, \ldots, k_j$ mit

$$\beta = \sigma_{k_1} \sigma \sigma_{k_2} \sigma \cdots \sigma \sigma_{k_j} \alpha.$$

Problem 8. Angenommen, die Zahlen α und β haben bis auf endliche Anfangsabschnitte dieselbe Kettenbruchentwicklung, also

$$\begin{aligned} \alpha &= [r_0; r_1, r_2, \ldots, r_k, d_1, d_2, \ldots], \\ \beta &= [h_0; h_1, h_2, \ldots, h_s, d_1, d_2, \ldots]. \end{aligned} \tag{4}$$

Dann sind α und β äquivalent.

Problem 9. Man beweise, dass äquivalente Zahlen α und β Kettenbruchentwicklungen der Form (4) haben.

7 Quadratische Irrationalzahlen

Irrationalzahlen, die Wurzeln von quadratischen Gleichungen mit ganzzahligen Koeffizienten heißen *quadratische Irrationalzahlen.* Sie lassen sich durch

$$\pm \frac{P + \sqrt{D}}{Q}$$

darstellen, wobei P, Q und D ganze Zahlen sind und D keine Quadratzahl. Beispielsweise gehören die Zahlen $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, $1 + \sqrt{2}$ und $(5 - \sqrt{7})/2$ zu dieser Kategorie. 1770 bewies Lagrange den folgenden Satz.

Satz. *Genau die quadratischen Irrationalzahlen haben periodische Kettenbruchentwicklungen.*

Wie im Fall periodischer Dezimalzahlen (rationaler Zahlen) kann die Periode erst an einer gewissen Stelle der Entwicklung beginnen.

Die Tatsache, dass der Wert einer periodischen Kettenbruchentwicklung immer eine quadratischen Irrationalzahl ist, beweist man in derselben Weise wie im Beispiel 2. Der Beweis der umgekehrten Richtung ist viel schwieriger.

Wir werden das nur für einen wichtigen Spezialfall beweisen: für reduzierte Irrationalzahlen. Eine quadratische Irrationalzahl α heißt *reduziert*, falls $\alpha > 1$ ist und die zweite Wurzel α' der quadratischen Gleichung für α (die sogenannte *Konjugierte* von α) die Ungleichung

$$-1 < \alpha' < 0$$

erfüllt.

Problem 10. Man beweise: ist α eine reduziere quadratische Irrationalzahl, dann ist

$$\alpha = \frac{P+\sqrt{D}}{Q} \tag{5}$$

mit

$$0 < P < \sqrt{D}. \tag{6}$$

Weiters ist $P^2 - D$ durch Q teilbar.

Problem 11. Ist α eine reduziere quadratische Irrationalzahl und

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{\alpha_1}$$

mit $a_0 = [\alpha]$, dann ist α_1 auch eine reduziere quadratische Irrationalzahl.

Aus der Problemstellung 11 folgt, dass alle Zahlen α_n, die durch die Gleichungen

$$\alpha_n = a_n + \frac{1}{\alpha_{n+1}},\ a_n = [\alpha_n]$$

bestimmt sind, wieder reduziert sind.[2] Weiters können alle diese Zahlen durch einen Ausdruck der Form (5) mit ein und demselben D dargestellt werden. Wegen (6) kann diese Folge nur endlich viele verschiedene Werte annehmen, d.h. für gewisse Zahlen n und m gilt

$$\alpha_n = \alpha_m.$$

Dementsprechend ist dann $\alpha_{n+1} = \alpha_{m+1}$, $\alpha_{n+2} = \alpha_{m+2}$ usw. Damit ist die Folge α_n periodisch und der Satz damit für reduzierte Irrationalzahlen bewiesen.

Für eine beliebige quadratische Irrationalzahl α muss die Folge α_n eine reduzierte Zahl enthalten. Daraus folgt der Satz im allgemeinen ohne Schwierigkeit. Um diese Eigenschaft zu beweisen, verwendet man die Darstellung aus Problem 4, um α_n explizit darzustellen. Unter der Verwendung der Tatsache, dass π_k gegen α konvergiert (Problem 5), sollte es dem interessierten Leser nun gelingen, den Beweis zu vervollständigen.

Es zeigt sich auch, dass die Periode in der Kettenbruchentwicklung von reduzierten quadratischen Irrationalzahlen gleich am Beginn der Entwicklung beginnt. Soche Kettenbrüche heißen auch *rein periodisch.* Die Umkehrung ist auch richtig. Diese Eigenschaft wurde erstmals vom französischen Mathematiker Évariste Galois im Jahr 1828 bewiesen (als er noch Schüler war).

[2] Hier bezeichnet $[x]$ den Ganzteil von x, d.h. die größte ganze Zahl, die nicht größer als x ist.

8 Perioden von Kettenbrüchen quadratischer Irrationalzahlen

Die Periodizität ist nicht nur als Eigenschaft an sich interessant, sie ist auch nützlich, gewisse Gleichungen zu lösen. Betrachten wir einige davon.

Sei

$$\alpha = \frac{\sqrt{7}+2}{3}.$$

Es ist leicht, zu zeigen, dass α reduziert ist. Eine kurze Rechnung demonstriert, dass α die folgende Kettenbruchentwicklung mit Periode 4 hat:

$$\alpha = [\overline{1;1,1,4}].$$

Die Konjugierte von α ist

$$\alpha' = \frac{-\sqrt{7}+2}{3}.$$

Entwickelt man die Zahl

$$-\frac{1}{\alpha'} = \frac{3}{\sqrt{7}-2} = \sqrt{7}+2$$

in einen Kettenbruch, so erhält man

$$-\frac{1}{\alpha'} = [\overline{4;1,1,1}].$$

Die Periode ist auf den Kopf gestellt. Ist das ein Zufall?

Problem 12. Hat eine quadratische Irrationalzahl α eine rein periodische Kettenbruchentwicklung

$$\alpha = [\overline{a_0;a_1,\ldots,a_n}],$$

dann hat die Zahl $-1/\alpha'$, wobei α' die Konjugierte von α bezeichnet, die rein periodische Kettenbruchentwicklung

$$-1/\alpha' = [\overline{a_n;a_{n-1},\ldots,a_0}],$$

d.h. die Perioden sind gleich, aber in umgekehrter Reihenfolge.

Ist nun D eine positive ganze Zahl, aber keine Quadratzahl, und $a_0 = [\sqrt{D}]$, dann ist $\alpha = a_0 + \sqrt{D}$ eine reduzierte Zahl ($\alpha' = a_0 - \sqrt{D}$ und $-1 < a_0 - \sqrt{D} < 0$). Damit erhält man

$$\sqrt{D} + a_0 = [\overline{2a_0;a_1,\ldots,a_n}]$$

und

$$\sqrt{D} = [a_0;\overline{a_1,\ldots,a_n,2a_0}]. \tag{7}$$

Verwendet man nun die Aussage von Problem 12, erhält man leicht die folgende Tatsache.

Problem 13. Sei $D > 0$ keine Quadratzahl. Dann hat die Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{D}$ die Form (7), wobei der Teil $a_1, a_2, \ldots, a_n$ der Periode symmetrisch ist.

9 Die Pellsche Gleichung

Im dritten Jahrhundert vor Christus formulierte der große griechische Wissenschaftler Archimedes sein berühmtes *Rinderproblem.* Wir werden es hier nicht vollständig beschreiben (es würde mehr als eine Seite einnehmen). Es sei nur erwähnt, dass zu seiner Formulierung 10 Variable eingeführt werden müssen, die 7 lineare und zwei quadratische Gleichungen erfüllen. Nach entsprechenden Umformungen und Variablenelimination verbleibt die Gleichung

$$x^2 - 4729494y^2 = 1, \tag{8}$$

für die ganzzahlige Lösungen gesucht werden. Archimedes und seine Zeitgenossen konnten diese Gleichung nicht lösen.

Im allgemeinen heißt eine Gleichung der Form

$$x^2 - Dy^2 = 1, \tag{9}$$

wobei D eine positive ganze Zahl bezeichnet, die kein Quadrat ist,[3] *Pellsche Gleichung.* Sie ist eine *Diophantische Gleichung*, also eine algebraische Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten, von der ganzzahlige Lösungen gesucht werden.

Wie kann man eine Pellsche Gleichung lösen? Die erste Idee ist direktes Suchen: wir ersetzen sukzessive die Zahlen $x = 1, 2, 3, \ldots$ in die Formel

$$y = \sqrt{(x^2 - 1)/D},$$

bis der Ausdruck unter der Wurzel eine Quadratzahl wird. Das nächste Beispiel zeigt jedoch, dass dieser Ansatz im allgemeinen nicht praktikabel ist. Die Gleichung

$$x^2 - 991y^2 = 1$$

hat zwar ganzzahlige Lösungen (x_0, y_0), aber unter diesen ist das kleinste

$$x_0 = 379\,516\,400\,906\,811\,930\,638\,014\,896\,080.$$

Selbst mit dem schnellsten Computer kann man diese Lösung nicht mit einer einfachen Suche finden.

[3] Ist $D = m^2$ für eine ganze Zahl m, dann hat die Gleichung (9) keine ganzzahligen Lösungen.

Kettenbrüche stellen hingegen ein geeignetes Instrumenarium dar, Pellsche Gleichungen zu lösen. Wir beschreiben hier den Algorithmus, der Beweis wird aber nicht gegeben.

Zunächst hat die Gleichung (9) für jede positive ganze Zahl D, die keine Quadratzahl ist, unendliche viele ganzzahlige Lösungen. Man kann alle mit der Formel

$$x+y\sqrt{D}=(x_0+y_0\sqrt{D})^k,\ k=1,2,\ldots$$

finden, wobei (x_0,y_0) jene Lösung mit kleinstem y ist. Um diese kleinste Lösung zu finden, entwickelt man $\sqrt{D}$ in einen Kettenbruch. Ist

$$\sqrt{D}=[a_0;\overline{a_1,\ldots,a_n,2a_0}]$$

und p_n/q_n der n-te Näherungsbruch von $\sqrt{D}$, dann gilt

$$p_n^2-Dq_n^2=(-1)^{n-1}. \tag{10}$$

Ist n ungerade (d.h. die Periodenlänge ist gerade), dann ist

$$p_n=x_0,\ q_0=y_0$$

die kleinste Lösung der Pellschen Gleichung. Ist hingegen die Periodenlänge ungerade (also n gerade), dann findet man die kleinste Lösung aus der Formel

$$x_0+y_0\sqrt{D}=(p_n+q_n\sqrt{D})^2.$$

Beispiel 3. Man betrachte die Gleichung

$$x^2-7y^2=1.$$

Aus der Entwicklung $\sqrt{7}=[2,\overline{1,1,1,4}]$ findet man

$$\frac{p_3}{q_3}=2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+1/1}}=\frac{8}{3}.$$

Da die Periodenlänge gerade ist, ist die kleinste Lösung $x_0=8$, $y_0=3$ und jede andere ganzzahlige Lösung gewinnt man aus der Formel

$$x+y\sqrt{D}=(8+3\sqrt{7})^k.$$

Für $k=2$ ergibt sich etwa $x=127$ und $y=48$.

Beispiel 4. Man betrachte die Gleichung

$$x^2-13y^2=1.$$

Aus der Entwicklung $\sqrt{13} = [3, \overline{1, 1, 1, 1, 6}]$ bekommt man

$$\frac{p_4}{q_4} = 3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 1/1}}} = \frac{18}{5}.$$

Die Periodenlänge ist ungerade. Daher erhält man die kleinste Lösung aus der Formel

$$x_0 + y_0\sqrt{13} = \left(18 + 5\sqrt{13}\right)^2 = 649 + 180\sqrt{13},$$

also $x_0 = 649$ und $y_0 = 180$. Die allgemeine Lösung ist nun

$$x + y\sqrt{D} = (649 + 180\sqrt{13})^k.$$

Problem 14. Man bestimme die kleinste Lösung der Gleichung

$$x^2 - 61y^2 = 1.$$

Antwort: $y_0 = 226.153.980$.

Es sei noch erwähnt, dass der Name des englischen Mathematikers J. Pell (1610–1685) durch ein Versehen Eulers der Gleichung (7) zugeordnet wird. Vor Pell wurde diese Gleichung schon von seinen Landsleuten J. Wallis und W. Brounker und vo dem französischen Mathematiker P. Fermat studiert. Das Rinderproblem wurde übrigens erst 1880 gelöst. Die kleinste Lösung von (8) hat 41 Dezimalziffern und die Gesamtzahl der Rinder ist erstaunlich groß, nämlich von der Größenordnung $10^{206.545}$.

10 Die Gleichung $x^2 + y^2 = p$

Es kann bewiesen werden, dass *die Periodenlänge der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{p}$, wobei p eine Primzahl der Form $4k+1$ ist, immer ungerade ist.* Damit folgt aus der Aussage von Problem 13 eine Kettenbruchentwicklung der Gestalt

$$\sqrt{p} = [a_0; \overline{a_1, \ldots, a_m, a_m \ldots, a_1, 2a_0}].$$

Es bezeichne nun α_{m+1} die Zahl mit folgender Kettenbruchentwicklung:

$$\alpha_{m+1} = [a_m; \overline{a_{m-1}, \ldots, a_1, 2a_0, a_1 \ldots, a_m,}].$$

Da dieser Kettenbruch rein periodisch ist, ist α_{m+1} eine reduzierte Zahl und wegen des Problems 10 von der Form

$$\alpha_{m+1} = \frac{A + \sqrt{p}}{B}$$

mit ganzen Zahlen $A > 0$ und $B > 0$. Wegen Problem 12 hat dann $-1/\alpha'_{m+1}$ dieselbe Kettenbruchentwicklung wie α_{m+1}. Wegen der Eindeutigkeit der Kettenbruchentwicklung folgt daher

$$\alpha_{m+1} = -\frac{1}{\alpha'_{m+1}}$$

oder $\alpha_{m+1}\alpha'_{m+1} = -1$. Wegen

$$\alpha'_{m+1} = \frac{A - \sqrt{p}}{B}$$

erhält man

$$\frac{A^2 - p}{B^2} = -1$$

und schließlich $A^2 + B^2 = p$.

Diese Schlussfolgerungen begründen einen Algorithmus, ganzzahlige Lösungen der Gleichung

$$x^2 + y^2 = p \tag{11}$$

zu finden. Es kann gezeigt werden, dass *so eine Lösung (bis auf die Reihenfolge) eindeutig ist und dass die Gleichung (11) für Primzahlen p der Form* $4k+3$ *keine ganzzahlige Lösung hat.*

Beispiel 5. Man bestimme die ganzzahlige Lösunge der Gleichung

$$x^2 + y^2 = 1009.$$

Der Kettenbruch von $\sqrt{1009}$ ist

$$\sqrt{1009} = [31; \overline{1, 3, 3, 1, 62}].$$

Daraus erhält man

$$\alpha_1 = \frac{31 + \sqrt{1009}}{48},\ \alpha_2 = \frac{17 + \sqrt{1009}}{48},\ \alpha_3 = \frac{28 + \sqrt{1009}}{15}$$

und das Paar $x = 28$ und $y = 15$ ist die gesuchte Lösung. Diese Methode, die Gleichung (11) zu lösen, stammt vom französischen Mathematiker Legendre (1808).

Problem 15. Man bestimme die ganzzahlige Lösung der Gleichung

$$x^2 + y^2 = 1129.$$

11 Die Gleichung $x^2 - Dy^2 = -1$

Wenn die Periodenlänge $n+1$ der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{D}$ ungerade ist, dann impliziert (10), dass die Zahlen

$$x_0 = p_n,\ y_n = q_n$$

Lösungen der diophantischen Gleichung

$$x^2 - Dy^2 = -1 \tag{12}$$

sind. Alle Lösungen dieser Gleichung erhält man dann aus der Formel

$$x + y\sqrt{D} = (x_0 + y_0\sqrt{D})^{2k+1},\ k = 0, 1, 2, \ldots$$

Beispielsweise sind die Lösungen von

$$x^2 - 13y^2 = -1$$

durch die Formel

$$x + y\sqrt{13} = (18 + 5\sqrt{13})^{2k+1},\ k = 0, 1, 2, \ldots$$

gegeben.

Es kann gezeigt werden, dass *die Gleichung (12) im Fall einer geraden Periodenlänge der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{D}$ keine ganzzahligen Lösungen hat.*

12 Die Periodenlänge des Kettenbruchs von $\sqrt{D}$

Die Laufzeit der oben beschriebenen Algorithmen hängt im wesentlichen von der Periodenlänge der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{D}$ ab. Über deren Abhängigkeit von D ist nur sehr wenig bekannt. Sie verhält sich sehr eigenartig. Beispielsweise hat die Periode in der Entwicklung

$$\sqrt{986.045} = [992; \overline{1, 495, 2, 495, 1, 1984}]$$

die Länge 6. Hingegen ist die Periodenlänge der Entwicklung von $\sqrt{20.989}$ gleich 205.

Es ist bekannt, dass für alle D die Periodenlänge nicht größer werden kann als

$$4\sqrt{D}\log D.$$

Andererseits kann bewiesen werden, dass die Zahlen $D = 5^{2k+1}$ eine Periodenlänge haben, die nicht kleiner als

$$\frac{1}{3}\sqrt{D}(\log D)^{-1}$$

wird, d.h. die Periode wächst sehr schnell in k. Umfangreiche numerische Berechnungen unterstützen die Vermutung, dass es unendlich viele quadratfreie Zahlen[4] D gibt, für die die Periodenlänge der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{D}$ größer als $D^{1/2-\varepsilon}$ für jedes feste $\varepsilon > 0$ ist.

Die Tatsache, dass die Periode der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{p}$ für Primzahlen der Form $4k+1$ ungerade ist, wurde von Legendre 1785 gezeigt. Später bewies der deutsche Mathematiker Dirichlet einen ähnlichen Satz für $D = p \cdot q$, wobei p und q Primzahlen mit gewissen Eigenschaften sind. Erst vor relativ kurzer Zeit, im Jahr 1980, konnte der amerikanische Mathematiker Lagarias einen Algorithmus angeben, der in etwa $(\log D)^{5+\varepsilon}$ Schritten entscheidet, ob die Gleichung (12) ganzzahlige Lösungen hat oder nicht (bzw. gleichbedeutend damit, ob die Periodenlänge der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{D}$ ungerade ist).

13 Kettenbrüche spezieller Zahlen

Wir wissen bereits, dass genau die quadratischen Irrationalzahlen eine periodische Kettenbruchentwicklung haben. Damit sind solche Kettenbruchentwicklungen leicht vollständig anzugeben. Es ist dementsprechend naheliegend zu fragen, ob es noch andere Klassen von Zahlen mit einer wohlstrukturierten Kettenbruchentwicklung gibt. Darauf gibt es aber bisher noch keine befriedigende Antwort. Beispielsweise ist es nicht bekannt, ob die Teilnenner $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots$ der Kettenbruchentwicklung von $\sqrt[3]{2}$,

$$\sqrt[3]{2} = [a_0; a_1, a_2, \ldots]$$

beschränkt sind oder nicht.

Man hat viele tausend der ersten Zahlen $a_0, a_1, \ldots$ mit Computerhilfe berechnet. Die Folge beginnt folgendermaßen:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{2} \;=\; & [1; 3, 1, 5, 1, 1, 4, 1, 1, 8, 1, 14, 1, 10, 2, 1, 4, 12, 2, 3, 2, 1, 3, 4, 1, 1, 2,\\ & 14, 3, 12, 1, 15, 3, 1, 4, 534, 1, 1, 5, 1, 1, 121, 1, 2, 2, 4, 10, 3, 2, 2,\\ & 41, 1, 1, 1, 3, 7, 2, 2, 9, 4, 1, 3, 7, 6, 1, 1, 2, 9, 2, 3, 3, 1, 1, 69, 1, 12, \ldots]\end{aligned}$$

Man erkennt daraus, dass sich die Zahlen $a_0, a_1, \ldots$ wie eine beschränkte Folge verhalten; nur gelegentliche Ausreißer (wie z.B. 534 oder 121) stören das Bild.

[4] Eine Zahl ist quadratfrei, wenn sie durch keine Quadratzahl > 1 teilbar ist, d.h. sie ist ein Produkt verschiedener Primzahlen.

Man kennt übrigens noch von keiner algebraischen Zahl,[5] die keine quadratische Irrationalzahl ist, die Kettenbruchentwicklung.

Von speziellem Interesse sind die Kettenbruchentwicklugen von klassischen Konstanten. Von denen gibt es auch nur wenige, wo die Kettenbruchentwicklung bekannt ist.

L. Euler konnte die Kettenbruchentwicklung von

$$e = [2, 1, 2, 1, 1, 4, \ldots] \tag{13}$$

finden, wobei die Teilnenner $a_0, a_1, \ldots$ durch

$$\begin{aligned} a_0 &= 2,\ a_1 = 1,\ a_2 = 2,\ a_3 = 1,\ a_4 = 1,\ a_5 = 4, \ldots, \\ a_{3m} &= a_{3m-2} = 1,\ a_{3m-1} = 2m\ (m = 1, 2, \ldots) \end{aligned}$$

gegeben sind. Zur Erinnerung: $e = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = 2.7182818284590\ldots$

Obwohl die Darstellung (13) nicht elementar ist, ist die Ableitung nicht schwierig. Eine ähnlich einfache Entwicklung für π ist übrigens nicht bekannt.

In diesem Artikel haben wir einen kleinen Teil von Problemen besprochen, bei denen sich Kettenbrüche als nützlich erwiesen haben. Sie haben aber noch viele andere Anwendungsbereiche, etwa wenn man Funktionen betrachtet, die durch Kettenbruchentwicklungen dargestellt werden können. Dies ist ein großer und komplexer Zweig der Mathematik, der bei weitem noch nicht vollständig behandelt wurde.

Bemerkungen zur Zeitschrift „Quantum“

Die Zeitschrift „Quantum“ wurde von 1990 bis 2001 von der “National Science Teachers Association” in Zusammenarbeit mit der Springer-Verlag New York herausgegeben.

Der Name „Quantum“ ist die Übersetzung des Namens des russischen Schwestermagazins „Kvant“, das 1970 vom Mathematiker A. N. Kolmogorov und dem Physiker I. K. Kikoyin gegründet wurde. Diese Zeitschrift wendet sich vor allem an interessierte Schüler, wobei die Artikel von Wissenschaftlern verfasst werden.

Die ÖMG hat auf Grund einer Initiative von Peter Michor die Möglichkeit, ausgewählte (und ins Deutsche übersetzte) Artikel von „Quantum“ nachzudrucken. Die Redaktion der IMN möchte damit in vermehrtem Maß Schüler sowie AHS- und BHS-Lehrer ansprechen. In den IMN 189 (April 2002, pp. 21–31) ist bereits der Artikel „Funktionalgleichung und Gruppen“ von Y.S. Brodsky und A.K. Slipenko erschienen.

[5] Die Nullstellen von Polynomen mit ganzzahligen Koeffizienten heißen algebraische Zahlen.

Buchbesprechungen

Allgemeines, Sammelbände — General, Collections — Généralités, collections

P. Hilton, D. Holton, J. Pedersen: Mathematical Vistas. From a Room with Many Windows. With 162 Illustrations. (Undergraduate Texts in Mathematics.) Springer, New York u.a. 2002, XIV+335 S. ISBN 0-387-95064-8 H/b € 69,95.

Im ersten Kapitel, Paradoxes in Mathematics, werden einige sogenannte Paradoxien vorgestellt, Beispiele, in denen die mathematische Modellierung zeigt, dass man dem Alltagswissen nicht immer trauen sollte. Im zweiten Kapitel wird eine kurze und leicht verständliche Darstellung des Fermatschen Problems bis zu seiner Lösung durch Wiles und Taylor geboten. In den weiteren Kapiteln werden Problemfelder dargestellt, die zum Teil ineinander verwoben sind, aber doch auch unabhängig voneinander gelesen werden können. Die (gekürzten) Überschriften dieser sieben Kapitel lauten: Fibonacci und Lucas Numbers, Paper-Folding and Polyhedra-Building, The Four-Color Problem, Binomial and Trinomial Coefficients, Catalan Numbers, Symmetry, Parties (Stichwort: Ramseyzahlen, die bei der Färbung von Graphen auftreten). Die notwendigen Vorkenntnisse sind nicht sehr umfangreich (so werden im achten Kapitel elementare Kenntnisse über Gruppen bereitgestellt), aber eine Mitarbeit mit Papier und Bleistift erscheint unerlässlich. Für die Gestaltung eines Seminars bestimmt ein anregendes Buch!

F. Schweiger (Salzburg)

J. Koslowski, A. Melton (Eds.): Categorical Perspectives. (Trends in Mathematics.) Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, X+281 S. ISBN 0-8176-4186-6, 3-7643-4186-6 H/b sFr 148,–.

Dieses Buch entstand aus einer Tagung im August 1998 an der Kent State University anlässlich des 60. Geburtstages von George E. Strecker. Einige Beiträge berichten über neue Forschungsergebnisse, andere sind Überblicksbeiträge und zum Teil mit viel Humor geschrieben. “The Functor that Wouldn’t Be”, “The Emergence of Functors” und “Too Many Functors” sind als Dialog (fast Sketch) zwischen Student und Professor geschrieben, auch der Titel “10 Rules for Surviving as a Mathematician and Teacher” lässt Schmunzeln aufkommen.

G. Lettl (Graz)

G. M. Phillips: Two Millenia of Mathematics. From Archimedes to Gauss. (CMS Books in Mathematics.) Springer, New York u.a. 2000, XII+223 S. ISBN 0-387-95022-2 H/b DM 98,–.

Der Titel verspricht eine Geschichte der Mathematik, aber dies ist nicht das Thema des Buches. Die zwei Jahrtausende beziehen sich darauf, dass in einer Sammlung von fünf unabhängigen Abschnitten mathematische Fragestellungen erörtert werden, die in der Zeit von Archimedes bis Gauss die Mathematiker beschäftigt haben: Berechnung von π, Logarithmen, Interpolation, Kettenbrüche, Zahlentheorie (Primzahlen, quadratische Reste, diophantische Gleichungen, ganze algebraische Zahlen, Summen von Kuben). In allen werden punktuell historische Bezüge hergestellt, aber im wesentlichen sind die Kapitel mathematische Abhandlungen einer bestimmten subjektiven Stoffauswahl. Wenn auch der Autor meint, dass zur Zielgruppe sogar Amateure zählen, so steht dem doch das relativ hohe technische Niveau der Themen gegenber, das z.B. breite Kenntnisse aus der Analysis voraussetzt. Andererseits finden sich viele Einzelergebnisse, die in der Standardliteratur zu diesen Themen nicht angeführt werden. Dadurch kann das Buch eine anregende Ergänzung auch für einschlägige Lehrveranstaltungen bieten. Dies gilt auch für die zahlreichen, zum Teil anspruchsvollen Probleme. Problematisch erscheint allerdings die unkritische Sicht auf die Unveränderbarkeit, Ahistorizität und absolute “Wahrheit” der Mathematik, die der Autor propagiert.

W. Dörfler (Klagenfurt)

J. S. Tanton: Solve This. Math Activities for Students and Clubs. The Mathematical Association of America, 2001, XIII+218 S. ISBN 0-88385-717-0 P/b £ 20,95.

No, any allegation that this book be too theoretical, would not hold water. What does it offer? Simply put: It contains an abundance of problems, which — being unwrapped — turn out to be somehow mathematical.

The book is divided into three parts. The first one delivers ‘Activities and Problem Statements’, consisting of thirty independent micro-chapters, no more than 3 pages each, illustrated with a lot of photos, drawings and hand-drafted sketches. The titles are ‘Weird Shapes’, ‘Counting the Odds — and Evens’, ‘Flipped Out’, ‘Bubble Trouble’, to mention but a few. The brevity of each self-contained topic encourages the occasional reader to have a short look into one or the other problem.

Part two is dubbed ‘Hints. Some Solutions and Further Thoughts’. It adds a few additional considerations to each of the problems from part one, provides some answers and many further questions.

Part three, finally, is determined to offer ‘Solutions and Discussions’. The considered questions of course tempt the author to resort to some related theory. The theoretical notes, however, are neatly separated from the text as well as pretty much succinct.

I can well imagine that this book could be used by teachers at secondary schools, as it can catch the attention for mathematical problems and foster the pupils' motivation. Beyond that it can be recommended to whoever feels like solving a whole bunch of mathematical problems but does not feel like being bothered with loads of theory.

J. Lang (Graz)

Geschichte, Biographien — History and Biography — Histoire et biographies

Ph. J. Davis: The Education of a Mathematician. A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 2000, XI+353 S. ISBN 1-56881-116-0 H/b $ 29,95.

Dies ist eine sehr ungewöhnlich geschriebene Autobiografie des bedeutenden Mathematikers und Autors (mit R. Hersh) von "The Mathematical Experience". Sie besteht aus einer losen Folge von Anekdoten, die ein schillerndes und faszinierendes Bild des Autors entwerfen vor allem auch dadurch, dass er seine Kontakte mit Mathematikern und anderen Wissenschaftlern schildert, in denen sich sozusagen die Persönlichkeit von Ph. Davis spiegelt. Vermischt mit den biografischen Berichten sind viele historische, auch allgemein-zeithistorische Anmerkungen, philosophische und erkenntnistheoretische Überlegungen und natürlich auch Hinweise zur Mathematik des Autors. Immer wieder finden sich deutliche Hinweise auf die Grundeinstellung von Ph. Davis, nach der Mathematik eine menschliche, soziale Konstruktion (ja Fiktion!) ist, die gesellschaftlich relevant und "not morally neutral" ist. Sogar eine der Ikonen des Radikalen Konstruktivismus, nämlich Giambattista Vico, kommt zu Wort! Also wieder ein sehr offenes, persönliches und mutiges Buch von Ph. Davis, nach dem Mathematik sehr wohl sehr viel mit den lebendigen Menschen zu tun hat, von ihrer Erfindung durch sie bis zu ihren positiven oder negativen gesellschaftlichen Auswirkungen.

W. Dörfler (Klagenfurt)

B. Engquist, W. Schmid (Eds.): Mathematics Unlimited — 2001 and Beyond. With 179 Figures Including 95 in Colour, 91 Portraits and 11 Tables. Springer, Berlin u.a. 2001. ISBN 3-540-66913-2 H/b DM 79,–.

Angesichts von etwa 90 Beiträgen namhafter bis berühmter Mathematiker (darunter z.B.: G. Faltings, H.-O. Peitgen, S. Lang, R. Penrose) ist es aussichtslos, in einer Kurzbesprechung auch nur eine Inhaltsauswahl anzuführen. Auffallend ist jedenfalls ein ganz eindeutiger Schwerpunkt auf Anwendungen und Angewandte Mathematik. Diese umfassen Themen aus Physik, Ökonomie, Technik, Informatik, Astronomie, Biologie und Medizin, Klimaforschung u.a.m. Nur ganz wenige Beiträge können der reinen Mathematik zugezählt werden. Einige Beiträge befassen sich auch mit gesellschaftlichen und didaktischen Fragestellungen und mit der Institutionalisierung von mathematischer Forschung (Oberwolfach, RIMS). Klar ersichtlich ist auch der große Einfluss, den der Computer sowohl auf die Methoden wie auch die Inhalte der mathematischen Forschung ausübt. Leider erfährt man von den Herausgebern nicht, nach welchen Kriterien die Autoren ausgesucht wurden und ob somit der genannte Schwerpunkt auf Anwendungen ein Resultat der Auswahl oder ein Indiz einer realen Entwicklung ist. Am Ende der insgesamt faszinierenden und beeindruckenden Anthologie werden die Autoren durch Kurzbiografien und Fotos vorgestellt.

W. Dörfler (Klagenfurt)

J.-P. Pier (ed.): Development of Mathematics 1950–2000. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2000, X+1372 S. ISBN 3-7643-6280-4 H/b sfr 248,–.

Es ist ein enormes Unterfangen, wesentliche Entwicklungen der Mathematik in der zweiten Hälfte des vergangenen Jahrhunderts darzustellen, eine Art Rechenschaftsbericht, bei dem natürlich jeder Anspruch auf Vollständigkeit von vornherein zum Scheitern verurteilt ist.

Auf weit mehr als tausend Seiten berichten (meist) führende Mathematiker über verschiedene Teilgebiete. Um ein paar Themengebiete samt Autoren zu nennen: Dynamische Systeme, Singularitätentheorie (V. I. Arnol'd), Graphentheorie (C. Berge), Variationsrechnung, Nonsmooth Analysis und Optimalsteuerung (F. H. Clarke), 50 Jahre analytische Zahlentheorie (E. Fouvry), Mathematische Statistik seit 1950 (L. Le Cam), Fraktale Geometrie (B. Mandelbrot), Arithmetik und Kryptographie (J.-L. Nicolas), Statistik und Genetik (B. Prum), Reelle algebraische Geometrie (M.-F. Roy), Spieltheorie (S. Sorin). Daneben findet man auch Darstellungen lokaler Entwicklungen über die französische mathematische Schule im 20. Jahrhundert (J. Dieudonné) und die Moskauer Mathematik von 1950–75 (V. M. Tikhomirov). Aufschlussreich auch die drei Interviews mit A. Douady, M. Gromov und F. Hirzebruch am Ende. Als wertvoll sind auch die Zusammenstellungen der Fieldsmedaillenträger und der Nevanlinna-Preisträger anzusehen.

G. Feichtinger (Wien)

A. Stubhaug: The Mathematician Sophus Lie. It was the Audacity of My Thinking. Translated from the Norwegian by R. H. Daly. Springer, Berlin u.a. 2002, XI+555 S. ISBN 3-540-42137-8 H/b DM 85,49.

Vergleicht man die Anzahl der bedeutenden norwegischen Mathematiker mit der Einwohnerzahl Norwegens, wird man Norwegen zu den bedeutendsten Ländern auf der mathematischen Landkarte zählen. Es ist daher besonders erfreulich, dass sich der Autor zum Ziel gesetzt hat, nach Abel auch Lie einem über die Mathematiker weit hinausgehenden Leserkreis nahe zu bringen. In seinem lesenswerten Buch stellt er den interessanten Lebenslauf eines nicht immer bequemen Genies voll irrtümlicher Lebenskraft, aber auch mit Schattenseiten dar. Bemerkenswert die Beschreibung, wie schwer sich Lie zu Anfang seiner Laufbahn getan hat, um Stipendien und Stellung zu erlangen. Ein spannendes Buch, das auch Einblick in die deutsche Universitätsgeschichte des späten 19. Jahrhunderts gibt, aber auch ein tröstliches und ermutigendes Buch für junge Mathematiker. Manche Unzukömmlichkeiten der englischen Ausgabe wurden in der deutschen Ausgabe beseitigt. Für Enthusiasten fehlt eine Beschreibung der Mathematik Lies, das tut aber der Qualität der Biographie keinen Abbruch, da man sich diese Kenntnis anderswo holen kann. Zusammenfassend, ein Buch, das man gerne im eigenen Büсherregal stehen hat.

P. Gruber (Wien)

Diskrete Mathematik — Discrete mathematics — Mathématiques discrètes

B. A. Davey, H. A. Priestley: Introduction to Lattices and Order. Second Edition. Cambridge University Press, 2002, XII+298 S. ISBN 0-521-78451-4 P/b £ 19,95.

This new edition (the first one was published in 1990) contains all the original material, but has been completely reorganized. For example, in the first edition ordered sets were treated first, and the algebraic theory of lattices appeared only in Chapter 5. Thus complete partially ordered sets (i.e., these with least element containing the supremum of every upward directed subset) appeared early on — now their theory is developed in Chapter 8. Also, the treatment of formal concept analysis was moved forward providing a concrete application of complete lattices at an early stage. Some new material has been added, for instance on Galois connections and fixpoint calculus, and there are many new exercies.

Contents: 1. Ordered sets; 2. Lattices and complete lattices; 3. Formal concept analysis; 4. Modular, distributive and Boolean lattices; 5. Representation: the finite case; 6. Congruences; 7. Complete lattices and Galois connections; 8. Complete partially ordered sets and fixpoint theorems; 9. Domains and information systems; 10. Maximality principles; 11. Representation: the general case. Appendix A: A topological toolkit; B: Further reading.

This is a highly recommendable, up-to-date textbook which offers the theory and many interesting applications of partially ordered sets and lattices.

H. Mitsch (Wien)

R. Garnier, J. Taylor: Discrete Mathematics for New Technology. Second Edition. Institute of Physics Publishing, Bristol, Philadelphia, 2002, XIX+749 S. ISBN 0-7503-0652-1 P/b £ 25,–.

This is the second edition of this accessible yet rigorous introduction to discrete mathematics. As in the first edition, the theory is illustrated by a large number of solved exercises. In this edition further exercises have been added, in particular at the routine level. In addition, some new material on typed set theory is included. My only objection concerns the lack of some important topics: there is virtually nothing on sequences (difference equations, Landau symbols, etc.), and the part on linear algebra only focuses on matrix operations and solving linear equations, whereas the concepts of linearity and vector space are not touched at all.

S. Teschl (Wien)

J. Matoušek, J. Nešetřil: Diskrete Mathematik. Eine Entdeckungsreise. Übersetzt von H. Mielke. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XVII+459 S. ISBN 3-540-42386-9 P/b € 29,95.

Dieses Buch ist die Übersetzung der 1998 bei Oxford University Press erschienenen englischen Fassung (Invitation to Discrete Mathematics) und ist eine hervorragende Einführung in Kombinatorik und Graphentheorie für Studienanfänger in Mathematik (und Informatik). Dementsprechend werden vorwiegend die Standardthemen behandelt. Allerdings gibt es einige Ausnahmen: mehrere verschiedene Beweise der Cayley-Formel (Anzahl spannender Bäume), endliche projektive Ebenen, probabilistische Beweise. Aber das Buch ist weniger wegen der Stoffauswahl, sondern wegen des ungewöhnlichen und sehr attraktiven Stiles der Darstellung bemerkenswert. Der Text operiert auf verschiedenen Ebenen und verschiedenen Exaktheitsstufen, die auch drucktechnisch unterschieden werden. Es wird nach mathematischem Kerntext, Erläuterungen, Illustrationen, Veranschaulichungen und Motivationen, Ergänzungen, Problemen und Aufgaben u. a. m. differenziert. Die Sprachform ist vorwiegend die eines Gespräches mit dem Leser, der dadurch in die Gedankengänge und Überlegungen des Autors hineingeführt und hineingezogen wird. Zum Beispiel werden bei einem Beweis zuerst die Grundidee oder die Zielsetzung genannt und erläutert, und auch im weiteren Verlauf wird immer wieder durch alternative Formulierungen das Verständnis vertieft oder ermöglicht. Dadurch werden im Leser adäquate Vorstellungen zu den formalen Schritten erzeugt, die dann wieder eigenständiges und kreatives Denken ermöglichen. Die Lektüre ist also anregend und sehr motivierend! Die Aufgaben sind dagegen ziemlich anspruchsvoll, werden aber ausführlich erläutert. Leider gibt es überhaupt keine Literaturangaben.

W. Dörfler (Klagenfurt)

W. T. Tutte: Graph Theory. Foreword by C. St. J. A. Nash-Williams. (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, Vol. 21.) Cambridge University Press, 2001, XXI+333 S. ISBN 0-521-79489-7 P/b £ 19,95.

This is a reprint from the 1984 edition, and I include a few paragraphs from Hoffman's review for the AMS (including a paragraph of Nash-Williams' foreword) of this classic book of an author who is sometimes called the father of graph theory.

"It is both fitting and fortunate that the volume on graph theory in the Encyclopedia of Mathematics and its Applications has an author whose contributions to graph theory are — in the opinion of many — unequaled. Indeed, the style and content of the book betray throughout the influence of Professor Tutte's own work and the distinctive flavor of his personal approach to the subject. This is by no means 'just another book on graph theory', since the treatment of [many of the central themes of graph theory] is unified into a coherent whole by Professor Tutte's highly individual approach. Moreover, the more customary topics are leavened with some 'pleasant surprises,' such as the author's attractive theory of decomposition of graphs into 3-connected '3-blocks', an interesting and remarkable approach to electrical networks, and — perhaps particularly — the classification theorem for closed surfaces."

"This is an important book, and one which should be in any library of graph theory, and any general mathematics library. It has much to commend it as the entry vehicle for a 'pure' mathematician making a first venture into the field, and its content is indispensable for one who wishes to go further into such areas as connectivity, planar enumeration and chromatic polynomials of maps, matroid theory, or electrical network theory 'a la Tutte.' This book places graph theory in its proper spot in the spectrum of mathematics, and its notes and references give the appropriate historical context for the material. The style and wit of the author come through enough to make it a pleasant reading experience for many. There are enough exercises (no answers or hints, though) to tempt some to use it as a text for a high level course in the field, and the student who works through this book will learn a great deal of good mathematics. It must be added that it is not easy reading; it is uncompromising rigorous mathematics. There are fewer figures than one expects, and the choice of material is highly personal. It has been pointed out that the author likes surprises, and his style may be seen by some readers to lack motivation. These comments are not complaints, but warnings to some prospective readers, and one more warning must be added: The style, choice of material, organization of the presentation (including placement of definitions and proofs), and the brevity of the index make this book unsuitable as a reference for casual users wishing to look up graph-theoretic applications tools. The book was written to be read, and will reward those who do so."

H. Prodinger (Johannesburg)

Algebra und Zahlentheorie — Algebra and Theory of Numbers — Algèbre et théorie des nombres

Yu. L. Ershov, E. I. Khurkhro, V. M. Levchuk, N. D. Podufalov (Eds.): Algebra: Proceedings of the Third International Conference on Algebra, Held in Krasnoyarsk, August 23–28, 1993. Walter de Gruyter, Berlin 1996. 306 S. ISBN 3-11-014413-1 $ 153,35.

Eine Sammlung von Arbeiten zum Anlaß einer Konferenz zur Algebra zu Ehren von Mikhail Ivanovich Kargapolov (1928–1976), die im August 1993 in Krasnojarsk stattfand. (Un)endliche Gruppen, Ringtheorie, Algebraische Systeme und Modelltheorie, Angewandte und Computeralgebra waren die Themenkreise. Hinweisen möchte ich auf die Übersichtsartikel von V. P. Shunkov zur Forschungsarbeit betreffend Gruppentheorie an der Staatsuniversität von Krasnojarsk, sowie F. O. Wagners Artikel über *stabile Gruppen.* Eine Besprechung der Arbeiten im Einzelnen entnimmt man wohl eher den bekannten referierenden Journalen.

W. Herfort (Wien)

S. Bosch: Algebra. Vierte, überarbeitete Auflage. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, VIII+376 S. ISBN 3-540-41852-0 P/b DM 49,90.

Dieses Lehrbuch liegt nun bereits in seiner 4. Auflage vor und bietet einen thematisch klassischen und stilistisch modernen Einstieg in die Algebra (vgl. auch die Rezension der 3. Auflage in IMN 182, S. 35). Die zentralen Themen sind kommutative Ringtheorie und Körpererweiterungen, wobei hier auch die Galoistheorie unendlicher Erweiterungen, Kummertheorie in Charakteristik p (Witt-Vektoren) sowie "allgemeine" Separabilität behandelt werden.

Die Gruppentheorie wird nur soweit (bzw. dort) entwickelt, wie (bzw. wo) sie für die Galoistheorie benötigt wird (proendliche Gruppen, Sylow-Gruppen, Auflösbarkeit). Der Stoff ist sehr sauber unterteilt in grundlegende Kapitel und weiterführende Ausblicke (in Richtung algebraischer Geometrie). Zahlreiche Aufgaben am Ende jedes Abschnitts runden die jeweilige Thematik ab.

Das Buch kann für einen Einstieg in die Algebra bedenkenlos empfohlen werden, allerdings sollte der Leser bereits eine gewisse mathematische Reife besitzen.

G. Lettl (Graz)

C. M. Campbell, E. F. Robertson, N. Ruskuc, G. C. Smith (Eds.): Groups St. Andrews 1997 in Bath, I+II. (London Mathematical Society Lecture Note Series 260, 261.) Cambridge University Press, 1999, I: X+378 S., ISBN 0-521-65588-9 P/b £ 29,95, II: X+737 S., ISBN 0-521-65576-5 P/b £ 29,95.

Die St. Andrews-Konferenz, welche regelmäßig alle vier Jahre stattfindet, war 1997 in Bath. Die mehr als 50 Artikel des vorliegenden Konferenzbandes repräsentieren ein breites Spektrum der neueren Entwicklungen sowohl auf dem Gebiet der endlichen wie auch der unendlichen Gruppentheorie. Hauptvorträge wurden von Babai, Brookes, Ch. Praeger und Shalev gehalten, und ihre Beiträge findet man ebenfalls im Konferenzband. Für die Besprechung der einzelnen Artikel erlaube ich mir, aus Platzgründen auf Zentralblatt für Mathematik oder Mathematical Reviews zu verweisen.

W. Herfort (Wien)

M. J. Collins, B. J. Parshall, L. L. Scott (Eds.): Modular Representation Theory of Finite Groups. Proceedings of a Symposium held at the University of Virginia, Charlottesville, Virginia, May 8–15, 1998. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2001, XII+262 S. ISBN 3-11-016367-5 H/b DM 216,–.

Der Konferenzband enthält Vorträge zur Darstellungstheorie vornehmlich der einfachen Gruppen aus Anlaß einer Konferenz zum genannten Thema in Virginia im Mai 1998. Es war daran gedacht, sich an fortgeschrittene Studenten zu wenden. Vorlesungen von M. Geck zu *modularer Harish-Chandra-Theorie, Hecke-Algebren und (verallgemeinerten) q-Schuralgebren*, J. Brundan und A. S. Kleshchev über *Tensorprodukte und Einschränkungen vom Typ A*, sowie R. Rouquier zur *Blocktheorie und Rickard-Äquivalenzen* belegen die Hälfte des Bandes, der Rest behandelt speziellere Themen in Beiträgen von M. Cabenes und J. Rickard, St. R. Doty und D. K. Nakano, J. Du, M. Geck und R. Rouquier, C. Hofmann, N. J. Kuhn und schließlich K. Maagard und P. H. Tiep.

W. Herfort (Wien)

C. Jansen, K. Lux, R. Parker, R. Wilson: An Atlas of Brauer Characters. London Mathematical Society Monographs, New Ser. 11. Oxford University Press, 1995, 327 S. ISBN 0-19-851481-6.

Brauer-Charaktere wurden 1937 von R. Brauer und Nesbitt als erster Schritt einer Verallgemeinerung der Darstellungstheorie auf den Fall des Körpers von Primzahlcharakteristik eingeführt. Die Idee besteht darin, die Eigenwerte einer Darstellungsmatrix zunächst zu Eigenwerten in einem geeigneten Körper der Charakteristik 0 zu liften. Danach kann man, analog zum Fall der Charakteristik Null, die Eigenwerte der Darstellungsmatrizen aus den Charakteren und Potenzabbildungen gewinnen.

Für jede einfache Gruppe G der Ordnung kleiner als 10^9 werden die vollständigen Brauer-Charaktertafeln aller 'bizyklischen' Erweiterungen von G zu all jenen Primzahlen, welche die Ordnung $|G|$ von G teilen, angegeben. Die Primzahlen, die $|G|$ nicht teilen, sind diesbezüglich im *Atlas* abgehandelt worden. In zwei Anhängen werden auch Tafeln der Conwaypolynome und die Abbildungen von Irrationalitäten in alle endlichen Körper, sowie gewisse Korrekturen und Zusätze zum *Atlas*, beigesteuert von Th. Breuer und S. Norton.

W. Herfort (Wien)

M. Jutila, T. Metsänkylä (Eds.): Number Theory. Proceedings of the Turku Symposium on Number Theory in Memory of Kustaa Inkeri, May 31–June 4, 1999. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2001, VIII+328 S. ISBN 3-11-016481-7 H/b DM 268,–.

Dieser Tagungsband entstand anlässlich eines Symposiums in Turku, das 1999 im Gedenken an den finnischen Zahlentheoretiker Kustaa Inkeri (1908–1997) stattfand. Die 22 mathematischen Beiträge decken die meisten Gebiete der Zahlentheorie ab.

G. Lettl (Graz)

M. Rosen: Number Theory in Function Fields. (Graduate Texts in Mathematics 210.) Springer, New York, Berlin, Heidelberg, Barcelona, Hong Kong, London, Milan, Paris, Singapore, Tokyo, 2002, XII+358 S. ISBN 0-387-95335-3 H/b € 54,95.

Ein *globaler Körper* ist ein Erweiterungskörper von endlichem Grad über $\mathbb{Q}$ (ein *algebraischer Zahlkörper*) oder über $\mathbb{F}(T)$, wobei $\mathbb{F}$ ein endlicher Körper und T transzendent über $\mathbb{F}$ ist (ein *globaler Funktionenkörper*). Ein gemeinsamer Oberbegriff für solche Körper ist durch zahlreiche Analogien, insbesondere arithmetischer Natur, gerechtfertigt, welche im vorliegenden Buch ganz stark herausgearbeitet werden. Zu manchen sehr tiefliegenden Vermutungen der (algebraischen) Zahlentheorie sind die Analoga für globale Funktionenkörper bereits bewiesen.

Kapitel 1–4 behandeln zahlentheoretische Analoga zwischen $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{F}[T]$: kleiner Fermat, Satz von Wilson, Zetafunktion und arithmetische Funktionen, Reziprozitätsgesetz und Primelemente in arithmetischen Folgen.

Kapitel 5–9 entwickeln die Theorie der Funktionenkörper in einer Variablen, teilweise auch über nicht notwendig endlichem Konstantenkörper: Satz von Riemann-Roch, Zetafunktion, Geschlechterformel von Riemann-Hurwitz, ABC-Satz, Konstantenkörpererweiterungen, Galoissche Erweiterungen, Dichtesatz von Tschebotareff, Artinsche und Heckesche L-Funktionen sowie ein Ausblick auf globale Klassenkörpertheorie. Kapitel 10 bringt den Beweis der Artinschen Vermutung über Primitivwurzeln im Falle globaler Funktionenkörper nach der Dissertation von Brillharz (1937).

In Kapitel 11 wird die Klassengruppe eines Funktionenkörpers bei Konstantenkörpererweiterungen untersucht, wobei die Resultate für $\mathbb{Z}_l$-Erweiterungen den Ausgangspunkt für die Entwicklung der Iwasawatheorie algebraischer Zahlkörper darstellten. In Analogie zu den Kreisteilungskörpern werden in Kapitel 12 zyklotomische Funktionenkörper mit Hilfe des Carlitzmoduls konstruiert, als dessen Verallgemeinerung in Kapitel 13 eine Einführung in die Theorie der Drinfeld-Moduln folgt.

Kapitel 14 leitet die analytische Klassenzahlformel für Holomorphieringe bezüglich geometrischer, abelscher Erweiterungen her. In Kapitel 15 wird zunächst der Satz von Stickelberger für Kreisteilungskörper bewiesen und sodann als Verallgemeinerung davon die Vermutung von Brumer-Stark für abelsche Erweiterungen globaler Körper formuliert. Für Funktionenkörper wurde diese Vermutung von J. Tate & P. Deligne, bzw. von D. Hayes in den 80er Jahren bewiesen. Ein Beweis für den Fall zyklotomischer Funktionenkörper wird in diesem Kapitel vorgestellt. In Kapitel 16 werden, in Analogie zu den Formeln von Kummer und Iwasawa, algebraische Formeln für den "$+$"- bzw. "$-$"-Teil der Klassenzahl eines zyklotomischen Funktionenkörpers mit primem "Führer" hergeleitet.

Schließlich behandelt Kapitel 17 Mittelwertsätze für arithmetische Funktionen. In einem Anhang wird der nach E. Bombieri vereinfachte Beweis der Riemannschen Vermutung für globale Funktionenkörper gebracht.

Mit diesem Buch ist es dem Autor hervorragend geglückt, auf die engen Zusammenhänge zwischen algebraischen Zahlkörpern und globalen Funktionenkörpern hinzuweisen und aufzuzeigen, wie sich die Entwicklung dieser beiden Gebiete oft sehr erfolgreich gegenseitig befruchtete. Die Lektüre dieses Buches ist einfach ein Genuß, insbesondere für Leser mit Grundkenntnissen der algebraischen Zahlentheorie oder der Theorie der Funktionenkörper einer Variablen.

G. Lettl (Graz)

H. Völklein, D. Harbater, P. Müller, J. G. Thompson (Eds.): Aspects of Galois Theory. (London Mathematical Society Lecture Notes Series 256.) Cambridge University Press, 1999, VIII+282 S. ISBN 0-521-63747-3 P/b £ 27,95.

Der Band entstand nach der *'UF Galois Theory Week'*, einer Konferenz an der Univ. Florida im Jahre 1996, und wendet sich an Spezialisten. Dabei stehen Beiträge zum Umkehrproblem der Galoistheorie im Vordergrund: Gegeben ein Körper und eine (pro)-endliche Gruppe, so kann man fragen, ob es dann eine Galoissche Erweiterung des Körpers gibt, dessen Galoisgruppe zur gegebenen Gruppe isomorph ist. Bekannte Übersichtsartikel, welche Gruppen derzeit (vor allem über dem Körper der rationalen Zahlen) realisiert werden können, findet man z.B. in verschiedenen Publikationen von Jürgen Matzat.

Im vorliegenden Band werden jedoch neue, bis dahin unveröffentlichte Forschungsergebnisse behandelt: Abhyankar gibt explizit Polynome an, um gewisse

Familien von Liegruppen in Charakteristik p über dem endlichen Körper $\mathrm{GF}(p)$ als Galoisgruppen zu realisieren. Auch eine Arbeit von Couveignes geht in diese Richtung der expliziten Bestimmung gewisser Polynome. Völklein und Thompson benützen Starrheitsbedingungen, um unter gewissen Bedingungen an n und q projektive symplektische Gruppen $\mathrm{PSp}(n,q)$ zu realisieren. An diese Artikel schließen sich Arbeiten von Harbater und Ihara, die davon ausgehen, gewisse proendliche Gruppen als (unendliche) Galoisgruppen über dem Körper $\mathbb{Q}$ zu realisieren. Der Wert solchen Bemühens liegt darin, daß jedes endliche stetige Bild solch einer proendlichen Gruppe als Galoisgruppe über $\mathbb{Q}$ auftritt. Danach wird in der Arbeit von Wewers ein Satz von Grothendieck über den Zusammenhang zwischen der Fundamentalgruppe einer (mehrfach) punktierten Riemannschen Zahlenkugel in verschiedenen Charakteristiken auf elementarerem Weg als bisher bewiesen. In der Arbeit von Frey/Kani/Völklein werden unendliche Türme unverzweigter Galoiskurvenüberlagerungen (definiert über einem festen Zahlkörper bzw. endlichen Körper) konstruiert, derart daß die jeweils rationalen Punkte auf den Kurven (definiert in den jeweiligen Erweiterungen) in einem gewissen Sinn kompatibel sind. Schließlich werden in Peter Müllers Arbeit arithmetische Eigenschaften rationaler Funktionen untersucht, welche zum Hilbertschen Irreduzibilitätssatz in Beziehung stehen.

W. Herfort (Wien)

A. Werner: Elliptische Kurven in der Kryptographie. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, X+142 S. ISBN 3-540-42518-7 P/b € 22,95.

Elliptische Kurven sind wohl ein besonders überzeugendes Beispiel dafür, daß Objekte, die schon seit langer Zeit aus rein mathematischem Interesse studiert wurden, zu praktischen Anwendungen führen können. Elliptische Kurven finden in der Kryptographie immer weitere Verbreitung. Umso erfreulicher ist es, daß mit dem Buch von Frau Werner nun eine deutschsprachige und recht elementar gehaltene Einführung in dieses Gebiet vorliegt.

P. Grabner (Graz)

A. Baker: Matrix Groups. An Introduction to Lie Group Theory. With 16 Figures. (Springer Undergraduate Mathematics Series.) Springer, London u.a. 2002, XI+330 S. ISBN 1-85233-470-3 P/b DM 74,79.

Eine Matrix-Gruppe ist eine Untergruppe von $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$, die (bezüglich der natürlichen Topologie) abgeschlossen ist. Bekannte Beispiele dafür sind die speziellen linearen Gruppen, die orthogonalen Gruppen, die unitären Gruppen, die Lorentzgruppe und viele andere. Im ersten Teil dieses Buches ("Basic Ideas and Examples") werden Matrix-Gruppen und ihre Eigenschaften ausführlich besprochen und so grundlegende Begriffe aus der Theorie der Liegruppen motiviert. Im zweiten Kapitel ("Matrix Groups as Lie Groups") werden Liegruppen definiert und gezeigt, dass jede Matrix-Gruppe eine Liegruppe ist. Begriffe wie *homogener Raum* einer Liegruppe und *Wegzusammenhang* können nun mit vielen interessanten Beispielen verbunden werden. Das letzte Kapitel ("Compact Connected Lie Groups and their Classification") verwendet, dass jede kompakte Liegruppe isomorph zu einer Matrix-Gruppe ist, und führt in die Klassifikationstheorie der kompakten einfachen Liegruppen ein.

Dieses Buch kann bereits von Mathematikstudierenden im dritten Studienjahr gelesen werden. Es ist ansprechend geschrieben und vermittelt viele interessante Ideen und Resultate aus der Theorie der Liegruppen.

F. Pauer (Innsbruck)

E. R. Fadell, S. Y. Husseini: Geometry and Topology of Configuration Spaces. (Springer Monographs in Mathematics.) Springer, Berlin u.a. 2001, XVI+313 S. ISBN 3-540-66669-9 H/b DM 169,–.

Der Konfigurationsraum einer Mannigfaltigkeit M ist der Raum der n-Tupel aus M. Die vorliegende Monographie behandelt die Konfigurationsräume zu euklidischen Räumen und Sphären mit dem Ziel, auch den in der Topologie nicht so sehr bewanderten Leser auf konsistente und umfassende Weise an die topologischen Eigenschaften dieser Räume heranzuführen. So wird etwa die klassische Homotopietheorie dieser Räume entwickelt samt der Liealgebra der Homotopiegruppen, die Zellstruktur der Konfigurationsräume sowie die Homologie und Kohomologie ihrer Schleifenräume analysiert. Die Anwendbarkeit dieser Ergebnisse — etwa in der Analysis — wird abschließend anhand des n-Körperproblems demonstriert.

H. Stachel (Wien)

L. C. Grove: Classical Groups and Geometric Algebra. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 39.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, X+169 S. ISBN 0-8218-2019-2 H/b $ 35,–.

Das vorliegende Werk bietet eine gut lesbare Einführung in die Geometrie der klassischen Gruppen, ein Teilgebiet an der Nahtstelle zwischen Geometie und Algebra. In insgesamt 13 Kapiteln werden die zentralen Inhalte präsentiert, wobei zum Verständnis der Standardstoff je einer Vorlesung aus Algebra und linearer Algebra ausreichen sollte; Grundkenntnisse der projektiven Geometrie sind für ein tieferes Verständnis jedenfalls von Vorteil. Neben Abschnitten über Sesquilinearformen und quadratische Formen stehen natürlich die zugehörigen symplektischen, orthogonalen und unitären Gruppen sowie Clifford-Algebren im Vordergrund. Dabei werden die beiden Fälle, dass der Grundkörper eine Charakteristik ungleich bzw. gleich 2 besitzt, immer getrennt behandelt, auf Vektorräume über Schiefkörpern wird nur kurz hingewiesen. Eine Reihe von Übungsaufgaben sowie ein abschließender Ausblick etwa hin zu Lie-Algebren und ihren Coxeter-Dynkin-Diagrammen oder in die algebraische K-Theorie runden dieses schöne, inhaltsreiche und sorgfältig erstellte Buch ab.

H. Havlicek (Wien)

S. Levy (ed.): The Eightfold Way. The Beauty of Klein's Quartic Curve. (Mathematical Sciences Research Institute Publications 35.) Cambridge University Press, 2001, X+331 S. ISBN 0-521-80209-1 H/b £ 40,–, ISBN 0-521-00419-5 P/b £ 19,95*.

This is an assembly of nine different papers on issues concerning a seemingly simple equation $x^3y+y^3z+z^3x=0$ of a curve in homogeneous complex coordinates and its corresponding Riemann surface. It was first discovered by Felix Klein in the 1870s and has since sparked the interest of many mathematicians all over the globe. It is famous for many reasons, notably for its symmetry properties: Only later it was discovered that any compact Riemann Surface of genus two or more has at most 168 automorphisms. The regarded example is of genus 3 and shows the whole range of 168 symmetries.

The authors of the articles contained in this book highlight the rich variety of properties and theories relating to this object. Some try to address a wider public by including a historical overview, others particularly see the object from the number theory point of view, take the geometric stance or view the matter in terms of Riemann surfaces. Also related curves are investigated. The last chapter is by Felix Klein himself: His 'contribution' is a translation of his seminal article 'Transformationen siebenter Ordnung der elliptischen Funktionen'. The surface was the model for a marble sculpture by H. Ferguson which can be admired in the area of the Mathematical Sciences Research Institute in Berkeley. By the way: The name of the book stems from the fact that the tesselation appearing on the surface (after the surface has folded over itself) has a remarkable property: It consists of heptagons and no matter in which direction your start, you will always return to the starting point if you alternately turn once right and once left at every junction. This way you have eight options but no choice where to end up.

This is a thorough-bred specialist book on a very specific mathematical subject. For anyone who is interested in Kleins's quartic curve and a whole range of aspects surrounding it this book is 'the real thing'.

J. Lang (Graz)

J. Matoušek: Lectures on Discrete Geometry. With 206 Illustrations. (Graduate Texts in Mathematics 212.) Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2002, XVI+481 S. ISBN 0-387-95374-4 P/b € 44,95, ISBN 0-387-95373-6 H/b.

Die diskrete Geometrie erfährt gegenwärtig drei Darstellungen. Packungen, Pflasterungen, Überdeckungen, sowohl endliche als auch unendliche, werden in den in Vorbereitung befindlichen Büchern von Betke, Henk und Wills, bzw. von Böröczky Jr. behandelt. Das vorliegende schöne Buch widmet sich konvexen Polytopen, Arrangements, Durchschnittsmustern, Selection Theorems, Transversalen, algorithmischen Fragen und Fragen der lokalen Theorie normierter Räume. Das breite Thema wird interessant, kenntnisreich und mit den wesentlichen Ergebnissen dargestellt. Nach der Lektüre des Buches weiß man über dieses vielgestaltige Gebiet gut Bescheid. Es eignet sich auch, um sich mit einzelnen Fragen vertraut zu machen. Geometer und Analytiker, die der Themenstellung fern stehen, können sich hier interessante Anregungen holen.

P. Gruber (Wien)

C. J. Scriba, P. Schreiber: 5000 Jahre Geometrie. Geschichte, Kulturen, Menschen. Mit 200 Abbildungen, davon 25 in Farbe. (Vom Zählstein zum Computer.) Springer, Berlin u.a. 2001, XIII+596 S. ISBN 3-540-67924-3 H/b DM 69,–.

Für das vorliegende Werk ist eine nüchterne, im Sachlichen bleibende Besprechung kaum möglich. Jedenfalls für einen Geometer nicht, denn es läßt ihn jene seltsame Freude empfinden, die das Erleben eines Kunstwerkes im Kontext der eigenen Kultur vermitteln kann: das „Vollbad im Kunstgenuß".

Geschichtsdarstellungen müssen abstrahieren, müssen ein Netzwerk von zeitlicher Verflechtung in eine serielle Anordnung bringen, müssen sich dabei auf sekundäre Quellen und Literatur berufen und sind dem Zeitgeist unterworfen. Eine gute und lebendige Geschichtsdarstellung, und die vorliegende ist eine solche, ist nicht ein von einem mehr oder weniger anonymen Autorenkollektiv geschaffenes Absolutum, sondern spiegelt durch Auswahl, Interpretation und Erzählstil merkbar die Persönlichkeit der Autoren wider.

Die „5000 Jahre Geometrie" gehören einer von einer Projektgruppe der Universität Hildesheim edierten Reihe zur Mathematikgeschichte mit dem Sammeltitel

„Vom Zählstein zum Computer“ an. In diesem Zusammenhang waren für die Autoren Vorgaben einzuhalten. Unter diesen sind die „Aufgaben-Kapitel“, mit denen jeder Hauptabschnitt schließt, für ein Geschichtswerk wohl die am wenigsten erwarteten und daher verblüffendsten.

Die beiden Autoren haben sich die Aufgabe geteilt: C. J. Scriba ist für die ersten 4500 Jahre hauptverantwortlich, P. Schreiber für die stürmischen letzten 500 Jahre (und für das Euklid-Kapitel). Im ersten Abschnitt wird den Wurzeln späterer abendländischer Mathematik bis hin nach China und Japan nachgespürt. Naturgemäß bieten die das klassische Griechenland betreffenden Abschnitte schon wegen der langen Tradition ihrer geschichtlichen Aufbereitung und relativ dichter Sekundärliteratur ein vertrautes Bild. Inwieweit die China und Japan betreffenden Kapitel, sofern sie sich auf Europäern erschließbare Quellen stützen, überhaupt über die Mitteilung von Faktischem und mehr oder weniger zufällig Ausgewähltem hinausgehen könnten, ist schwer zu sagen. Das Dargebotene muß sich hier wohl auch aus Platzgründen mit dem Erfolg begnügen, Appetit auf Spezialliteratur zu wecken.

P. Schreiber beschreibt und interpretiert hingegen eine vertrautere Welt: das Ringen um das Parallelenaxiom Euklids, die Entstehung neuer mathematischer Disziplinen aus ursprünglich geometrischen Denkansätzen und oft einfach formulierbaren geometrischen Problemen, das Streben nach Begriffsverschärfungen und verbesserten Beweismethoden. Er nennt vertraute, berühmte Namen. Und er stellt die Geometrie in den Kontext menschlichen täglichen Lebens und Erlebens schlechthin. Insbesondere erfahren künstlerische Konkretisierungen von Geometrie sein besonderes Augenmerk. Dieser Ansatz kompensiert die Unmöglichkeit, allen „fraktal-verästelten“ Entwicklungslinien der Geometrie und der Mathematiker-Clans des 20. Jahrhunderts gerecht zu werden.

Als Besonderheit werden dem Buch als Anhang einige (ins Deutsche übertragene) Originaltexte beigefügt, mit denen sich anders als bloß mit Autorenworten auch Stimmungen und Zeitgeist erschließen. Die angegebene Literatur ist vorrangig deutschsprachig. Soweit dies möglich ist, werden von anderssprachigen Originalwerken deutsche Übertragungen angeführt. Mit dem umfangreichen Personenregister mit Lebensdaten erhält das Buch auch noch die Qualitäten eines Nachschlagwerkes. (Damit der Rezensent an diesem großartigen Buch auch etwas kritisieren kann: Er hätte auch noch E. E. Kummer, H. Wieleitner, G. Loria und K. Zindler angeführt.) Das Buch hat das Zeug zu einem Bestseller. Auch hartgesottene Bourbakisten werden nach dem Lesen dieses Buches Geometrie für die im Ganzen fruchtbarste und schönste Teildisziplin der Mathematik halten, mit der sich letztere dem größeren Rest der Welt auch am ehesten erschließt. Aber lesen Sie selbst!

G. Weiß (Dresden)

G. Toth: Glimpses of Algebra and Geometry. Second Edition. With 183 Illustrations, Including 18 in Full Color. (Undergraduate Texts in Mathematics.) Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2002, XXII+450 S. ISBN 0-387-95345-0 H/b € 64,95.

This is the second, much revised and augmented edition of the book originally published in 1998. It intends to close the gap between undergraduate and graduate studies in number theory, classical geometry and modern algebra.

Flicking through the book one thought struck my mind: Quite a range of subjects. Natural numbers, quadratic, cubic and quartic equations, stereographic projection, a proof of the fundamental theorem of algebra, Moebius geometry, complex linear fractional transformations, Riemann surfaces, the five Platonic solids, Euler-Poincaré characteristic, the four colour theorem, quaternions, Klein's results on the icosahedral equation, and a jaunt to the fourth dimension. This record is by no means complete, but it shows the author's ambition. A lot of figures and a few colourful pictures are provided. Additionally, an array of 160 pictures is accessible via the internet. At the end of many chapters, problems to be solved by the determined reader are offered. To 100 selected problems a 'solution manual' is furnished. Appendices on sets, groups, topology, smooth maps, on the hypergeometric differential equation and on Galois theory convey the concepts and basics of these fields.

Is this book just a compilation of a host of mathematical topics? Not at all! Wherever necessary, the author delivers the appropriate dose of theory in order to give the reader enough firm ground beneath his (or her) feet. Each of the chapters is a good read and the book adds up to a wholly appealing entity. To my mind, it fully lives up to the objectives it has been aiming at: it closes the gap between basic mathematical tuition at universities and graduate mathematics in the quoted areas.

It can be warmly recommended to whoever is interested in algebra and geometry. I can well imagine that teachers and teachers-to-be as well as scientists from all walks of mathematical life will benefit from this carefully worked-out textbook.

J. Lang (Graz)

J. Duoandikoetxea: Fourier Analysis. Translated and revised by D. Cruz-Uribe, SFO. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 29.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2001, XVIII+222 S. ISBN 0-8218-2172-5 H/b $ 35,-.

Sehr klar und übersichtlich werden die Hauptergebnisse der Theorie der singulären Integraloperatoren dargestellt (und zwar die sog. "real variable methods" nach A. P. Calderón und A. Zygmund). Besonders interessant und wertvoll sind die Kommentare am Ende jeden Kapitels, da sie eine Beschreibung des state of the art bis 2000 liefern. Damit ist das Buch die natürliche Fortsetzung des Klassikers von E. M. Stein (Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions) von 1970. Angemerkt sei auch noch, daß das Buch die Hauptergebnisse aus den Überblicksartikeln von E. M. Dyn'kin beweist (Methods of the Theory of Singular Integrals, in "Commutative Harmonic Analysis" I, 167–259, und IV, 97–194, Enc. Math. Sciences, Vol. 15, 42, ed. by R. P. Khavin, N. K. Nikol'skiĭ, Springer, 1991,1992).

N. Ortner (Innsbruck)

J. J. Gray: Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré. 2nd Edition. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, XX+338 S. ISBN 0-8176-3837-7, 3-7643-3837-7 H/b sFr 128,–.

Grays Buch befaßt sich mit den historischen Hintergründen und Beiträgen von u.a. Euler, Gauss (hypergeometrische und modulare Gleichungen), Jacobi und Kummer (elliptische Funktionen, Monodromie), Riemann, Cauchy, Lazarus Fuchs (Fuchssche Theorie der linearen Differentialgleichungen), Schwarz, Klein und Gordan, Klein und schliesslich H. Poincaré zum heute als *Differential-Galois-Theorie* bezeichneten Gebiet. Dieses Gebiet (in moderner Form) ist z.B. von Andy Magid in der Reihe AMS-Lecture Notes dargestellt worden.

Bezüglich der nunmehr zweiten Auflage vermerkt der Autor, daß er sich als Historiker mit dem Thema befaßt und das erst um 1990 durch Anosov und Bolibruch als generell unlösbar erkannte Riemann-Hilbertproblem (es fragt nach der Existenz von linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen, deren Lösungen an vorgegebenen Stellen (der komplexen Ebene) vorgegebene Singularitäten (Pol, logarithmisch, etc.) besitzen) im ersten Band als lösbar angesehen hat. Entsprechende Korrekturen und Anmerkungen finden sich nun hier.

Das Buch erscheint mir (auch für den mäßig Fortgeschrittenen) angenehm lesbar und verhilft zu Einblicken in eine Fülle von Publikationen aus der Zeit von etwa 1812 bis ca. 1908 (Schlesinger, Plemelj), wurde doch die Mühe aufgewendet, die Information geordnet und in einer in der Gegenwart lesbareren Notation aufzuschreiben. Vor allem der Hintergrund an Analysis, welcher die abstrakten algebraischen Methoden der Differential-Galois-Theorie motiviert, wird deutlich gemacht.

W. Herfort (Wien)

V. P. Havin, N. K. Nikolski (Eds.): Complex Analysis, Operators, and Related Topics. The S. A. Vinogradov Memorial Volume. (Operator Theory, Advances and Applications, Vol. 113.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2000, X+408 S. ISBN 3-7643-6214-6 H/b sFr 168,–.

Dieses Buch ist dem Leningrader Mathematiker S. A. Vinogradov gewidmet. Es enthält einen Überblicksartikel der Herausgeber V. P. Havin [Khavin] und N. K. Nikolski [Nikol'skiĭ] über den Lebenslauf von S. A. Vinogradov und eine sorgfältig ausgearbeitete und sehr informative Zusammenstellung seiner mathematischen Leistungen. Dieser Artikel von V. P. Havin und N. K. Nikolski zeichnet ein gut strukturiertes und überschaubares Bild des mathematischen Erbes, das uns Vinogradov hinterlassen hat.

Darüberhinaus enthält dieser Sammelband Arbeiten von Vinogradovs Schülern und Kollegen A. Aleksandrov, S. Khavinson, S. V. Kislyakov, V. Maz'ya, F. Nazarov, V. Peller und G. Ts. Tumarkin, aber auch von J.-P. Kahane, P. Koosis und B. Korenblum.

P. Müller (Linz)

R. J. Iorio, Jr., V. de Magalhães Iorio: Fourier Analysis and Partial Differential Equations. (Cambridge studies in advanced mathematics 70.) Cambridge University Press, 2001, XI+411 S. ISBN 0-521-62116-X H/b £ 45,-.

An guten Büchern über Harmonische Analysis besteht kein Mangel — auch nicht an solchen, die diese von der Theorie der partiellen Differentialgleichungen her motivieren. Trotzdem bereichert das vorliegende Lehrbuch die vorhandene Literatur, da die Autoren neue Wege beschreiten:

– Die Regularität der Lösungen partieller Differentialgleichungen in Gestalt von unendlichen Reihen als Ausgangspunkt für die Einführung periodischer Distributionen;
– Definition periodischer Distributionen ohne Stetigkeitsforderung (die für die Analysis erforderliche mengentheoretische Topologie wird auf 20 Seiten erst in der Mitte des Buches entwickelt);
– Entwicklung der Halbgruppentheorie und Einführung der Sobolewräume periodischer Funktionen zur Lösung linearer und nichtlinearer Evolutionsgleichungen, insbesondere der verallgemeinerten, nichtlinearen Schrödingergleichung und der Korteweg-de Vries-Gleichung auf beschränkten Intervallen;

– Vermeidung der Lebesgueschen Integrationstheorie bis zum “Part Three: Some Nonperiodic Problems”, der die letzten 20% des Buches umfaßt und die klassische Distributionentheorie entwickelt, sowie die Wärmeleitungs- und (freie) Schrödingergleichung behandelt;
- Darstellung globaler Korrektheitsresultate der Autoren (1990, 1998) für die Korteweg-de Vries- und die Benjamin-Ono-Gleichung.

Bestechend präzise und klar legen die Autoren überzeugend dar, daß auch für nichtlineare partielle Differentialgleichungen die klassische Funktionalanalysis in jüngster Zeit (Kenig, Ponce, Vega: 1993, 1996; Bourgain 1993, 1995) wichtige Ergebnisse lieferte.

N. Ortner (Innsbruck)

J. Jost: Compact Riemann Surfaces. An Introduction to Contemporary Mathematics. Second Edition. (Universitext.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XVI+278 S. ISBN 3-540-43299-X P/b € 39,95.

Das vorliegende Buch gibt eine sehr (differential-)geometrische Einführung in die Theorie der Riemannschen Flächen. Durch diesen geometrischen Zugang werden einige Aspekte der Theorie, die in manchen anderen Büchern zum Thema eher an den Rand gedrängt werden, wie etwa die algebraisch-topologische Charakterisierung kompakter orientierbarer Flächen oder die Differentialgeometrie der Flächen, genauer behandelt. Durch diese geometrische Sichtweise wird es etwa natürlich, die Riemann-Hurwitz-Formel aus der Formel von Gauß-Bonnet herzuleiten. Darüber hinaus ist zu erwähnen, daß es für ein einführendes Buch wohl einmalig ist, die Anfangsgründe der Teichmüller-Theorie zu präsentieren.

Insgesamt stellt das Buch eine gelungene Einführung in ein klassisches, aber noch immer aktuelles Gebiet der Mathematik dar.

P. Grabner (Graz)

V. Kac: Infinite-Dimensional Lie Algebras. 3rd Edition, Cambridge University Press, 1994, 422 S. ISBN 0-521-46693-8 (0-521-37215-1) £ 23,95.

Victor G. Kac beschreibt den Übergang von der Klassifikation endlich dimensionaler einfacher Liealgebren über dem Körper der komplexen Zahlen zum Studium von Kac-Moody-Algebren, welche die vierte der folgenden 4 Klassen unendlichdimensionaler Liealgebren darstellt:

– Vektorfelder auf Mannigfaltigkeiten;
– Liealgebren unendlichdimensionaler Liegruppen, wobei alles über Funktionenalgebren definiert ist (z.B. ‘current algebras’);
– Liealgebren auf Hilbert- und Banachräumen;
– die auch nach dem Autor benannten Kac-Moody-Algebren.

Die letztere Klasse läßt sich analog zu endlichdimensionalen einfachen Liealgebren mittels den Cartan-Matrizen entsprechenden Matrizen festlegen, wobei die Algebren eine $\mathbb{Z}$-Graduierung erfahren. Zum Lesen des Buches ist Kenntnis der Klassifikation der einfachen Liealgebren sicher hilfreich, jedoch nicht absolut erforderlich.

W. Herfort (Wien)

Y. K. Kwok: Applied Complex Variables for Scientists and Engineers. Cambridge University Press, 2002, XI+392 S. ISBN 0-521-00462-4 P/b £ 19,95.

Das Buch ist eine Einführung in die Theorie und Praxis der komplexen Funktionen. Es richtet sich an Studenten der Mathematik, Physik und Technik mittlerer Semester, die durch die Lektüre der Monographie an die enormen Möglichkeiten der Funktionentheorie herangeführt werden. Das Buch ist ansprechend verfaßt und didaktisch vorzüglich aufbereitet. Eine Vielzahl von gelösten Beispielen und zahlreiche Bilder erleichtern das Erarbeiten des umfangreichen Stoffs.

Aufbau und Inhalt des Buches sind klassisch: Nach einer detaillierten Einführung in die komplexen Zahlen (Kap. 1) werden im zweiten Kapitel analytische Funktionen, deren Differenzierbarkeit und die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen behandelt. Komplexwertige Exponential-, Logarithmus- und trigonometrische Funktionen sowie Riemannsche Flächen bilden den Inhalt des 3. Kapitels. Die komplexe Integration basierend auf dem Cauchyschen Integralsatz und Anwendungen in der Potentialtheorie findet man im nächsten Abschnitt, an den sich eine ausführliche Behandlung der Taylor- und Laurentreihen anschließt. Im sechsten Kapitel werden Singularitäten und der Residuensatz behandelt. Kapitel 7 zeigt Anwendungen des Kalküls auf Rand-Anfangswertprobleme der Physik (Wärmeleitung, mechanische Schwingungen). Konforme Abbildungen und ihre Anwendungen im 8. Kapitel bilden den Abschluß..

Das Buch kann als Lernhilfe vorbehaltlos empfohlen werden.

E. Werner (München)

S. G. Krantz, H. R. Parks: The Implicit Function Theorem. History, Theory, and Applications. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2002, XI+163 S. ISBN 0-8176-4285-4, 3-7643-4285-4 H/b € 90,47.

Der Hauptsatz über implizite Funktionen ist wohl Bestandteil jedes Analysis-Kurses. Daß diesem Satz ein ganzes Buch gewidmet ist, erscheint auf den ersten Blick etwas ungewöhnlich. Der Hauptsatz über implizite Funktionen ist aber Ausgangspunkt so vieler verschiedener Entwicklungen und hat so viele Aspekte, daß dies durchaus gerechtfertigt ist.

Das vorliegende Buch gibt zuerst einen historischen Abriß über die dem Satz zugrundeliegenden Ideen. Danach werden mehrere verschiedene Beweise angeboten. Der Rest des Buches ist einerseits Anwendungen wie etwa dem Zusammenhang mit dem Satz von Picard-Lindelöf, der numerischen Bestimmung von implizit gegebenen Funktionen und Mannigfaltigkeiten gewidmet, andererseits werden verschiedene Verallgemeinerungen diskutiert. Hier werden verschiedene abstraktere Fassungen des Satzes präsentiert, wie etwa Hadamards globale Version des Satzes und der Satz von Nash-Moser.

Insgesamt ist es für einen Analysis-Kurs sicher lohnend, aus diesem Buch die eine oder andere "Anleihe" bei der Präsentation des Hauptsatzes über implizite Funktionen zu nehmen.

P. Grabner (Graz)

Y. Meyer, R. Coifman: Wavelets. Calderón-Zygmund and multilinear operators. (Cambridge studies in advanced mathematics 48.) Cambridge University Press, 2000, XIX+314 S. ISBN 0-521-79473-0 P/b £ 24,95. (Previously published: ISBN 0-521-41001-6 H/b £ 42,50.).

Mit "Wavelets: Calderón-Zygmund and Multilinear Operators" haben die Autoren R. R. Coifman (Yale University) und Y. Meyer (Université Paris Dauphine) ein seltenes Meisterwerk der Mathematischen Analysis geschaffen, das hier besprochen werden soll.

In den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts begannen Alberto Calderón und Antoni Zygmund mit der systematischen Analyse singulärer Integraloperatoren. Als Modell diente die Hilberttransformation, also die Faltung mit $1/x$. Calderón und Zygmund analysieren die Wirkung des singulären Kerns $K(x,y) = 1/(x-y)$ explizit. Der Umstand, daß die Hilberttransformation Faltung ist und somit auch als Fouriermultiplikator mit dem Symbol $sign(\zeta)$ geschrieben werden kann, ist unwesentlich und wird ignoriert. So entstand die reelle Theorie der singulären Integraloperatoren auf $\mathbb{R}^n$. Wesentlich für ihr Funktionieren ist das Abfallverhalten des Kernes $K(x,y)$, die klare einpunktige Lokalisation der Singularität und die Mittelwerteigenschaft pv$\int K(x,y) = 0$.

"Wavelets: Calderón-Zygmund and Multilinear Operators" ist die Forsetzung des Buches "Wavelets and Operators " von Y. Meyer. Das erste Kapitel trägt demnach die Nummer 7. Kapitel 7 gibt einen Überblick über den Umfang der Calderón-Zygmund-Theorie und beschreibt Beispiele aus der komplexen Analysis (Cauchy-Integral auf Lipschitzkurven), der Potentialtheorie (Potential der Doppelschicht auf C^1- und Lipschitzflächen) und der Theorie der Differentialgleichungen (Pseudodifferentialoperatoren, Paraprodukte von Bony, Paradifferentialoperatoren).

Singuläre Integraloperatoren werden hauptsächlich in Hinblick auf ihre Regularität und Beschränktheit in den klassischen Funktionenräumen (L_p, H^1, BMO, Hölder, Besov) untersucht. Das Hauptergebnis ist das '$T(1)$-Theorem' von G. David und J. L. Journe: Ein singulärer Integraloperator T ist auf L^2 beschränkt, wenn $T(1) \in$ BMO und $T^*(1) \in$ BMO. Kapitel 8 (das zweite des zweiten Bandes) ist diesem Satz gewidmet, und es macht klar, warum Wavelets in vielen Gebieten der Analysis ein unverzichtbares Werkzeug geworden sind: Wavelets sind ein Orthonormalsystem, das singuläre Integraloperatoren “fast” diagonalisiert, weil die Matrixdarstellung von T in der Waveletbasis $\{\psi_I\}$ “diagonal-dominant” ist. Es gilt

$$|\langle T\psi_I, \psi_J\rangle| \leq \min\left\{\frac{|I|}{|J|}, \frac{|J|}{|I|}\right\}^{n/2+\gamma}\left\{1+\frac{\operatorname{dist}(I,J)}{\max\{|I|,|J|\}}\right\}^{n+\gamma}.$$

Außerhalb der Diagonale $I = J$ fällt die Koeffizientenmatrix $\langle T\psi_I, \psi_J\rangle$ somit stark ab. Aus dieser Ungleichung folgt L^2-Beschränktheit und vieles mehr. Der Waveletbeweis des ‘$T(1)$-Theorems’ bewirkte einen Paradigmenwechsel in der Theorie der singulären Integraloperatoren, der in den Kapiteln 8 und 11 genau nachgezeichnet ist: Einfach gesagt, die Calderón-Zygmund-Theorie ist äquivalent zur Theorie diagonal-dominanter Matrizen. Als Anwendungen davon enthalten die Kapitel 12 und 15 tiefliegende Sätze über Hardy-Räume und analytische Funktionen (Satz von David über Ahlfors-reguläre Kurven, Jerison-Kenig identities, Quadratfunktionen für Hardy-Räume auf Lipschitzgebieten).

Zum Meisterwerk wurde dieses Buch nicht nur, weil es die bekannten Ergebnisse brilliant darstellt, sondern auch, weil es neue und zukunftsweisende Konzepte einführt und zwei der wichtigsten bekannten Probleme im neuen Kontext formuliert (Kapitel 13 und 14). Diese sind: die Calderón-Vermutung, dass die bilineare Hilberttransformation

$$(f,g) \mapsto \int_{\infty}^{\infty} f(x-t)g(x+t)\frac{dt}{t}$$

beschränkt ist, und die sogenannte *Kato square root conjecture*. Beide Probleme wurden seit den frühen 60er Jahren wiederholt und erfolglos in Angriff genommen.

Seit dem Erscheinen des Buches “Wavelets: Calderón-Zygmund and Multilinear Operators” haben Ch. Thiele und M. Lacey in einer spektakulären Arbeit die Beschränktheit der bilinearen Hilberttransformation bewiesen (Ann. Math. 146 (1997) 693–724) und gemeinsam mit T. Tao und C. Muscalu eine umfassende Theorie der multilinearen singulären Integrale entwicklt. (Salem-Preise für Thiele, Lacey und Tao zusammen mit dem Clay-Preis für Tao waren die Folge.) Wavelets, Zeitfrequenz-Analysis und Multiskalen-Techniken bilden das analytische Rückgrat dieser Arbeiten und sind direkt auf die Konzepte des hier besprochenen Buches zurückzuführen. Die *Kato square root conjecture* ist jetzt ebenfalls gelöst, siehe P. Auscher, S. Hofmann, M. Lacey, A. McIntosh und Ph. Thamitchian: *The solution of the Kato square-root problem for second order elliptic operators on* $\mathbb{R}^n$, Ann. Math. 156 (2002) 633–654. Auch hier ist der Beweisansatz im Buch von Coifman und Meyer bestens vorbereitet.

Zusammenfassend: “Wavelets: Calderón-Zygmund and Multilinear Operators” ist ein wichtiges Buch, und es hat bereits jetzt eine spektakuläre Wirkungsgeschichte. Vor allem aber ist es ein Buch, das die Arbeit des Lesers belohnt, mit echten Einsichten in die Zusammenhänge zwischen a priori weit auseinanderliegenden Problemfeldern der komplexen, der harmonischen und der reellen Analysis.

P. Müller (Linz)

M. Rørdam, E. Størmer: Classification of Nuclear C*-Algebras. Entropy in Operator Algebras. (Encyclopaedia of Mathematical Sciences, Vol. 126.) Springer, Berlin u.a. 2002, IX+198 S. ISBN 3-540-42305-X H/b DM 181,79.

Mehr als zwanzig Jahre nach dem Erscheinen von Takesakis Standardwerk *Theory of Operator Algebras I* wurde nun, anläßlich der lang erwarteten Neuauflage, unter der Leitung von J. Cuntz und V. Jones im Rahmen der wohlbekannten Springerschen *Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften* die Reihe "Operator Algebras and Non-Commutative Geometry" begründet. In dieser Reihe sollen neben der Fortsetzung des "*Takesaki*" auch andere Spezialisten des inzwischen enorm angewachsenen Fachgebietes zu Wort kommen.

Der vorliegende Band VII vereinigt zwei verschiedene Themen. Im ersten Teil, der drei Viertel des Buches einnimmt, gibt mit M. Rørdam einer der besten Spezialisten des Gebiets einen Überblick über den gegenwärtigen Stand der Klassifikation der nuklearen C^*-Algebren. Nach drei Kapiteln über die sogenannten *AF*-, *AT*- und *AH*-Algebren wird schließlich im Hauptteil ausführlich auf den Fall der rein infiniten einfachen nuklearen Algebren (der sogenannten *Kirchberg-Algebren*) eingegangen. Für die letzteren werden, soweit möglich, Beweise oder Beweisskizzen gegeben und die benötigten Hintergrundmaterialien dargestellt. Es werden allerdings gute Kenntnisse der Theorie der C^*-Algebren vorausgesetzt, und auch hinsichtlich des Themas ist dieser Teil eher für Spezialisten bestimmt.

Der kürzere zweite Teil des Buches, *Entropy in Operator Algebras*, ist auch für den weniger bewanderten Interessenten geeignet. Darin gibt E. Størmer, einer der Initiatoren dieser Theorie, einen gut lesbaren Überblick über die wichtigsten Definitionen, Resultate und vor allem Beispiele.

F. Lehner (Graz)

G. Sapiro: Geometric Differential Equations and Image Analysis. Cambridge University Press, 2001, XXV+385 S. ISBN 0-521-79075-1 H/b £ 40,-.

Thema des vorliegenden Buches ist die Anwendung partieller Differentialgleichungen (PDEs) auf die Bildverarbeitung. Insbesondere beschäftigt es sich mit jenen mathematischen Grundlagen, welche für das Verständnis der PDE-Literatur über Anwendungen der Bildverarbeitung und computer vision benötigt werden. Dazu gehören Differentialgeometrie, PDEs, Variationsrechnung und numerische Analysis. Dabei werden Grundbegriffe und Anwendungen der 'surface evolution theory' erklärt.

Der mathematisch interessierte und vorgebildete Bildverarbeiter und „Computervisionär“ findet im Buch von Sapiro jene mathematischen Gebiete erläutert, welche seiner Tätigkeit zugrunde liegen. So werden etwa affine Differentialgeometrie, Raumkurven sowie diskrete Differentialgeometrie und Lie-Gruppen diskutiert (Kapitel 1). Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Evolutionstheorie von Kurven und Flächen, einer zentralen mathematischen Grundlage der Bildverarbeitung und Computervision. Neben intrinsischen Eigenschaften der Kurven bzw. Flächen werden in Kapitel 3 die Auswirkungen externer Kräfte untersucht. Die dargebotene Theorie wird an manchen Stellen durch Beispiele aus der Bildverarbeitung illustriert. In Kapitel 3 wird gezeigt, wie sich Probleme der Bildverarbeitung und der Computervision durch Ermittlung von Kurven und Flächen mit minimaler Energie darstellen lassen. Ausgehend von zwei-dimensionalen geodätischen Kurven wird der drei-dimensionale Fall untersucht, wobei sich Anwendungen im ‘tracking’ und ‘stereo’ ergeben (Erklärung s. S. 207, 215). Kapitel 4 und die folgenden Ausführungen behandeln die Anwendung von PDEs auf „volle“ Bilder, d.h. nicht nur auf Kurven und Flächen.

Lineare Gaußsche Filtertechniken und nicht-lineare PDEs werden zur Bild-“verstärkung” verwendet. Dieser zweite Teil des Buches (von Kapitel 4 bis 8) verwendet die in den ersten drei Kapiteln diskutierten Grundlagen und führt an die Front der Forschung zur Bildverarbeitung und ‘Computer Vision’. Naturgemäß sind die im zweiten Teil dargebotenen Methoden komplexer und im Detail nicht mehr so leicht zu durchschauen wir die Grundlagen in Kap. 1–3 (vgl. etwa Abschnitt 5.2 über ‘Vectorial Median Filter’). Das Buch ist klar geschrieben und wirkungsvoll aufgebaut. Für einen Anwender mit den nötigen Vorkenntnissen stellt es eine interessante Bereicherung dar. Umgekehrt eröffnen die Anwendungen interessierten Mathematikern einen Zugang zu einem wichtigen zukunftsträchtigen Gebiet.

G. Feichtinger (Wien)

A. Tveito, R. Winther: Einführung in partielle Differentialgleichungen. Ein numerischer Zugang. Übersetzt von H. Peywand Kiani. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XIV+392 S. ISBN 3-540-42404-0 P/b € 29,95.

Die Idee des Buches besteht darin, eine Einführung in partielle Differentialgleichungen parallel mit ihrer numerischen Behandlung zu präsentieren, und dieses Konzept ist konsequent umgesetzt. Einige grundlegende Themen wie Maximumprinzip, Approximation durch finite Differenzen, Konvergenzbegriff etc. werden anhand von Zweipunkt-Randwertaufgaben eingeführt, was didaktisch sinnvoll ist. Daran schließt sich ein weitgehend klassischer Aufbau gemäß der grundlegenden Typeneinteilung. Jedes Kapitel enthält viele Übungsaufgaben, sowohl analytischer als auch numerischer Natur. Fouriermethoden werden relativ ausführlich diskutiert.

Bei der Auswahl der vorgestellten Differenzenmethoden wird jeweils auf die einfachsten Varianten eingegangen, und ihre Eigenschaften werden sauber diskutiert, inklusive Stabilitäts- und Konvergenzfragen, soweit sinnvoll. Auf die Darstellung der Methode der Finiten Elemente wurde absichtlich verzichtet, weil das Buch möglichst 'einfach' (Zitat) lesbar sein soll, was auch zutrifft (auch dank des übersichtlichen Layouts). Die Einfachheit der Darstellung kann bei einem solchen Text klarerweise als ein Qualitätskriterium angesehen werden; dennoch wäre es meines Erachtens nach genauso 'einfach' gewesen, auf den Zusammenhang mit Variationsproblemen hinzuweisen und die FE-Methode auf diese Weise einzuführen und zu motivieren.

Modellierungsfragen werden nur am Rande angesprochen. Auch die algorithmische Lösung großer schwachbesetzter Gleichungssysteme mittels Iterationsverfahren wird nicht behandelt.

Auch angesichts der angesprochenen, von den Autoren durchwegs beabsichtigten 'Lücken' fällt die Bewertung sehr positiv aus. W. Auzinger (Wien)

D. F. Walnut: An Introduction to Wavelet Analysis. With 88 Figures. (Applied and Numerical Harmonic Analysis.) Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2002, XVII+449 S. ISBN 0-8176-3962-4, 3-7643-3962-4 H/b € 105,–.

Wavelet methods have become an interesting and powerful tool complementary to Fourier analysis for scientists working in the fields of seismology and most importantly in image analysis and image processing. There are many excellent books available on this topic, and Walnut's book extends this series.

The book is divided into five parts comprising a total of 13 chapters and three appendixes. The introductory part (chapters 1–4) sums up the preliminaries on functions, convergence, Fourier series and transforms and discrete and fast Fourier transforms. Historically, the earliest example of an orthonormal wavelet basis is the Haar system which is dealt with in the second part (chapters 5 and 6). The two chapters serve as motivation to search for more general wavelet bases and introduces the reader to multiresolution analysis. Orthogonal wavelet bases are covered in the central part III (chapters 7–9). Here multiresolution analysis, quadrature mirror filter conditions and the discrete wavelet transform are covered rigorously. Part IV (chapters 10 and 11) is devoted to non-orthogonal, semi-orthogonal and bi-orthogonal wavelet bases and their applications to multiresolution analysis. The final part V of the book presents some applications of wavelet analysis to image compression and to numerical estimates for singular integral operators. Finally, the Beylkin-Coifman-Rokhlin algorithm is described. The two appendixes review the most important results from calculus and linear algebra applied in the previous sections and sketch some variations, extensions and applications of wavelet theory not covered in the main body of the text.

Walnut's book presents difficult material, but is written excellently. It is recommended to all those interested in the background and important applications of wavelet analysis. E. Werner (München)

Numerik, Optimierung — Numerical Analysis and Optimization — analyse numérique, Théorie de l'optimisation

D. Braess: Finite Elements. Theory, fast solvers, and applications in solid mechanics. Second Edition. Translated by L. L. Schumaker. Cambridge University Press, 2001, XVII+352 S. ISBN 0-521-01195-7 P/b £ 22,95.

Seit seiner deutschsprachigen Erstauflage aus dem Jahr 1992 hat sich dieses Werk zu einem Klassiker innerhalb der Literatur zur Methode der Finiten Elemente gemausert. Es handelt sich hier um ein anspruchsvolles Lehr- und Arbeitsbuch, in dem die Theorie der Finiten Elemente mathematisch sauber dargestellt wird, mit Schwerpunkt auf elliptischen Randwertproblemen. Der gebotene Stoff geht darüber hinaus, was man sonst typischerweise in Lehrbüchern zu diesem Thema findet. Zu nennen sind etwa die Themen nichtkonforme Methoden, Sattelpunktprobleme und a-posteriori-Fehlerschätzung.

Das Thema der effizienten numerischen Realisierung wird ebenfalls sehr breit diskutiert, und zwar in zwei eigenen Kapiteln über das cg-Verfahren und seine Varianten und Verwandten sowie über Mehrgitterverfahren. Sowohl die mathematische Theorie als auch Implementierungsfragen werden behandelt. Das Buch schließt mit einem Kapitel über Finite Elemente-Methoden in der Festkörpermechanik.

In der hier vorliegenden zweiten Auflage wurden einige Ergänzungen und Verbesserungen vorgenommen, z.B. bei den Themen Sattelpunktprobleme und Konvergenztheorie von Mehrgitterverfahren.

W. Auzinger (Wien)

F. Colonius, W. Kliemann: The Dynamics of Control. With an Appendix by L. Grüne. With 84 Figures. (Systems & Control: Foundations & Applications.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, XII+629 S. ISBN 0-8176-3683-8, 3-7643-3683-8 H/b sFr 158,–.

Das vorliegende Buch behandelt jene Begriffe und Resultate, die sowohl für die Kontrolltheorie als auch in der Theorie dynamischer Systeme fundamental sind ('dynamical theory of control' bzw. kurz 'dynamics of control', wie es die Autoren nennen). Die geschickte und klare Darstellungsweise ist schätzenswert, da vergleichsweise (mit anderen Büchern) tiefe mathematische Methoden ausführlich dargestellt werden. Naturgemäß gibt es zwei Interessentenkreise für den

Stoff — Kontrolltheoretiker und Spezialisten der dynamischen Systeme. Kapitel 1 enthält eine kurze, aber wertvolle Einführung in die Themenkreise. Das Diagram auf S. 1 und die anschließenden Ausführungen erlauben eine Einordnung der behandelten (und nicht behandelten) Themen, z.B. auch stochastische Systeme. In Kapitel 2 wird eine Anzahl offener Probleme diskutiert, welche sozusagen einen roten Faden durch das Buch bilden. Kapitel 2 und 3 behandeln das globale Verhalten nichtlinearer Systeme, wobei insbesondere in Kontrollmengen und -flüsse eingeführt wird. Die Kapitel 5–7 beschäftigen sich mit linearisierten Systemen, wobei die Darstellung in absteigender Allgemeinheit erfolgt. Kapitel 5 behandelt allgemeine lineare Flüsse auf Vektorbündeln und deren Spektraltheorie. Kapitel 6 spezialisiert diese Resultate auf bilineare Kontrollsysteme auf Vektorbündeln. In Kapitel 7 erfolgt die Linearisierung um einen Fixpunkt. Die Kapitel 8–13 behandeln verschiedene „Anwendungen". In Kapitel 8 werden ein-dimensionale Systeme analysiert, für welche explizite Konstruktionen von (chain) control sets und Spektren verfügbar sind. Kapitel 9 konzentriert sich auf das globale Verhalten nichtlinearer Systeme im Hinblick auf Kontrollierbarkeit und Erreichbarkeit. Kapitel 12 enthält open loop- und Feedback-Stabilisierungsresultate. Kapitel 13 beschäftigt sich mit Verzweigungsphänomenen für gestörte dynamische Systeme.

Infolge des Buchumfanges und der Fülle des Materials sind die in Kapitel 1 dargebotenen „Fahrpläne" von Routen durch das Werk wertvoll. Teile (siehe S. 5) lassen sich wohl auch für Lehrveranstaltungen in der System- oder der Kontrolltheorie verwenden.

G. Feichtinger (Wien)

J. H. Davis: Foundations of Deterministic and Stochastic Control. (Systems & Control: Foundations & Applications.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2002, XIV+421 S. ISBN 0-8176-4257-9, 3-7643-4257-9 H/b € 109,79.

Ziel dieses Buches ist es, eine Einführung in die deterministische und stochastische Kontrolltheorie zu geben. Neben Zustandsraum-Realisierungen, Kleinst-Quadrat-Schätzungen und Stabilitätsfragen werden vor allem Filtertechniken, Wiener-Hopf-Methoden und Regelungsverfahren für verteilte Systeme behandelt. Ein Anhang enthält Ausführungen über Hilbert und Banachräume sowie eine knappe Grundlage der (maßtheoretisch begründeten) Wahrscheinlichkeitstheorie.

Nach einer vorläufigen Lektüre wird nicht ganz klar, weshalb den vielen existierenden Werken, welche dem angeführten Themenkreisen gewidmet sind, ein neues hinzugefügt wird. Vielleicht ist es die Zusammenstellung und Stoffauswahl, welcher ein gewisses Geschick nicht abgesprochen werden kann.

G. Feichtinger (Wien)

P. Deuflhard, F. Bornemann: Numerische Mathematik II. Gewöhnliche Differentialgleichungen. 3., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. (de Gruyter Lehrbuch.) Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2002, XII+509 S. ISBN 3-11-017181-3 P/b € 29,95.

Das Buch ist der numerischen Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichngen gewidmet und hat vom Umfang und Inhalt her beinahe den Charakter einer Monographie, mit dem thematischen Schwerpunkt auf Anfangswertaufgaben für nichtsteife, steife und differentiell-algebraische Probleme. Die Darstellung folgt einem systematischen Aufbau und spannt den Bogen von den mathematischen Grundlagen der Konvergenztheorie bis hin zu Steuerungs- und Implementierungsfragen. Ein Kapitel (von insgesamt 8) beschäftigt sich mit Randwertaufgaben.

Beim Kapitel über steife Probleme sind einige Schwächen und Lücken anzumerken. So ignorieren die Autoren etwa den Effekt der Ordnungsreduktion, dem Verfahren höherer Ordnung im steifen Fall unvermeidlich ausgesetzt sind. Außerdem wird die Bedeutung der linear-impliziten Verfahren überbewertet. Verfahren dieses Typs lassen sich effizient implementieren und haben sich in der Praxis sehr bewährt. Sie sind allerdings nicht wirklich universell einsetzbar, weil potentiell instabil bei Problemen mit variablen Koeffizienten oder hoch ausgeprägter Nichtlinearität. Darüber hinaus ist die theoretische Untermauerung des von den Autoren propagierten Extrapolationsverfahrens verbesserungswürdig.

Die Darstellung ist klar, originell und überzeugend (abgesehen von den oben angedeuteten Schwachstellen).

W. Auzinger (Wien)

C. Geiger, C. Kanzow: Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XII+487 S. ISBN 3-540-42790-2 P/b € 29,95.

Das Gebiet der (nichtlinearen) Optimierung hat sich durch den Erfolg von „Inneren-Punkte-Methoden“ in den letzten 20 Jahren stark weiterentwickelt. Der vorliegende Text trägt dieser Entwicklung Rechnung und behandelt in 7 Kapiteln folgende Themenbereiche. Nach einer kurzen Einführung werden zunächst Optimalitätsbedingungen für restringierte Optimierungsaufgaben erörtert (Konvexität, Trennungssätze, Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen). Lineare Optimierung und die Simplexmethode werden in einem eigenen Kapitel behandelt. Es folgt ein Kapitel über Innere-Punkte-Verfahren. Dabei wird die „Path-Following-Methode“ für lineare und semidefinite Probleme analysiert. Die Behandlung von nichtlinearen restringierten Problemen erfolgt in etlichen Unterkapiteln (Penaltymethoden, SQP-Ansatz, Aktive-Mengen-Methoden). Zum Abschluss werden nichtglatte Probleme (Bundle-Methoden) sowie Variationsungleichungen behandelt. Etwa 140 Übungsaufgaben sind quer durch den Text verstreut.

Die Autoren setzten sich (laut Vorwort) das ambitionierte Ziel, das „umfassendste einführende Werk in das Gebiet der stetigen Optimierung“ vorzulegen. Dies wird wohl von der Leserschaft individuell zu beurteilen sein. Jedenfalls bietet das Buch eine sehr gelungene Darstellung der heute gängigen Algorithmen in der restringierten Optimierung und ist als Lehrbuch für Optimierung sehr zu empfehlen.

F. Rendl (Klagenfurt)

K.-H. Hoffmann, I. Lasiecka, G. Leugering, J. Sprekels, F. Tröltzsch (Eds.): Optimal Control of Complex Structures. International Conference in Oberwolfach, June 4–10, 2000. (International Series of Numerical Mathematics, Vol. 139.) Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2002, VIII+278 S. ISBN 3-7643-6682-6 H/b € 100,75.

Der vorliegende Sammelband ist aus der Oberwolfach-Tagung “Conference on Optimal Control of Complex Structures” hervorgegangen. Er enthält 22 (und nicht 21, wie im Vorwort bemerkt) Aufsätze, deren gemeinsames Band partielle Differentialgleichungen sind. Neben Problemen der Optimalsteuerung, der Stabilisierung und Kontrollierbarkeit, sind es vor allem verschiedene Modelle aus der Physik (Piezoelektrizität, Laser, Stokes-Navier-Gleichungen, rotierende Balken, Kirchhoff-Thematik, Kristallwachstum u.a.m.), aber auch ein Differentialspiel, welche behandelt werden.

Im Vorwort des Bandes liest man: ‘This volume highlights some of the more fruitful directions of research being currently pursued . . . ’. Fügt man hinzu, daß es sich dabei um ein breites Spektrum technischer Anwendungen aus dem Gebiet der Mechanik, Elektronik, Chemie u.a. Ingenieurgebieten handelt, so erhält man eine Einsicht in die Thematik. Die verwendeten mathematischen Methoden sind — wie bei den Autoren der Beiträge (von Banks bis K.-H. Hoffmann und von Krabs bis Sprekels) — tief und stehen meist — wie in Oberwolfach üblich — im Vordergrund. Aber auch Diplom-Ingenieure werden mit dem nötigen mathematischen Interesse und Vorwissen das Buch mit Gewinn lesen (oder durchblättern).

G. Feichtinger (Wien)

E. F. Toro (ed.): Godunov Methods. Theory and Applications. Kluver Academic/Plenum Publishers, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 2001, XVII+1077 S. ISBN 0-306-46601-5 H/b € 172,–.

“Godunov Methods: Theory and Applications” edited by Prof. Toro is an excellent book containing almost one hundred refereed articles devoted to the theory and applications of Godunov methods.

These articles were presented at the International Conference on Godunov Methods held in 1999 in Oxford (UK) commemorating the 70th birthday of Prof. S. K. Godunov. Prof. Godunov’s highly fruitful method for solving conservation laws was the central theme of the conference and the many articles contained in this book show how his method can be successfully applied to solve a large class of application problems in multiphase fluid dynamics, meteorology, magnetohydrodynamics, astrophysics, combustion, and many other fields.

Motivated by applications there has been a large theoretical effort in the investigation of Godunov methods, and many fundamental results have been obtained. These results are well represented in this book which contains review articles and new theoretical contributions on, e.g., multidimansional hyperbolic systems, conservation laws with source terms, gas dynamics with real gases, just to mention a few. Furthermore, additional contributions can be found on new techniques like meshless particle methods, volume-of-fluid methods, relaxation methods, and evolution Galerkin methods. This book provides an exaustive overview of past and present research work on Godunov methods and related techniques. It is already a classical reference for all those working on numerical methods for hyperbolic problems. Every mathematics library should have copies of this book.

A. Borzi (Graz)

R. Vinter: Optimal Control. With 12 Figures. (Systems & Control: Foundations & Applications.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, XVII+507 S. ISBN 0-8176-4075-4, 3-7643-4075-4 H/b sFr 138,–.

Der Autor versucht auf 500 Seiten dem Leser die Theorie optimaler Steuerungen (optimal control theory) in einer nicht (notwendig) differenzierbaren Form nahezubringen. Seit dem 1982 erstmals erschienenen bahnbrechenden Buch ‘Optimization and Nonsmooth Analysis’ von F. H. Clarke hat sich die Kontrolltheorie ohne Differenzierbarkeit zu einem wichtigen Teilgebiet der angewandten Mathematik entwickelt.

Die Reformulierung des Maximumprinzips mit zustandsabhängigen Kontrollbeschränkungen führt auf verallgemeinerte Variationsprobleme, in denen Straffunktionen mit unstetigen Ableitungen auftreten. Neben Clarks non-smooth analysis spielt vor allem das Konzept der Viskositäts-Lösungen von Crandall & Lions eine wichtige Rolle zur Erzielung von Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen für die Hamilton-Jacobi-(Bellman-)Gleichungen.

Kap. 1 gestattet für den eiligen Leser einen Einblick in die Frage, inwieweit die Mängel der klassischen Kontrolltheorie durch die neue Theorie beseitigt werden können. Schon hier zeigt sich das Geschick des Autors, schwierige Zusammenhänge einfach darzustellen. (Häufig wird Einsteins geläufiges Prinzip, die Dinge so einfach wie möglich zu gestalten, aber nicht einfacher, nicht sehr passend verwendet — in diesem Zusammenhang ist es aber sehr treffend!) Diesen Einstieg kann jeder interessierte Mathematiker und verständnisvolle Anwender mit Gewinn lesen.

Ohne besonders auf Einzelheiten einzugehen, seien stellvertretend einige weitere Themenkreise erwähnt: Messbare Multifunktionen, Differential-Inklusionen, Variationsprinzipien, Non-smooth Analysis, Subdifferential, Maximumprinzip, erweiterte Euler-Lagrange- und Hamilton-Bedingungen, dynamische Optimierung. Zusammenfassend läßt sich die Empfehlung aussprechen, dieses Buch zu studieren. Man merkt dem Autor an, daß er an der Front einschlägiger Forschung erfolgreich war. Zudem besitzt er, wie bereits oben angesprochen, ein bedeutendes didaktisches Geschick.

Mit Sicherheit eines der besten Bücher über fortgeschrittene Optimalsteuerung.

G. Feichtinger (Wien)

Informatik — Computer Science — Informatique

B. Breutmann: Data and Algorithms. (Informatik interaktiv.) An introductory Course. With 68 pictures, 49 examples, 36 exercises and CD-ROM. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 157 S. ISBN 3-446-21591-3 P/b DM 29,80.

This affordable book on data and algorithms follows a very modern teaching and learning concept. Intended for basic lectures in computer science curricula, it covers important facts in data organization and abstraction, efficiency measures for algorithms, sorting and search algorithms as well as structures given by graphs and trees. A supplementing CD-ROM allows the student to run short animations, evaluate exercises and access a tutorial manual for reviewing the material of the book. Being mostly independent of particular programming languages and presenting the topics in a well-balanced way, the book is well suited for students in the first or second year.

M. Hintermüller (Graz)

Ch. Horn, I. O. Kerner, P. Forbrig: Lehr- und Übungsbuch Informatik, Band 1: Grundlagen und Überblick. 2., völlig neu bearbeitete Auflage. Mit 181 Bildern, 43 Tabellen, 127 Beispielen, 158 Aufgaben, 99 Kontrollfragen, 35 Referatsthemen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2000, 459 S. ISBN 3-446-21535-2 H/b DM 59,80.

Gemäß den Vorstellungen der Autoren ist das vorliegende Werk ein Informatik-Lehrbuch für die PC-Generation, für den zukünftigen qualifizierten Anwender, der die Hintergründe und Zusammenhänge kennen lernen will und letztlich auch für den Informatik-Studenten, dem beim Sprung von der akademischen Ausbildung zu den Notwendigkeiten des Computer-Alltags geholfen werden soll.

Die Autoren haben versucht, einen Weg zu finden zwischen der kompakten Darstellung von Grundwissen, wie es an den Universitäten gebraucht wird, und einer

Art Ratgeber für Probleme mit dem Computer — ein unrealistisches, nicht wirklich erreichbares Ziel. Auch der Spagat zwischen Grundlagen und Überblick — wie im Untertitel angezogen — ist nicht wirklich gelungen, da dies vielleicht ein widersprüchlicher Ansatz ist. An dem Entstehen des Werks haben zehn Autoren mitgewirkt, was natürlich nicht zu einer einheitlichen Darstellung geführt hat. Das Werk gliedert sich in zehn Kapitel: Einleitung (ca. 9%), Technische Grundlagen (ca. 24%), Betriebssysteme (ca. 8%), Algorithmen (ca. 19%), Programme (ca. 9%), Softwaretechnologie (ca. 7%), Datenbanken (ca. 6%), Tabellenkalkulationen (ca. 7%), Theorie der Informatik (ca. 8%) und die Entwicklung der Computer (ca. 3%).

Es ist für den Leser schwer zu erkennen, wie die einzelnen Kapitel gewichtet wurden, und auch die Stoffauswahl innerhalb der einzelnen Kapitel ist nicht immer wirklich nachvollziehbar. Die angesprochenen Themenkreise sind im vorgegebenen Seitenumfang (rund 450 Seiten) auch nicht mit seriöser Tiefe unterzubringen. Die gemeinsame Grundstruktur fehlt den Kapiteln auch; einmal mit zahlreichen Beispielen im Text, dann wieder ohne, einmal mit kontrollierenden Übungsfragen und Aufgaben (ohne Lösungen) am Ende, dann wieder beim Unterkapitel und dann wieder gar nicht. Aber irgendwie wird dies im Vorwort schon angedeutet: „das Werk ist ein Release 1.0 eines neuen Produktes“ (höchstens) — mehr ist dazu nicht zu sagen.

G. Haring (Wien)

Ch. Märtin (Hrsg.): Rechnerarchitekturen. CPUs, Systeme, Software-Schnittstellen. Mit 215 Bildern, 10 Tabellen, 42 Beispielen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, XVI+478 S. ISBN 3-446-21475-5 H/b DM 98,–.

Bücher, die sich mit der Thematik der Rechnerarchitektur auseinandersetzen, stellen eine besondere Herausforderung für den Autor dar. Der Grund dafür sind die raschen Veränderungen auf diesem Gebiet. Daher kann ein Buch dieser Art nicht lange aktuell bleiben, außer man beschränkt sich auf allgemeine Prinzipien, dann fehlen aber die konkreten Beispiele.

Der Autor teilt dieses Buch in drei Teile mit insgesamt dreizehn Kapiteln auf. Der erste Teil, bestehend aus den Kapiteln 1 und 2, beschäftigt sich mit grundlegenden Begriffen der Rechnerarchitektur und gibt eine Übersicht aus der Geschichte des Computers, mit seinen historisch wichtigsten und größten Meilensteinen. Der zweite Teil umfasst die Kapitel 3 bis 10. Hier werden dem Leser grundlegende Konzepte und Architekturen verständlich übermittelt. Dieser Teil beschäftigt sich unter anderem mit der Klassifikation der Rechnerarchitektur, den Leit- und Rechenwerken, der Befehlssatzarchitektur, der Mikroarchitektur, der Cache- und Hauptspeicherorganisation, sowie der Bushierarchie und den E/A-Systemen. Im dritten und abschließenden Teil, bestehend aus den Kapiteln 11, 12 und 13, geht der Autor auf die Parallelrechner, deren Architekturen, Verarbeitung und auf parallele Software ein. Kritisch anzumerken ist, dass der Autor oft Rechnersysteme zur Beschreibung heranzieht, die (sehr) veraltet sind und daher für die praktische Verwendung keinerlei Relevanz mehr haben.

Positiv zu erwähnen ist die gute Strukturierung des Buches, besonders hervorzuheben ist die gelungene Kapitelübersicht, die sich gleich beim Aufschlagen der ersten Seite auf der Rückseite des Einbandes befindet. Die Grafiken, die für das Verständnis sehr wichtig sind, sind gut gelungen und sind teilweise auch selbsterklärend. Zusätzlich wird eine Webseite zu diesem Buch bereitgestellt, auf der Übungsaufgaben und Ergänzungen zum Buch laufend aktualisiert werden. Dadurch wird die am Anfang dieser Buchbesprechung angeführte Problematik auf einfache Weise neutralisiert.

Dieses Buch ist vor allem für Studenten gedacht, die sich zum ersten Mal mit der nicht ganz einfachen Thematik der Rechnerarchitektur auseinander setzen. Aber auch für Wissenschaftler, die schnell (Grundlagen-) Informationen aus einem Teilgebiet der Rechnerarchitektur benötigen, ist dieses Buch sehr zu empfehlen.

G. Haring (Wien)

H. Mittelbach: Einführung in C. (Informatik interaktiv.) Mit 41 Bildern, 27 Beispielen und Aufgaben sowie einer CD-ROM. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 159 S. ISBN 3-446-21655-3 P/b DM 29,80.

Angenehm abweichend vom enzyklopädischen Stil so mancher Einführungen in C bietet das Buch mit beiliegender CD-ROM eine interaktive Lehr- bzw. Lernumgebung. Im Buch werden die wichtigen Grundlagen beispielhaft vorgeführt und durch Vertiefungskapitel auf der CD-ROM sinnvoll ergänzt. Der auf der CD-ROM befindliche C-Compiler erlaubt eine unmittelbare Verbindung zwischen 'Theorie' und Programmierpraxis. Hin und wieder im Bereich der Kapitel 3 bis 6 allerdings lassen sich die mitgelieferten (und im Buch besprochenen) Beispielprogramme nicht fehlerfrei kompilieren. Die dabei oft leicht aufzufindenden Fehler werden jedenfalls wettgemacht durch die Bemühungen, ein übersichtliches C-Lernprogramm für den Studierenden und eine Kollektion von Folien und Quelldateien für den Lehrenden geschickt in den Aufbau einzubinden.

M. Hintermüller (Graz)

U. Schneider, D. Werner (Hrsg.): Taschenbuch der Informatik. 4., aktualisierte Auflage. Mit 379 Bildern und 114 Tabellen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 876 S. ISBN 3-446-21753-3 P/b DM 49,80.

Dieses Taschenbuch ist sehr übersichtlich in Kapitel gegliedert, die von verschiedenen deutschen Autoren aus dem akademischen Bereich gestaltet wurden. Der Bogen spannt sich von theoretischen Grundlagen über klassische Themen wie Betriebssysteme, Programmiersprachen etc. bis hin zu Multimedia, Mensch-Computer-Interaktion, Bildverarbeitung, Datensicherheit und Internet, um nur einige zu nennen.

Angesichts des breiten Themenspektrums kann jedoch, selbst bei einem Umfang von ca. 870 Seiten, vieles nur angedeutet werden, was die Herausgeber auch eigens betonen. Ein Beispiel (durch die Brille des Besprechers gesehen): Dem Thema ‘Modellbildung und Simulation’ etwa sind ca. 20 Seiten gewidmet, davon 5 Seiten über nummerische (*sic*) Modelle. Relevante numerische Algorithmen und einschlägige Implementierungsfragen werden nicht erwähnt.

Positiv zu nennen ist der umfangreiche Anhang, bestehend aus einem Abkürzungsverzeichnis (jetzt weiß ich endlich, was RAS bedeutet), einer Liste deutscher und internationaler Normen, einem Literaturverzeichnis und einem ausführlichen Index. Damit eignet sich das Buch auch gut als Nachschlagewerk.

W. Auzinger (Wien)

Wahrscheinlichkeistheorie und Statistik — Probability Theory and Statictics — Théorie des probabilités, statistique

L. Barreira, Y. B. Pesin: Lyapunov Exponents and Smooth Ergodic Theory. (University Lecture Series, Vol. 23.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, XII+151 S. ISBN 0-8218-2921-1 P/b $ 29,–.

Das Buch bietet eine systematische Darstellung ergodischer Eigenschaften dynamischer Systeme auf Riemannschen Mannigfaltigkeiten. Man muss also schon einiges über Differentialgleichungen, Mannigfaltigkeiten und Ergodentheorie wissen, um dieses Buch mit Gewinn lesen zu können. Das zentrale Hilfsmittel, der Multiplikative Ergodensatz, wird vollständig bewiesen. Die einzelnen Kapitel lauten: Lyapunov Stability Theory of Differential Equations, Elements of Nonuniform Hyperbolic Theory, Examples of Nonuniformly Hyperbolic Systems, Local Manifold Theory, Ergodic Properties of Smooth Hyperbolic Measures. Eine gute Grundlage für die Gestaltung einer anspruchsvollen Vorlesung!

F. Schweiger (Salzburg)

E. Beltrami: What Is Random? Chance and order in mathematics and life. Copernicus (Springer), New York, 1999, XX+201 S. ISBN 0-387-98737-1 H/b DM 39,90.

Der Verfasser versucht, sich dem Begriff des Zufalls von verschiedenen Seiten zu nähern, in einer insgesamt recht informellen Art und Weise. Er beschränkt sich dabei weitgehend auf 0-1-Folgen. Er beginnt mit einer ausführlichen Erörterung, wann eine (endliche) Folge als zufällig anzusehen ist. Das Kapitel „Unsicherheit und Information“ motiviert anhand einfacher Beispiele den Entropiebegriff. Ein 3. Kapitel bringt ein auf M. Bartlett zurückgehendes Beispiel, in dem sich Zufälligkeit und Determiniertheit nicht leicht auseinanderhalten lassen. In der Folge geht er auf algorithmische Fragen (Turing-Maschinen, Komplexität) ein; das 5. Kapitel ist Fragen der Selbstähnlichkeit, der Selbstorganisation u. dgl. gewidmet.

Die mathematischen Anforderungen sind sehr niedrig (“accessible to anyone with a smattering of College mathematics” — offensichtlich auf amerikanische Verhältnisse zugeschnitten, da eigene Anhänge Dinge wie geometrische Reihen, Binärentwicklung und Logarithmen erst erklären), sodaß sich die Frage erhebt, ob dem angesprochenen Leserkreis die Problematik überhaupt zugänglich ist, die sich gewöhnlich erst im Rahmen einer eingehenderen Beschäftigung mit der Wahrscheinlichkeitstheorie ergibt. Noch dazu finden sich im Text immer wieder weitergehende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Also muß das Buch bruchstückhaft bleiben. So wesentliche Zugänge zum Wahrscheinlichkeitsbegriff wie die Theorie der Kollektive (R. von Mises und, in verbesserter Form, A. Wald) bleiben außer Acht. Ob die mehr oder minder empiristische Sicht des Zufallsproblems eine wirkliche Lösung bringen kann, bleibt anzuzweifeln: Ob nämlich Zufälligkeit eine eigene Kategorie im Sinne von Kant darstellt, kann so sicherlich nicht entschieden werden, aber darum geht es ja letzlich.

Nichtsdestoweniger bietet das Buch eine Reihe interessanter Gedanken, die vor allem diejenigen Leser zu schätzen wissen werden, die bereits weitergehende Erfahrungen mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung haben.

W. Wertz (Wien)

K. Bichteler: Stochastic Integration with Jumps. (Encyclopedia of Mathematics and its Applications 89.) Cambridge University Press, 2002, XIII+501 S. ISBN 0-521-81129-5 H/b £ 70,–.

The book provides a comprehensive theory of stochastic integration with jumps. First the author gives some motivation from physics, introduces the Wiener process and some more general models. The next chapter deals with integrators and martingales. Next the elementary stochastic integral is extended via the Daniell mean. In the fourth chapter the main topics of integration theory are covered, such as change of measure, martingale inequalities, the Doob-Meyer decomposition, semimartingales, previsible control of integrators and Lévy processes. The last chapter is devoted to stochastic differential equations. The appendix provides complements to topology and measure theory, making the book self-contained.

In his presentation, the author follows the French school. Topics are covered which are rarely found in other books, and the material is presented well. On the other hand, the book is written for mathematicians working in this area and is not recommended for beginners.

E. Hausenblas (Salzburg)

A. N. Borodin, P. Salminen: Handbook of Brownian Motion—Facts and Formulae. Second Edition. (Probability and Its Application.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2002, XV+672 S. ISBN 3-7643-6705-9 H/b €131,59.

If you occasionally work in probability or in statistics then you surely meet problems like these: what is the distribution of the

(i) maximum in $[0, 1]$ of a Bessel process,
(ii) local time of an Ornstein-Uhlenbeck process,
(iii) maximum of geometric Brownian motion.

In the book under review you find answers to these and similar questions on more than 500 pages ordered in a user-friendly form.

The first 150 pages give the general theory of the Brownian motion and related processes. From this part you can learn the definitions of the processes occurring in this book, also the most important theorems related to these processes. For example the Ito and the Tanaka formulae, the Cameron-Martin-Girsanov transformation and the Ray-Knight theorem are presented in a very intelligible form.

The book in my hand is the second edition. Comparing it to the first edition you find 200 pages and 1000 formulae more. Especially the geometric Brownian motion (which is important in financial mathematics) is studied in a much more detailed form.

I am sure that researchers in stochastic mathematics will use this book in their everyday work.

P. Révész (Wien)

G. J. Chaitin: Exploring Randomness. (Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science.) Springer, London u.a. 2001, X+164 S. ISBN 1-85233-417-7 H/b DM 69,–.

Dieses Buch von Gregory Chaitin setzt die Reihe seiner Werke fort, die mit *The Unknowable* und *The Limits of Mathematics* im Springer-Verlag begonnen wurde.

Der zentrale Begriff dieses Werkes ist jener der „Zufälligkeit“, wie er von Chaitin im Rahmen der algorithmischen Informationstheorie geprägt wurde. In diesem Buch versucht der Autor, verschiedene Konzepte und Resultate zur sogenannten algorithmischen Komplexität mittels Programmen, die in einem Dialekt der Programmiersprache LISP geschrieben wurden, zu erläutern. Die LISP-Programme machen etwa die Hälfte des Inhaltes dieses Buches aus. Die andere Hälfte besteht aus der Mitschrift eines Vortrages von Chaitin an der Carnegie Mellon University sowie einem (vom Autor so genannten) theoretischen Zwischenspiel mit dem Titel „Was ist Zufälligkeit“.

Wesentliche Teile der theoretischen Passsagen dieses Buches stammen aus Chaitins Monographie *Algorithmic Information Theory* (Cambridge University Press, Cambridge 1987). Leser, die eine detaillierte Diskussion dieser Konzepte suchen und eine präzise Sprache bevorzugen, werden vermutlich lieber zu Li, M. und Vitanyi, P.: *An Introduction to Kolmogoroff Complexity and Its Applications* (Springer-Verlag, New York 1993) greifen.

Für Details zum Inhalt von Chaitins Werk und für eine kritische Würdigung seiner philosophischen Schlüsse möchte ich an dieser Stelle auf die interessante Buchbesprechung von Panu Raatikainen in den Notices of the AMS Bd. 48, Nr. 9 (2001) hinweisen.

P. Hellekalek (Salzburg)

J. Haigh: Probability Models. With 15 Figures. (Springer Undergraduate Mathematics Series.) Springer, London u.a. 2002, VIII+256 S. ISBN 1-85233-431-2 P/b € 29,95.

Das vorliegende Buch ist als Einführung in das betreffende Gebiet gedacht; der Autor selbst gibt im Vorwort an: "The purpose of this book is to provide a sound introduction to the study of real-world phenomena that possess random variation." Konkret werden folgende Themen in 9 Kapiteln behandelt:

Proabability Spaces; Conditional Probability and Independence; Common Probability Distributions; Random Variables; Sums of Random Variables; Convergence and Limit Theorems; Stochastic Processes in Discrete Time (Branching Processes, Random Walks, Markov Chains); Stochastic Processes in Continuous Time (Markov Chains in Continuous Time, Queues, Renewal Theory, Brownian Motion: The Wiener Process); Appendix: Common Distributions and Mathematical Facts.

Eine Bibliographie, die Lösungen der Übungsaufgaben und ein Stichwortverzeichnis schließen das Werk ab.

Dem Autor ist eine recht lebendige Art der Darstellung gelungen. Mit einer Fülle von Beispielen versteht er es sehr gut, mathematische Begriffsbildungen zu motivieren und Theoreme zu veranschaulichen. Um das Verständnis des Lesers zu erhöhen, werden auch (insgesamt etwa 200) Übungsaufgaben gestellt. Ihre vollständig ausgearbeiteten Lösungen finden sich am Ende des Bandes.

Das Buch ist gut geeignet als Einführung in das im Titel genannte Gebiet der Mathematik.

P. Dörfler (Leoben)

D. Khoshnevisan: Multiparameter Processes. An Introduction to Random Fields. (Springer Monographs in Mathematics.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XIX+584 S. ISBN 0-387-95459-7 H/b € 94,95.

The first systematic treatment of the theory of stochastic processes was given by Doob in his classical book "Stochastic processes" of 1953. Since then, most research in this subject was influenced by this book. Doob already noted that multivariate generalizations of his results were very useful in the theory of probability as well as in practical applications. In the last 40 years, there appeared many papers on multivariate (multiparameter) processes, frequently also called random fields. However, so far no book was entirely devoted to this topic. The present book is the first one presenting a general treatment of random fields. Since the appearance of Doob's book, it has been known that the theory of martingales is the most important tool in the theory of stochastic processes. Hence, it is natural to ask about multiparameter martingales. An essential part of the book under review is devoted to this question.

The book is divided into two parts: I Discrete-parameter random fields, II Continuous-parameter random fields. Both parts span the area from the most classical results up to recent research.

The book can be recommended not only to probabilists but to anyone interested in the applications of probability within other areas of mathematics, particularly in analysis.

P. Révész (Wien)

D. Pollard: A User's Guide to Measure Theoretic Probability. (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics.) Cambridge University Press, 2002, XIII+351 S. ISBN 0-521-80242-3 H/b £ 60,–, ISBN 0-521-00289-3 P/b £ 20,95*.

The book covers the basic topics of independence, conditioning, martingales, convergence in distribution and Fourier transform. It started as a set of handwritten notes, helping students to understand results such as the strong law of numbers, the central limit theorem, conditioning, and some martingale theory. These notes expanded over the years and the result is this book. The author starts with some motivation for measure theory and explains why he uses the de Finetti notation. This is followed by a modicum of measure theory as a basis for the following chapters. The author manages to introduce the basic concepts of measure theory by simple examples of probability. The only thing one may criticize is the de Finetti notation used in the book.

E. Hausenblas (Salzburg)

K. Jänich: Lineare Algebra. Neunte Auflage. Mit zahlreichen Abbildungen. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XII+271 S. ISBN 3-540-43587-5 P/b € 19,95.

Dies ist bereits die neunte Auflage des bekannten Lehrbuches, das bis auf kleine Korrekturen unverändert blieb. Nach weit mehr als 20 Jahren sind somit sowohl Inhalt als auch Stil allseits bekannt, und der Autor hat andere Bücher auf ähnliche Weise mit großem Erfolg verfasst. Dennoch sind einige Charakteristika erwähnenswert, weil sie immer noch Unikate oder seltene Eigenschaften eines Lehrbuches für Universitäten darstellen. Dazu gehören: Differenzierung nach verschiedenen Zielgruppen, anschauliche Visualisierungen, Motivationen durch Herstellung bedeutungsstiftender Beziehungen und Diskussionen auf verschiedenen sprachlichen Niveaus, historische Ergänzungen, Übungen, Tests, Literaturhinweise, Sätze ohne Beweise, geometrische und physikalische Interpretationen etc. Am bemerkenswertesten ist vielleicht, dass dieser Text ganz sicher von der Mehrheit der Studierenden in eigener Lektüre zu bewältigen und zu verarbeiten ist: er ist klar und präzise geschrieben und durch die genannten Spezifika auch auf verschiedenen Anspruchsniveaus verstehbar. Auch werden unterschiedliche Exaktheitsniveaus realisiert. Die einzige Hürde könnte der top-down-Zugang sein, der Vektorräume und lineare Abbildungen vor den Matrizen und linearen Gleichungssystemen behandelt, wodurch deren Motivationskraft ungenützt bleibt. Ideal wäre ein zyklischer Weg in Form einer Schraubenlinie, der die Themen mehrfach auf verschiedenen Ebenen durchläuft und vernetzt. Noch ein Wunsch: es gäbe so viele interessante außermathematische Anwendungen, die z.B. für Lehrerstudenten von Bedeutung sind.

W. Dörfler (Klagenfurt)

B. Pareigis: Lineare Algebra für Informatiker. I. Grundlagen, diskrete Mathematik, II. Lineare Algebra. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, VIII+274 S. ISBN 3-540-67533-7 P/b DM 49,–.

Das vorliegende Werk, das aus zwei Teilen besteht, und zwar Teil I: „Grundlagen, diskrete Mathematik“ und Teil II: „Lineare Algebra“, ist aus entsprechenden Grundvorlesungen des Autors an der Universität München hervorgegangen.

Der Autor orientiert sich an den Bedürfnissen der Informatiker, ohne zu stark in eine algorithmische Behandlung des Stoffes überzugehen. Im Vordergrund steht immer die Förderung des Verständnisses für die hinter den mathematischen Aussagen stehenden Strukturen. Ein tieferes Verständnis für abstrakte Strukturen sollte ein wesentliches Lebenselixier jedes Informatikers sein. Der erste Teil gliedert sich in vier Kapitel. Im ersten Kapitel über Mengen werden neben einer (axiomatischen) Einführung auch Fuzzy-Mengen und Multi-Mengen vorgestellt. Im

Kapitel 2 über Natürliche Zahlen wird neben dem Aufbau des Zahlensystemes auch die primitive Rekursion besprochen. Das folgende Kapitel über algebraische Grundstrukturen wird soweit geführt, dass der Informatiker leicht in der Lage ist, algebraische Datenstrukturen und algebraische Spezifikationen zu verstehen. Die sehr kurze Einführung in die Graphentheorie (Kapitel 4) führt bis zu binären Bäumen und einigen ihrer Eigenschaften. Der zweite Teil des Werkes untergliedert sich ebenfalls in vier Kapitel, und zwar über Vektorräume, Matrizen und lineare Gleichungssysteme, Eigenwerttheorie sowie Euklidische Vektorräume. Es soll den Studierenden geholfen werden, die Brücke zwischen den Beschreibungen einfacher geometrischer Begriffe in affinen Räumen und ihrer algorithmischen Behandlung mit Matrizen zu schlagen. Auf einige für die Anwendung in der Informatik weniger wichtige Gebiete der linearen Algebra musste der Autor — wohl aus Platzgründen — verzichten. Die Darstellung des in den einzelnen Kapiteln vermittelten Stoffes ist gut strukturiert, allerdings wird durch das gewählte Layout die Lesbarkeit wesentlich beeinträchtigt. Auch den eindeutigen Bezug zur Informatik bei den Beispielen und Übungsaufgaben vermisst der Leser ebenso wie die Lösungen zu den Übungsbeispielen. Im Lichte dieser Schwachstellen stellt sich die Frage, ob das vorliegende Buch die erste Wahl sein sollte.

G. Haring (Wien)

W. Walter: Analysis 2. Fünfte, erweiterte Auflage. Mit 83 Abbildungen. (Springer Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002, XV+408 S. ISBN 3-540-42953-0 P/b € 29,95.

Dies ist die fünfte Auflage des Klassikers von W. Walter. Am bewährten Konzept wurde natürlich nichts geändert. Einzig und alleine der Bestand an Lösungen wurde erweitert, so dass nun zu fast allen Aufgaben Lösungen vorliegen.

G. Teschl (Wien)

Internationale Mathematische Nachrichten

Donald Coxeter verstorben

It is with deep regret that I announce that Donald Coxeter passed away last evening.

Donald joined the Department of Mathematics at the University of Toronto in 1936 and he spent the next 67 years actively engaged at the University. He was the soul and spirit of the geometry seminar and its most active member.

Donald had been described by many as the greatest living geometer. Undoubtedly the world's best known geometer, Professor Coxeter, has made contributions of fundamental importance to the Theory of Polytopes, Non-Euclidean geometry, Discrete Groups, and Combinatorial Theory. He is best known for his introduction of what are now referred to as Coxeter groups. His name is attached to a number of mathematical concepts including the Coxeter diagram, Coxeter complex, Coxeter element, Coxeter graph, Coxeter number, Coxeter system, and Coxeter cell.

Donald was a most prolific writer. He had over 200 publications including several books. His work was influential not only in geometry but also in many other branches of mathematics. Donald cherished the connection to music and arts. He was intimately involved in Escher's work.

Donald was widely recognized and honoured. He was a Fellow of the Royal Society of Canada (1947), Fellow of the Royal Society, London (1950), and Companion of the Order of Canada (1997). He holds a number of honorary degrees.

Donald remained active to the end. In July 2002 he gave an invited address at the conference in honour of Janos Bolyai on Hyperbolic Geometry in Budapest, Hungary, and he had just completed the final touches on his last paper.

He was 96 when he passed away. Donald is survived by his daughter Susan Thomas and his son Edgar.

John Bland
(Chair, Dept. of Mathematics, Univ. Toronto)
April 1, 2003

Journées Arithmetiques 2003 in Graz

Vom 26.-12. Juli werden an der Universität Graz und der Technischen Universität Graz die XXIII. Journées Arithmetiques stattfinden. Näheres dazu auf *http://ja03.math.tugraz.at*.

Günter Lettl

Sampta 2003 in Strobl

Ende Mai 2003 wird in Strobl (OÖ) die Tagung 'Sampling Theory and Applications' stattfinden. Für Informationen siehe *http://www.univie.ac.at/NuHAG/SampTA03*.

Monika Dörfler

Symposium zum 70. Geburtstag von Wolfgang Schmidt

Vom Montag, den 6. Oktober bis Freitag den 10. Oktober 2003 findet ein Symposium über Diophantische Probleme aus Anlass des 70. Geburtstages von Wolfgang Schmidt am Erwin Schrödinger-Institut in Wien statt. Insgesamt sind 10 Hauptvorträge von weltweit führenden Experten auf den Gebieten der Diophantischen Approximation und der Diophantischen Gleichungen geplant. Darüber hinaus sind weitere kürzere Vorträge vorgesehen.

Das Symposium wird vom Erwin Schrödinger-Institut, vom FWF-Forschungsschwerpunkt „Zahlentheoretische Algorithmen und deren Anwendungen" und von der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft veranstaltet. Es sind alle an Zahlentheorie Interessierten zum Besuch dieser Veranstaltung eingeladen.

Robert Tichy

Generalversammlung der IMU

Unter *http://www.univie.ac.at/EMIS/mirror/IMU/GA-Shangai/report.html* findet sich der offizielle Bericht der Generalversammlung der *International Mathematical Union* in Shanghai, an der P. Gruber und P. Michor als Delegierte der Österreichischen Akademie der Wissenschaften teilgenommen haben.

Peter Michor

Dresden Symposium – Geometrie: konstruktiv und kinematisch

Vom 27. Februar bis zum 1. März 2003 fand an der Technischen Universität Dresden ein Symposium zur konstruktiven und kinematischen Geometrie statt. Es war dem Gedenken an Professor Bereis gewidmet.

Rudolf Bereis wurde am 12. Februar 1903 in Wien geboren. Er war Assistent und Dozent an der damaligen TH Wien bei Professor Erwin Kruppa und nahm im Jahr 1957 einen Ruf an die Technische Hochschule Dresden an, wo er als Direktor des Instituts für Geometrie wirkte und wesentlich zu dessen Aufbau beitrug. Professor Bereis verstarb nach einem schweren Leiden am 6. Juni 1966 in der Berliner Charité.

Es kamen etwa 80 Teilnehmer aus Deutschland, Großbritannien, Italien, Kanada, Kroatien, Österreich, Polen, der Slowakei, der Ukraine, Ungarn, den Vereinigten Staaten von Amerika und Tschechien nach Dresden. Aus dem reichen Vortragsprogramm können wir hier nur auf die Hauptvorträge im Detail hinweisen:

J. Angeles (Montreal): Application of Dual Algebra to the Robust Design and Analysis of Spherical Manipulators.

D. Dooner (Puerto Rico): On the Three Laws of Gearing.

G. Geise (Dresden): Über das Wirken von Prof. Rudolf Bereis.

O. Giering (München): Zur Verknüpfung separater Teile klassischer Geometrie – zwei Beispiele.

B. Jüttler (Linz): Approximative Algebraic Geometry for Computer Aided Geometric Design.

D.-E. Liebscher (Potsdam): Synthetische Geometrie und Relativitätstheorie.

H. Stachel (Wien): Wozu Darstellende Geometrie?

Ferner wurden in drei parallelen Sektionen etwa 60 Kurzvorträge gehalten, die sich mit Themen aus folgenden Bereichen beschäftigten: klassische konstruktive Geometrie, Kinematik, computergestützte Geometrie, Liniengeometrie, Minkowski-Geometrie, euklidische und nichteuklidische Elementargeometrie, Visualisierung sowie Unterricht und Didaktik aus Geometrie. Dabei spielten insbesondere die Anwendungen der Geometrie in Gebieten wie der Robotik, dem Maschinenbau, dem Bauwesen, dem Computer-Aided Geometric Design oder der Angewandten Kunst eine zentrale Rolle.

Am Rande des Symposiums wurde in der TU Dresden eine Gedenktafel für Professor Bereis enthüllt. Ferner ist die *Deutsche Gesellschaft für Geometrie und Graphik* gegründet worden.

Die Tagung wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Gesellschaft der Freunde und Förderer der TU Dresden e.v. unterstützt. Die Tagungsleitung lag in den Händen der Professoren Gert Bär, Ulrich Brehm und Gunter Weiß vom Institut für Geometrie der TU Dresden. Ihnen und ihren Mitarbeitern gebührt unser herzlicher Dank für diese großartige Veranstaltung.

Hans Havlicek (TU Wien)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Brief des Vorsitzenden

Seit der Generalversammlung hat die Diskussion über das von der Rektorenkonferenz veranlasste „Ranking der Mathematischen Institute in Österreich“ und die von der ÖMG angeregte Forschungsevaluierung bei der ÖMG dominiert. Gegenüber dem ursprünglichen Zeitplan hat sich die neuerliche Befragung der Rektoren durch das Ministerium verzögert. Erst Ende März lagen die Zustimmungserklärungen der Rektoren der Universität Wien, der TU Wien, der Universität Graz, der TU Graz, der Universität Innsbruck und der Universität Linz vor. Damit ist nun absehbar, dass die Forschungsevaluierung tatsächlich wie geplant stattfinden wird; die Universität Klagenfurt hat ja schon früher entschieden, sich nicht zu beteiligen, die Situation an der Universität Salzburg ist zum Zeitpunkt des Verfassens dieses Berichts noch unklar.

Es soll nochmals klargestellt werden, dass es sich natürlich nicht um eine Evaluierung durch die ÖMG handelt, sondern dass die ÖMG lediglich die organisatorische Koordinierung einer durch das Ministerium anzuordnenden Forschungsevaluierung übernimmt. Die ÖMG kann und wird keinerlei inhaltlichen Einfluss auf diese Evaluierung nehmen, die Gutachter (voraussichtlich fünf) werden von internationalen Gesellschaften wie der DMV nominiert werden. Zweck der Forschungsevaluierung aus Sicht der ÖMG soll es sein, objektive Grundlagen für etwaige künftige Ressourcenentscheidungen sowohl auf der Ebene der einzelnen Universitäten als auch darüber hinaus (etwa im Rahmen von Leistungsvereinbarungen) zur Verfügung zu stellen. Dies erscheint gerade im Hinblick auf das erwähnte Ranking durch das Deutsche Zentrum für Hochschulentwicklung (*http://www.che.de*) besonders angebracht, weil ja in dieses Ranking die Forschung nicht oder kaum eingeht. Ich hoffe, dass die Ergebnisse der Evaluierung die Mathematik in Österreich insgesamt stärken werden und es sich damit im Nachhinein zeigen wird, dass die mühsamen und manchmal kontroversiellen Diskussionen über dieses Projekt, die sich nun schon über zwei Jahre hinziehen, letzten Endes nicht umsonst waren.

Die von der Generalversammlung eingesetzte Lehrersektion der ÖMG unter der Leitung von Dr. Robert Geretschläger (Graz) beginnt, Gestalt anzunehmen. An der Universität Innsbruck fand (geleitet von Kollegen Oberguggenberger) eine sehr gut besuchte Veranstaltung für Lehrer statt, die (wie die Grazer Veranstaltung, über die in einem früheren Heft berichtet wurde) gezeigt hat, dass zahlreiche Lehrer daran interessiert sind, in Kontakt zur ÖMG zu kommen und insbesondere fachliche und für ihren Unterricht direkt nutzbare Informationen zu bekommen. Die Lehrersektion wird ihre Tätigkeit mit der Didaktikkommission der ÖMG abstimmen.

Die Vorbereitungen für die Nachbarschaftstagung der ÖMG in Bozen laufen gut, der Kongress verspricht sowohl wissenschaftlich als auch gesellschaftlich äußerst attraktiv zu werden. Ich appelliere an alle, die sich noch nicht angemeldet haben, dies nachzuholen (*http://www.oemg.ac.at/Bozen2003/*).

Im Jahr 2005 werden zwei Tagungen unter Beteiligung der ÖMG stattfinden, und zwar einerseits in Mainz (gemeinsam mit DMV und EMS) im März, andererseits die traditionelle ÖMG-Tagung (mit Beteiligung der DMV) in Klagenfurt, deren Termin nun mit 19. bis 23. September 2005 festgelegt wurde. Der ÖMG-Vorstand hat für diese Tagung ein Programmkomitee eingesetzt, das aus den Kollegen Rendl und Müller (Universität Klagenfurt), Tichy (TU Graz), Pottmann und Schmeiser (TU Wien), Reich (Universität Graz) und Ostermann (Universität Innsbruck) besteht; als Vertreter der DMV wird Martin Aigner (Berlin) dem Programmkomitee angehören.

Der Vorstand beginnt nun schon, über die nächste ÖMG-Tagung, die im Jahr 2007 stattfinden soll, zu diskutieren. Wir wollen das in Bozen realisierte Konzept der „Nachbarschaftstagung“ fortsetzen, und zwar in einem unserer östlichen oder nördlichen Nachbarländer. Genaueres hoffe ich im nächsten Heft der IMN berichten zu können.

Ich bin nach 9 Jahren Referententätigkeit im März turnusmäßig aus meiner Funktion im FWF ausgeschieden. Ich freue mich, Ihnen berichten zu können, dass mein Vorgänger als ÖMG-Vorsitzender, o.Univ.-Prof. Dr. Karl Sigmund, nicht nur als Referent, sondern sogar als Vizepräsident im FWF tätig sein wird. Ich wünsche ihm viel Erfolg für seine Tätigkeit im FWF im Interesse der Mathematik und der österreichischen Wissenschaft. Wie wir alle wissen, ist der FWF wie alle österreichischen Forschungsförderungseinrichtungen in die aktuelle politische Diskussion geraten, aus der er möglichst bald und möglichst unbeschadet wieder herauskommen möge.

Wir haben heuer sowohl für den Studienpreis als auch für den Förderungspreis der ÖMG deutlich mehr Vorschläge bekommen als in den letzten Jahren. Der Vorstand hat in seiner letzten Sitzung entscheidungsbefugte Kommissionen für die Vergabe dieser Preise eingesetzt, die bis Mitte Juni ihre Entscheidung treffen werden. Der Förderungspreisträger wird (gemeinsam mit dem Preisträger des letzten Jahres, ao.Univ.Prof. Dr. Jörg Thuswaldner) eingeladen werden, auf der Tagung in Bozen einen Vortrag zu halten. Für den Schülerpreis, den wir derzeit ausgesetzt haben, sind zwar aus Kreisen der ÖMG keine weiteren Vorschläge gekommen, doch gibt es Pläne des Ministeriums für einen Wettbewerb nach Art von „Jugend forscht“, der möglicherweise mit dem ÖMG-Schülerpreis kombiniert werden könnte. Über endgültige Ergebnisse der Gespräche, die darüber mit dem Ministerium geführt werden, kann hoffentlich bald berichtet werden

Die Akademie der Wissenschaften hat in die Mathematik stark investiert: Am 28. März fand in Linz die Eröffnung des Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics statt; über dieses Institut wird an anderer Stelle in diesem Heft kurz berichtet.

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz W. Engl

Protokoll der Generalversammlung der ÖMG

Zeit: Montag, 9. 12. 2002, 16:15 – Ort: Nöbauer-Hörsaal, TU Wien

Tagesordnung

1. Feststellung der Beschlussfähigkeit
2. Berichte des Vorsitzenden und weiterer Vorstandsmitglieder, insbesondere des Kassiers
3. Berichte aus den Landessektionen
4. Bericht der Rechnungsprüfer und gegebenenfalls Entlastung des Vorstands
5. Neuwahl der Landesvorsitzenden und des Beirats
6. Neuwahl der Rechnungsprüfer
7. Verleihung des Förderungspreises und der Studienpreise
8. Organisation der schul- und fachhochschulbezogenen Aktivitäten der ÖMG; Didaktikkommission, Lehrersektion (inkl. Wahlen)
9. Spendenaktionen der ÖMG (Mathematikbibliothek Prag, Dritte Welt)
10. Allfälliges

H. Engl eröffnet die Generalversammlung um 16:15 Uhr.

Top 1 Die Beschlussfähigkeit ist gegeben.

Top 2 Im vergangenen Jahr gab es 33 Neueintritte, 6 Austritte und 4 Todesfälle. Verstorben sind Prof. Dr. Heinz Bauer (Erlangen), Prof. Dr. Anna Jarossy (Klosterneuburg), Univ.-Prof. Dr. Hans-Christian Reichel (Wien), em. o.Univ.-Prof. Dr. Leopold Vietoris (Innsbruck). Die Generalversammlung erhebt sich zu einer Schweigeminute.

Der Bericht des Vorsitzenden,[1] H. Engl, befasst sich mit den folgenden Punkten: Ständige Kooptierung der Landessektionsvorsitzenden sowie von G. Teschl

[1]Der Bericht wurde in dem IMN 191 (Dez. 2002) als „Brief des Vorsitzenden“ publiziert.

als Verantwortlichem für die Homepage der ÖMG in den Vorstand; Belebung der Tätigkeiten der Landessektionen, Geldbereitstellung für die Öffnung der ÖMG zu Lehrern und Schülern, Nachbarschaftstagung der ÖMG in Bozen 2003 als Modell für weitere Nachbarschaftstagungen, Diskussion der Tagungen 2005. Die große gemeinsame Tagung der ÖMG und DMV findet im September 2005 in Klagenfurt statt (mit Generalversammlung), zusätzlich wird sich die ÖMG an der AMS-DMV-Tagung in Mainz im März 2005 beteiligen.

Es folgt ein Bericht über den Stand und die Entwicklung der Evaluierungs- und Rankingdiskussion. Preise: Der Schülerpreis war ausgesetzt worden und soll durch die Lehrersektion aktiviert werden. Die Frage der Öffnung des Studien- und Förderpreises wird diskutiert.

I. Troch berichtet als stellvertretende Kassierin, dass die Einnahmen/Ausgaben relativ ausgeglichen waren.

Top 3 M. Oberguggenberger (Innsbruck) berichtet über den Stand der Organisation der Nachbarschaftstagung Bozen 2003. P. Zinterhof (Salzburg) berichtet über geplante Aktionen zur Gewinnung der Lehrerschaft. H. Kautschitsch (Klagenfurt) berichtet über Tagungsplanungen und Vorträge, C. Schmeiser (Wien) über die Pläne mit *math.space.*

Es folgt ein ausführlicher Vortrag von R. Taschner (Wien) über das Konzept von math.space im Museumsquartier, Eröffnung im Jänner 2003, siehe *http://math.space.or.at*

Top 4 Die Kassenprüfer W. Kuich und H. Troger berichten, dass sie nach stichprobenartiger Prüfung der Buchhaltung von 2001 diese für fehlerfrei erachten. Der Kassier und seine Stellvertreterin werden einstimmig entlastet.

Top 5 und 6 Die Wahlvorschläge für die Landessektionsvorsitzenden, den Beirat und die Rechnungsprüfer sind:

Landesvorsitzende: Graz: L. Reich, Innsbruck: M. Oberguggenberger, Klagenfurt: H. Kautschitsch, Linz: G. Larcher, Salzburg: P. Hellekalek, Wien: C. Schmeiser.

Beirat: C. Binder, H. Bürger, C. Christian , U. Dieter, G. Gottlob, P. Gruber, G. Helmberg , H. Heugl, E. Hlawka, W. Imrich, M. Koth , W. Kuich, R. Mlitz, W. Nowak, N. Rozsenich , K. Sigmund, H. Sorger, H. Stachel, H. Strasser , G. Teschl, H. Troger, und W. Wurm.

Rechnungsprüfer: W. Kuich und H. Troger.

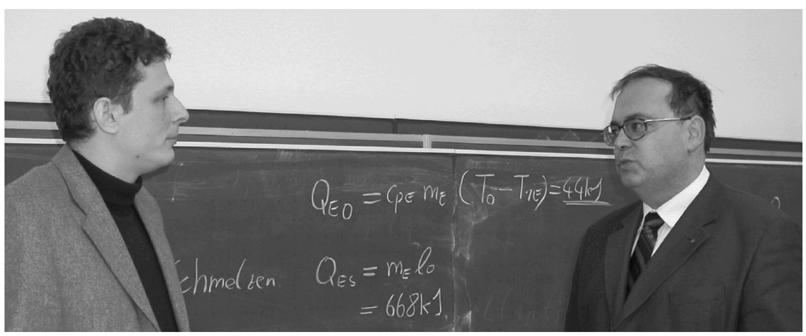
Die Vorschläge werden einstimmig per Akklamation angenommen.

Top 7

Die Ehrungen beginnen mit der Verleihung der Goldenen Inzingermedaille an die Ehrenmitglieder Prof. G. Helmberg (Innsbruck) und Prof. L. Reich (Graz). Die Ehrenmitgliedschaft war schon früher verliehen worden. Die Generalversammlung 2002 erschien als würdiger Anlass, die Ehrenmedaille zu überreichen. Prof. Helmberg nahm die Medaille dankend entgegen, Prof. Reich war am Kommen verhindert.

G. Helmberg

Anschließend erfolgte die Verleihung des Förderungspreises der ÖMG an ao. Univ. Prof. Dr. Jörg Thuswaldner, Leoben, für „Wissenschaftliche Arbeiten auf dem Gebiet der Zahlentheorie und Kombinatorik“. Die Laudatio hielt Prof. Dr. Peter Kirschenhofer,[2] mit anschließenden Dankesworten des Preisträgers.



J. Thuswaldner, H. Engl

Die Studienpreise gingen an Dr. Theresia Eisenkölbl, Univ. Wien, für “Rhombus Tilings and Plane Partitions” und Dr. Clemens Fuchs, TU Graz, für “Quantitative Finiteness Results for Diophantine Equations”. Die Laudatio für beide Preisträger übernahm Prof. Dr. Gerhard Larcher.

[2]Die Laudatio ist im Anschluss an das Protokoll abgedruckt.

C. Fuchs

Th. Eisenkölbl, G. Larcher

Top 8 Es ging um die Neuorganisation der schul- und fachhochschulbezogenen Aktivitäten der ÖMG.

G. Teschl berichtet über die FH-bezogenen Aktivitäten. Für die Didaktikkommission war W. Schlöglmann als interimistischer Leiter, für die geplante Lehrersektion Dr. R. Geretschläger tätig. Die beiden Kommissionen ergänzen einander gegenseitig, was auch dadurch zum Ausdruck kommen soll, dass die jeweiligen Vorsitzenden auch Mitglieder der jeweils anderen Kommission sein werden.

W. Schlöglmann berichtet über die Tätigkeit der Didaktikkommission im Jahr 2002. Es sei ihre Spezifizität zu nützen; in Zukunft wird es um den Oberstufenlehrplan und die Problematik der Standards gehen. Fortbildungsveranstaltungen werden durchgeführt (bisher hauptsächlich in Wien).

Wahlvorschläge für die Didaktikkommission: Vorsitz: Wolfgang Schlöglmann. Alle bisherigen Mitglieder sowie Franz Pauer und Landesschulinspektor Mag. Wolfgang Wurm.

Der Vorschlag wurde einstimmig angenommen.

R. Geretschläger berichtet über die Ziele der Lehrersektion in der ÖMG. Dieses Forum werde dringend benötigt, als Dachorganisation für die ARGEs, für den Kontakt zu Lehrern und für Lehrerfortbildung. Es gab eine Startveranstaltung in Graz, im Feber 2003 eine in Innsbruck.

Antrag auf Gründung der Lehrersektion mit Vorsitz Robert Geretschläger:

Antrag: Die Generalversammlung ermächtigt den Vorstand der ÖMG, neue Mitglieder in die Lehrersektion zu entsenden; deren Bestätigung erfolgt in der jeweils nächsten Generalversammlung.

Beide Anträge werden einstimmig angenommen.

Top 9 P. Gruber berichtet über die dringend benötigte Hilfe für die vom Hochwasser schwer beschädigte Bibliothek der Karlsuniversität Prag. Ca. 10.000 beschädigte Bücher sind derzeit tief gefroren, aber praktisch verloren. Als erste Hilfsinitiative wurde das Spendenkonto

Kto. Nr. 52078 694 201, BA-CA, BLZ 12000

eingerichtet. Die ÖMG, einige Privatpersonen und Organisationen haben bereits gespendet. Als zweite Hilfsinitiative besteht die Möglichkeit, Bücher zu spenden. Anmeldung bzw. Nachfrage des Bedarfes an: *peter.gruber@tuwien.ac.at*

Spendenaktion des CDC (Committee for Developing Countries der EMS): Eine Botschaft des Vorsitzenden H. Fleischner wird verlesen. Es geht darum, Entwicklungsländern kurz- und mittelfristig Literatur zur Verfügung zu stellen. Das Spendenkonto ist:

Kto. Nr. 52078 765 601, BA-CA, BLZ 12000

Es werden auch Sachspenden begrüßt. Dazu wende man sich bitte an: *fleischner @oeaw.ac.at.*

Top 10 Keine Wortmeldung. Die Versammlung endet um 18:00 Uhr.

Im Anschluss an die Generalversammlung wurde ein von der ÖMG mitproduziertes Videointerview mit Prof. Harald Niederreiter vorgeführt (Interviewer: Prof. G. Larcher). Das Videointerview wird von allen Beteiligten als sehr gelungen betrachtet.

Laudatio anläßlich der Verleihung des Förderungspreises der ÖMG an Herrn ao. Univ. Prof. Dr. Jörg Thuswaldner

Sehr geehrter Herr Vorsitzender, sehr geehrte Damen und Herren!

Es ist für mich eine besondere Freude, Ihnen den diesjährigen Förderungspreisträger, Herrn ao.Univ.Prof. Dr. Thuswaldner, vorstellen zu dürfen. Lassen Sie mich zunächst mit einigen Angaben zum Lebensweg von Herrn Thuswaldner beginnen.

Er wurde am 11. August 1971 in Leoben geboren. Im Alter von fünf Jahren ist er mit seinen Eltern nach Hallein übersiedelt, wo er die Volksschule und das Realgymnasium besucht und 1989 maturiert hat.

Die nächsten beiden Jahre hat er in Salzburg verbracht und dort den ersten Studienabschnitt des Studiums Mathematik absolviert. Erste fachliche Kontakte mit Grazer Mathematikern haben ihn dazu veranlasst, 1991 auf das Studium der Technischen Mathematik an der TU Graz überzuwechseln. 1995 hat er dieses Diplomstudium mit ausgezeichnetem Erfolg beendet.

Seine Diplomarbeit „Analytische Methoden zur asymptotischen Untersuchung von Funktionalgleichungen und zur probabilistischen Analyse kombinatorischer Algorithmen“, die Herr Kollege Tichy betreut hat, brachte ihn mit einem wichtigen Teilgebiet der Mathematik in näheren Kontakt, in dem Methoden der Analysis, der Diskreten Mathematik und der Wahrscheinlichkeitstheorie kombiniert werden, um Aussagen über das average case-Verhalten von Algorithmen zu erzielen. Im Dezember 1995 erhielt Herr Thuswaldner den Würdigungspreis des Bundesministers für Wissenschaft für seine ausgezeichnete Diplomarbeit.

Herr Thuswaldner hat im Anschluss daran sehr rasch eine ebenfalls ausgezeichnete Dissertation mit dem Titel „Kanonische Ziffernsysteme und probabilistische Zahlentheorie in Zahlkörpern“ fertiggestellt. Auch diese Arbeit hat Herr Kollege Tichy vergeben. Herr Thuswaldner hat bereits im Dezember 1996 sein Doktoratsstudium als Doktor der Technischen Wissenschaften abgeschlossen. Im gleichen Monat erhielt er den Studienpreis der ÖMG.

Während Herr Thuswaldner zur Zeit der Abfassung der Diplomarbeit in ein Projekt der österreichischen Nationalbank an der TU Graz eingebunden war, hat er neben der Abfassung seiner Dissertation bei Herrn Tichy auch an der TU Wien als Vertragsassistent bei Herrn Kollegen Kuich gearbeitet. Aus dieser Zeit stammt auch unsere erste Bekanntschaft. Etwa zum Zeitpunkt, zu dem Herr Thuswaldner seine Dissertation beendet hat, wurde ich an die Montanuniversität Leoben berufen und hatte die Möglichkeit, eine Assistentenstelle zu besetzen. Die breite mathematische Bildung von Herrn Thuswaldner ließ ihn mir besonders geeignet für eine Mitarbeit erscheinen, und Herr Thuswaldner konnte im Februar 1997 für meine Abteilung in Leoben gewonnen werden.

So wie Herr Thuswaldner sehr rasch promoviert hat, konnte er auch in bemerkenswert rascher Zeit eine Fülle von Arbeiten vorlegen, auf die ich später noch eingehen werde und die dazu führten, dass er bereits im Juni 2000 an der TU Graz für das Fach „Mathematik“ habilitiert wurde. Ich möchte nur erwähnen, dass auch die zwischenzeitliche Absolvierung des Zivildienstes seiner Publikationstätigkeit keinerlei Unterbrechung beschert hat.

Seit Oktober 2000 ist Herr Thuswaldner außerordentlicher Universitätsprofessor an unserem Institut an der Montanuniversität Leoben.

Nun aber zu den Schwerpunkten seiner wissenschaftlichen Tätigkeit: Diese lassen sich grob in die Bereiche

1. Verallgemeinerte Ziffernsysteme
2. Selbstähnliche und selbstaffine Fraktale sowie
3. Asymptotische Analyse kombinatorischer Algorithmen

einteilen. Erscheinen die ersten beiden Themen auf den ersten Blick weit von der dritten Thematik entfernt, so zeigen sich bei näherer Betrachtung durchaus inhaltliche Bezüge:

Studiert man den Mittelwert der Ziffernsumme der ersten n natürlichen Zahlen, zum Beispiel in ihrer Darstellung im Binärsystem, so sagt ein klassisches Resultat von Trollope und Delange, dass der Korrekturterm gegenüber dem zu erwartenden Mittelwert $\log_2(n)/2$ exakt ausgedrückt werden kann durch den Wert $F(\log_2 n)$ einer stetigen periodischen Funktion $F(x)$ mit Periode 1, die nirgends differenzierbar ist, und deren Fourierentwicklung angegeben werden kann. Entsprechende Resultate konnten für kompliziertere Ziffernfunktionen und andere Ziffernsysteme von einer Reihe von Autoren gefunden werden. Die Resultate, die zunächst von rein innermathematischem Interesse erscheinen, haben eine Reihe unerwarteter Anwendungen. So hängt etwa der mittlere Aufwand eines bekannten Parallelsuchalgorithmus, des "odd-even-merge" nach Batcher, eng zusammen mit dem Mittelwert der Ziffernsummenfunktion in der sogenannten Graycode-Darstellung natürlicher Zahlen.

Zentrales Thema einer Reihe von Arbeiten von Herrn Thuswaldner ist das Studium von kanonischen Ziffernsystemen in algebraischen Zahlkörpern. Viele der in gewöhnlichen q-adischen Systemen einigermaßen leicht zugänglichen Fragestellungen erweisen sich über algebraischen Zahlkörpern als weitaus diffiziler, in vielen Fällen ist erst ein geeignetes Instrumentarium zur Untersuchung zu entwickeln.

Herr Thuswaldner hat sich unter anderem mit der Verteilung der Ziffernsummenfunktion in Restklassen beschäftigt und konnte ein klassisches Resultat von Gelfond auf kanonische Ziffernsysteme über algebraischen Zahlkörpern verallgemeinern. Zentrales Hilfsmittel war dabei, wie auch in vielen weiteren Arbeiten, das detaillierte Studium des sogenannten Fundamentalbereiches des Ziffernsystemes. Etwas vereinfacht ausgedrückt handelt es sich dabei um eine geometrische Realisierung derjenigen Zahlen, deren ganzzahliger Anteil gleich Null ist. Im Bereich der Gaußschen ganzen Zahlen führt dies zum sogenannten „twin dragon", einem aus der Theorie der Fraktale wohlbekannten Objekt. Ganz allgemein ist es nun so, dass die fraktalen Eigenschaften des Randes des Fundamentalbereiches wichtige Rückschlüsse auf Eigenschaften des zugehörigen Ziffernsystems zulassen. Herr Thuswaldner hat unter anderem für den Fall reellquadratischer Zahlkörper die Box-Dimension des Randes berechnet. Dabei fanden geeignete Automaten Anwendung, da sich der Rand als eine von diesen Automaten gesteuerte selbstaffine Menge erweist.

Ein weiteres wichtiges Resultat beschäftigt sich mit der Ziffernsummenfunktion von Polynomen mit Koeffizienten aus $\mathbb{Z}[i]$. Durch diffizile Exponentialsummenabschätzungen konnte u. a. gezeigt werden, dass diese Funktion asymptotisch normalverteilt ist.

Eine Verallgemeinerung des Fundamentallemmas von Kubilius für Ideale in beliebigen Zahlkörpern hat es Herrn Thuswaldner erlaubt, einen Satz vom Erdős-Kac-Typ über die Verteilung der Anzahl der verschiedenen Primfaktoren der Zahlen in $\mathbb{Z}[i]$ zu gewinnen, deren Ziffernsumme in einer vorgebenen Restklasse liegt.

Die Resultate von Herrn Thuswaldner haben auch Bezüge zur Kryptographie. In diesem Zusammenhang spielen bestimmte redundante Binärsysteme eine wichtige Rolle. Unter Zuhilfenahme der Mellin-Perronschen Summationstechnik können mit funktionentheoretischen Argumenten sehr präzise Resultate über die summatorische Funktion der entsprechenden Ziffernfunktion gewonnen werden. Dazu ist insbesondere die analytische Fortsetzung einer Dirichletreihe über gewisse Werte der Hurwitzschen Zetafunktion zu studieren.

Zum oben erwähnten dritten Schwerpunkt seiner Publikationen, dem Bereich der Analyse von Algorithmen, möchte ich das Studium des asymptotischen Verhaltens der Lösungen von q-Differenzengleichungen erwähnen. Entsprechende Funktionalgleichungen haben eine wichtige Anwendung etwa bei der Untersuchung sogenannter digitaler Suchbäume, wichtigen Datenstruktur in der Informatik. Wiederum erlauben es geeignete Integraltransformationen, das Studium der auftretenden „Harmonischen Summen" auf das Studium des lokalen Verhaltens von komplexen Funktionen in der Nähe ihrer Singularitäten zurückzuführen.

Wie Sie aus meinen Ausführungen entnehmen können, hat Herr Thuswaldner in vielen seiner Arbeiten mit großem Geschick verschiedenartige Methoden der Analysis, der Zahlentheorie und der diskreten Mathematik zum Einsatz gebracht und kombiniert, um tiefliegende Resultate zu erzielen.

Herr Thuswaldner hat bereits an zahlreichen Projekten mitgewirkt und eine Reihe internationaler Kooperationen aufgebaut. Ich will hier nur aktuell die Mitwirkung an Projekten des Forschungsschwerpunktes „Zahlentheoretische Algorithmen und Anwendungen" des FWF erwähnen, der dieses Jahr nach eingehender internationaler Begutachtung in die zweite Phase eingetreten ist. Internationale Kontakte mit Forschern aus China, Israel, Japan und Russland haben bereits zu zahlreichen gemeinsamen Publikationen geführt und Herrn Thuswaldner entsprechende Auslandseinladungen eingetragen. Seine zahlreichen Kooperationen mit Kollegen aus Graz, Linz und Wien zeigen auch seine starke Vernetzung in der österreichischen Forschungslandschaft.

Ich glaube, dass die Österreichische Mathematische Gesellschaft einen Preisträger auserwählt hat, der dieser Auszeichnung als Wissenschafter wie als Person in hohem Maße würdig ist und eine vielversprechende Zukunft vor sich hat.

In diesem Sinne darf ich dem Preisträger alles Gute wünschen und mich bei Ihnen für Ihre Aufmerksamkeit bedanken.

Peter Kirschenhofer (MU Leoben)

Mathematik – faszinierende Forschung und aktuelle Anwendungen: Informationsveranstaltung an der Universität Innsbruck

Am Montag, den 24. Feber 2003 wurde von den Innsbrucker Mathematikinstituten, der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft und den Arbeitsgruppen-leiter/innen AHS, HAK und HTL Tirol zu einer Informationsveranstaltung „Mathematik – faszinierende Forschung und aktuelle Anwendungen“ in den Hörsälen des Viktor-Franz-Hess-Hauses (Universität Innsbruck) geladen. Ziel war es, die neu gegründete Lehrersektion der ÖMG – nach dem Vorbild einer ähnlichen, erfolgreichen Veranstaltung an der TU Graz im Oktober 2002 – der Öffentlichkeit nahezubringen. Ziel war auch, die Aktualität und Faszination der Mathematik in Forschung und Anwendung zu vermitteln, und Lehrende und Lernende an Schule und Universität zueinander zu führen.

Ungefähr 80 Teilnehmer, je zur Hälfte Lehrerinnen und Lehrer und interessierte Schülerinnen und Schüler, waren von den angebotenen Vorträgen begeistert. Diese umfassten einen Vortrag von Heinz Engl (Universität Linz und ÖMG-Vorsitzender) zum Thema „Mathematik und Industrie“, einen Vortrag von Herwig Hauser (Universität Innsbruck) zu „Singularitäten in der Geometrie“ sowie vier je zweimal gehaltene Workshops (Arne Dür, Manfred Husty, Alexander Ostermann, Otmar Scherzer, alle Universität Innsbruck) zu den Themen „Computergraphik“, „Kinematik von Flugsimulatoren“, „Bahnberechnung von Himmelskörpern“, „Mathematische Bildverarbeitung“. An einigen Präsentationstischen wurden von Nachwuchsforschern der Universität Innsbruck mathematische Projekte vorgestellt, die die Aktualität der mathematischen Forschung in Innsbruck weiter unterstrichen.

Abgerundet wurde die Veranstaltung durch einen Büchertisch und eine Vorführung von Montessori-Materialien. Zum Abschluss der Veranstaltung gab es für die Lehrerschaft eine Diskussion zu den geplanten Änderungen im Oberstufenlehrplan, gestaltet vom Vorsitzenden der Lehrersektion in der ÖMG, Robert Geretschläger (Graz). Die lokale Organisation der Veranstaltung wurde von Franz Pauer (Universität Innsbruck), Michael Oberguggenberger (Vorsitzender der Landessektion Tirol der ÖMG) und Monika Gabriel-Peer (ARGE-Leiterin HTL Tirol) mit Unterstützung durch Heiner Juen (ARGE-Leiter AHS Tirol) und Markus Paul (ARGE-Leiter HAK Tirol) durchgeführt.

Die Veranstaltung wurde sehr gut angenommen und hat ihre Ziele erreicht.

Michael Oberguggenberger (Innsbruck)

Persönliches

O. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. *Heinz Engl* (Universität Linz) wurde zum Mitglied und stellvertretenden Vorsitzenden des Universitätsrats der TU Graz gewählt.

Prof. Dr. *Wolfgang Schmidt* (University of Colorado, Boulder) erhielt am 11. März 2003 in Wien das Ehrenzeichen für Wissenschaft und Kunst I. Klasse.

O. Univ.-Prof. Dr. *Karl Sigmund* (Universität Wien) wurde zum Vizepräsidenten des „Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung“ (FWF) gewählt.

Neue Mitglieder

Mirjam Dür, Prof. Dr. — Fachbereich Mathematik, TU Darmstadt, Schlossgartenstr. 7, D 64289, Deutschland. geb. 1970. 1988 bis 1996 Studium Mathematik Diplom sowie Mathematik/Französisch Lehramt Univ. Wien, 1996 bis 1998 Doktoratsstudium Angewandte Mathematik Univ. Trier, 1998 bis 2002 Univ. Ass. Institut f. Statistik der WU Wien, seit 2003 Juniorprofessorin für Optimierung am Fachbereich Mathematik der TU Darmstadt. e-mail *duer@mathematik.tu-darmstadt.de*.

Monika Gabriel-Peer, Mag. — Stamser Feld 1, A 6020 Innsbruck. geb. 1954. 1972 bis 1978 Studium, 1978 Probejahr am Gymnasium Sillg., seit 1978 Lehrerin an der HTL Anichstr. in Innsbruck (Angew. Mathematik, Angew. Physik, Angew. Chemie und Ökologie, seit 2000 auch Darst. Geometrie). e-mail *monika.gabriel-peer@utanet.at.*

Maria Küberger, Mag. Dr. — Klammstr. 23, A 6020 Innsbruck. geb. 1948. Lehramtsstudium Mathematik Physik Univ. Innsbruck, Sponsion 1972, Doktoratsstudium bei Prof. R. Liedl, Promotion 1977. Seit 1974 Lehrerin (Mathematik, Physik, Informatik) am BORG Innsbruck, Betreuungslehrerin für Unterrichtspraktikanten. e-mail *bikue@asn-ibk.ac.at*.

Gertrud Leuprecht, Mag. — Gymnasiumstr. 5, A 6600 Reutte. geb. 1964. AHS-Lehrerin, BRG Reutte. e-mail *g.leuprecht@tirol.at*.

Susanne Saminger, Mag. — Abt. Fuzzy Logic Laboratorium Linz-Hagenberg, Univ. Linz, Altenbergerstr. 69, A 4040 Linz. geb. 1975. 1993 bis 2000 Studium Mathematik und Physik Lehramt TU Wien, wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fuzzy Logic Laboratorium Linz Hagenberg, seit 2000 Universitätsassistentin am Institut für Algebra, Stochastik und wissensbasierte mathematische Systeme der Univ. Linz. e-mail *susanne.saminger@jku.at*.

Camillo Signor, Mag. Dr. — Neubaug. 56/2/9, A 1070 Wien. geb. 1952. 1977 bis 1983 Diplomstudium Mathematik Univ. Wien, 1983 Sponsion zum Mag. rer. nat, 1983/84 Scholar am Institut für Höhere Studien, seit 1984 Software-Entwickler bei der Siemens AG Östereich, 1991 bis 1994 Doktoratsstudium Mathematik Univ. Wien, 1994 Promotion zum Dr. rer. nat. e-mail *camillo_s@nextra.at*.

Wolfgang Timischl, Mag. Dr. — Körösistr. 170, A 8010 Graz. geb. 1953. 1968 bis 1972 Universitätsassistent Inst. f. Mathematik Univ. Graz, seit 1972 Lehrer HTL Graz-Gösting, 1973 bis 1996 Lehrbeauftragter Inst. f. Statistik an der rechts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät der Univ. Graz, 1995 bis 2002 Lehrbeauftragter am Fachhochschul-Studienlehrgang Automatisierungstechnik für Berufstätige in Graz. e-mail *wolfgang.timischl@campusgraz.at*.

Sandra Trenovatz — Institut f. Finanz- und Versicherungsmathematik der TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8–10/105, A 1040 Wien. geb. 1973. e-mail *sandra @fam.tuwien.ac.at*.

8. Österreichisches Mathematikertreffen

Nachbarschaftstagung in Kooperation mit SIMAI und UMI
22. bis 26. September 2003 in Bozen

Das 8. Treffen der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft wird vom 22. bis 26. September 2003 als Nachbarschaftstagung in Kooperation mit den italienischen Partnergesellschaften SIMAI und UMI in den neuen Konferenzräumen der Europäischen Akademie Bozen stattfinden. Die zweite Aussendung liegt diesem Heft bei; siehe auch die Internetseite der Konferenz

http://www.oemg.ac.at/Bozen2003/

Wir bitten, die endgültige Anmeldung bis 30. Juni 2003 vorzunehmen.

8th Meeting of the Austrian Mathematical Society

Joint Conference in Cooperation with SIMAI and UMI
September 22–26, 2003, Bozen/Bolzano

The 8th meeting of the Austrian Mathematical Society will take place in the new conference facilities of the European Academy in Bozen/Bolzano, September 22–26, 2003, as a joint conference in cooperation with the Italian partner societies SIMAI and UMI. Please find the second announcement as an attachment to this issue or consult the conference web page:

http://www.oemg.ac.at/Bozen2003/

We ask you to kindly submit your registration by June 30, 2003.

VIII Convegno della Società di Matematica Austriaca

Convegno in Cooperazione con le società SIMAI ed UMI
22–26 settembre 2003, Bolzano

L'ottavo Convegno della Società di Matematica Austriaca si terrà nel nuovo Centro Congressi dell'Accademia Europea di Bolzano dal 22 al 26 settembre 2003. Il convegno si svolgerà in cooperazione con le società italiane SIMAI ed UMI. Questa edizione di IMN contiene il secondo annuncio, anche consultabile attraverso le pagine Web del convegno:

http://www.oemg.ac.at/Bozen2003/

Si prega di inviare il modulo d'iscrizione compilato entro e non oltre il 30 giugno 2003.