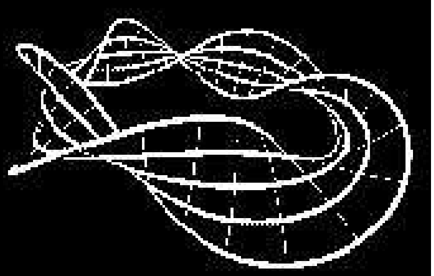
IMN

Internationale
Mathematische
Nachrichten
Nr. 191

Leopold Vietoris
math.space
Developing Countries
Zahlengolf



Österreichische
Mathematische
Gesellschaft

Dezember 2002

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/1182, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Redaktion:

M. Drmota (TU Wien, Herausgeber)
U. Dieter (TU Graz)
P. Flor (U Graz)
J. Schwaiger (U Graz)
J. Wallner (TU Wien)

Ständige Mitarbeiter der Redaktion:

C. Binder (TU Wien)
R. Mlitz (TU Wien)

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 18,–

Bankverbindung: Scheckkonto Nr. 229-103-892 der Bank Austria AG, Zweigstelle Wieden, oder PSK Kto. Nr. 7823-950, Wien.

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

© 2002 Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

Sekretariat:

TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8–10,
Inst. 1182, A-1040 Wien.
Tel. (+43)1-58801-11823

Vorstand des Vereinsjahres 2003:

H. Engl (Univ. Linz): Vorsitzender.
R. Tichy (TU Graz): Stellvertretender Vorsitzender.
M. Drmota (TU Wien): Herausgeber der IMN.
W. Woess (TU Graz): Schriftführer.
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck): Stellvertretender Schriftführer.
W. Schachermayer (TU Wien): Kassier.
I. Troch (TU Wien): Stellvertretende Kassierin.
G. Teschl (Univ. Wien): Web-Beauftragter (kooptiert).

Vorsitzende der Landessektionen:

L. Reich (Univ. Graz)
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck)
H. Kautschitsch (Univ. Klagenfurt)
G. Larcher (Univ. Linz)
P. Hellekalek (Univ. Salzburg)
C. Schmeiser (TU Wien)

Vorsitzende der Kommissionen:

W. Schlöglmann (Univ. Linz): Didaktikkommission.
R. Geretschläger (Graz): Lehrersektion.

Beirat:

A. Binder (Linz)
H. Bürger (Univ. Wien)
C. Christian (Univ. Wien)
U. Dieter (TU Graz)
G. Gottlob (TU Wien)
P. M. Gruber (TU Wien)
G. Helmberg (Univ. Innsbruck)
H. Heugl (Wien)
E. Hlawka (TU Wien)
W. Imrich (MU Leoben)
M. Koth (Univ. Wien)
W. Kuich (TU Wien)
R. Mlitz (TU Wien)
W. G. Nowak (Univ. Bodenkult. Wien)
N. Rozsenich (Wien)
K. Sigmund (Univ. Wien)
H. Sorger (Wien)
H. Stachel (TU Wien)
H. Strasser (WU Wien)
H. Troger (TU Wien)
W. Wurm (Wien)

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 18,–.

Bankverbindung: Kto. Nr. 229-103-892 der Bank Austria AG, Zweigstelle Wieden, oder PSK Kto. Nr. 7823-950, Wien.

Wir bitten unsere ausländischen Mitglieder, bei Überweisungen die Zweckbestimmung „Mitgliedsbeitrag“ anzugeben und den Betrag so zu bemessen, dass nach Abzug der Bankspesen der Mitgliedsbeitrag der ÖMG in voller Höhe zufließt.

http://www.oemg.ac.at/

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 191 (56. Jahrgang) **Dezember 2002**

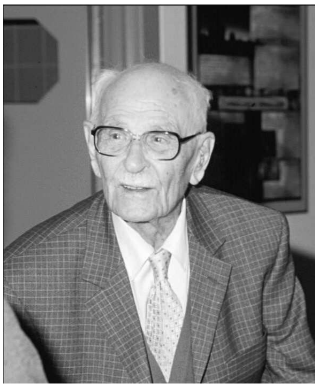
Inhalt

Das Titelblatt zeigt einen Ausschnitt aus einer Minimalfläche in der 3-Sphäre mit der quaternionellen Parametrisierung $f(u,v) = \exp(2iu)\cos(v) + j\exp(5iu)\sin(v)$. Die Fläche trägt eine einparametrige Schar von geodätischen Linien, und der gezeigte Ausschnitt ist ein Möbiusband. Zur Visualisierung wurde eine lineare Perspektive aus dem konformen Modell $S^3 = \mathbb{R}^3 \cup \infty$ verwendet.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 191 (2002), 1–16

Leopold Vietoris zum Gedenken (4. 6. 1891 – 9. 4. 2002)*

Heinrich Reitberger
Institut für Mathematik der Universität Innsbruck



Leopold Vietoris im Jahre 1999

Am 9. April 2002, also kurz vor seinem 111. Geburtstag, verschied Prof. Leopold Vietoris nach kurzer Krankheit in einem Innsbrucker Sanatorium. Mit seinem Tod verliert die Universität Innsbruck einen weltbekannten Forscher, die Österreichische Mathematische Gesellschaft ein Ehrenmitglied. Vietoris war Träger des Goldenen Ehrenzeichens für Wissenschaft und Kunst, des Großen Goldenen Ehrenzeichens mit Stern für Verdienste um die Republik Österreich und verschiedener weiterer hoher Auszeichnungen. Bereits 1935 war Vietoris zum korrespondierenden Mitglied der Akademie der Wissenschaften gewählt worden, 1960 zum wirklichen.

*Nachdruck des Artikels „Leopold Vietoris zum Gedächtnis, Jahresbericht der DMV 2-2002, 75–87" mit freundlicher Genehmigung des Verlages B. G. Teubner GmbH.

ISSN 0020-7926

1 Biografische Notizen

L. Vietoris wurde am 4. Juni 1891 in Radkersburg geboren. Nach seiner Reifeprüfung am Benediktinergymnasium in Melk studierte er bis 1914 an der Wiener Technischen Hochschule Mathematik und Darstellende Geometrie. Als Einjährig-Freiwilliger zog er in den Krieg – bereits im September 1914 wurde er verwundet und nach seiner Genesung als Bergführer an die Südfront geschickt, wo er schließlich in italienische Gefangenschaft geriet. Weil er dort sehr behandelt wurde, war es ihm möglich, seine Dissertation, die er bereits bei einem Urlaub in Wien begonnen hatte, rasch fertigzustellen und sie nach seiner Entlassung bei G. v. Escherich und W. Wirtinger einzureichen. Im Juli 1920 promovierte Vietoris an der Wiener Universität – zuvor hatte er noch die Lehramtsprüfung abgelegt. Während der nun folgenden Unterrichtstätigkeit erhielt er eine Postkarte von Escherich mit dem Angebot einer Assistentenstelle an der Technischen Hochschule Graz. Zwei Jahre später ging er nach Wien und habilitierte sich dort mit seiner dritten Publikation. Im Sommersemester 1925 trat Vietoris ein dreisemestriges Rockefeller-Stipendium in Amsterdam bei L.E.J. Brouwer an, nach dessen Ablauf er einem Ruf als a.o. Professor aus Innsbruck folgte. 1928 kehrte er als ordentlicher Professor an die TH nach Wien zurück und 1930 ließ er sich endgültig als Ordinarius und Nachfolger von K. Zindler in Innsbruck nieder. Im Zweiten Weltkrieg wird er neuerlich verwundet; nach Kriegsende übernimmt er zum zweiten Mal das Amt des Dekans, da er politisch unbelastet war, wie auch die französische Militärbehörde bestätigt, als er die lokale Mathematisch-Physikalische Gesellschaft neu gründet. 1961 emeritiert er – sein Nachfolger wurde G. Lochs – , bleibt aber für weitere 40 Jahre dem Institut für Mathematik eng verbunden.

Im Herbst 1928 heiratete Leopold Vietoris Klara v. Riccabona, die bei der Geburt der sechsten Tochter einem Kindbettfieber erlag. 1936 ehelichte er Maria Riccabona, seine Schwägerin, die die Mutterrolle für seine Töchter übernahm und ihm seither eine fürsorgliche Gattin war. Sie verstarb kurz vor dem Ableben ihres Gatten.

2 Grundlagen der allgemeinen Topologie[1]

Leopold Vietoris führte in seiner Dissertation *Stetige Mengen* [2] erstmalig *gerichtete Mengen, verallgemeinerte Folgen und die dazu äquivalenten Filterbasen* ein: er definiert eine *orientierte Menge* als partiell geordnete Menge A, die der *Richtungsbedingung*

$$(D3) \quad \text{Für } \alpha \in A, \beta \in A \text{ gibt es ein } \gamma \in A \text{ sodass } \gamma > \alpha \text{ und } \gamma > \beta;$$

[1] Vgl. [Rei97], [Rei02]

genügt und betrachtet *Mengen zweiter Ordnung*, d.h. Systeme von Mengen, die *durch eine gerichtete Menge indiziert sind*, also verallgemeinerte Folgen – nicht nur mit Werten in $\mathbb{R}$.

1937 schreibt G. Birkhoff in „Moore-Smith convergence in general topology" [Bir37]:

> "It is primarily condition (D3) which was due to Moore and Smith, and which distinguishes directed sets from other partially ordered sets."

(D3) scheint zwar als "composition property" in E.H. Moore - H.L. Smith [MS22] auf, aber eben erst 1922 und nur für $\mathbb{R}$.[2] Bemerkenswert ist übrigens, dass Birkhoff die Vietorissche Arbeit bezüglich der *Trennungsaxiome*, auf die wir noch eingehen, zitiert, sie aber nicht zu Ende gelesen zu haben scheint!

Vietoris erfand aber auch noch gleich ein zu den Netzen, wie J. Kelley die verallgemeinerten Folgen kurz nennt, äquivalentes Konzept, die *Filterbasis*: er abstrahiert den für zwei Umgebungen eines Punktes einsichtigen Tatbestand, dass der Durchschnitt der beiden wiederum eine Umgebung bildet, zum fundamentalen Begriff des *Kranzes* (heute *Filterbasis* oder auch *Raster* genannt):

Definition. Eine Menge zweiter Ordnung (= System von Mengen) heißt *Kranz*, falls der Durchschnitt je zweier Elemente (= Mengen) wiederum ein Element $\neq \emptyset$ dieser Menge zweiter Ordnung enthält.

Eine Filterbasis **F** auf einem topologischen Raum X konvergiert gegen $x \in X$, falls jede Umgebung von x eine Menge aus **F** enthält.

Vietoris formuliert auch gleich die Äquivalenz der beiden „verallgemeinerten Konvergenzbegriffe": Bezüglich der Inklusion bildet ein Kranz ein gerichtetes System von Mengen und umgekehrt bilden die *Reste* $R(B) := \{x \in M : \forall b \in B\, b < x\} \neq \emptyset$ einer gerichteten Menge M einen Kranz. Vietoris entwickelt also von Beginn an parallel die heutige Konvergenztheorie für verallgemeinerte Mengenfolgen und Filterbasen durch Vergleich mit der gerichteten Menge der Umgebungen.

1935 hat Birkhoff [Bir35] die Filterbasen wiederentdeckt. Als eigentlicher „Erfinder" gilt aber H. Cartan [Car37a], [Car37b]: er nimmt zu jeder Menge einer Filterbasis alle ihre Obermengen zum System hinzu und nennt dies dann *Filter*. In seinem Buch über uniforme Strukturen und allgemeine Topologie schreibt A. Weil [Wei38] 1937:

> „Seit der Zusammenstellung dieses Werks hat H. Cartan den Filterbegriff entdeckt, der endgültig die Abzählbarkeit aus der Topologie eliminiert, indem er den Folgenbegriff ersetzt und bedeutende

[2] Frühere Arbeiten von E.H. Moore enthalten bereits den Hinweis auf eine "general convergence theory", aber nicht (D3) !

> Vereinfachungen der Theorie der uniformen und kompakten Räume ermöglicht.“

J. Schmidt, der 1953 seine Arbeit „Beiträge zur Filtertheorie II“ [Sch53] Vietoris widmet, bemerkt darin (ohne allerdings zu erwähnen, dass sich auch gerichtete Mengen und Netze bereits bei Vietoris finden):

> „Die Geschichte des Filters trägt offenbar ähnliche Züge wie die anderer menschlicher Erfindungen. Da ist der Vorläufer, dessen Entdeckung unbeachtet bleibt, bis plötzlich, zu herangereifter Zeit, gewissermaßen die Luft mit dieser Idee trächtig, die Entdeckung gleich von mehreren Geistern, unabhängig voneinander und in Unkenntnis des Vorläufers, wiederholt wird. Überzeugender könnte wohl ein Beweis für die innere Notwendigkeit des Neuen nicht gefunden werden.“

N. Bourbaki, der den Filtern eine zentrale Rolle beim Aufbau seiner allgemeinen Topologie zuweist, erwähnt übrigens auch in der Auflage aus dem Jahre 1989 Vietoris nicht, ebensowenig wie dies J.P. Pier [Pie80] 1980 in seinem historischen Überblick getan hat. Eine Erklärung mag vielleicht sein, dass im – sonst ausgezeichneten – Enzyklopädie-Artikel [17], den Tietze und Vietoris 1930 verfassten, die Begriffe *Kranz* und *orientierte Menge* (aus Bescheidenheit?) nicht vorkommen.

L. Vietoris sah sofort, dass man seine verallgemeinerten Folgen benötigte, um die Kraft der Bolzano-Weierstrass-Charakterisierung in topologische Räume hinüber retten zu können.

Er definiert Teilmengen K eines Hausdorff-Raums X als *lückenlos*, falls jede verallgemeinerte Folge einen Häufungspunkt in K hat. Dabei versteht man unter einem Häufungspunkt eines Netzes einen Punkt, für den jede Umgebung zumindest ein Element des Netzes enthält.

Er gibt auch gleich die Charakterisierung durch Filterbasen und weitere äquivalente Formulierungen, nicht jedoch die Charakterisierung durch die Heine-Borelsche Überdeckungseigenschaft, die unter der Bezeichnung *bikompakt* ab 1923 von Alexandrov und Urysohn verwendet wurde. Es sei nur eines der Theoreme erwähnt, die Vietoris für kompakte Räume beweist:

Theorem 2.1 *Zwei abgeschlossene disjunkte Teilmengen A und B besitzen umschließende Umgebungen mit leerem Durchschnitt.*[3]

Bemerkenswert ist, dass diese *Trennungseigenschaft*, die später von H. Tietze eingeführt wurde, hier erstmalig erwähnt wird.

Vietoris startet seine Dissertation mit den Umgebungsaxiomen (unter Einschluss der Hausdorffschen Separationseigenschaft) und fügt hinzu:

[3] In moderner Terminologie: Ein kompakter Raum ist *normal*.

„**(E)** Eine Umgebung U_x eines Punktes x enthält stets eine Umgebung W_x von x, sodass jeder Punkt des Komplements von U_x samt einer seiner Umgebungen im Komplement von W_x liegt.“

Vietoris erläutert dazu in einer Fußnote:

„Axiom (E) kommt bei Hausdorff [4] nicht vor, dafür aber zwei Abzählbarkeitsaxiome.“

Die heutige, etwas abweichende, Formulierung dieser Trennungseigenschaft der *Regularität* findet sich 1923 bei Tietze, der Name geht auf Alexandrov zurück.

Regularität 2.2 *Ein Hausdorff-Raum X heißt regulär, falls jede abgeschlossene Menge $A \subset X$ und jeder Punkt $x \in X \setminus A$ disjunkte Umgebungen besitzen.*

Abschließend gehen wir noch auf die Habilitationsschrift [3] von Vietoris ein, den *Hyperraum* – eine Idee, die in der ‚Hitliste‘ der Folgearbeiten zu Recht den zweiten Rang einnehmen darf: es geht um die Frage, wie man das System aller abgeschlossenen nichtleeren Teilmengen $\mathbf{CL}(S)$ eines topologischen Raums $(S, \mathbf{T})$ wiederum mit einer *räumlichen Struktur* (also einer Topologie) versehen kann – ein in vielen Zweigen der Mathematik wichtiger Prozess!

Satz. *Für jede endliche Kollektion $U_1, \ldots, U_n \in \mathbf{T}$ bilden die Mengen*

$$\langle U_1, \ldots, U_n \rangle := \{A \in \mathbf{CL}(S); \quad A \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i \text{ und } A \cap U_i \neq \emptyset \text{ für jedes } i = 1, \ldots, n\}$$

die Basis einer Topologie auf $\mathbf{CL}(S)$.

Im Falle eines kompakten zusammenhängenden metrischen Raumes X stimmt diese *Vietoris-Topologie* auf $\mathbf{CL}(X)$ mit der von der sog. *Hausdorff-Metrik* induzierten Topologie überein.

3 Algebraische Topologie

In der *algebraischen* Topologie geht es darum, Strategien zu entwickeln, um mit algebraischen Hilfsmitteln zu entscheiden, ob zwei topologische Räume homöomorph sind. Die Anwendungen reichen von der einfach klingenden Frage, ob auch in höheren Dimensionen ein Produkt wie bei den komplexen Zahlen existiert, bis zur Knotentheorie und deren Verwendung in der Elementarteilchenphysik und Biochemie. Dabei werden den Räumen *algebraische Invarianten* zugeordnet, die nur von der Homöomorphieklasse abhängen. Falls diese bei zwei Räumen

[4] Hausdorffs „Klassiker“ bekam Vietoris übrigens erst bei einem Heimaturlaub 1918 zu Gesicht.

nicht übereinstimmen, weiß man somit, dass die Räume nicht homöomorph sein können.

Seit Poincaré versuchen die Topologen, geeignete Invarianten zu finden – zunächst für Simplizialkomplexe, dann allgemeiner für metrische Räume, wie uns Vietoris gezeigt hat [10]. Von metrischen Räumen kann man dann mittels *Überdeckungen* auf beliebige topologische Räume verallgemeinern.

Zunächst also zum sog. *Vietoris-Komplex*: Sei X ein metrischer Raum. Ein (geordnetes) n-dimensionales ε-Simplex σ^n von X ist ein $(n+1)$-Tupel von Punkten $e_0, e_1, \ldots, e_n$ in X, sodass der Abstand von je zweien kleiner als ε ist. Sei G eine abelsche Gruppe. Eine formale Linearkombination $\sum g_i \sigma_i^n$ von ε-Simplizes mit Koeffizienten $g_i \in G$ nennt man eine ε-Kette in X. Der Rand eines ε-Simplexes $\sigma^n = [e_0, \ldots, e_n]$ ist definiert durch

$$\partial\sigma^n := \sum_i (-1)^i [e_0, \ldots, \hat{e}_i, \ldots, e_n].$$

Dies ist wiederum eine ε-Kette. Durch lineare Fortsetzung ergibt sich der Rand einer beliebigen ε-Kette. ε-Ketten mit Rand null nennt man ε-Zykeln. Eine ε-Kette x^n heißt η-homolog null in X, geschrieben $x^n \sim_\eta 0$, falls $x^n = \partial y^{n+1}$ für eine η-Kette y^{n+1} in X. Eine Folge $z^n = (z_1^n, \ldots, z_k^n, \ldots)$ von ε_k-Zykeln z_k^n in X nennt nun Vietoris *fundamental*, falls $\varepsilon_k \to 0$ (für $k \to \infty$) und für alle $\varepsilon > 0$ ein $N(\varepsilon)$ existiert, sodass für alle $l, m > N(\varepsilon)$, $z_l^n \sim_\varepsilon z_m^n$, d.h. $z_l^n - z_m^n \sim_\varepsilon 0$ in X. Die Fundamentalfolgen bilden eine Gruppe $Z_n(X,G)$. Eine Fundamentalfolge z^n heißt genau dann nullhomolog, wenn für alle $\varepsilon > 0$ ein N existiert, sodass $z_k^n \sim_\varepsilon 0$ für alle $k \geq N$. Die Faktorgruppe (vgl. dazu auch Hirzebruch [Hir99] und MacLane [ML86]

$$H_n(X,G) = Z_n(X,G)/\{\text{Nullfolgen}\}$$

ist nun das zentrale Objekt für die weiteren Untersuchungen von Vietoris – die *n-te Homologiegruppe*.[5]

Zunächst dazu aber eine Episode am Rande: Bis zum Zweiten Weltkrieg gehörten der Vietoris-Komplex und V(ietoris)-Zykeln zum Standardwissen aller Topologen (vgl. [Lef42]). Vor 20 Jahren wurde er allerdings von E. Rips bei der Untersuchung hyperbolischer metrischer Gruppen wiedererfunden, M. Gromov verwendet ihn bei seinen fundamentalen Arbeiten über diese Gruppen und erst J-Cl. Hausmann hat 1995 gesehen, dass dieses Konzept auf Vietoris zurückgeht und nennt ihn nun *Vietoris-Rips-Komplex*.

Ein wesentliches Hilfsmittel zur Bestimmung der Homologiegruppen eines Raumes ist nun ein Verfahren, das es erlaubt, auf einfachere Teilstücke zurückzugreifen. Dies liefert die *Mayer-Vietoris-Sequenz*, das wohl am weitesten bekannte Resultat, das mit dem Namen Vietoris verknüpft ist.

[5] Vietoris bemerkt übrigens dazu, dass diese Untersuchungen von einer mündlichen Bemerkung Brouwers ausgehen.

Mayer-Vietoris-Sequenz 3.1 *Seien K_1, K_2 Unterkomplexe eines simplizialen Komplexes K. Dann ist die folgende Sequenz von Homologiegruppen*

$$\cdots \to H_q(K_1 \cap K_2) \to H_q(K_1) \oplus H_q(K_2) \to H_q(K_1 \cup K_2) \to H_{q-1}(K_1 \cap K_2) \to \dots$$

exakt, d.h. an jeder Stelle gilt Bild = Kern.

W. Mayer schreibt in [May29]:

> „In die Topologie wurde ich durch meinen Kollegen Vietoris eingeführt, dessen Vorlesung 1926/27 ich an der hiesigen Universität besuchte. In den vielen Gesprächen über dieses Gebiet hat mir Herr Vietoris eine Fülle Anregungen gegeben, für die ich ihm meinen besten Dank ausdrücke.“

L. Vietoris meint dazu in [15]:

> „W. Mayer, dem ich das Problem samt vermutungsweisen Angaben über Weg und Antwort mitgeteilt habe, hat das Problem in diesen Monatsheften, soweit es sich auf die Bettischen Zahlen bezieht, auf zum Teil anderem Weg gelöst. Im folgenden will ich den von mir damals ins Auge gefaßten Gedankengang wieder aufgreifen und zur allgemeinen Lösung verwenden.“

Vietoris rechnet also mit den Homologiegruppen und nicht nur mit den Bettizahlen, d.h. deren Rangzahlen.

Im Mai 1946 führte J. Leray die heute zentralen Begriffe *Garbe, Garbenkohomologie und Spektralsequenz* ein. Seine Motivation war folgende Situation (vgl. Dieudonné [Die89]): Seien X, Y topologische Räume und sei $f\colon\ X \to Y$ eine stetige Abbildung. Hauptproblem ist (nach Leray), die Homologie von X und die Homologie von Y miteinander in Beziehung zu bringen – allenfalls unter einschränkenden Bedingungen für f.

Leray erwähnt aber nicht, dass Leopold Vietoris 20 Jahre zuvor mit der Definition der Homologiegruppen für den Fall kompakter metrischer Räume auch gleich ein solches Ergebnis mitgeliefert hat (siehe [10]): *Über den höheren Zusammenhang kompakter Räume — und eine Klasse von zusammenhangstreuen Abbildungen.*

Jetzt also zum zweiten Teil der Vietorisschen Arbeit, dem Abbildungstheorem (in der Formulierung von Stephen Smale, der es nämlich 1957 verallgemeinert hat):

Vietoris-Beglesches Abbildungstheorem 3.2 *Es seien X, Y kompakte metrische Räume, $f : X \to Y$ surjektiv und stetig. Für alle $0 \le r \le n-1$ und alle $y \in Y$ seien die (reduzierten) $\tilde{H}_r(f^{-1}(y)) = 0$ (bei Vietoris ist $G := \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ und wird nun* *in der Bezeichnung der Homologiegruppen unterdrückt). Dann ist der induzierte Homomorphismus*

$$f_\star : \tilde{H}_r(X) \to \tilde{H}_r(Y)$$

ein Isomorphismus für $r \leq n-1$ und ein Epimorphismus für $r = n$.

Die Fasern sind also als *azyklisch* („löcherfrei“) vorausgesetzt. (Anders ausgedrückt, sie besitzen dieselbe Homologie wie ein einzelner Punkt.)

Um sich etwas mehr darunter vorstellen zu können, betrachten wir die Situation in topologischen Vektorräumen: Für eine nichtleere Teilmenge A gilt hier:

konvex $\Longrightarrow$ sternförmig $\Longrightarrow$ zusammenziehbar $\Longrightarrow$ *azyklisch* $\Longrightarrow$ zshgd.

Begle erweitert 1950 den Satz auf kompakte Hausdorff-Räume. Für die daran anknüpfenden historischen Entwicklungen, insbesondere die Anwendung des Theorems zur Gewinnung von Fixpunktsätzen für Korrespondenzen kompakter metrischer Räume siehe [Rei01].

Seit kurzem verstehe ich übrigens, warum Jean Leray die Vietorisschen Ergebnisse 1946 nicht gewürdigt zu haben schien: r verbrachte den Zweiten Weltkrieg als gefangener französischer Offizier in einem Lager im Waldviertel als Rektor der Gefangenen-Universität Edelbach-Allentsteig. Er verschwieg dabei aber seine Kenntnisse aus der Hydrodynamik, um nicht bei kriegsrelevanten Projekten mitarbeiten zu müssen und gab sich als „weltferner Topologe“ aus – dabei erfand er die Topologie fast neu, da er ja die Untersuchungen von Vietoris im nahen Wien nicht kennen konnte. (Vgl. [BHL00]) [6]

4 Funktional- und Differentialgleichungen

In seiner entsprechenden Arbeit [34] reduziert Vietoris 1944 die Funktionalgleichungen für die trigonometrischen Funktionen auf die Gleichung

$$A(x+\xi) = A(x)A(\xi) \tag{1}$$

für eine komplexe Funktion $A(x) = \exp\{u(x) + i\varphi(x)\}$, wobei u und φ reelle Funktionen der reellen Variablen x sind, die

$$u(x+\xi) = u(x) + u(\xi), \tag{2}$$
$$\varphi(x+\xi) \equiv \varphi(x) + \varphi(\xi) \pmod{2\pi\mathbb{Z}}. \tag{3}$$

erfüllen. Er findet dabei unter Verwendung einer Hamel-Basis eine neue Lösung von (3), die einfacher als eine frühere von van der Corput ist.

[6] Mein Dank gilt Herrn Siegmund-Schultze für einen regen e-mail-Austausch über den genauen Standort dieser „Universität“.

1957 liefert Vietoris mit Hilfe der Cauchyschen Funktionalgleichung (3) einen nach Aczél bemerkenswerten Beweis des Grenzwertes $\lim_{x\to 0}(\sin x)/x = 1$.

Zuvor hatte er sich in einer Reihe von Untersuchungen mit mechanischen Hilfsmitteln zur Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen befasst. Am Beginn steht eine Modifikation der Picardschen sukzessiven Iteration.

5 „Schnellschüsse“

Anfang der achziger Jahre beschäftigte sich Vietoris intensiv mit Problemen aus der Statistik und stieß dabei auf einige bemerkenswerte Gleichungen und Ungleichungen. Er bewies zunächst für $m,n,k \in \mathbf{N}$ mit $0 \le k \le m-1$

$$(m+n)! = \frac{m!}{k!(m-k-1)!}\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}(k+i)!(m+n-k-1-i)!$$

als Verallgemeinerung der Funktionalgleichung für die Faktorielle. Formuliert man dies allerdings etwas um, dann lässt sich mit

$$P_i := \binom{k+i}{i}\binom{m+n-k-1-i}{n-i}\Big/\binom{m+n}{n},$$

obige Identität schreiben als

$$\sum_{i=0}^{n} P_i = 1,$$

wie A.J. Zajta in seiner Besprechung [MR 85m:05009] bemerkt und gleich hinzufügt, dass die P_i nach einer Aufgabe in Fellers Klassiker als Wahrscheinlichkeiten gewisser Ereignisse auftreten und damit zur Summe eins ergeben.

Kurz zuvor – ab seinem 88. Lebensjahr – hatte Vietoris mit Untersuchungen zum „Vergleich unbekannter Mittelwerte auf Grund von Versuchsreihen“ begonnen und gelangte dabei zu zwei Ungleichungen, die ihn über fünf Jahre faszinierten und in sieben Arbeiten ihren Niederschlag fanden: sie lauten in einer äquivalenten Fassung (nach G. Lochs):

$$e^k \frac{1}{(k-1)!}\int_k^\infty x^{k-1}e^{-x}dx = \sum_{i=0}^{k-1}\frac{k^i}{i!} < \frac{1}{2}e^k < \sum_{i=0}^{k}\frac{k^i}{i!} = e^k\frac{1}{k!}\int_k^\infty x^k e^{-x}dx$$

W. Uhlmann, dem Vietoris seine Arbeiten zukommen ließ, konnte 1983 diese Ungleichungskette aus eigenen Abschätzungen folgern, die er 1966 im Zusammenhang mit der statistischen Qualitätskontrolle veröffentlicht hatte, andererseits ergeben sie sich aus Ramanujans Question 294:

$$1+\frac{k}{1!}+\ldots+\frac{k^k}{k!}\frac{1}{3} < \frac{1}{2}e^k < 1+\frac{k}{1!}+\ldots+\frac{k^k}{k!}\frac{1}{2},$$

die G. Szegö und G.N. Watson 1928 unabhängig voneinander bewiesen haben.

6 Positive trigonometrische Summen

Überaus bedeutende Ungleichungen bewies Vietoris in drei Arbeiten *Über das Vorzeichen gewisser trigonometrischer Summen* [49], [50], [72], wobei er die letzte dieser Abhandlungen im jugendlichen Alter von 103 Jahren verfasste!

Theorem 6.1 *Seien $a_0, a_1, \ldots, a_n$ und t reelle Zahlen. Falls (1) $a_0 \geq a_1 \geq \ldots \geq a_n > 0$ und (2) $a_{2k} \leq \frac{2k-1}{2k} a_{2k-1}$ $(1 \leq k \leq \frac{n}{2})$, dann gilt*

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \sin kt > 0, \qquad \sum_{k=0}^{n} a_k \cos kt > 0 \quad (0 < t < \pi) \tag{4}$$

Setzt man $a_0 = 1, a_k = \frac{1}{k}$ $(k = 1, \ldots, n)$, so wird aus (4) die Fejér-Jackson-Ungleichung $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \sin kt > 0$ $(0 < t < \pi)$ bzw. die W.H. Young-Ungleichung $1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \cos kt > 0$ $(0 < t < \pi)$.

R. Askey beschreibt in [Ask98] seine Überraschung, als er (4) zum ersten Mal sah und dabei gewahr wurde, dass die Fejérsche Ungleichung nicht scharf ist.

7 Schlusswort

Seine fundamentalen Beiträge sowohl zur allgemeinen als auch zur algebraischen Topologie, aber auch zu anderen Zweigen mathematischen Wissens haben Leopold Vietoris in der Welt der Wissenschaften unsterblich gemacht – dazu trägt auch seine menschliche Größe bei: er war überaus bescheiden, dankbar, dass es ihm so gut ging und dies wünschte und vergönnte er auch immer den Mitmenschen. Seine Freizeit galt seiner großen Familie, der religiösen Meditation, der Musik und seinen Bergen. Für Verwaltungsarbeit hatte Vietoris weniger übrig, wie er 1947 in einem Brief an L.E.J. Brouwer betont: „Als Dekan bin ich mit administrativen Aufgaben derart überhäuft, dass ich meine Vorlesungen oft mangelhaft vorbereitet halten muss und erst recht zu keiner wissenschaftlichen Arbeit komme. Das Amtsjahr ist glücklicherweise bald vorüber und dann hoffe ich wieder Wisenschaftler und nicht Kanzleimensch sein zu können."

Ein langes Leben hat sich erfüllt. Neben die Trauer tritt unsere Dankbarkeit.

Ich danke Herrn O. Loos, dem Nach-Nachfolger von Vietoris, für seine wertvollen Anregungen bei der Formulierung dieses Nachrufs.

Literatur

[Ask98] R. Askey, *Vietoris's inequalities and hypergeometric series*. Recent progress in inequalities (Niš, 1996), Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1998, 63–76.

[BHL00] A. Borel, G. M. Henkin, and P. D. Lax, *Jean Leray (1906–1998)*, Notices Amer. Math. Soc. **47** (2000), no. 3, 350–359.

[Bir35] G. Birkhoff, *A new definition of limit*, Bull. Amer. Math. Soc. **41** (1935), 635.

[Bir37] G. Birkhoff, *Moore-Smith convergence in general topology*, Ann. of Math. II. Ser. **38** (1937), 39–56.

[Car37a] H. Cartan, *Filtres et ultrafiltres*, C. R. Acad. Sci., Paris **205** (1937), 777–779.

[Car37b] _____, *Theorie des filtres*, C. R. Acad. Sci., Paris **205** (1937), 595–598.

[Die89] J. Dieudonné, *A history of algebraic and differential topology. 1900–1960*, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1989.

[Hir99] F. Hirzebruch, *Emmy Noether and topology*. The heritage of Emmy Noether (Ramat-Gan, 1996), Bar-Ilan Univ., Ramat Gan, 1999, 57–65.

[Lef42] S. Lefschetz, *Algebraic topology.*, American Mathematical Society Colloquium Publications. 27. New York: American Mathematical Society. VI, 389 p., 1942.

[LR82] R. Liedl and H. Reitberger, *Leopold Vietoris – 90 Jahre*, Yearbook: Surveys of mathematics 1982, Bibliographisches Inst., Mannheim, 1982, 169–170.

[May29] W. Mayer, *Über abstrakte Topologie. I, II*, Monatsh. Math. **36** (1929), 1–42, 219–258.

[ML86] S. Mac Lane, *Topology becomes algebraic with Vietoris and Noether*, J. Pure Appl. Algebra **39** (1986), no. 3, 305–307.

[MS22] E. H. Moore and H. L. Smith, *A general theory of limits*, American J. **44** (1922), 102–121.

[Pie80] J.-P. Pier, *Historique de la notion de compacité*, Historia Math. **7** (1980), no. 4, 425–443.

[Rei97] H. Reitberger, *The contributions of L. Vietoris and H. Tietze to the foundations of general topology*, Handbook of the history of general topology, Vol. 1, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1997, 31–40.

[Rei01] _____, *Vietoris-Beglesches Abbildungstheorem, Vietoris-Lefschetz-Eilenberg-Montgomery-Beglescher Fixpunktsatz und Wirtschaftsnobelpreise*, Jahresber. Deutsch. Math.-Verein. **103** (2001), no. 3, 67–73.

[Rei02] _____, *Die Beiträge von L. Vietoris zu den Grundlagen der Topologie. I*, Wiss. Nachrichten **119** (2002), im Druck.

[Sch53] J. Schmidt, *Beiträge zur Filtertheorie. II*, Math. Nachr. **10** (1953), 197–232.

[Wei38] A. Weil, *Sur les espaces a structure uniforme et sur la topologie generale*, Paris: Hermann & Cie. 40 p., 1938.

Schriftenverzeichnis von Leopold Vietoris

[1] L. Vietoris, *Eine besondere Erzeugungsweise der Raumkurven vierter Ordnung zweiter Art*, Wien. Ber. **125** (1916), 259–283.

[2] ——, *Stetige Mengen*, Monatsh. Math. **31** (1921), 173–204.

[3] ——, *Bereiche zweiter Ordnung*, Monatsh. Math. **32** (1922), 258–280.

[4] ——, *Über Extrema mit Nebenbedingungen*, Jahresber. DMV **31** (1922), 110–111.

[5] ——, *Das stetige Deformieren topologischer Gebilde vom Standpunkt der Mengenlehre*, Jahresber. DMV **32** (1923), 70–72.

[6] ——, *Kontinua zweiter Ordnung*, Monatsh. Math. **33** (1923), 48–62.

[7] ——, *Zur Geometrie ebener Massenanziehungsprobleme*, Math. Zeitschr. **19** (1923), 130–135.

[8] ——, *Über den höheren Zusammenhang von kompakten Räumen und eine Klasse von Abbildungen, welche ihn ungeändert läßt*, Proceedings Amsterdam **29** (1926), 1008–1013.

[9] ——, *Über stetige Abbildungen einer Kugelfläche*, Proceedings Amsterdam **29** (1926), 443–453.

[10] ——, *Über den höheren Zusammenhang kompakter Räume und eine Klasse von zusammenhangstreuen Abbildungen*, Math. Ann. **97** (1927), 454–472.

[11] ——, *Metrisierung topologischer Räume*, Jahresber. DMV **36** (1927), 12–16.

[12] ——, *Über die Symmetrie in den Zusammenhangszahlen kombinatorischer Mannigfaltigkeiten*, Monatsh. Math. **35** (1928), 165–174.

[13] ——, *Richtigstellung*, Monatsh. Math. **35** (1928), 163–164.

[14] ——, *Zum höheren Zusammenhang der kompakten Räume*, Math. Ann. **101**, 219-225. Berichtigung: dazu Math. Ann. **102**, 176 (1929).

[15] ——, *Über die Homologiegruppen der Vereinigung zweier Komplexe*, Monatsh. Math. **37** (1930), 159–162.

[16] ——, *Erzeugung der regulären Unterteilung von simplizialen Komplexen durch wiederholte Zweiteilung*, Monatsh. Math. **37** (1930), 97–102.

[17] ——, *Beziehungen zwischen den verschiedenen Zweigen der Topologie (gem. m. H. Tietze)*, Enc. math. Wiss. **III.1.2** (1931), AB13.

[18] ______, *Über den höheren Zusammenhang von Vereinigungsmengen und Durchschnitten*, Fundam. Math. **19** (1932), 265–273.

[19] ______, *Über die Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen durch Iteration*, Monatsh. Math. Phys. **39** (1932), 15–50.

[20] ______, *Über die Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen durch Iteration. II*, Monatsh. Math. Phys. **41** (1934), 384–391.

[21] ______, *Berichtigung meiner in Nr. 15 erschienenen Mitteilung „Gruppen mehrdimensionaler Wege"*, Anz. Akad. Wiss. Wien **19** (1935), 208.

[22] ______, *Ein einfacher Integraph*, Z. Angew. Math. Mech. **15** (1935), 238–242.

[23] ______, *Gruppen mehrdimensionaler Wege*, Anz. Akad. Wiss. Wien **15** (1935), 143–145.

[24] ______, *Stetige Abbildung und höherer Zusammenhang*, Fundam. Math. **25** (1935), 102–108.

[25] ______, *Beziehungen zwischen den Homologiegruppen eines Komplexes*, Monatsh. Math. Phys. **43** (1936), 187–192.

[26] ______, *Beispiel einer in gewissem Sinn schwach zusammenhängenden Menge*, Monatsh. Math. Phys. **46** (1937), 206–208.

[27] ______, *Über m-gliedrige Verschlingungen*, Jahresber. DMV **49** (1939), 1–9.

[28] ______, *Die Schleppe als Planimeter*, Z. angew. Math. Mech. **19** (1939), 120.

[29] ______, *Über die Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen durch Iteration. III*, Monatsh. Math. Phys. **48** (1939), 19–25.

[30] ______, *Unmittelbare zeichnerische Integration der Gleichung* $y'' = f(x)$, Z. angew. Math. Mech. **19** (1939), 119–120.

[31] ______, *Zur Theorie der Integraphen*, Jahresber. DMV **52** (1942), 71–74.

[32] ______, *Eine Fehlerquelle bei den Führungsrädern von Integraphen*, Z. Instrumentenkunde **64** (1944), 123–129.

[33] ______, *Über einen mit Hilfe seines Schattens gelenkten Integraphen*, Z. Angew. Math. Mech. **24** (1944), 43–44.

[34] ______, *Zur Kennzeichnung des Sinus und verwandter Funktionen durch Funktionalgleichungen*, J. Reine Angew. Math. **186** (1944), 1–15.

[35] ______, *Zur Geometrie der ebenen analytischen Kurven*, Anz. Akad. Wiss. Wien. Math.-Nat. Kl. **83** (1946), 17–20.

[36] ______, *Über den Begriff der Wahrscheinlichkeit*, Monatsh. Math. **52** (1948), 55–85.

[37] ______, *Ein Kurvenblatt zur Berechnung von* $a\cos^2\alpha$ *und* $\frac{1}{2}a\sin 2\alpha$, Z. Angew. Math. Mech. **29** (1949), 232–253.

[38] ______, *Vorl. über Differential- und Integralrechnung (bearb. v. G. Lochs)*, Universitätsverlag Wagner, Innsbruck, 1951.

[39] ______, *Identität und Gleichheit*, Pyramide **1** (1951), 34–36.

[40] ———, *Wie kann Wahrscheinlichkeit definiert werden?*, Studium Generale **4** (1951), 69–72.

[41] ———, *Zum Gebrauch des harmonischen Analysators von Mader-Ott*, Z. Angew. Math. Mech. **31** (1951), 179–181.

[42] ———, *Ein einfacher Beweis des Vierscheitelsatzes der ebenen Kurven*, Arch. Math. **3** (1952), 304–306.

[43] ———, *Der Richtungsfehler einer durch das Adamssche Interpolationsverfahren gewonnenen Näherungslösung einer Gleichung $y' = f(x,y)$*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Nat. Kl. S.-B. IIa. **162** (1953), 157–167.

[44] ———, *Der Richtungsfehler einer durch das Adamssche Interpolationsverfahren gewonnenen Näherungslösung eines Systems von Gleichungen $y'_k = f_k(x_1,y_1,y_2,\cdots,y_m)$*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Nat. Kl. S.-B. IIa. **162** (1953), 293–299.

[45] ———, *Zur Axiomatik der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Dialectica **8** (1954), 37–47.

[46] ———, *Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*, Studium Gen. **9** (1956), 85–96.

[47] ———, *Zur konformen Geometrie der ebenen Kurven*, Rev. Math. Pures Appl. **1** (1956), no. 3, 73–77.

[48] ———, *Vom Grenzwert* $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$, Elemente Math. **12** (1957), 8–10.

[49] ———, *Über das Vorzeichen gewisser trigonometrischer Summen*, Sitzungsber.Österreich. Akad. Wiss. **167** (1958), 125–135.

[50] ———, *Über das Vorzeichen gewisser trigonometrischer Summen. II*, Anz.Österreich. Akad. Wiss. **10** (1959), 192–193.

[51] ———, *Zur Topologie der Ketten*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **168** (1959), 249–263.

[52] ———, *Bemerkungen und Abschätzungen zur Induktion*, Monatsh. Math. **64** (1960), 233–250.

[53] ———, *Eine die Stichprobenverteilung betreffende Abschätzung*, Monatsh. Math. **65** (1961), 287–290.

[54] ———, *Heinrich Tietze*, Almanach Österreich. Akad. Wiss. **114** (1965), 360–369.

[55] ———, *Über die Zahl der in einem k-reduzierten Restsystem liegenden Lösungen einer Kongruenz $x_1 + x_2 + \cdots + x_r \equiv a\,(m^k)$*, Monatsh. Math. **71** (1967), 55–63.

[56] ———, *Über eine Zählfunktion von K. Nageswara Rao*, Monatsh. Math. **72** (1968), 147–151.

[57] ———, *Mittelwertsätze und konvexe Mengen. I, II*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Anzeiger (1971), no. 12, 165–168; ibid. 1972, no. 5, 99–101.

[58] ———, *Kurt Reidemeister*, Almanach Österreich. Akad. Wiss. **122** (1973), 317–324.

[59] ———, *„Mittelwertsätze und konvexe Mengen, I, II", Berichtigung (Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Anzeiger 1972, no. 12, 165–168; ibid. 1972, no. 5, 99–101)*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Anzeiger (1973), no. 7, 41–44.

[60] ———, *Eine Verallgemeinerung eines Satzes von Tschebyscheff*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotechn. Fak. Ser. Mat. Fiz. (1974), no. 461–497, 115–117.

[61] ———, *Vergleich unbekannter Mittelwerte auf Grund von Versuchsreihen. I*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **188** (1979), no. 8-10, 329–341.

[62] ———, *Vergleich unbekannter Mittelwerte auf Grund von Versuchsreihen. II*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **189** (1980), no. 1-3, 95–100.

[63] ———, *Vergleich unbekannter Mittelwerte auf Grund von Versuchsreihen. III*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **190** (1981), no. 8-10, 469–473.

[64] ———, *Über gewisse die unvollständige Betafunktion betreffende Ungleichungen*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **191** (1982), no. 1-3, 85–92.

[65] ———, *Vergleich unbekannter Mittelwerte auf Grund von Versuchsreihen. IV*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **191** (1982), no. 1-3, 53–58.

[66] ———, *Dritter Beweis der die unvollständige Gammafunktion betreffenden Lochsschen Ungleichungen*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **192** (1983), no. 1-3, 83–91.

[67] ———, *Kazimierz Kuratowski*, Almanach Österreich. Akad. Wiss. **132** (1983), 300–312.

[68] ———, *Eine Verallgemeinerung der Gleichung $(n+1)! = n!(n+1)$ und zugehörige vermutete Ungleichungen*, Monatsh. Math. **97** (1984), no. 2, 157–160.

[69] ———, *Geschichtliches über gewisse Ungleichungen*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **193** (1984), no. 4-7, 319–321.

[70] ———, *Eine Verschärfung der Abschätzung des Restes Taylorscher Näherungspolynome*, Monatsh. Math. **102** (1986), no. 1, 85–89.

[71] ———, *Zur Abschätzung des Restes Taylorscher Näherungspolynome*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Anzeiger **123** (1986), 131–134.

[72] ———, *Über das Vorzeichen gewisser trigonometrischer Summen. III*, Österreich. Akad. Wiss. Math.-Naturw. Kl. Sitzungsber. **203** (1994), 57–61.

Promovenden bei Leopold Vietoris

Hellmich, Kurt: Funktionen, deren Werte Mengen sind. 1939.

Petschacher, Martha: Tafeln hypergeometrischer Funktionen. 1946.

Jochum, Hiltrud: Die Cayleyschen Formeln in der Kreisgeometrie und die Brennpunkte in der Gaußschen Ebene. 1952.

Leicht, Johann: Zur intuitionistischen Algebra und Zahlentheorie. 1952.

Dürk, Walter: Der Strukturkomplex $t_1 t_2 = b^2$. 1953.

Grömer, Helmut: Über den Begriff der Wahrscheinlichkeit. 1954.

Ambach, Eva: Der Größenfehler einer durch das Adamssche Interpolationsverfahren gewonnenen Näherungslösung einer Differentialgleichung. 1957.

Riege, Gerhard: Das Axiom von Pasch in konvexen Räumen. 1957.

Pescolderung, Fortunat: Über eine Fehlerabschätzung zur numerischen Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen. 1958.

Steuer, Egon: Zur Kreisgeometrie ebener algebraischer Kurven. 1960.

Foto zur Verfügung gestellt von Heinrich Reitberger.

Anmerkung der Redaktion: Ein weiterer Nachruf für Leopold Vietoris von C. Binder und E. Hlawka wurde im Almanach der Akademie der Wissenschaften 2002 veröffentlicht.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 191 (2002), 17–22

math.space

Rudolf Taschner
Technische Universität Wien

In einer Zeitschrift wie den Internationalen Mathematischen Nachrichten die Absicht zu begründen, Mathematik zu popularisieren, bedeutet, Eulen nach Athen zu tragen. Deshalb gleich in medias res:

> *math.space* ist, wie der Name suggeriert, ein Raum.

Es handelt sich einerseits um einen physischen Raum: angesiedelt im Wiener MuseumsQuartier, einem der größten Museumsareale der Welt, befindet sich dieser Raum im sogenannten Ovaltrakt, im Dachgeschoss hinter der Kunsthalle. Mit Zugängen über die Stiegen bzw. die Lifte entlang des Museums Leopold oder des Museums für moderne Kunst oder mit einem direkten Zugang über die Breite Gasse stellt *math.space* jedenfalls topografisch den Höhepunkt des MuseumsQuartiers dar. Der Raum erstreckt sich über eine etwa 200 Quadratmeter große Grundfläche und wird – architektonisch nicht ohne Reiz – großteils so von der Dachkonstruktion des Ovaltrakts begrenzt, dass sein Rissnormal zum Dachgiebel grob als Fünfeck zu beschreiben ist.

Andererseits bezeichnet *math.space* einen geistigen Raum: einen Raum, der sich, um die Mathematik zentriert, in möglichst viele Dimensionen der menschlichen Erfahrungs- und Gedankenwelt erstreckt. Es gilt im *math.space* nicht, die Mathematik um ihrer selbst willen, gleichsam nur auf sie konzentriert, zu umkreisen, es gilt vielmehr, den vielfältigen Auswirkungen, Wechselwirkungen und Nebenwirkungen von Mathematik auf eine Legion von Aspekten kultureller Errungenschaften nachzuspüren, mit einem Wort:

> *Mathematik als eine kulturelle Errungenschaft ersten Ranges einer möglichst breiten Öffentlichkeit vorzustellen.*

Dies ist der Grund, warum *math.space* weder an Schulen, noch an Universitäten oder Forschungsinstituten angesiedelt ist, geschweige denn eine Konkurrenz zu ihnen darstellt: nicht Mathematik zu lehren, ist das primäre Ziel von *math.space*, sondern zu dokumentieren, was Mathematik lehren kann. Die Mathematik wechselt hier vom Objekt zum Subjekt, sie spielt im *math.space* keine passive Rolle

ISSN 0020-7926 © 2002 Österr. Math. Gesellschaft

eines zu erforschenden Gegenstands, sondern ist der eigentliche Akteur, der das Publikum in seinen Bann zieht. Und niemand, der den *math.space* verlässt, soll besser rechnen, genauer konstruieren oder gar geschliffener mathematische Beweise formulieren können, doch jede und jeder, die oder der den *math.space* betritt, darf und soll die Erwartung hegen, hier zu erfahren, wie Mathematik scheinbar Vertrautes unerwartet präsentiert, wie Mathematik scheinbar Rätselhaftes zu erklären versteht, wie Mathematik scheinbar Selbstverständliches zu problematisieren imstande ist.

Und es gilt – was speziell für die Ansiedlung des *math.space* in Wien spricht – die bei Laien verdrängte Mathematik aus ihren Fesseln zu befreien: Mathematik, als Schulfach erfahren oder erlitten, das die meisten mehr oder weniger mochten, eine Sprache aus Zeichen, Zahlen und Formeln, an die sich die meisten kaum mehr erinnern können oder wollen, eben diese Mathematik, jedoch ohne Aura der Schulmeisterei, verbirgt sich – die meisten spüren es und wissen doch nicht damit umzugehen – hinter den Prozessen der unbelebten und der belebten Natur, hinter den Regeln von Ökonomie und sozialen Verhältnissen, hinter Erfolg und Fortschritt von Technik und Industrie.

Allerdings wäre es zu eng gesehen, wollte man *math.space* als Expositur des Technischen Museums verstehen. Wiewohl es ein zentrales Anliegen von *math.space* ist, die Anwendbarkeit von Mathematik zu thematisieren, verfolgt *math.space* ein breiteres Ziel: die Demonstration mathematischen Denkens, das uns erlaubt, Räume und Bewegungen, Gesetzmäßigkeiten, Strukturen und Eigenschaften zu errechnen, die sich dem puren Sinneseindruck entziehen. Der *math.space* verführt in Räume des Vorstellbaren, des Wahrscheinlichen und Unwahrscheinlichen, des Imaginären und nicht zufällig Zufälligen. Darin folgt die Mathematik einem ästhetischen Denken, das sie mit anderen künstlerischen Bereichen, mit der Literatur und Musik, mit der bildenden Kunst oder Architektur teilt. Wie unberechenbar die künstlerischen Werke auch entstehen – oft liegen diesen mathematische Überlegungen zugrunde. Die Auseinandersetzung mit Harmonie, Proportion oder mit dem Chaos ist der Mathematik ebensowenig fremd wie der Kunst. Eben deshalb bildet das Wiener MuseumsQuartier das für *math.space* ideale Ambiente.

Vorträge, Workshops, Seminare und Ausstellungen werden die genannten Ziele von *math.space* einem Publikum näher bringen, das sich – als Vorbedingung – nur dafür interessieren muss: das Spektrum reicht von einem „Spielen durch die Mathematik“ mit Kleinkindern bis zum Gespräch mit Expertinnen und Experten – in einer Sprache, die aber für jede Besucherin und jeden Besucher angemessen sein wird.

Zu Beginn des Jahres 2003 wird der *math.space* seine Tore öffnen. Die Ausstellung und die Veranstaltungen des ersten Semesters seien im folgenden aufgezählt und kurz beschrieben:

Vermessene Mathematik

Ausstellung des *math.space* im *math.space*.

Die Eröffnung im Januar 2003 nehmen wir zum Anlass, den *math.space* selbst einer mathematischen Betrachtung zu unterziehen – mit anderen Worten: wir vermessen unseren Raum, dessen Länge, Höhe, Breite, Volumen etc. Vermessen ist die Mathematik darin, dass sie für das Erscheinungsbild des Raumes ein Double aus Zahlen und Größen errechnet, das den Raum so exakt beschreibt, dass dieser überall rekonstruiert werden könnte. Vermessen ist die Mathematik auch darin, dass sie in der Realität eine Realität der Zahlen erkennt, die real werden lässt, was davor nur eine Idee war; in diesem Sinne verwandelt die vermessene Mathematik den Raum in einen Raum der Zahlen, der ersterem folgt und diesen dennoch als Produkt des letzteren erscheinen lässt. In dieser Umkehrung liegt ein mathematisches Bekenntnis: am Anfang war nicht nur das Wort, sondern auch die Zahl.

Wir spielen uns durch die Mathematik

Vier- bis sechsjährige Kinder setzen sich, von der ihnen eigenen Kreativität geleitet, mit Freude und Interesse mit mathematischen Begriffen auseinander, ohne dabei zu merken, dass sie es eigentlich mit Mathematik zu tun haben. In Zusammenarbeit mit erfahrenen Pädagoginnen und Pädagogen erarbeitet *math.space* ein Programm, das die mathematischen Anlagen, die in jedem Kind vorhanden sind, individuell weckt und stärkt. Diese „erste Mathematik“ dient keinesfalls der Aufgabe, kleine „Mathematik-Genies“ heranzubilden, sondern setzt sich vielmehr das Ziel, jedem Kind einem seiner Persönlichkeit gemäßen Zugang zum Staunen und zum Begreifen einfachster mathematischer Zusammenhänge zu eröffnen, es in eine Art „mathemagisches Land“ zu geleiten.

Mathematische Heldensagen

Eine Vortrags- und Dokumentationsreihe, gedacht vor allem für Jugendliche zwischen 9 und 15 Jahren (zusammen mit ihren Eltern oder mit ihren Lehrerinnen und Lehrern), worin Biografien einzelner hervorragender Mathematiker (beginnend mit Pythagoras oder Archimedes und endend bei Paul Erdős oder John Nash), verbunden mit Schilderungen des geistigen Umfelds ihrer Zeit, vorgestellt werden und die mathematischen Leistungen dieser „Helden“ im Kontext zu den daraus gefolgerten Errungenschaften der modernen Gegenwart anschaulich nahegebracht werden.

Ein wichtiges Ziel der „Mathematischen Heldensagen“ ist die Darstellung der Mathematik als Kulturfach – ein Aspekt, der in der gegenwärtigen Schulmathematik noch zu sehr vernachlässigt wird und dafür mitverantwortlich sein dürfte, der Mathematik ein schlechtes gesellschaftliches Image aufzuprägen. Ziel dieser Veranstaltungsreihe ist es, Vorurteile gegen die Mathematik schon bei der Jugend erst gar nicht aufkommen zu lassen.

Zukunftsmathematik im *math.space*

Eine Veranstaltungsreihe für junge Leute von 16 bis 18.

Expertinnen und Experten der Mathematik, der Anwendungen mathematischer Methoden sowie der Wirtschafts- und Finanzmathematik stehen mit ihrem fachlichen Know-how in einem Vortrag, einem Gespräch mit einem Moderator und einer Diskussion mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern im Ambiente des *math.space* zur Verfügung. Ziel der „Zukunftsmathematik im *math.space*" ist es, mathematisches Denken als Grundlage der "quality of life" in den verschiedensten Aspekten zu präsentieren. Die Veranstaltungen behandeln Titel wie:

– Die Faszination der Reinen Mathematik
– Die Vielfalt der Angewandten Mathematik
– Mit Mathematik die Natur verstehen
– Alle Ökonomie ist Zahl
– Lies, damned lies, statistics
– Die Messung von Gewinn und Nutzen
– Die Arithmetik der Moral
– Mathematik und Karriere.

Der Zahlen gigantische Schatten

Worauf es in dieser *math.space*-Vortragsreihe ankommt, ist: die Einwirkungen, Auswirkungen und Wechselwirkungen von Zahlen mit den vielfältigsten Aspekten des Daseins zu diskutieren – manches davon liegt auf der Hand, vieles aber ist wenig bekannt, und kaum jemand scheint bisher ermessen zu haben, wie unfassbar weit die gigantischen Schatten der Zahlen reichen. Der eingeschlagene Weg über die vielen Zahlen führt unversehens zu überraschenden, zu verwirrenden Einsichten – Einsichten, die, wenn man sie zu Ende zu denken wagt, alle von der gängigen Sciencefiction dargebotenen Hypothesen und Szenarien leicht in den Schatten stellen.

Vorgesehen sind 16 Vortragseinheiten mit jeweils nachfolgenden Gesprächen und Diskussionen mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern. Je zwei von ihnen widmen sich den Themen

– Pythagoras oder Zahl und Symbol
– Bach oder Zahl und Musik
– Hofmannsthal oder Zahl und Zeit
– Descartes oder Zahl und Raum

– Leibniz oder Zahl und Logik
– Laplace oder Zahl und Politik
– Bohr oder Zahl und Materie
– Pascal oder Zahl und Geist.

In keinem Fall wird rechnen gelehrt. Ja es wäre auch ein Irrtum, würde man vermuten, die Zahlen selbst nähmen die Hauptrolle ein: nicht sie sind es, sondern deren „gigantische Schatten“. Zahlen, welche die Schatten werfen, kennen wir ohnedies nur allzu gut – so gut, dass es geradezu unsinnig wäre, sie durch etwas vermeintlich Einfacheres erklären zu wollen.

Nicht was Zahlen sind, wollen wir verstehen lernen, sondern was sie bedeuten.

Mathematische Bekenntnisse im MuseumsQuartier

Auf der Suche nach der verborgenen Mathematik in den Sammlungen des MuseumsQuartiers.

math.space ist Ausgangs- und Zielpunkt von Erkundungen: mathematische Begriffe, mathematische Aussagen, mathematisches Denken wird im Kontext der Moderne entdeckt. Achtmal im Halbjahr werden Kunsttheoretikerinnen und Kunsttheoretiker mit professionellen Mathematikerinnen und Mathematikern das Areal des Wiener Museumsquartiers systematisch durchstöbern:

– das Museum moderner Kunst Stiftung Ludwig Wien
– das Leopold Museum
– die *Kunsthalle* Wien
– das Architektur Zentrum Wien
– das Tanzquartier Wien
– das *Zoom* Kindermuseum
– das *Art Culture Center >Tabakmuseum<*
– das quartier21.

Die Veranstaltungsreihe setzt sich das Ziel, dass beide, sowohl die Künstlerinnen und Künstler als auch die Mathematikerinnen und Mathematiker, voneinander lernen: Dokumente der modernen Kunst mit mathematischer Brille zu betrachten.

Im math.space spricht ...

... in regelmäßigen Abständen (ca. achtmal im Jahr) eine herausragende Persönlichkeit des internationalen Wissenschafts- und Kulturdiskurses über Mathematik. Unter den vielen ideellen Unterstützern des math.space finden sich prominente Namen, die – auch wenn sie sich über Mathematik äußern – eine Publikumsattraktion ersten Ranges darstellen.

Kooperationen mit anderen Kulturanbietern in der Stadt Wien – z.B. mit den „Wiener Vorlesungen“, denen es immer wieder gelingt, prominente Denkerinnen und Denker ersten Ranges für Vorträge zu gewinnen, oder mit der österreichischen Akademie der Wissenschaften, v.a. im Zusammenhang mit den von ihr organisierten Mendel-, Schrödinger- und Gödel-Lectures, werden hierbei von *math.space* angestrebt und gepflegt.

Dies ist ein – im Hinblick auf den bisher nicht gerade exquisit gepolsterten finanziellen Background des *math.space* – ehrgeiziges und herausforderndes Programm. Herausfordernd vor allem für die Betreiber von *math.space*, die zum erfolgreichen Gelingen auf die Unterstützung vieler, vor allem der Mitglieder der österreichischen Mathematischen Gesellschaft, angewiesen sind. Sie können uns durch Ihr persönliches Engagement, durch Ihre Ratschläge und vor allem durch Ihre Werbetätigkeit für den *math.space* helfen; sie können uns insbesondere darin zur Seite stehen, dass Sie ehemalige Studierende, die nun im privaten oder öffentlichen Wirtschaftsgeschehen maßgebliche Positionen innehaben, auf das Projekt *math.space* aufmerksam machen und einen Kontakt zu uns vermitteln, der in vielen Fällen sowohl zu einem Benefit der jeweiligen Firma als auch zur materiellen Förderung des *math.space* führen wird.

math.space rechnet mit Ihnen, *math.space* zählt auf Sie.

math.space
MuseumsQuartier
Museumsplatz 1
A 1070 Wien
e-mail *info@math.space.or.at*
http://math.space.or.at

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 191 (2002), 23–28

How to Assist Developing Countries in Developing Mathematics

Herbert Fleischner

Österreichische Akademie der Wissenschaften, Chairman of EMS-CDC

Among the many committees of the European Mathematical Society (EMS) there is also one which is in charge of assisting developing countries in various ways: the Committee for Developing Countries (EMS-CDC). Of course, in the past and even today quite a few European mathematicians have been involved in various development cooperation projects, be it on a more individual basis or through corresponding national organizations. Such projects assist(ed) in developing mathematics education at school level, or aim(ed) at academic staff development, or provide(d) scientific literature, etc. The costs of scientific literature, in particular, but also of computer hardware would make it almost impossible for many DCs to make headway in furthering their own reasearch capacities (due to ever deteriorating exchange rates), if it wasn't for assistance given by various donors (universities in developed countries, various government agencies or organizations like UNESCO, ICTP (Trieste), or CIMPA (Nice)).

Basing itself on experiences gathered in the past by individual colleagues, but also by institutions like the ones named above, EMS-CDC formulated a policy statement at its annual meeting in Zurich, April 20–21, 2002.

ISSN 0020-7926 © 2002 Österr. Math. Gesellschaft

CDC-Policy

1. EMS-CDC should assist DCs wherever and whenever possible. Due to practical reasons, our main activities during the next years will see us focusing on African and Asian DCs.
2. EMS-CDC is in a position to assist DCs at the following levels:

   (i) Mathematics curriculum development for schools and for universities.

   (ii) Cooperation with local staff in conducting M.Sc. and Ph.D. programs; holding special courses in various areas of mathematics in which there is no local expertise.

   (iii) Helping to build up libraries through donations from colleagues in developed countries; mobilise funds to buy books for postgraduate studies and research purposes; supply mathematical literature upon request by institutions and/or individual researchers in DCs; negotiate with publishers on special book rates for DCs.

   (iv) Helping to build up regional centers and networks of excellence: these are centers directly or semi-attached to universities, and which provide expertise in areas and on levels in which regional universities are in need of.

   (v) Provide information about where students from DCs (who have already an M.Sc.) can do their Ph.D., and what possibilities for Ph.D. grants exist. At the same time, in order to avoid a brain drain as much as possible, we will support efforts to build up Ph.D. programs in DCs according to international standards (regional centers of excellence could serve this purpose).

   (vi) Mobilize funds for junior and senior researchers to attend conferences in developed countries, and also help (both on an academic and financial level) organising conferences in DCs.

   In each of these topics (i) – (vi) listed above, several CDC members and others within the EMS have already considerable experience. It is our intention to build up these activities to the full extent.

At the same time we had to face the fact that EMS-CDC had no funds on its own (fund raising to persue its activities is part of its job), and that EMS as such cannot support our activities to a large extent. So the question arose which activity could be started more or less right away and which would benefit DCs immediately.

Scientific Literature for DCs

Again, based on individual and institutional experiences, the decision was made at the same meeting to start a Book Donation Program: this program would aim – in its initial phase – at collecting no longer needed books and journals from individual colleagues or entire mathematics departments in European countries. It was also thought that later on EMS-CDC might turn to colleagues and departments in USA and Canada as well to assist this program by corresponding donations.

As for the costs of shipping the books from the donors to universities in DCs, EMS-CDC could hope to be assisted by ICTP and CIMPA both of which are represented in EMS-CDC by actual members. It could also be hoped (again on the basis of past experiences independent of EMS-CDC) that in some instances the donors' side itself might be able to raise the funds needed for the shipping expenses.

Consequently, the June issue of the EMS-Newsletter carried an article with the title "Can you spare books?" signed by my deputy Tsou Sheung-Tsun (UK) and myself, in which we asked for such donations of books and journals. Responses set in practically immediately and have exceeded by far our expectations and hopes, even on the level of financial assistance for shipping expenses.

Because of the great response to EMS-CDC's Book donation Program, it became clear very soon that sending one load of scientific literature to one university and another load to another university, is not the most effective procedure. Rather, it was opted to identify certain universities and other institutions of higher learning and research in DCs, to act as 'distribution centers' to which the literature would be sent by the donors and which would serve entire regions or entire populous countries. Several such 'activated' distrubution centers exist by now in Africa and one in Southeast Asia (Vietnam).

However, our article in the EMS Newsletter had an unexpected snowball effect. The London Math Soc (LMS) Newsletter reprinted the article in its September issue, which in turn made colleagues from Canada and USA to contact us: they not only offered to donate books, they also offered their help in collecting books from other colleagues, within their respective department and beyond. Consequently, the Canadian Math. Soc. (CMS) published an updated and adapted version of our article in the November issue of the CMS Notes and offered Can$ 250.– in financial assistance to ship scientific literature from Canada to distribution centers in DCs. On top of that, Prof. G. Sabidussi (an Austrian working at the Université de Montreal) offered to act as a collecting point and 'clearing house' for donations from Canadian colleagues. That is, he will sort books according to scientific standards, thus enabling EMS-CDC to satisfy certain needs for scientific literature in various DCs more accurately, at least as far as donations from Canada are concerned. A larger part of the books from Canada will probably go to Latin America, where the first distribution centers have been established just a short time ago in Venezuela and Guatamala. More centers will be established in the future, we hope.

During the earlier part of 2003, EMS-CDC will try to link up with the AMS to further increase the flow of scientific literature from developed to developing countries. – So, good will and enthusiasm of various colleagues in Canada and the

USA have propelled the development of EMS-CDC's geographical range beyond our expectations. Thus the sentence "Due to practical reasons, our main activities during the next years will see us focusing on African and Asian DCs"(stated under 1) of the CDC Policy document – see above), has been rendered obsolete less than seven months after it was formulated. As a matter of fact, it is precisely the course of events which 'forced' EMS-CDC to include also Latin America (and also the Caribbean region) in its radius of activities. Luckily, EMS-CDC can count on practical support by various colleagues in developed countries; we call these colleagues CDC-associates (G. Sabidussi is such point in case).

The development of the EMS-CDC Book Donation Program as outlined above does not primarily reflect EMS-CDC's ambitions, but rather the degree of readiness of colleagues in various developed countries to contribute in one way or the other to make this program a success story – which it is already now, roughly half a year after it has been started. EMS-CDC sort of 'triggered' this program and is primarily concerned with the logistics concerning the flow of scientific literature from developed to developing countries. This, of course, includes mobilizing funds for shipping expenses in those cases where neither the donor's nor the receiver's side is in a position to cover such expenses. So far, EMS-CDC was lucky to obtain full support from ICTP and EMS itself.

The functioning of the distribution centers shows that this idea of ours – resulting from the necessity to master a growing flow of scientific literature – pointed into the right direction. It is intended, however, that these centers should ultimately serve a wider range of purposes than just the one assigned to them within the framework of the program mentioned, namely as centers for the development of mathematics at all levels in the corresponding regions. 'Summer' schools or seminar series in various parts of Africa, for example, organized by local scientists and in cooperation with EMS-CDC are planned – and need financial assistance. ICTP and CIMPA have their own programs along similar lines but independent from EMS-CDC.

Money, Money, Money ...

The above illustrates that as EMS-CDC unfolds its current activities, and if it wants to assist DCs on a broader scope and "to build up these activities to the full extent" (as stated at the end of the CDC Policy document), it becomes more and more imperative that EMS-CDC tries to obtain funds from private and institutional donors not on a case by case basis. Rather, in order to fulfill its tasks in a planned (and not in an ad hoc) manner, EMS-CDC needs certain amounts well before one or the other additional task can be persued. Financial support by other institutions, covering shipping expenses for the transfer of scientific literature, say, will still be needed and sought in the future as well, regardless of the overall financial situation of EMS-CDC.

I therefore turn to you in my capacity as chairman of EMS-CDC with the request for financial assistance for EMS-CDC. Other CDC-members might do likewise within their respective Mathematical Society, and a more detailed article will be published in the December issue of EMS Newsletter. EMS has opened a special account for EMS-CDC; here are the details:

Account holder: European Mathematical Society
Bank: Nordea Bank Finland Plc
Acc. no. 157320-381160 (EUR)
with SWIFT code (BIC) NDEAFIHH;
IBAN: FI7815723000381160;
Address: Branch 1572 Senaatintori, Aleksanterinkatu 30, FI-00020 Nordea, Finland

Note that any convertible currencies can be transferred to this account.

Of course, it doesn't make sense to transfer small donations to this account (as welcome as they are) since the transfer charges might be comparatively too high. So, the Executive Council (Vorstand) of the Austrian Mathematical Society (ÖMG) agreed to open a separate account on EMS-CDC's behalf. This account's parameters are:

Spenden – 3. Welt Projekt: Kto.Nr. 52078695401
BLZ 12000, BA-CA

Thus smaller individual donations can be credited to this account; and whenever a considerable amount has accumulated in this account, ÖMG will transfer such amount to the EMS-CDC account in Finland (note that since the founding of EMS its secretariat is located in Helsinki and by Finnish law, all EMS accounts must be with a bank in Finland). Moreover, Prof. Engl (ÖMG-Chairman) has informed me that from 2004 onwards, financial donations on behalf of EMS-CDC will also be possible together with the payment of the annual ÖMG membership fee.

In any case, EMS-CDC can guarantee that all financial donations will be used exclusively for the direct benefit of DCs. That is, none of these funds will be used to cover overhead costs – the only possible exception being that from 2004 onwards, EMS-CDC may have to finance part of its annual meeting. So, the funds will be used to pay for shipping expenses related to the Book Donation Program or to purchase up-to-date scientific literature whenever no other sources should be available; to co-finance conferences or seminars in DCs (covering costs for participants from the region – participants from developed countries may organize their own funding), to financially assist scientists from DCs to participate in conferences, workshops, etc. in developed countries.

Any Help is Welcome!

EMS-CDC invites interested colleagues to assist it in its activities. Maybe you have math books in English, French, or German, which you no longer need and are prepared to give away (I am fully aware that right now, EMS-CDC is ‘competing’ at this level with the Charles University in Prague), maybe you know of other colleagues who would like to donate books. If you can do the packing, EMS-CDC will take care of the logistics of linking you up with a receiver, and the actual shipping expenses (if you can mobilize funds for the shipping expenses, this would be particularly appreciated). If you are in contact with colleagues in DCs and the region needs particular assistance in one field or the other, let’s discuss this question and try to find a solution.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 191 (2002), 29–38

Zahlengolf

Robert Geretschläger
Graz

Das Golfspiel erfreut sich schon seit Jahrhunderten großer Beliebtheit. Unter anderem hat das sicher damit zu tun, dass die Grundregeln des Spiels zwar besonders einfach sind (mit möglichst wenig Schlägen den Ball vom Abschlag in ein Loch zu bringen), die Beherrschung des Spiels jedoch für Spieler jedes Niveaus eigene interessante Herausforderungen bietet.

Beim Zahlengolf, das ich in dieser Arbeit vorstellen möchte, verhält es sich ganz ähnlich. Ob das bedeutet, dass Zahlengolf jemals so populär wie normales Golf sein wird, bezweifle ich, vielleicht lässt sich aber die Eine oder der Andere doch dafür begeistern.

1 Die Grundregeln

Als „Schläger“ im Zahlengolf verwenden wir positive ganze Zahlen. Ein „Schlag“ ist eine (positive) ganzzahlige Potenz des Schlägers.

Haben wir etwa den Schläger 3 zur Verfügung, so sind mögliche Schläge

$$3^4 = 81, \quad 3^2 = 9, \quad 3^1 = 3 \quad \text{oder} \quad 3^0 = 1.$$

Ein „Loch“ ist ebenfalls eine (gegebene) positive ganze Zahl. Mit jedem Schlag verringert sich die Distanz zum Loch um die gewählte Potenz des Schlägers. (Ebenso wie beim echten Golf bezeichnet der Begriff „Loch“ sowohl die Spielbahn als auch das Ziel auf dieser Spielbahn, nämlich hier die Zahl 0.)

Nehmen wir zum Beispiel an, ein Loch wäre mit $\boxed{90}$ vorgegeben. Mit dem Schäger 3 kann ich im ersten Schlag

$$3^4 = 81$$

erreichen, und es bleibt noch $90 - 81 = 9$ als Distanz zum Loch übrig. Nun kann ich beim zweiten Schlag

$$3^2 = 9$$

ISSN 0020-7926 © 2002 Österr. Math. Gesellschaft

erreichen, wobei noch $9-9=0$ übrig bleibt — ich habe also „eingelocht“, d.h. ich habe den Wert 0 erreicht. Das Loch $\boxed{90}$ wurde, nur unter Verwendung des Schlägers 3, mit zwei Schlägen erreicht.

Schlägt man mit einem Schlag „über das Loch“, ist also die Differenz negativ, so ist als verbleibende Distanz für den nächsten Schlag ihr Absolutbetrag zu nehmen. (Auch beim echten Golf muss man zurückspielen, wenn man über das Loch geschlagen hat.) Würden wir etwa das Loch $\boxed{80}$ mit dem Schläger 3 spielen, so könnten wir es auch mit zwei Schlägen erreichen. Der erste Schlag wäre $3^4 = 81$, und es bleibt $|80-81| = |-1| = 1$. Wegen $3^0 = 1$ ist aber mit dem zweiten Schlag 0 erreichbar.

Ziel des Spiels ist es natürlich, mit möglichst wenig Schlägen einzulochen, also den Wert 0 zu erreichen.

2 Die Hauptvariante des Spiels

Ebenso wie beim normalen Golf spielt man in der Hauptvariante des Zahlengolf einen vorgegebenen „Platz“, der aus 18 Loch besteht. Man kann zum Beispiel die Meterdistanzen (bzw. Yarddistanzen) der Spielbahnen eines echten Golfplatzes nehmen. Die Weiten des Old Course in St. Andrews (der Ur-Heimat des Golfsports) sind etwa

1. Loch :	370 yards	10. Loch :	342 yards
2. Loch :	411 yards	11. Loch :	172 yards
3. Loch :	398 yards	12. Loch :	316 yards
4. Loch :	463 yards	13. Loch :	425 yards
5. Loch :	564 yards	14. Loch :	567 yards
6. Loch :	416 yards	15. Loch :	413 yards
7. Loch :	372 yards	16. Loch :	382 yards
8. Loch :	178 yards	17. Loch :	461 yards
9. Loch :	356 yards	18. Loch :	354 yards.

Jeder Spieler kann vor Beginn des Spiels (also vor Bekanntgabe der zu spielenden Löcher) fünf Schläger frei wählen. Diese Schläger bilden für den Verlauf der gesamten Runde seinen Schlägersatz. Dazu einige Bemerkungen:

Den Schläger 1 zu wählen ist sinnlos, da $1^n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, aber auch $k^0 = 1$ für alle $k > 1$. Der Schläger 1 bewirkt also nichts, was nicht jeder andere Schläger k auch kann.

Es ist aber sonst schon sinnvoll, eher kleine Schläger zu wählen, da man damit „Feinarbeit“ leisten kann. Mit dem Schläger 2 etwa kann man mit

$$2^0 = 1, \quad 2^1 = 2, \quad 2^2 = 4, \quad 2^3 = 8 \quad \text{und} \quad 2^4 = 16$$

fünf verschiedene Weiten unter 20 schlagen. Mit ③ gehen schon nur mit

$$3^0 = 1, \quad 3^1 = 3, \quad \text{und} \quad 3^2 = 9$$

nur drei derartige Weiten, und in dieser Art setzt sich das für höhere Zahlen fort.

Es ist auch sinnlos, mit einer Zahl eine Potenz dieser Zahl als Schläger zu wählen. Hat man etwa ② gewählt, so kann man alle Potenzen jeder Potenz von 2 schlagen, also auch die Potenzen etwa von 4. Hat man also ② schon als Schläger gewählt, ist die Wahl von ④ überflüssig.

Mit diesen Überlegungen scheint, es als wäre die einzig sinnvolle Wahl von Schlägern gegeben durch

②,③,⑤,⑥,⑦.

In der Tat kann man sich auch dafür entscheiden. Allerdings kann es ein taktischer Vorteil sein, wenn man einen etwas größeren Schläger gewählt hat, den der Kontrahent nicht besitzt. Wählt man etwa als Schlägersatz

②,③,⑤,⑦,⑬

so kann man am Loch 169 wegen $13^2 = 169$ ein „Hole-in-one“ schlagen (d.h. mit nur einem Schlag einlochen), was mit dem Schlägersatz

②,③,⑤,⑥,⑦

nicht gelingt. Mit diesem wären z.B. folgende Abläufe möglich:

$$169 \;-\; (2^7 = 128) \;-\; 41 \;-\; (6^2 = 36) \;-\; 5 \;-\; (5^1 = 5) \;-\; 0$$

oder

$$169 \;-\; (3^4 = 81) \;-\; 88 \;-\; (3^4 = 81) \;-\; 7 \;-\; (7^1 = 7) \;-\; 0.$$

In beiden Fällen hat man drei Schläge für das Loch benötigt.

Hätte man beliebig viel Zeit zur Verfügung, so könnte man immer eine optimale Schlaganzahl bestimmen. In der Hauptvariante ist dies aber wegen der Zeitbegrenzung nicht möglich. Jedes Loch wird den Spielern einzeln bekannt gegeben, und die Spieler haben dann genau zwei Minuten Zeit, um ihren Lochverlauf bekannt zu geben. Gelingt es einem Spieler nicht, in dieser Zeit eine Schlagfolge festzulegen, so zählt das Loch

Gesamtlänge : längster Schläger + Rest.

Im Beispiel für $\boxed{169}$ und

② , ③ , ⑤ , ⑥ , ⑦

bedeutet das $169 : 7 = 24 + 1$ Rest, also zusammen 25 Schläge.

Hat man einen Teil des Lochs zu diesem Zeitpunkt schon gespielt, (und das ist schriftlich festgehalten worden), so zählen die ersten Schläge, und die Divisionsregel gilt sinngemäß für die verbleibende Restlänge. In jedem Fall ist bei einem nicht fertig gespielten Loch ein Strafschlag zusätzlich zu zählen.

Ein mögliches Loch $\boxed{290}$ kann also von drei Spielern folgendermaßen gespielt werden:

Spieler A:

2, 3, 10, 11, 17

$290 - (17^2 = 289) - 1 - (2^0 = 1) - 0$

2 Schläge

Spieler B:

2, 3, 5, 7, 11

$290 - (7^3 = 243) - 47 - (5^2 = 25) - 22$

Zeit abgelaufen: $22 : 11 = 2$,

$2 + 2 + 1$ Strafschlag: 5 Schläge

Spieler C:

2, 3, 5, 6, 7

$290 - (7^3 = 243) - 47 - (7^2 = 49) - 2 - (2^1 = 2) - 0$

3 Schläge.

3 Nebenvarianten

Spielt man Zahlengolf allein gegen die Uhr oder mit einem oder mehreren Mitspielern, kann man entweder die Hauptregeln verwenden oder sich auf Sonderregeln einigen. Diese Sonderregeln können das Spiel einfacher oder schwierigier, aber auch mathematisch mehr oder weniger anpruchsvoll machen.

Einige einfache Sonderregeln sind wie folgt:

— Man gibt nicht 2 Minuten pro Loch vor, sondern eine andere Zeit. (z.B. 15 Sekunden pro Loch: „Blitzgolf“; 5 Minuten pro Loch: „Konzentrationsgolf“)

— Die Zeit wird nicht pro Loch zur Verfügung gestellt, sondern en bloc, z.B. jeweils 18 Minuten für die Löcher 1 bis 9 („front nine“) und 10 bis 18 („back nine“).

— Anstatt der Meter- oder Yarddistanzen eines echten Golfplatzes verwendet man 18 beliebige Zahlen, die vor dem Spiel von einer neutralen Person vorgegeben werden.

— Die Löcher werden abwechselnd von jedem Spieler vorgeschlagen. Dabei gelten aber einige Einschränkungen. Die Spieler kennen die Schlägersätze von einander. Sie dürfen kein Loch so wählen, dass sie es selbst als Potenz eines eigenen Schlägers („hole-in-one“) erreichen können. Sie können somit zwar immer selbst gewählte Löcher so vorgeben, dass diese in zwei Schlägen erreichbar sind, aber dazu haben die Mitspieler auch die Möglichkeit. In dieser Variante gibt man sich also im Wesentlichen gegenseitig Zahlenrätsel auf.

— Vergrößerung des Lochs: Es gilt die Bahn als fertig gespielt, sobald man innerhalb von 1 (bzw. 2, 5 oder 10) von 0 kommt. Man muss also nicht genau mit 0 abschließen. Unter dieser Voraussetzung kann man eventuell einziffrige Schläger ausschließen. Mit letztgenannter Variante wird das Spiel klarerweise viel rechenaufwändiger, und man kann eventuell auch Taschenrechner zulassen.

— Einschränkung der Schläger: Man wählt nicht fünf Schläger, sondern nur vier (bzw. 3, 2 oder nur einen).

— Einwegschläger: Es stehen zwar alle positiven ganzen Zahlen als Schläger zur Verfügung, es darf aber nie mit einer ersten Potenz geschlagen werden (d.h. immer mit mindestens zweiter Potenz) und ein Schläger muss nach einmaliger (bzw. vereinbarungsgemäß zwei- oder dreimaliger) Verwendung „weggeworfen“ werden, und darf somit im restlichen Spiel nicht mehr verwendet werden. Bei dieser Variante steht der Schläger 1 beliebig oft zur Verfügung, da man ansonsten in Situationen geraten kann, in denen gar nicht fertig gespielt werden kann. In dieser Variante wird es zwangsläufig zu höheren Schlagzahlen kommen.

Sebstverständlich können zusätzliche Varianten von jedem Spieler frei erfunden werden. Die angeführten Varianten bieten allerdings schon eine große Vielfalt, und jede davon gibt dem Spiel eine etwas andere Note. Die Hauptvariante ist allerdings schon vielfach mit Schülern erprobt worden, und scheint besonders für jüngere Schüler bei der Einführung des Spiels die geeignetste Variante zu sein. (Es scheint allerdings sinnvoll zu sein, bei jüngeren Schülern für die ersten paar Löcher mehr Zeit zu lassen. Wenn sich eine gewisse Sicherheit mit dem Umgang mit den ganzzahligen Potenzen eingestellt hat, kann man auf die 2 Minuten-Regel zurückkehren.)

4 Optimierungsaufgaben

Wie bereits bemerkt wurde, ist die Zeitbegrenzung ein wesentlicher Faktor bei allen bisher erwähnten Formen des Zahlengolf. Hebt man diese Einschränkung auf, stellt sich die Frage nach dem Bestimmen der kleinstmöglichen Schlagzahl für jedes gegebene Loch bei gegebenem Schlägersatz.

Für die bisherige Art des Spiels bedeutet dies, dass mit der Festlegung der 18 Löcher und der Schlägersatze durch die Spieler das Ergebnis im Prinzip schon feststeht. Das tatsächliche Berechnen eines solchen Ergebnisses kann aber durchaus sehr reizvolle elementar zahlentheoretische Aufgaben enthalten. Eine interessante (und gar nicht triviale) Aufgabe wäre es für einen interessierten Schüler etwa auch, ein Computerprogramm zu schreiben, das nach Eingabe der Löcher und Schläger das optimale Ergebnis berechnet.

In diesem Zusammenhang beginnen sich auch zahlentheoretische Fragen etwas theoretischerer Art zu stellen. So könnte man etwa vermuten, dass es möglich sein könnte, jedes Loch bei der Auswahl geeigneter Schläger mit zwei Schlägen zu bewältigen. Nehmen wir zum Beispiel an, wir hätten die Schläger 2 und 3 zur Verfügung und spielen das Loch $\boxed{209}$. Ein "hole-in-one" ist offenbar nicht möglich, weil 209 weder eine Potenz von 2, noch von 3 ist. Mit zwei Schlägen kann das Loch aber doch gespielt werden, da

$$2^7 + 3^4 = 128 + 81 = 209$$

gilt. Nun stellt sich konkret die Frage: Kann man jedes Loch mit den Schlägern 2 und 3 mit höchstens zwei Schlägen spielen? Abstrakter ausgedrückt, existieren für alle $c \in \mathbb{N}$ Zahlen $x, y \in \mathbb{N}$, sodass entweder

$$2^x = c \quad \text{oder} \quad 3^x = c \quad \text{oder} \quad 2^x + 3^y = c \quad \text{oder}$$

$$2^x - 3^y = \pm c \quad \text{oder} \quad 2^x \pm 2^y = c \quad \text{oder} \quad 3^x \pm 3^y = c$$

gilt? Wenn nein, was ist die kleinste Zahl c, für die dies nicht möglich ist?

Zum Glück für das Spiel stellt sich heraus, dass dies nicht für alle Zahlen c der Fall ist. Es existieren also natürliche Zahlen c, für die keine derartigen Zahlen x und y existieren. Ich möchte diese Behauptung an dieser Stelle nun beweisen, und anschließend einige verwandte Aufgaben vorstellen, deren Lösung ebenso wie das Entwickeln weiterer verwandter Aufgaben dem interessierten Leser überlassen bleiben.

Beweis: Die kleinste Zahl c, die in keiner der Formen

$$2^x,\ 3^x,\ 2^x \pm 2^y,\ 3^x \pm 3^y,\ 2^x \pm 3^y, \quad \text{oder} \quad 3^x - 2^y$$

dargestellt werden kann ist 21.

Jede Zahl, die von der Form $2^x + 2^y$ ist, hat eine Binärdarstellung von der Gestalt

$$100\ldots00100\ldots00_2$$

und jede von der Form $2^x - 2^y$ hat eine Binärdarstellung von der Gestalt

$$11\ldots1100\ldots00_2.$$

Es gilt $21 = 10101_2$, und so ist 21 weder als Summe noch als Differenz zweier Zweierpotenzen darstellbar (noch ist 21 selbst eine Zweierpotenz). Durch einfaches Betrachten aller Zahlen von 1 bis 20 in der Binärdarstellung

$$1_2, 10_2, 11_2, 100_2, 101_2, 110_2, 111_2, 1000_2, 1001_2, 1010_2, 1011_2, 1100_2, 1101_2,$$
$$1110_2, 1111_2 10000_2, 10001_2, 10010_2, 10011_2, 10100_2$$

erkennen wir, dass all diese Zahlen, bis auf $11 = 1011_2$ und $13 = 1101_2$ entweder selbst Zweierpotenzen sind oder als Summe oder Differenz zweier Zweierpotenzen darstellbar sind. Es gilt aber $11 = 2^1 + 3^2$ und $13 = 2^2 + 3^2$, und somit sind alle natürlichen Zahlen kleiner als 21 in einer der vorgegebenen Formen darstellbar, d.h. mit höchstens zwei Schägen erreichbar. Wenn also 21 nicht in zwei Schlägen erreichbar ist, ist es sicher die kleinste derartige Zahl.

Jede Zahl von der Form $3^x + 3^y$ ist im Dreiersystem von der Gestalt

$$100\ldots00100\ldots00_3$$

und jede von der Form $3^x - 3^y$ ist von der Gestalt

$$22\ldots2200\ldots00_3.$$

Wegen $21 = 210_3$ ist 21 in keiner dieser beiden Formen darstellbar, und offensichtlich ist 21 auch nicht von der Form 3^x.

Wäre nun $2^x \pm 3^y = \pm 21$, so wäre, da weder 20 noch 22 eine Zweierpotenz ist, $y \geq 1$, und daher sowohl 3^y als auch 21 durch 3 teilbar. Dann muss aber auch 2^x durch 3 teilbar sein, was einen Widerspruch ergibt. Wir sehen also, dass 21 auch in dieser Form nicht darstellbar sein kann, und somit kann 21 mit den Schlägern 2 und 3 nicht darstellbar sein. q.e.d.

5 Einige verwandte Aufgaben für den Leser

— Beweise, dass 7 mit dem Schlägersatz 3 und 5 nicht mit zwei Schlägen erreicht werden kann.

— Bestimme die nächstgrößeren Werte nach 7, die mit dem Schlägersatz 3 und 5 nicht in höchstens zwei Schlägen erreicht werden können.

— Bestimme alle aus zwei Schlägern bestehenden Schlägersätze, mit denen man das Loch 21 nicht mit ein oder zwei Schlägen erreichen kann.

Selbstverständlich sind geneigte Leser auch eingeladen, weitere verwandte Fragen selbst zu formulieren.

6 Zahlengolf als didaktisches Mittel: Einführung von Zahlensystemen

Wie im vorigen Abschnitt bereits angedeutet wurde, spielen Zahlensysteme mit „Schlägerbasis“ eine gewisse Rolle bei Zahlengolf-Optimierungsaufgaben. Man kann Zahlengolf aber auch zur Motivierung der Einführung von allgemeinen Zahlensystemen im Schulunterricht einsetzen. Ein Modell dazu möchte ich in diesem Abschnitt kurz anreißen. (Nur am Rande vermerkt: Es ist meine Erfahrung, dass die Einführung von Zahlensystemen auch ohne spielerische Einführung im Vergleich zu vielen Themen der Schulmathematik relativ leicht gelingt. Dieses Kapitel erscheint vielen Schülern ohnehin als eine Art Spiel. Allerdings schadet es im Unterricht nie, harte mathematische Inhalte durch eine spielerische Vorbereitung noch schmackhafter zu machen.)

Zunächst setzen wir voraus, dass eine Klasse die Grundideen des Zahlengolf bereits beherrscht, also auch einigermaßen frei und locker mit kleinen Potenzen kleiner (einziffriger) Zahlen rechnen kann. Wir stellen der Klasse folgende Aufgabe:

Mit dem Schläger 6 sind Löcher von der Länge $\boxed{217}$, $\boxed{148}$, $\boxed{100}$ und $\boxed{72}$ zu spielen. Für jedes Loch sollen möglichst wenig Schläge unter der Voraussetzung gespielt werden, dass das Loch jeweils zu keinem Zeitpunkt überspielt wird. In folgender Tabelle sind die benötigten Schläge in Strichlisten einzutragen:

	$6^4 = 1296$	$6^3 = 216$	$6^2 = 36$	$6^1 = 6$	$6^0 = 1$
217					
148					
100					
72					

Es kann nun geschehen, dass ein Schüler in einem Kästchen mehr als fünf Striche gemacht hat. Etwa für 72 könnte die Strichliste folgendermaßen aussehen:

	$6^4 = 1296$	$6^3 = 216$	$6^2 = 36$	$6^1 = 6$	$6^0 = 1$
72			/	//////	

Nun kann man den Schüler darauf aufmerksam machen (oder, noch besser, die Schüler machen sich im Rahmen einer Diskussion gegenseitig darauf aufmerksam), dass eine Vereinfachung möglich ist. Es sollte ihm/ihr auffallen, dass

$$6 \cdot 6^1 = 6^2$$

gilt, und daher die 6 Striche in der Spalte $6^1 = 6$ durch einen einzigen in der Spalte $6^2 = 36$ ersetzt werden können, was die Gesamtschlaganzahl um 5 reduziert.

Nach einiger Diskussion sollten sich alle Schüler auf folgende Tabelle geeinigt haben:

	$6^4 = 1296$	$6^3 = 216$	$6^2 = 36$	$6^1 = 6$	$6^0 = 1$
217		/			/
148			///		////
100			//	////	
72			//		

Die erste Zeile dieser Tabelle bedeutet somit zum Beispiel, dass wir das Loch 217 mit einem Schlag der Länge $6^3 = 216$ und einem Schlag der Länge $6^0 = 1$ erreicht haben.

Ersetzen wir nun die Striche in jedem Feld der Tabelle mit deren Anzahl (wobei wir 0 schreiben, wenn sich in einem Feld kein Strich befindet), so sieht die Tabelle folgendermaßen aus:

	$6^4 = 1296$	$6^3 = 216$	$6^2 = 36$	$6^1 = 6$	$6^0 = 1$
217	0	1	0	0	1
148	0	0	3	0	4
100	0	0	2	4	0
72	0	0	2	0	0

Es ist nun nahe liegend, die übliche Schreibweise für die Basis 6 aus dieser Tabelle abzuleiten, und wir erhalten unter Vernachlässigung der vorangesetzten Ziffern 0 die Darstellung

$$217 = 1001_6, \quad 148 = 404_6, \quad 100 = 230_6 \quad \text{und} \quad 72 = 200_6.$$

Nun ist also der Boden zur weiteren Behandlung der Zahlensysteme aufbereitet.

7 Schwierige(?) zahlentheoretische Fragen zum Zahlengolf

Wie in der Zahlentheorie üblich, werfen einfache Situationen sehr schwierige Fragen auf. Leider bin ich derzeit nicht in der Lage, die folgenden Fragen zu beantworten. Ich könnte natürlich behaupten, dass ich schöne Lösungen habe, die aber leider im Rand keinen Platz finden, aber das wäre vielleicht ein wenig vermessen von mir. Vielleicht gelingt es aber einer Leserin oder einem Leser, die eine oder andere interessante Lösung zu finden.

- Beweise oder widerlege: Für jeden endlichen Schlägersatz existiert ein Loch, das nicht mit zwei Schlägen erreicht werden kann.
- Sei $s_k(n)$ das kleinste Loch, das nicht mit k Schlägen mit dem Schläger n erreicht werden kann. Bestimme einen geschlossenen Ausdruck für $s_k(n)$.
- Bestimme einen geschlossenen Ausdruck für das analog zu definierende $s_k(n,m)$.

8 Zusammenfassung

Zahlengolf bietet Ideen für Zahlenspiele auf allen mathematischen Ebenen, von der Grundschule (rechnen mit Grundrechnungsarten) bis zu gar nicht trivialen

Fragen der elementaren Zahlentheorie. Ich hoffe, dass einige Leser mit dieser Idee eine Freude haben werden und vielleicht sogar dazu angeregt werden, die hier vorgestellten Ideen weiter zu spinnen.

INDIANA UNIVERSITY MATHEMATICS JOURNAL

(Formerly the Journal of Mathematics and Mechanics)

Edited by

E. Bedford, H. Bercovici, J. Dadok, R. Glassey, and an international board of specialists.

The subscription price is \$ 175.00 for subscribers in the U.S. and Canada, and \$ 185.00 for all others. Private individuals personally engaged in research of teaching are accorded a reduced rate of \$ 80.00 per volume. The JOURNAL appears in quarterly issues making one annual volume of approximately 1200 pages.

Indiana University, Bloomington, Indiana U.S.A

Buchbesprechungen

Allgemeines und Geschichte — General and History — Généralités, histoire

M. Aigner, G. M. Ziegler: Das BUCH der Beweise. Mit Zeichnungen von K. H. Hofmann. Springer, Berlin u.a. 2002, VIII+247 S. ISBN 3-540-42535-7 H/b € 29,95.

Hier liegt die deutsche Ausgabe des bereits 1998 erschienenen englischen Originals vor, das vielfach und äußerst lobend bis begeistert rezensiert wurde. Dem kann durchaus zugestimmt werden. Es stellt sich aber die Frage nach dem Adressatenkreis, wobei der doch ziemlich hohe mathematische Anspruchsgrad zu berücksichtigen ist, der eine Lektüre durch Nichtmathematiker eher ausschließt. Auch werden die — natürlich „wunderschönen" — Beweise meist knapp präsentiert und erfordern einigen Lese- und Verständnisaufwand. Dies wird noch durch einen gerade faszinierenden Aspekt vieler Beweise verschärft: die Vernetzungen zwischen vielen verschiedenen Teilgebieten, in die die Sätze und Beweise eingebettet sind. Also nur eine Erbauungslektüre für den Feierabend von Mathematikern? Das würde wirklich die großartige Leistung der Autoren bei der Auswahl, Zusammenstellung und Darstellung der Sätze und Beweise nicht adäquat würdigen. Ich denke, dieses Buch könnte und sollte die Grundlage zu Untersuchungen über die Qualität und „Schönheit" mathematischer Beweise und Sätze bilden: weswegen finden Mathematiker gewisse Beweise elegant, ästhetisch befriedigend, etc.? Oder auch: kann man diese „Geistesblitze" mehr irdisch erklären als bloß durch göttliche Vorgaben? Das Buch könnte also auf diesem Wege helfen, nicht nur schöne Mathematik fertig und poliert zu präsentieren, sondern auch ihre Genese und ästhetische Bewertung zu analysieren und besser zu verstehen. Vielleicht führt dies zu einer Vermenschlichung der Mathematik, weil sich dann so mancher wunderbare Geistesblitz als das (vielleicht indirekte) Ergebnis jahrelanger harter Arbeit zu erkennen gibt. Andernfalls mögen gerade Schönheit und Großartigkeit abschrecken. Gerade deswegen empfehle ich aber das gründliche Erarbeiten vieler dieser Beweise, weil dadurch auch deren Idee erspürbar wird.

W. Dörfler (Klagenfurt)

H.-J. Bartsch: Taschenbuch mathematischer Formeln. 19., neu bearbeitete Auflage. Mit 484 Bildern. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 704 S. ISBN 3-446-21792-4 P/b € 18,00.

Dieses Werk ist wohl jedem, der sich intensiver mit Mathematik auseinandersetzt, ein Begriff. Mit bereits mehr als einer halben Million verkaufter Exemplare hat sich die Formelsammlung von Bartsch im deutschsprachigen Raum zum Standard-Nachschlagewerk etabliert. Die vorliegende 19. Auflage wurde generell überarbeitet und zum Teil auch inhaltlich erweitert. Das Buch behandelt nun mathematische Logik, Arithmetik, (lineare) Algebra, elementare und analytische Geometrie, Vektoren, Koordinaten, Abbildungen, Funktionen, Differential- und Integralrechnung, Vektoranalysis, Differentialgleichungen, Reihen, Fourier- und Laplace-Transformationen sowie Stochastik. Mit knapp 500 Abbildungen werden die Formeln grafisch illustriert; zahlreiche Beispiele sollen dem besseren Verständnis dienen. Der Autor hat großen Wert auf Übersichtlichkeit gelegt, was sich u.a. in einem Sachwortverzeichnis von 40 Seiten ausdrückt. Mit insgesamt 700 Seiten bleibt das Taschenbuch trotzdem handlich. Durch seine robuste Ausführung eignet sich das Buch bestens für die oftmalige Verwendung. Diese Formelsammlung ist somit ein ideales Nachschlagewerk für alle, die Mathematik betreiben.

P. Filzmoser (Wien)

Algebra und Zahlentheorie — Algebra and Theory of Numbers — Algèbre et théorie des nombres

B. C. Berndt, R. A. Rankin (eds.): Ramanujan: Essays and Surveys. (History of Mathematics, Vol. 22.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, London Mathematical Society, 2001, XVI+347 S. ISBN 0-8218-2624-7 H/b $ 79,00.

Ein hervorragendes Werk für alle, die an der Persönlichkeit und Mathematik von Srinivasa Ramanujan interessiert sind. Zwei profunde Kenner von Biographie und Opus haben eine Fülle interessanter Informationen gesammelt und einige der wesentlichsten Arbeiten zur Mathematik von Ramanujan zusammengestellt. (Leider ist der zweite Herausgeber, R. A. Rankin, unmittelbar nach Fertigstellung des Manuskriptes verstorben).

Der erste Abschnitt beschäftigt sich mit Ramanujans Leben: hier wird unter anderem diskutiert, welche Bücher Ramanujan in Indien vor seinem berühmten Brief an Hardy studiert hat und welchen Einfluss auf seinen mathematischen Stil diese genommen haben; weitere Artikel beschäftigen sich mit Briefen, Photographien und Aufzeichnungen der Familie.

Der zweite Abschnitt enthält Informationen über Ramanujans Krankheit und wahrscheinliche Todesursache sowie Informationen von Hardy, Littlewood und Chandrasekhar zu einem Selbstmordversuch Ramanujans im Jahr 1918, der nur durch eine Verkettung glücklicher Umstände mit seiner Rettung endete.

Im dritten Teil finden sich biographische Informationen und ein Gespräch mit S. Janaki Ammal, der Gattin Ramanujans. Teil IV ist S. Narayana Iyer gewidmet, Chief Accountant im Madras Port Trust Office, der wahrscheinlich Ramanujans engster Mathematiker-Freund in Indien war und Ramanujan sehr in seiner Forschung bestärkte und unterstützte. Es werden auch zwei Artikel wiedergegeben, die Narayana Iyer über Ramanujans Werk im Journal of the Indian Mathematical Society publiziert hat. Mittelpunkt im fünften Teil ist E. H. Neville, der wesentlichen Anteil an Ramanujans Reise nach England hatte. Ein wiedergegebener Beitrag von Neville für das All India Radio von 1941 liefert zahlreiche Informationen über Ramanujans Englandreise, die sich sonst nirgends finden.

Der sechste Teil ist Ramanujans Manuskripten und Notebooks gewidmet und gibt zwei Übersichtsartikel von Rankin aus dem Bulletin der LMS sowie den Übersichtsartikel von Berndt aus 1997 wieder. Der Abschnitt endet mit dem Artikel von G. Andrews über das berühmte "Lost Notebook", das Andrews 1976 in der Bibliothek des Trinity College von Cambridge in der Hinterlassenschaft von G. N. Watson auffand. Die letzten beiden Abschnitte enthalten Übersichtsartikel zu Ramanujans Werk (unterteilt in „nichttechnische" und „technische" Artikel) von J. M. Borwein und P. B. Borwein, B. C. Berndt, A. Selberg, Y. Choi und S. Kang, F. Dyson, R. Askey und G. N. Watson.

Eine wunderschöne Zusammenstellung zu einem faszinierenden Kapitel der Mathematik.

P. Kirschenhofer (Leoben)

D. M. Arnold: Abelian Groups and Representations of Finite Partially Ordered Sets. (CMS Books in Mathematics 2.) Springer, New York u.a. 2000, XII+244 S. ISBN 0-387-98982-X H/b DM 159,–.

Das Buch gibt zunächst eine Einführung in die Theorie der Darstellungen von endlichen Halbordnungen über einem Körper: eine Halbordnung $(S,\leq)$ mit n Elementen wird über dem Körper k dargestellt durch das $n+1$-Tupel $(U_0,(U_i)_{i\in S})$, wobei U_0 ein endlichdimensionaler k-Vektorraum und U_i für alle $i\in S$ ein Teilraum von U_0 ist, falls für $i\leq j$ in S gilt $U_i\subseteq U_j$. Ein Hauptresultat des ersten Kapitels besagt etwa folgendes: jede endliche Halbordnung läßt sich im wesentlichen eindeutig als endliche Summe von unzerlegbaren Darstellungen schreiben. Des weiteren werden Darstellungstypen (endlich, zahm, wild) für Halbordnungen eingeführt und entsprechende Klassifikationen (Existenz von gewissen Unterhalbordnungen) angegeben. Das Gebiet entstand unter anderem aus Klassifikationsfragen für Matrizen (z.B. Matrizenähnlichkeit/-äquivalenz). Matrix-Methoden können auch bei vielen Darstellungsproblemen mit Erfolg eingesetzt werden.

Kapitel 2 behandelt grundlegende Eigenschaften von (abzählbaren) torsionsfreien abelschen Gruppen. In Kapitel 3 wird die Verbindung zwischen Butler-Gruppen von endlichem Rang (das sind torsionsfreie homomorphe Bilder von endlichen direkten Summen von torsionsfreien abelschen Gruppen vom Rang 1) und Darstellungen von gewissen Halbordnungen über den rationalen Zahlen hergestellt.

In Kapitel 4 werden Darstellungen von endlichen Halbordnungen für diskrete Bewertungsringe betrachtet. In den Kapiteln 5–8 wird die Theorie für spezielle Klassen von Butler-Gruppen vertieft, kategorientheoretische Fragen werden erörtert und Anwendungen auf torsionsfreie Moduln über endlichen Bewertungsringen und auf endliche bewertete Gruppen werden angegeben.

Die Annäherung an eine Klassifikation der torsionsfreien abelschen Gruppen von endlichem Rang kann man als eine Hauptstoßrichtung des Buches ansehen. Der Autor selbst hat bei der Untersuchung der Butler-Gruppen ganz wesentliche Beiträge geleistet. Für eine Vertiefung auf diesem Gebiet ist das Buch sicher eine ideale Quelle. Es ist auch für Nicht-Spezialisten gut lesbar und enthält eine Reihe von ausgearbeiteten Beispielen, Übungsbeispielen und offenen Fragen.

G. Dorfer (Wien)

H. Bass, A. Lubotzky: Tree Lattices. With Appendices by H. Bass, L. Carbone, A. Lubotzky, G. Rosenberg, and J. Tits. (Progress in Mathematics, Vol. 176.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2001, XII+233 S. ISBN 0-8176-4120-3, 3-7643-4120-3 H/b sfr 88,–.

Ein Bericht über den aktuellen Stand der Forschung über Gitter auf lokalendlichen Bäumen. Die Thematik steht in der Tradition der Bass-Serre-Theorie. Die Konstruktionen der grundlegenden Begriffe und die Notation orientieren sich an Serres Buch “Trees”.

Es sei Γ eine diskrete Untergruppe der Automorphismengruppe eines lokalendlichen, zusammenhängenden Baumes X. Die Gruppe Γ ist ein *Gitter*, wenn

$$\mathrm{Vol}(\Gamma \backslash\backslash X) = \sum_{x \in V(\Gamma \backslash X)} \frac{1}{|\Gamma_x|}$$

endlich ist. Falls Γ nur endlich viele Orbits auf VX besitzt, heißt Γ *uniform*. Dieses Buch ist die erste umfassende Arbeit über nicht uniforme Gitter auf lokalendlichen Bäumen. Die wissenschaftliche Entwicklung in diesem Bereich hat sich erst in den letzten zehn Jahren vollzogen. Ein Detail: mehr als die Hälfte der zitierten Arbeiten stammt aus den Jahren 1995 bis 2000.

Nach einer kurzen Übersicht über Resultate und offene Probleme folgt eine systematische Abhandlung über Existenz und algebraische Struktur solcher Gitter sowie geometrische Eigenschaften der Quotientengraphen $\Gamma \backslash X$. Einige Themen als Schlagwörter: Volumen und Haarmaß diskreter Gruppen, Graphen von Gruppen und kantenindizierte Graphen, Quotientengraphen und Enden, Zentralisatoren, Normalisatoren und Kommensuratoren von Baumgittern in topologischen Gruppen, parabolische Aktionen, Existenz von uniformen und nicht uniformen Gittern, Nagao-Gitter. Im Anhang findet der Leser drei hier erstmals publizierte Artikel.

Ein schönes Resultat in Bezug auf Quotientengraphen: Jeder zusammenhängende, lokalendliche Graph ist isomorph zu einem Quotientengraphen eines Baumgitters. Im Anhang ist insbesondere der Beweis des wichtigen Existenzsatzes für Baumgitter von Bass, Carbone und Rosenberg hervorzuheben. Er wurde 1994 von den Autoren des Buches erstmals als Vermutung geäußert: wenn G unimodular und $\mathrm{Vol}(G\,\backslash\backslash X)$ endlich ist, so existiert ein X-Gitter in G.

Wiederholt werden Parallelen zur Theorie der Liegruppen gezogen, ohne von einer diesbezüglich fundierten Vorbildung auszugehen. Allerdings werden grundlegende Konzepte der Bass-Serre-Theorie vorausgesetzt. Als Einführung empfehle ich F. Rimlinger: Pregroups and Bass-Serre theory, *Memoirs of the AMS* **65** (1987), no. 361, viii+73 pp.

Der Text des besprochenen Buches ist dicht und die Lektüre aufwendig. Es gelingt den Autoren nur bedingt, das Thema "elementary and self-contained" abzuhandeln, wie es in der Einleitung heißt. Den Resultaten selbst kommt ohne Zweifel eine größere Bedeutung zu.

B. Krön (Wien)

D. Dorninger, G. Eigenthaler, M. Goldstern, H. K. Kaiser, W. More, W. B. Müller (Eds.): Contributions to General Algebra 12. Proceedings of the 58th Workshop on General Algebra („58. Arbeitstagung Allgemeine Algebra"), Vienna University of Technology, June 3–6, 1999. Verlag Johannes Heyn, Klagenfurt, 2000, V+435 S. ISBN 3-85366-951-4 P/b öS 490,–.

Der mittlerweile 12. Band der Reihe "Contributions to General Algebra" enthält Arbeiten, die im Rahmen der „58. Arbeitstagung Allgemeine Algebra" vom 3.–6. Juni 1999 an der Technischen Universität Wien vorgestellt wurden. Die Tagung war in vier Sektionen gegliedert: Applications of Algebra, Universal Algebra and Lattice Theory, Classical Algebra, Algebraic Computation. Die ersten vier der insgesamt 36 Beiträge geben die Hauptvorträge in diesen Sektionen wieder und haben Übersichtscharakter:

– E. Dawson, W. Millan, L. Simpson: Designing Boolean Functions for Cryptographic Applications.
– M. Goldstern: Lattices, Interpolation, and Set Theory.
– P. P. Pálfy: Estimations for the Order of Various Permutation Groups.
– F. Winkler: Advances and Problems in Algebraic Computation.

Die übrigen Artikel bieten Einblick in einige der aktuellen Forschungsgebiete der Allgemeinen Algebra und behandeln unter anderem Halbgruppen, geordnete Strukturen, Clones, Kongruenzrelationen, partielle Algebren, Automatentheorie, formale Begriffsanalyse und Kryptologie.

G. Dorfer (Wien)

I. Stewart, D. Tall: Algebraic Number Theory and Fermat's Last Theorem. Third Edition. A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 2002, XIX+313 S. ISBN 1-56881-119-5 H/b $ 38,00.

Wie erklärt man einem Leser, der noch nichts von algebraischer Zahlentheorie gehört hat, den Beweis des großen Satzes von Fermat?

Das vorliegende Buch versucht sich (erfolgreich!) dieser Aufgabe zu unterziehen. Die erste Hälfte des Buches ist einer Einführung in die algebraische Zahlentheorie sozusagen *ab ovo* gewidmet, nebenher wird auch noch einiges über die Geschichte dieses Gebietes vermittelt. Die zweite Hälfte beschäftigt sich mit Anwendungen der entwickelten Theorie: der (elementaren) Berechnung von Klassenzahlen und den von Kummer behandelten Spezialfällen der Fermat-Gleichung. Schließlich wendet sich das Buch der Vermutung von Shimura-Taniyama-Weil und ihrem Zusammenhang mit der Fermatschen Vermutung zu. Hier ist ein gewisser (und kaum zu vermeidender) Bruch zu bemerken: nach der rigorosen und mit vielen Übungsbeispielen unterstützten Darstellung in den ersten Kapiteln werden in diesem Abschnitt nur noch Andeutungen gemacht. Man erhält aber jedenfalls einen gewissen Einblick in die Zusammenhänge, und mehr hätte man sich ohnehin nicht erhoffen dürfen.

Insgesamt liegt hier ein lesenswertes Buch vor, das einen weiteren Versuch darstellt, Andrew Wiles' Beweis der Fermatschen Vermutung einem breiteren Leserkreis zugänglich zu machen.

P. Grabner (Graz)

Geometrie — Geometry — Géométrie

H. Edelsbrunner: Geometry and Topology for Mesh Generation. (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics 6.) Cambridge University Press, 2001, XII+177 S. ISBN 0-521-79309-2 H/b £ 29,95.

This small book is devoted to the generation of meshes consisting either of triangles or of tetrahedra. The first chapters review Delaunay triangulations and fast algorithms for their computation. Then generalisations with respect to the dimension and the topology using combinatorial concepts are presented. Delaunay tetrahedrizations then lead directly to tetrahedral meshes. The last chapter collects several open problems and questions.

The book gives a very concise presentation of the reviewed topics and has to be recommended to students and their teachers as well. It offers a good text for a lecture in this field.

O. Röschel (Graz)

A. Holme: Geometry. Our Cultural Heritage. With 150 Figures. Springer, Berlin u.a. 2002, XVI+378 S. ISBN 3-540-41949-7 H/b € 34,95.

This textbook consists of two parts named 'A Cultural Heritage' and 'Introduction to Geometry', each constituting about half of the volume.

Part I starts history as early as in prehistoric times. One statement about this rarely ever mentioned part of mathematical history catches the eye: 'Amazingly the earliest mathematics we encounter is qualitatively of the same nature as the mathematics of today. For no other science can one assert the same.' Of course the matter becomes still more palpable when it switches over to Egyptian, Babylonian and especially Hellenic geometry, as an impressive abundance of material has been handed down to our times. History and geometric problems appear in an easy-to-read mix. The path then leads across the 'Dark Middle Ages' through the Age of Enlightenment right to 'Catastrophe Theory'.

Part II puts geometry on axiomatic foundations. The journey starts with Euclid's Postulates and takes the reader right away to Non-Euclidean Geometry. It then grants a breathing pause for a general consideration of axiomatic theories. Axiomatic projective geometry is the next stop, followed by models for Non-Euclidean geometries. On and off the author provides helpful side-steps to related mathematical fields subtly endowing the reader with the right kit for the paragraphs to come. Other topics treated include algebraic curves, higher geometry in the projective plane, constructions with straightedge (ruler) and compass, to mention but a few. Eventually fractal geometry is addressed in an amazingly short chapter, followed by an equally succinct geometric example from catastrophe theory.

To my mind this book delivers both a broad survey of the history of geometry and — at a few well-chosen points — a deeper insight. It impressively works out the importance of geometry as one of the great achievements of human culture. The way this book is written makes it capable of conveying this idea to many culturally interested people who do not shy away from getting involved into mathematics. I especially recommend this book to students and teachers in mathematics and related fields.

J. Lang (Graz)

J. Jost: Riemannian Geometry and Geometric Analysis. Third Edition. (Universitext.) Springer, Berlin u.a. 2002, XIII+532 S. ISBN 3-540-42627-2 P/b DM 96,19.

This is the third edition of the author's textbook on Riemannian geometry and geometric analysis. It contains a new chapter on Morse theory and Floer cohomology explaining the basic ideas and concepts with detailed examples. The treatment of harmonic maps into manifolds of nonpositive curvature of the previous editions was replaced by a new one taking advantage of recent research results mainly about the geometric nature of harmonic maps. Some results and constructions on manifolds of nonpositive sectional curvature have now been collected together in a single paragraph and have been considerably amplified. The author includes many interesting remarks about the history and development of the material together with many references to the original literature.

F. Haslinger (Wien)

I. R. Porteous: Geometric differentiation for the intelligence of curves and surfaces. Second Edition. Cambridge University Press, 2001, XV+333 S. ISBN 0-521-81040-X H/b £ 70,00, ISBN 0-521-00264-8 P/b £ 24,95*.

This book is concerned with local differential geometry of smooth curves and surfaces in Euclidean space. The main vantage point thereby is the study of the evolutes and the evolute surfaces, respectively. These are the set of focal points (locus of centres of curvature). The book starts with a discussion of plane curves and their evolutes. After a section on plane kinematics, space curves are discussed (space evolute (*Filarevolute*), focal surface (*Polartorse*), parallels (*Filarevolventen*)). The main part of the book (chapters ten to eighteen) is devoted to a detailed treatment of surfaces with special emphasis on the behaviour of the normal congruence. So for instance there is an extensive discussion of umbilics and parabolic points of a surface and the consequences for the focal surface. The very geometric point of view and many exercises induce me to recommend this book for everyone interested in differential geometry of curves and surfaces.

F. Manhart (Wien)

M. Demuth, B.-W. Schulze (eds.): Partial Differential Equations and Spectral Theory. PDE2000 Conference in Clausthal, Germany. (Operator Theory: Advances and Applications, Vol. 126.) Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2001, X+353 S. ISBN 3-7643-6219-7 H/b sFr 148,00.

Der genius loci des Tagungsortes wirkt sich in diesem Tagungsband dadurch aus, dass in einem Ausmaße, das deutlich über die vom allgemein gehaltenen Titel geweckten Erwartungen hinausgeht, Beiträge aus dem Bereich der mathematischen Physik Eingang gefunden haben. Deren Themen reichen von Spektral-, Streu- und Störungstheorie von Schrödinger- und Dirac-Operatoren über halbklassische Asymptotik zu Anwendungen in der Quantenfeld- und Vielteilchentheorie. Arbeiten zu mannigfachen sonstigen Fragestellungen aus dem Gebiet der Differenzialoperatoren runden den Band ab.

W. Bulla (Graz)

Th. W. Gamelin: Complex Analysis. With 184 Illustrations. (Undergraduate Texts in Mathematics.) Springer, New York u.a. 2001, XVIII+478 S. ISBN 0-387-95093-1 H/b, ISBN 0-387-95069-9 P/b DM 69,00.

This is a well organized textbook on complex analysis in one variable which provides, besides all classical themes, a treatment of Runge's theorem, of Riemann surfaces including the uniformization theorem, of iterations of holomorphic functions including Julia sets and the Mandelbrot set, and of the Dirichlet problem. Each part of the book contains some interesting exercises which give many new insights into further developments and enhance the usefulness of the book. At the end of the book there are hints and solutions for selected exercises.

F. Haslinger (Wien)

R. E. Greene, St. G. Krantz: Function Theory of One Complex Variable. Second Edition. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 40.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, XIX+502 S. ISBN 0-8218-2905-X H/b $ 69,00.

Das vorliegende Buch gibt eine klassische Einführung in die Funktionentheorie einer Variablen und ist durchaus als Grundlage einer einführenden Vorlesung zu diesem Thema geeignet. Die ersten 14 (!) Kapitel entsprechen ziemlich genau Kapiteln des Buches von W. Rudin (Real and Complex Analysis), auf das auch häufig verwiesen wird. Nur in den beiden letzten Kapiteln, die spezielle Funktionen und den Primzahlsatz behandeln, weicht das Buch inhaltlich von seinem Vorbild ab. Durch den größeren Seitenumfang wird in einigen Bereichen auch mehr Stoff abgedeckt.

Obwohl man sich des Eindrucks nicht erwehren kann, daß das Buch unter dem Druck von “publish or perish” entstanden ist, kann es als umfängliche Einführung in die Funktionentheorie durchaus empfohlen werden.

P. Grabner (Graz)

J.-P. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal: Fundamentals of Convex Analysis. With 66 Figures. (Grundlehren Text Editions.) Springer, Berlin u.a. 2001, X+259 S. ISBN 3-540-42205-6 P/b DM 96,19.

Die konvexe Analysis als eigenes Teilgebiet der Mathematik entstand in den 40er und 50er Jahren des 20. Jahrhunderts im Kontext von Optimierung, Kontrolltheorie und Konvexgeometrie. Manche Resultate sind natürlich älter. Wichtige Beiträge stammen von Fenchel, Kuhn-Tucker, Rockafellar und anderen. Gute Monographien sind vorhanden, z.B. das Buch von Rockafellar und das zweibändige Werk von Hiriart-Urruty und Lemaréchal. Das vorliegende Buch, das eine abgemagerte Version des großen zweibändigen Werkes ist, hilft dem Mangel, dass bisher kein einführendes Lehrbuch für dieses wichtige Gebiet vorhanden war, in gelungener Weise ab. Ausgehend von konvexen Mengen werden konvexe Funktionen, sublineare Funktionen, Subdifferentiale und schließlich konjugierte Funktionen behandelt. Ein Werk, das viele Geometer und Analytiker und alle Mathematiker, die sich mit Optimierung und Kontrolltheorie beschäftigen, ansprechen sollte.

P. M. Gruber (Wien)

P. E. Hydon: Symmetry Methods for Differential Equations. A Beginner’s Guide. (Cambridge Texts in Applied Mathematics.) Cambridge University Press, 2000, XI+213 S. ISBN 0-521-49703-5 H/b £ 50,–, ISBN 0-521-49786-8 P/b £ 18,95.

Die Linie dieses Buches wird schon im Vorwort zutreffend umrissen: Es wendet sich an Anwender der darin vorgestellten Verfahren zum Lösen von Differenzialgleichungen und vermittelt vor allem Rechentechniken. Es wurde deswegen nicht der Aufbau vom Typ „Definition–Satz–Beweis“ gewählt. Die ersten zwei Drittel bringen Anwendungen auf gewöhnliche Differentialgleichungen, während der Rest auf partielle Differentialgleichungen eingeht.

Liesche Symmetriegruppen von Differentialgleichungen werden als einparametrige lokale Gruppen von Variablentransformationen eingeführt; allgemeine Liesche Transformationsgruppen von Mannigfaltigkeiten werden nicht behandelt. Später wird auf mehrparametrige lokale Gruppen eingegangen. Auch Lie-Algebren kommen nur in der Form von Erzeugenden der Transformationen im Variablenraum vor. Alle eingeführten Begriffe werden umgehend, oft noch bevor ihre Erklärung zu Ende ist, durch zahlreiche einleuchtende Beispiele erläutert, was manchmal ein wenig den roten Faden verdeckt. Diese Beispiele und viele Übungsaufgaben, zu denen teilweise Lösungshinweise in einem Anhang gegeben sind, machen das Buch zu einem guten Arbeitsbuch für den Praktiker; dies und nicht mehr war auch beabsichtigt.

W. Bulla (Graz)

C. S. Kubrusly: Elements of Operator Theory. Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, XIII+527 S. ISBN 0-8176-4174-2, 3-7643-4174-2 H/b sFr 128,00.

Das Anliegen dieses Buches wird durch das erste Hauptwort im Titel umrissen: Es geht hier vor allem um die ausführliche Grundlegung des bezeichneten Gebietes. Am Anfang werden einige aussagenlogische Begriffe und Bezeichnungen von Beweisverfahren kurz vorgestellt und die wichtigsten Ergebnisse über Mengen, Relationen, Ordnungen und Mächtigkeiten behandelt. Das Kapitel "Algebraic Structures" führt über Gruppen zu den linearen Räumen und linearen Abbildungen.

Im Gegensatz zu diesem bisherigen Weitergehen vom Allgemeinen zum Spezielleren werden in "Topological Structures" überwiegend metrische Räume behandelt und den topologischen Räumen nur ein etwas längerer Seitenblick gegönnt. Im Kapitel "Banach Spaces" werden nur linear-beschränkte Operatoren betrachtet; der Begriff des Spektrums wird erst nach der eingehenden Behandlung von Hilberträumen im letzten Kapitel erklärt. Während allgemeine Aussagen über die Spektren verschiedener Klassen beschränkter Operatoren gemacht werden, geht der (ohne Beweis mitgeteilte) Spektraldarstellungssatz über beschränkte normale Operatoren nicht hinaus. So ist dieses Buch, dessen erstes Kapitel als eine Art Repetitorium für Grundlagenbegriffe der Mathematik dienen kann, vor allem eine breite Einführung in die Grundlagen des angegebenen Gebiets.

W. Bulla (Graz)

R. Remmert, G. Schumacher: Funktionentheorie 1. Fünfte, neu bearbeitete Auflage. Mit 70 Abbildungen. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2002, XX+401 S. ISBN 3-540-41855-5 P/b € 29,95.

This is the fifth edition of the excellent textbook on Complex Analysis originally written by the first author. It was improved and enlarged jointly by both. The book contains many additional exercises and remains unique due to the interesting and detailed historical remarks about the development of the important concepts and results in complex analysis.

F. Haslinger (Wien)

M. Schechter: Principles of Functional Analysis. Second Edition. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 36.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, XXI+425 S. ISBN 0-8218-2895-9 H/b $ 59,00.

Im Vergleich zu den klassischen, französischen Lehrbüchern der Funktionalanalysis (J. Dieudonné : <Fondements de l'analyse moderne>, L. Schwartz : <Topologie générale et analyse fonctionelle>, <Analyse hilbertienne>, H. Brézis : <Analyse fonctionelle>) oder W. Rudins 'Functional Analysis' ist vorliegendes Lehrbuch *elementarer* (beschränkte und unbeschränkte Operatoren in Hilbert- und Banachräumen) und *informeller*. Es versucht von Anwendungen in der Analysis her zu motivieren und ist — ähnlich wie das Heusersche Funktionalanalysislehrbuch — „integralgleichungslastig". Dies schlägt sich auch in der Aufnahme eines neuen Kapitels über „Maße von Operatoren" (z.B.: „Maß der Nicht-Kompaktheit eines Operators") nieder. Die Verstärkung des informellen Stils gegenüber der 1. Auflage ist wohl eine Konzession an den Zeitgeist (69: 'Wait a minute', 78: 'I'll bet you', 95: 'We used a mountain to crush a flea'). Trotzdem ist das Buch eine hervorragende und empfehlenswerte Einführung in die Operatorentheorie, zu der der Autor wesentliche Beiträge geleistet hat ([S], [S1]–[S6] im Literaturverzeichnis).

Neu in der 2. Auflage sind zwei Anhänge: eine Liste der wichtigen Theoreme und ein Glossarium der Begriffsbildungen. Ebenso wurden am Ende jedes der 15 Kapitel mehrere neue Übungsaufgaben formuliert. Gegenüber der 1. Auflage habe ich auch den größeren Druck als wohltuend empfunden.

N. Ortner (Innsbruck)

Mathematische Physik — Mathematical Physics — Physique mathématique

V. V. Chepyzhov, M. I. Vishik: Attractors for Equations of Mathematical Physics. (AMS Colloquium Publications, Vol. 49.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2002, XI+363 S. ISBN 0-8218-2950-5 H/b $ 69,00.

One of the major aims in the study of evolution equations of mathematical physics is the investigation of the behaviour of the solutions of these equations for large time or when time tends to infinity. Here physicists and engineers often ask the question whether the infinite dimensional system can be replaced or at least be approximated by a finite dimensional one.

In the last decades, considerable progress has been achieved in this area. For several basic evolution equations of mathematical physics defined on infinite dimensional phase spaces, it could be proved that their asymptotic behaviour is governed by finite dimensional or infinite dimensional attractors. Typical examples are the two-dimensional Navier-Stokes system, various classes of reaction diffusion systems and nonlinear dissipative wave equations, to name a few. For them the existence of global attractors could be shown, and estimates for their finite Hausdorff and fractal dimension were found. For those equations which still have infinite dimensional attractors, the Kolmogorov entropy can be used for the characterisation of their complexity.

The book is divided into three parts. In Part 1 autonomous equations and in Part 2 non-autonomous equations are treated. In Part 3 equations are treated for which the solution of the corresponding Cauchy problem exists on any time interval but is not unique. A typical example is the 3D Navier Stokes system.

Also the question, important in applications, of the finite dimensional approximation of attractors is addressed.

This book, written by two experts, presents the current state of the subject and is a competent mathematical reference for mathematicians but also for physicists and engineers to learn what is known in this practically very important field.

H. Troger (Wien)

J. G. Harris: Linear Elastic Waves. (Cambridge Texts in Applied Mathematics.) Cambridge University Press, 2001, XV+162 S. ISBN 0-521-64368-6 H/b £ 47,50, ISBN 0-521-64383-X P/b £ 17,95*.

Dieses Büchlein ist eine mathematisch konzise, modernisierte Version klassischer Werke zur Wellenausbreitung wie K. F. Graff (Wave Motion in Elastic Solids, Oxford, 1975), J. Miklowitz (The Theory of Elastic Waves and Waveguides, North-Holland, 1978) oder J. D. Achenbach (Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland, 1973). Linearität wird (als erste Näherung) vorausgesetzt, um grundlegende Effekte qualitativ wie quantitativ besser erfassen zu können. Ausgangsgleichungen sind die elastodynamischen Gleichungen in homogenen, isotropen Medien. In Section 2 — Kinematical Description of Waves — werden ebene und zeitharmonische Wellen als Lösungen studiert sowie die “asymptotic ray expansion”. In Section 3 folgen Reflexion und Brechung an einer ebenen Fläche sowie Rayleigh-Wellen. Die Fundamentalmatrix (= Greenscher Tensor) des zeitharmonischen elastodynamischen Systems wird in 4. hergeleitet und angewendet zur Herleitung einer Integralgleichung für die Streuung einer Welle an einem elastischen Einschluss. Im Abschnitt „Strahlung und Beugung“ werden u.a. das Lambsche Problem mit der Cagniard-deHoop-Methode und die Beugung einer *antiplane shear wave* an einer Kante mit der Wiener-Hopf-Methode behandelt. Dabei wird großer Wert auf die asymptotische Auswertung der als Lösung auftretenden Integrale gelegt, wozu — wie überall — als mathematische Werkzeuge das Lemma von Watson, die Methode des steilsten Abstiegs und die Methode der stationären Phase bereitgestellt werden.

Zusammenfassend: das Buch ist eine ebenbürtige Ergänzung etwa zu U. B. Poruchikov (Methods of the Classical Theory of Elastodynamics, Springer, 1993) und führt — allerdings sehr gedrängt — heran bis zur modernen Forschung.

N. Ortner (Innsbruck)

J. Lighthill: Waves in Fluids. (Cambridge Mathematical Library.) Cambridge University Press, 2001, XV+504 S. ISBN 0-521-01045-4 P/b £ 21,95.

Das Buch enthält vier Kapitel, Übungsaufgaben, einen Epilog sowie ein umfangreiches Literaturverzeichnis. Das erste Kapitel ist der Akustik gewidmet. Hier werden einfache Quellen, Dipole, sowie die Strahlung von Quadrupolen, Kugeln und ebenen Wänden betrachtet, weiters Streuungseffekte an kompakten Körpern. Das zweite Kapitel behandelt eindimensionale Wellen in Flüssigkeiten. Dazu gehören Röhren und Kanäle, Verengungen und Verzweigungssysteme, nichtlineare ebene Wellen und Schockwellen. Das dritte Kapitel behandelt Wasserwellen. Hier werden Oberflächen-Gravitationswellen, Wellen im Tiefwasser, die Fourieranalyse von Streusystemen, Wellenmuster, die durch Hindernisse in einem stetigen Strom entstehen, sowie Schiffswellen besprochen. Das vierte Kapitel analysiert innere Wellen, sowohl im Ozean wie auch in der Atmosphäre. In dem Buch werden jeweils die Gleichungen, die die Phänomene beschreiben, dargestellt; auf eine naheliegende numerische Behandlung wurde verzichtet.

J. Hertling (Wien)

E. G. P. Rowe: Geometrical Physics in Minkowski Spacetime. With 112 Figures. (Springer Monographs in Mathematics.) Springer, London u.a. 2001, XV+248 S. ISBN 1-85233-366-9 H/b DM 119,–.

Dieses Buch ist laut Vorwort nicht für den völligen Neuling auf dem Gebiet der speziellen Relativitätstheorie geschrieben Der Verfasser möchte darin die in ihr auftretenden kinematischen und physikalischen Begriffe und Zusammenhänge im Lichte der Minkowskiraumstrukturen formulieren. Diese von der Wahl eines bestimmten Bezugssystems unabhängigen Strukturen werden in beschwörend wirkender Häufigkeit als geometrisch, und, damit gleichgesetzt, als absolut bezeichnet.

Die anfängliche Darlegung ist durch ein oft treffendes Eingehen auf die Notwendigkeit gekennzeichnet, beim Aufbau des raumzeitlichen Beschreibungsgerüstes (z. B. bei der Wahl des Synchronisierungsverfahrens für Uhren) Festsetzungen zu treffen, deren Konsistenz nur durch das Experiment belegt werden kann, ferner durch gute Erklärungen der bekannten relativistischen Effekte.

Die weitere Entwicklung der mathematischen Gefüge erfolgt dagegen nicht immer so durchsichtig. So beginnt der Abschnitt über Vektoren mit einer etwas langatmigen Einführung einer affinen Struktur auf dem Minkowskiraum, ohne dass dies an geeigneter Stelle beim Namen genannt wird. Auch die Art der Vorstellung von Dyaden (statt Tensoren) sowie die Vermeidung von Differenzialformen zur „geometrischen“ Formulierung der Maxwell-Gleichungen liegen auf dieser Linie.

Somit trifft aus der Sicht des Besprechers die anfangs angeführte Einschränkung in noch stärkerem Maße zu: das Buch ist vor allem als Ergänzung zu anderen Quellen zu empfehlen.

W. Bulla (Graz)

Angewandte Mathematik — Applied Mathematics — Mathématiques appliquées

E. Cumberbatch, A. Fitt (eds.): Mathematical Modeling. Case Studies from Industry. Cambridge University Press, 2001, XV+299 S. ISBN 0-521-65007-0 H/b £ 65,00, ISBN 0-521-01173-6 P/b £ 23,95*.

Von 23 Autoren aus 7 Ländern und 3 Kontinenten werden insgesamt 13 Probleme dargestellt, die in der Industrie auftraten und mit Hilfe von mathematischer Modellbildung und dem darauffolgenden Einsatz geeigneter mathematischer Methoden gelöst werden konnten. Der Band beginnt mit einer kurzen Einführung, in der Gleichungen (vor allem aus Physik, Mechanik und Strömungsmechanik) zusammengestellt sind, die für viele dieser Anwendungen benötigt werden. Es folgen die erwähnten Fallstudien, die stets mit einer verbalen Beschreibung des industriellen Vorganges und der dabei aufgetretenen Fragen beginnen. Erst dann folgt die mathematische Formulierung, an die sich theoretische Analyse und numerische Betrachtungen sowie die Diskussion der Problemlösung anschließen. Zu jedem Kapitel wird nicht nur die benötigte Literatur angegeben, sondern auch Name, Adresse und email-Adresse des(r) Autor(en), was an einem Problem besonders interessierten Lesern die entsprechende Kontaktaufnahme erleichtert. Die Anwendungen selbst betreffen sehr unterschiedliche Gebiete, das Spektrum reicht — um nur einige zu nennen — von der Untersuchung des Gasflusses durch einen Schneckenkompressor, des Wachstums von Kristallen, über die Frage, was beim Kochen mit dem einzelnen Getreidekorn geschieht oder wie sich epidemische Krankheiten bei Tieren ausbreiten, zur Analyse der möglicherweise zum Zerreißen führenden Spannung des Papiers in modernen Druckanlagen von Zeitungen.

Die einzelnen Beiträge sind interessant gestaltet und gut lesbar geschrieben. Damit ist dieser Band nicht nur für den Unterricht über Methoden der angewandten Mathematik eine gute Hilfe, sondern er lehrt auch die eigentliche Modellbildung, die hier gleichberechtigt neben — oft anspruchsvollen — mathematischen Methoden steht und nicht nur Anlaß für die Darstellung derselben ist. Insgesamt von Interesse für Studierende höherer Semester und für Lehrende im akademischen Bereich.

I. Troch (Wien)

C. Hillermeier: Nonlinear Multiobjective Optimization. A Generalized Homotopy Approach. (International Series of Numerical Mathematics, Volume 135.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2001, 135 S. ISBN 3-7643-6498-X H/b $ 59,95.

Entwurfsaufgaben der (industriellen) Praxis werden oft als Problem der Vektor-Optimierung mit Nebenbedingungen formuliert. Dieser wichtige Ansatz hat die Bestimmung der Menge der Pareto-optimalen Punkte zum Ziel. Der vorliegende Band wird am besten als erweiterter Forschungsbericht charakterisiert, d.h. im Zentrum steht die Vorstellung einer neuen Methode zur Lösung dieser Aufgabe.

Nach einer kurzen Einführung in die Problemstellung und der Formulierung zweier Aufgaben mit Industriebezug gibt der Autor zunächst einen kurzen, sehr gut lesbaren Überblick über verschiedenen deterministische Lösungsmethoden, die auf der Zurückführung auf eine klassische Optimierungsaufgabe in Verbindung mit Variation der dazu verwendeten Parameter beruhen, wobei der Autor Vor- und Nachteile kurz, aber sehr anschaulich diskutiert. Mit der anschließenden, relativ ausführlichen Darstellung einer neuen, erfolgversprechenden stochastischen Methode will der Autor zu weiteren Forschungen in dieser Richtung anregen. Eine Zusammenstellung der benötigten Grundbegriffe (vor allem der Differentialtopologie) leitet zum Hauptteil über, der Darstellung des neuen Verfahrens in Theorie und Praxis. Dieses beruht auf der Betrachtung der Pareto-optimalen Menge als differenzierbarer Mannigfaltigkeit, wofür im theoretischen Teil notwendige und hinreichende Bedingungen angegeben werden. In Verbindung mit einer verallgemeinerten Homotopiemethode erlaubt dies die numerische Bestimmung der Pareto-optimalen Menge. Die entsprechenden Algorithmen werden in übersichtlicher Form dargestellt. Abgeschlossen wird der Band mit der Darstellung und Diskussion von numerischen Ergebnissen für ein akademisches Beispiel sowie für die beiden Anwendungsaufgaben der Einleitung.

Der für Forscher und Anwender gleichermaßen interessante Band ist sehr gut lesbar, wozu nicht zuletzt die guten Zeichnungen beitragen.

I. Troch (Wien)

Wahrscheinlichkeistheorie und Statistik — Probability Theory and Statictics — Théorie des probabilités, statistique

N. Balakrishnan, I. A. Ibragimov, V. B. Nevzorov (Eds.): Asymptotic Methods in Probability and Statistics with Applications. (Statistics for Industry and Technology.) Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, XXIII+549 S. ISBN 0-8176-4214-5, 3-7643-4214-5 H/b sFr 168,00.

Anlässlich des 50-jährigen Bestandes des Lehrstuhls für Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik wurde vom 24. bis 28. Juni 1998 an der Universität St. Petersburg eine internationale Tagung mit 125 Forschern aus 18 Ländern abgehalten. Der vorliegende Sammelband enthält eine referierte Auswahl von 38 eingeladenen Vorträgen. Es sei daran erinnert, dass der weltbekannte Ruf der 150 Jahre alten St. Petersburger Schule für Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik vor allem zurückzuführen ist auf das Wirken von berühmten Forschern wie Tschebyscheff, Lyapunov, Markov, Bernstein und Linnik, dem Begründer und ersten Inhaber des oben erwähnten Lehrstuhls. Einige Schüler Linniks befinden sich auch unter den Autoren.

Die mathematisch anspruchsvollen und originären Beiträge geben den aktuellen Stand der Grundlagenforschung auf dem Gebiet der asymptotischen Methoden wieder. In diesem Zusammenhang ist auch der Begriff *Applications* im Buchtitel klarzustellen. Jene Leser, die im Band Anwendungen auf reale Probleme suchen, werden entt"auscht sein. Es sind lediglich als Anwendungen bezeichnete Illustrationsbeispiele zu neuen theoretischen Ans"atzen zu finden. Die Artikel decken ein breites Spektrum an Fragestellungen ab und sind zehn Themenbereichen zugeordnet: *Probability Distributions* (2 Beitr"age), *Characterizations of Distributions* (3), *Probability and Measures in High-Dimensional Structures* (9), *Weak and Strong Limit Theorems* (4), *Large Deviation Probabilities* (2), *Empirical Processes, Order Statistics, and Records* (6), *Estimation of Parameters and Hypotheses Testing* (6), *Random Walks* (2), *Miscellanea* (2), *Applications to Finance* (2).

Das Werk gibt einen guten Einblick in die neuesten Entwicklungen und grundlegenden asymptotischen Methoden der Stochastik. Es wendet sich in erster Linie an Wahrscheinlichkeitstheoretiker und mathematische Statistiker, die sich in diesen Problemkreis weiter vertiefen wollen.

E. Stadlober (Graz)

H. Bauer: Wahrscheinlichkeitstheorie. 5., durchgesehene und verbesserte Auflage. (deGruyter Textbuch.) Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2002, XIX+ 520 S. ISBN 3-11-017236-4 P/b € 36,95.

Es handelt sich um die fünfte Auflage eines weithin bekannten Klassikers, weshalb es vor allem von Interesse ist, die Veränderungen gegenüber den bisherigen Auflagen zu erwähnen. Gegenüber der letzten 4. Auflage (1990) handelt es sich dabei nur um die Korrektur von Druckfehlern, sodass die Inhaltsverzeichnisse inklusive Seitenzahlen identisch sind. Die wesentlichen Veränderungen fanden zwischen der 3. und 4. Auflage statt. Davor trug das Buch den Titel „Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Maßtheorie“. (Die rein maßtheoretischen Teile bilden nun den Kern eines anderen Buches mit dem Titel „Maß- und Integrationstheorie“.) Die wichtigsten Unterschiede zwischen den alten und den beiden letzten Auflagen sind die folgenden:

Die Kapitel I (Grundbegriffe der Theorie), II (Unabhängigkeit), III (Gesetze der großen Zahlen), V (Fourier-Analyse) und VI (Grenzverteilungen) entsprechen in hohem Maße gewissen älteren Teilen. Wesentlich umfangreicher als die entsprechenden früheren Teile sind dagegen das neue Kapitel IV (Martingale) und die beiden abschließenden Kapitel VIII (Konstruktion stochastischer Prozesse) und IX (Brownsche Bewegung). Kapitel VII (Gesetz vom iterierten Logarithmus) ist überhaupt neu.

Das Buch stellt eine in der mathematischen Lehrbuchliteratur selten in diesem Ausmaß gelungene Synthese von Präzision, Klarheit, Lesbarkeit, Übersichtlichkeit und inhaltlicher Fülle dar. Es darf wohl unbestritten als das Standardlehrbuch für Wahrscheinlichkeitstheorie gelten, besonders innerhalb der deutschsprachigen Literatur.

R. Winkler (Wien)

B. Bollobás: Random Graphs. Second Edition. (Cambridge Studies in Advanced Mathematics 73.) Cambridge University Press, 2001, XVIII+498 S. ISBN 0-521-80920-7 H/b £ 75,00, ISBN 0-521-79722-5 P/b £ 29,95*.

From the Publisher’s description: “This is a new edition of the now classic text. The already extensive treatment given in the first edition has been heavily revised by the author. The addition of two new sections, numerous new results, and over 150 references means that this represents an up-to-date and comprehensive account of random graph theory. One of the aims of the theory (founded by Erdős and Rényi in the late 1950s) is to estimate the number of graphs of a given order that exhibit certain properties. This is achieved with the use of probabilistic ideas as opposed to an exact deterministic approach. This theory not only has numerous combinatorial applications, but also serves as a model for the probabilistic treatment of more complicated random structures.”

From a review by C. McDiarmid of the original version: “Imagine a random graph as a living organism which evolves in time. It is born as a set of n isolated vertices and develops by successively acquiring edges at random. It turns out that many properties of interest tend to appear rather suddenly, and a main part of the theory of random graphs concerns these “thresholds.” For example, the function $n\log(n)/2$ is a threshold for connectedness in the following sense: if $\omega(n) \to \infty$, no matter how slowly, as $n \to \infty$, then the proportion of graphs on n vertices with about $n(\log n - \omega(n))/2$ edges which are connected tends to 0, and if we replace $-\omega(n)$ here by $+\omega(n)$ then the proportion tends to 1. This result is from early (1959) work of Erdős and Rényi, and from such beginnings has now grown a very active field with an extensive literature. There are many beautiful results in the theory of random graphs, and the main aim of the book is to introduce the reader to these results and to methods which prove them. This book is the first systematic and extensive account of a substantial body of methods and results from the theory of random graphs. It is largely self-contained, with wide coverage. It deals with probabilistic rather than enumerative approaches, and thus, for example, omits the extensive theory of random trees.”

Conclusion: This is a classic textbook suitable not only for mathematicians. It has clearly passed the test of time.

H. Prodinger (Johannesburg)

F. den Hollander: Large Deviations. (Fields Institute Monographs 14.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2000, X+143 S. ISBN 0-8218-1989-5 H/b \$ 49,–.

Die Theorie der großen Abweichungen (“large deviations”) hat sich im Verlauf der letzten 40 Jahre als wichtiges Gebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie etabliert.

Der einfachste Ausgangspunkt ist eine Summe S_n von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen X_k mit Mittel μ und endlicher Varianz. Man interessiert sich für die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen $\{S_n/n \geq \mu + a\}$, was angesichts des Gesetzes der großen Zahlen eine große Abweichung vom Mittelwert beschreibt. Im Zentrum des Interesses steht die exponentielle Rate, mit der diese Wahrscheinlichkeiten für $n \to \infty$ gegen 0 streben, als Funktion des Abweichungsparameters $a > 0$. Soweit eine kurze Einleitung für Nicht-Experten.

Die Theorie hat natürlich mannigfache Verzweigungen. Der Autor des Buches ist ein international hochangesehener Experte auf diesem Gebiet, der Theorie mit Anwendung in eindrucksvoller Weise zu verbinden weiß.

Das Buch präsentiert sich in zwei gleich großen Teilen: A. Theorie und B. Anwendungen. Teil A umfaßt die Theorie der großen Abweichungen für Folgen unabhängiger, identisch verteilter Zufallsvariablen, für generelle Folgen von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf polnischen Räumen, für Markovketten mit diskreter sowie stetiger Zeit und schließlich für allgemeinere Folgen von schwach abhängigen

Zufallsvariablen.

Teil B beginnt mit einer Anwendung auf die Optimalität von Neyman-Pearson-Tests und umfaßt weiters Kapitel über Irrfahrten in zufälliger Umgebung, Wärmeleitung mit zufälligen Quellen und Senken, Polymerketten und interagierende Diffusionsprozesse.

Jedes Kapitel enthält Übungsbeispiele, deren Lösungen man im Anhang findet.

Den Abschluß bildet eine sorgfältig erstellte Bibliographie mit allen relevanten Literaturangaben.

Das Buch ist sehr gut geschrieben, für Experten unverzichtbar und sowohl zum Selbststudium als auch als Grundlage für fortgeschrittene Lehrveranstaltungen gut geeignet.

W. Woess (Graz)

E. J. Dudewicz, B. L. Golden, Z. Govindarajulu (Eds.): Modern Statistical Classification, Comparison, Ranking and Selection, III. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 44.)[1] American Sciences Press, Columbus, 2000, 250 S. ISBN 0-935950-48-6 P/b $ 195,00.

Das *American Journal of Mathematical and Management Sciences* (AJMMS) deckt eine breite Palette von Gebieten im Zusammenhang mit “mathematical and management sciences” ab, u.a. Statistik, Wahrscheinlichkeit, Entscheidungs- und Informationstheorie, Operations Research, Epidemiologie, Computerwissenschaften, Expertensysteme, Artificial Intelligence. Die vorliegenden Nummern 3 und 4 der 20. Ausgabe widmen sich speziell der Thematik der modernen statistischen Klassifikation. Insgesamt enthält diese Sonderausgabe zwölf Beiträge, die thematisch verschiedensten Bereichen der statistischen Klassifikation zuzuordnen sind. David J. Hand, um einen der bekannteren Autoren zu nennen, beschäftigt sich in seinem Beitrag mit modernen statistischen Klassifikationsverfahren zur Analyse von Daten aus der Finanzwirtschaft. Der Autor setzt sich dabei speziell mit dem Problem von großen Datenmengen, der Komplexität der Daten und der damit verknüpften Rechenzeit auseinander.

Aufgrund der inhaltlichen Vielfalt der Artikel ist das Buch sicherlich interessant, wenn auch eher für Fachleute geeignet. Enttäuschend ist die Uneinheitlichkeit beim Satz. Jeder Beitrag hat einen anderen Stil und ein anderes Schriftbild, das zum Teil sehr gewöhnungsbedürftig ist und manchmal an den Beginn des Computer-Zeitalters erinnert.

P. Filzmoser (Wien)

[1] Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume **20** (2000), issue 3 and 4.

M. Koller: Stochastische Modelle in der Lebensversicherung. Mit 30 Abbildungen und 15 Tabellen. Mit Diskette. Springer, Berlin u.a. 2000, XII+186 S. ISBN 3-540-66056-9 P/b DM 39,90.

Der Autor hält seit einigen Jahren die Vorlesungen über Lebensversicherungs-Mathematik an der ETH Zürich. Er verbindet in hervorragender Weise praktische Erfahrung (als verantwortlicher Aktuar der Schweizer Rentenanstalt) mit wissenschaftlichem Engagement.

Anders als in in Österreich üblich, setzt die spezifisch versicherungsmathematische Ausbildung im Rahmen der Studiengänge an der ETH Zürich erst im 5. Semester ein. Daher geht dieses Buch, das als Unterlage für diese Vorlesung entstand, davon aus, dass der Leser über ein solides Wissen aus Analysis und Wahrscheinlichkeitstheorie verfügt. Also wird die Lebensversicherung als stochastischer Prozess modelliert und die entsprechende Theorie verwendet. Dies erlaubt dem Autor, die Theorie in ihrem natürlichen Rahmen zu entwickeln, und steht im Gegensatz zu elementaren Einführungen in die Lebensversicherungs-Mathematik, die nur den Erwartungswert von Zufallsvariablen verwenden, ohne den stochastischen Hintergrund entsprechend auszuleuchten.

Der erste Teil des Buches behandelt Standard-Themen wie die Berechnung des Deckungskapitals. In der zweiten Hälfte des Buchs geht der Autor auch auf neuere Entwicklungen ein, die sowohl praktisch relevant als auch mathematisch etwas anspruchsvoller sind: Fonds-gebundene Policen, Versicherungen mit stochastischem Zins, Profit-Testing, Embedded Value.

Das Buch wird ergänzt durch einen Anhang über stochastische Integration sowie eine Diskette, die praktische Beispiele enthält.

Insgesamt ein sehr gelungenes Buch, das für alle an Versicherungsmathematik Interessierten, die die Nase ein wenig über den mathematischen Tellerrand heben wollen, viel bietet.

W. Schachermayer (Wien)

S. Kotz, T. J. Kozubowski, K. Podgórski: The Laplace Distribution and Generalizations. A Revisit with Applications to Communications, Economics, Engineering, and Finance. Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, XVIII+ 349 S. ISBN 0-8176-4166-1, 3-7643-4166-1 H/b sFr 118,00.

Dies ist die erste systematische Darstellung der Laplace-Verteilung (Doppelexponentialverteilung), ihrer Verallgemeinerungen und Erweiterungen in Buchform. Sie stellt eine gelungene Kollektion von Resultaten und Eigenschaften mit 420 Referenzen von historischen Quellen bis zu aktuellen Originalarbeiten dar.

Das Buch ist in drei Teile (I Univariate Verteilungen, II Multivariate Verteilungen und III Anwendungen) gegliedert. Im einleitenden Kapitel wird der historische Hintergrund der Laplace-Verteilung (L-Verteilung) beleuchtet. Diese wurde von

Laplace (1774) als erstes Fehlergesetz (vier Jahre vor dem zweiten Fehlergesetz, der Normalverteilung) eingeführt, bei dem der Logarithmus der Häufigkeit eines Fehlers (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) eine lineare Funktion des Fehlers ist. Bei der Normalverteilung ist dies eine quadratische Funktion. Kapitel 2 behandelt Darstellungen, Charakterisierungen, grundlegende Eigenschaften der symmetrischen L-Verteilung und deren Zusammenhänge zu anderen Verteilungen. Die auf der L-Verteilung basierende Test- und Schätztheorie ist komplizierter als bei der Normalverteilung und wird ausführlich diskutiert. Als ML-Schätzer für den Lokationsparameter erhält man hier den Median und für den Skalierungsparameter die mittlere absolute Abweichung vom Median. Asymmetrische Erweiterungen der L-Verteilung, die vor allem bei der Modellierung von Finanzdaten eine Rolle spielen, werden in Kapitel 3 betrachtet. Kapitel 4 widmet sich verwandten Verteilungen (Bessel-Funktion, Linnik) und behandelt die Laplace-Bewegung, einem speziellen Lévy-Prozess, der das Gegenstück zur Brownschen Bewegung bei Gauß-Prozessen darstellt.

Multivariate Erweiterungen der symmetrischen und asymmetrischen L-Verteilung sind Inhalt der Kapitel 5 und 6. Es werden explizite Formeln für Wahrscheinlichkeitsdichten, sowie Charakterisierungen, Mischungsdarstellungen und lineare Regressionsmodelle mit L-Fehlern betrachtet. Im speziellen eignet sich diese Verteilungsklasse für die Modellierung von asymmetrischen multivariaten Daten mit hohen Tails. In den Kapiteln 7 bis 10 wird schliesslich eine breite Palette von Anwendungen aus den Ingenieurwissenschaften (Signalerkennung, Navigation), der Finanzmathematik (Modellierung von Zinsraten, Wechselkursen und Optionspreisen, Risikomodelle), der Inventur und Qualitätskontrolle (acceptance sampling, Adjustierung der statistischen Prozesskontrolle) der Astronomie, Biologie und den Umweltwissenschaften (Größe von Sandpartikeln, Dosis-Wirkungskurven, ARMA-Modelle mit L-Fehlern) aufgezeigt.

Dieses Werk ist eine gute Mischung aus einem Lehrbuch mit ausführlichen analytischen Herleitungen und einer Faktensammlung, die den aktuellen Forschungsstand bezüglich der L-Verteilung wiedergibt. Die meisten Kapitel enthalten am Ende zum Teil sehr anspruchsvolle Übungsaufgaben. Das Buch richtet sich an einen breiten Leserkreis, reichend von mathematischen Statistikern bis zu Anwendern aus unterschiedlichen Fachbereichen. Der Leser sollte grundlegende Kenntnisse aus Analysis, Matrizenalgebra, Wahrscheinlichkeitstheorie und statistischer Schätztheorie besitzen. Als Nachschlagewerk ist es für jede Statistikbibliothek zu empfehlen.

E. Stadlober (Graz)

N. Limnios, M. Nikulin (Eds.): Recent Advances in Reliability Theory. Methodology, Practice, and Inference. (Statistics for Industry and Technology.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, XXV+514 S. ISBN 0-8176-4135-1, 3-7643-4135-1 H/b sFr 148,–.

Der vorliegende Tagungsband der *Second International Conference on Mathematical Methods in Reliability — MMR'2000* stellt eine Auswahl von 31 Beiträgen mit Autoren aus 29 Ländern dar. Die Zuverlässigkeitstheorie ist eine angewandte mathematische Disziplin mit Wurzeln in den USA (Weibull, 1938) und der ehemaligen Sowjetunion (Gnedenko, 1943), bei der die probabilistische Modellierung, die statistische Analyse und die Optimierung der Instandhaltung die wesentlichen Schwerpunkte in der Grundlagenforschung bilden.

Die Arbeiten sind acht Themenkreisen zugeordnet: Allgemeiner Ansatz (2 Beiträge), Probabilistische Modelle und Verwandtes (5), Asymptotische Analysis (4), Statistische Modelle und Datenanalyse (6), Gemeinsame Methoden für Zuverlässigkeitstheorie und Lebensdaueranalyse (3), Softwarezuverlässigkeit (2), Statistische Schätzung (6), Asymptotische Methoden in der Statistik (3). Unter anderem werden dabei die asymptotische Theorie von Prozessen, die Theorie der Semi-Markov-Prozesse, Diffusions- und Poissonapproximation, Mischprozesse, statistische Methoden des Bootstrap, Punktprozesse, Bayes-Modelle, Softwaremodelle, Test- und beschleunigte Testmethoden untersucht.

Die Artikel sind natürlich bezüglich ihres mathematischen Inhalts breit gestreut, aber in einer einheitlichen und gut lesbaren Form aufbereitet. Neben der Darstellung jüngster Entwicklungen findet man auch einige originäre, erstmals publizierte Forschungsergebnisse. Als spezielle Leserschaft kommen primär Forscher und Anwender, die an aktuellen Problemen der Zuverlässigkeitstheorie und Lebensdaueranalyse interessiert sind, in Frage.

E. Stadlober (Graz)

R.-D. Reiss, M. Thomas: Statistical Analysis of Extreme Values. From Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields. Second edition. Mit CD-ROM. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2001, XIX+443 S. ISBN 3-7643-6487-4 P/b sFr 78,-.

Extremwertanalysen werden traditionell in der Hydrologie zum Studium des Auftretens von Hochwasser und in der Klimatologie zur Analyse von Dürreperioden und zur Feststellung des Grades an Luftverschmutzung durchgeführt. In jüngster Zeit sind jedoch neue interessante Anwendungen aus dem Versicherungs- und Finanzbereich dazugekommen. In diesem Teilgebiet der Stochastik werden vor allem Verteilungsmodelle für Maxima und für Überschreitungen (Exzedenten) von vorgegebenen Schwellwerten studiert. Die vorliegende 2. Auflage des Buches hat gegenüber der 1. Auflage von 1997 eine Aktualisierung und umfangreiche Erweiterung von 160 Seiten erfahren. In ihr werden die derzeit gebräuchlichen Ansätze der Extremwertanalyse aus der Sicht der angewandten Statistik diskutiert. Die beigelegte CD-Rom enthält die akademische Version der unter Windows lauffähigen interaktiven Analyse-Software *Xtremes 3.0*. Durch die im Text integrierten Übungen und Demonstrationsbeispiele lernt der Leser Schritt für Schritt den Umgang mit diesem speziellen — durch explorative und graphische Methoden ergänzten — Modellierungswerkzeug.

Teil I (*Modeling and Data Analysis*) enthält in zwei Kapiteln grundlegende parametrische Methoden der Extremwertanalyse und diagnostische Hilfsmittel für die Analyse von Daten. Teil II (*Statistical Inference in Parametric Models*) beginnt in Kapitel 3 mit klassischen Verteilungsmodellen (normal, Poisson, Student-t) und stellt in den Kapiteln 4 bis 7 die wesentlichen Bestandteile der univariaten Extremwertanalyse vor. Dies sind Verteilungsmodelle für Maxima (Gumbel, Fréchet, Weibull) und Exzedenten (verallgemeinerte Paretomodelle), Zeitreihen, Statistiken für stabile Verteilungen (Koautor J. P. Nolan) und Poisson-Prozesse. Teil III (*Elements of Multivariate Statistical Analysis*) erörtert in den Kapiteln 8 bis 10 grundlegende multivariate Konzepte und Visualisierungen, Modelle für multivariate Maxima (Gumbel-McFadden-Modell) und bivariate Spitzen über einem Schwellwert (Koautor M. Falk). Teil IV (*Topics in Hydrology, Insurance and Finance*) behandelt in vier Kapiteln einige interessante Fragestellungen: *Flood Frequence Analysis* (Koautor J. R. M. Hosking), *The Impact of Large Claims on Actuarial Decisions* (M. Radtke), *Extreme Returns in Asset Prices* (C. G. de Vries, S. Caserta) und *Other Important Applications* mit Abschnitten über Korrosionsanalyse und die Lebensdauer von Menschen (E. Kaufmann). Teil V (*Case Studies in Extreme Value Analysis*) zeigt an Hand von fünf Anwendungen der Extremwertanalyse unterschiedliche Einsatzmöglichkeiten von *Xtremes* auf. Im Anhang werden des Menüsystem und der Formeleditor von *Xtremes* sowie das Programm *StatPascal*, eine Erweiterung von *Xtremes*, in aller Kürze eingeführt. Die CD-Rom enthält 58 Datensätze, die durch zusätzliche Daten auf der Web-Seite *http://www.xtremes.de* ergänzt werden können. Mit der akademischen Version von *Xtremes* konnte der Rezensent prinzipiell gute Erfahrungen sammeln. Einzig die Beschränkung auf 1000 analysierbare Datenzeilen verhinderte, dass einige wenige Demonstrationsbeispiele nicht ausgeführt werden konnten.

Das Buch eignet sich in der Lehre als Grundlage für eine praxisorientierte Einführung in die Extremwertanalyse und in der angewandten Forschung als Handbuch für Risikoanalysen, die von angewandten Statistikern und Praktikern aus Industrie, Versicherung und Finanz mit Hilfe von Extremwertstatistiken durchgeführt werden können.

E. Stadlober (Graz)

Einführungen — Introductory — Ouvrages introductoires

H. Amann, J. Escher: Analysis III. (Grundstudium Mathematik.) Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2001, XII+480 S. ISBN 3-7643-6613-3 H/b € 29,00.

Die Autoren betonen im Vorwort, daß auch der vorliegende dritte Band wesentlich mehr Stoff enthält, als von einer „Einführung in die Analysis“ erwartet werden kann. Es wird Wert auf eine möglichst allgemeine Darstellung gelegt, um mehr von der Schönheit und Größe des mathematischen Gebäudes zu zeigen und das Abstraktionsvermögen der Leser zu fördern.

Das Buch ist in vier Kapitel gegliedert: I. Elemente der Maßtheorie, II. Integrationstheorie, III. Mannigfaltigkeiten und Differentialformen, IV. Integration auf Mannigfaltigkeiten.

Das erste Kapitel ist den σ-Algebren, der Konstruktion der auf Lebesgue, Stieltjes und Hausdorff zurückgehenden äußeren Maße und einem ausführlichen Studium des Lebesgueschen Maßes gewidmet. Im zweiten Kapitel werden im ersten Teil Integrale über allgemeinen Maßräumen studiert. Es werden μ-meßbare Funktionen und meßbare numerische Funktionen untersucht. Nach Einführung des allgemeinen Bochner-Lebesgueschen Integrals werden die wichtigen Konvergenzsätze behandelt. Ein Paragraph widmet sich der elementaren Theorie der Lebesgueschen Räume. Im zweiten Teil des zweiten Kapitels werden Integrale bezüglich des Lebesgueschen Maßes untersucht. Dieser Teil widmet sich dem n-dimensionalen Bochner-Lebesgue-Integral, dem Satz von Fubini, dem Studium der Faltung, dem Transformationssatz und einigen Grundtatsachen über die Fouriertransformation. Im dritten Kapitel werden zunächst Untermannigfaltigkeiten einer gegebenen Mannigfaltigkeit untersucht und berandete Mannigfaltigkeiten eingeführt. Nach einer Darstellung der benötigten Resultate der Multilinearen Algebra werden Differentialformen auf offenen Teilmengen euklidischer Räume behandelt. Diese lokale Theorie wird dann globalisiert, und es wird ausführlich die Orientierbarkeit von Mannigfaltigkeiten diskutiert. Die beiden letzten Paragraphen dieses Kapitels sind Riemannschen Metriken und der Vektoranalysis gewidmet. Im vierten Kapitel wird die Integrationstheorie auf Mannigfaltigkeiten ausgedehnt. Nach Einführung des Riemann-Lebesgueschen Maßes einer Mannigfaltigkeit wird die Theorie der Kurvenintegrale verallgemeinert: Integrale von m-Formen über m-dimensionale Mannigfaltigkeiten. Der letzte Paragraph ist dem Stokesschen Integralsatz gewidmet, dem Höhepunkt der Differential- und Integralrechnung auf Mannigfaltigkeiten.

C. Nowak (Klagenfurt)

R. F. Churchhouse: Codes and ciphers. Julius Caesar, the Enigma and the internet. Cambridge University Press, 2002, X+240 S. ISBN 0-521-81054-X H/b £ 40,00, ISBN 0-521-00890-5 P/b £ 14,95*.

Dieses Buch bietet einen guten Überblick über die Entstehung der Kryptographie und wendet sich an Leser ohne besondere mathematische Kenntnisse. Ausgehend von Cäsar werden verschiedene Verschlüsselungsverfahren der „Vor-Computer-Zeit" vorgestellt und auf Attacken analysiert. Ausführlich und sehr kompetent werden auch die Verfahren der mechanischen Verschlüsselungsmaschinen *Enigma* und *Hagelin* aus der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts beschrieben. Die letzten 30 Seiten beschäftigen sich mit den Herausforderungen durch den Computer: die Idee von Public-Key-Kryptographie (insbesondere RSA) sowie DES wird vorgestellt. Auf den letzten beiden Seiten des mathematischen Anhangs, der sonst gut gelungen ist, hat den Autor offenbar die Lust am Schreiben verlassen: der Text über "Elliptic curve cryptography" wirkt zusammenhangslos, und die Addition von Punkten auf elliptischen Kurven ist falsch erklärt.

G. Lettl (Graz)

M. D. Davis: The Math of Money. Making Mathematical Sense of Your Personal Finances. Copernicus Books, an Imprint of Springer-Verlag, New York, 2001, 199 S. ISBN 0-387-95078-8 H/b DM 59,81.

Das vorliegende Buch beschreibt aus mathematischer Sicht einige Gebiete aus Ökonomik und Finanz, jedoch ohne dabei rigorose Beweise anzugeben, sondern verwendet hauptsächlich heuristische Argumente. Dabei werden wichtige Formeln zwar angeführt, aber nicht bewiesen.

Das Buch behandelt verschiedene „Gebiete", wie etwa Spekulation, Wert von Rentenpapieren oder Verzinsung aus der Perspektive des Geldanlegers wie des Kreditnehmers, die Rettung des Ersparten vor der Inflation und schließlich auch noch Spieltheorie. Davis legt auch Wert darauf, angeblich todsichere Systeme, wie man in Casinos gewinnen kann, zu widerlegen.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass zum Verständnis des Buches beinahe kein mathematisches Wissen vorausgesetzt wird, es genügt Maturaniveau. Das Buch ist für Personen zu empfehlen, die eine leichte Abendlektüre haben wollen, nicht jedoch für den ernsthaften Wissenschafter.

M. Predota (Graz)

W. Preuß, G. Wenisch: Lehr- und Übungsbuch Mathematik für Informatiker. Lineare Algebra und Anwendungen. 2., überarbeitete Auflage. Mit 104 Bildern, 174 Beispielen und 222 Aufgaben mit Lösungen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2002, 328 S. ISBN 3-446-22063-1 H/b € 29,90.

Dieser Band aus der Reihe „Lehr- und Übungsbuch Mathematik" richtet sich an Fachhochschüler aus dem Informatik-Bereich. Er besteht neben einem Grundlagenteil (Mengen, Abbildungen) aus dem klassischen Stoff inklusive linearer Optimierung und darüberhinaus aus Kapiteln über algebraische Strukturen, Graphentheorie und Kryptologie. Der Stoff ist weitgehend verständlich aufbereitet und anhand von Musterbeispielen erklärt. Darüberhinaus sind zahlreiche Aufgaben mit ausführlichen Lösungen enthalten. An einigen Stellen wären mehr praxisbezogene Beispiele wünschenswert gewesen. Auf den Einsatz eines Computeralgebrasystems wurde verzichtet.

S. Teschl (Wien)

P. Stingl: Einstieg in die Mathematik für Fachhochschulen. 2. Auflage. Mit über 400 Aufgaben und den zugehörigen vollständigen Lösungsgängen. Carl Hanser Verlag, München, 2002, 127 S. ISBN 3-446-21950-1 P/b € 14,90.

Das vorliegende Buch soll Studienanfängern an Fachhochschulen ermöglichen, im Selbststudium die nötigen Inhalte aus der Oberstufe zu wiederholen. Dazu werden zu jedem behandelten Thema die theoretischen Grundlagen kurz zusammengefasst und dann in vollständig gelösten Aufgaben angewandt.

S. Teschl (Wien)

W. Walter: Analysis 1. Sechste, korrigierte und erweiterte Auflage. Mit 145 Abbildungen. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, XV+398 S. ISBN 3-540-41984-5 P/b DM 53,90.

Dieses Buch gehört derzeit zu den Standardlehrbüchern für Analysis, und die positiven Urteile der Rezensenten früherer Auflagen (IMN 145, S. 56 und IMN 185, S. 57) können nur bestätigt werden.

Inhaltlich fällt auf, daß der Autor im 1. Band die reelle Theorie in den Vordergrund stellt und (mögliche) Parallelen zur komplexen Theorie nur andeutet. Für die (eindimensionale) Integralrechnung wird das Riemannsche Integral verwendet. Jeder Paragraph beginnt mit einem Überblick über die historische Entwicklung, was gemeinsam mit vielen Anwendungsbeispielen wohl ebenso motivierend ist wie die vielen kleinen Ausblicke auf weiterführende oder später zu behandelnde Themen.

Insgesamt kann dieses Lehrbuch sowohl zum Selbststudium als auch als Begleitlektüre zu einer „Analysis 1 Vorlesung" uneingeschränkt empfohlen werden.

G. Lettl (Graz)

Internationale Mathematische Nachrichten

2002 Fields Medals and Nevanlinna Prize

The 2002 Fields Medals and the 2002 Nevanlinna Prize have been awarded in Beijing, China, on Tuesday 20 August at the 2002 International Congress of Mathematicians (ICM). The Fields Medal is the world's highest award for achievement in mathematics. The Nevanlinna Prize is among the most prestigious international awards for achievement in theoretical computer science. Both are presented by the International Mathematical Union.

The 2002 Fields Medalists are *Laurent Lafforgue* (Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bures-sur-Yvette, France) – he is recognized for making a major advance in the Langlands Program, thereby providing new connections between number theory and analysis – and *Vladimir Voevodsky* (Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey, USA) – he is recognized for developing new cohomology theories for algebraic varieties, thereby providing new insights into number theory and algebraic geometry.

The 2002 Nevanlinna Prize winner is *Madhu Sudan* (Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, USA) – he is recognized for contributions to probabilistically checkable proofs, to non-approximability of optimization problems, and to error-correcting codes.

The ICM, held every four years, is the most important international conference for mathematicians. The awarding of the Fields Medals and Nevanlinna Prize is one of the most eagerly awaited events for the world mathematical community.

"The achievements of the Fields Medalists and Nevanlinna Prize winner show great depth and originality," said Jacob Palis, President of the International Mathematical Union. "Their choice of problems, their methods, and their results are quite different from one another, and this diversity exemplifies the vitality of the whole of the mathematical sciences. The world mathematical community applauds their outstanding work."

Laurent Lafforgue

Laurent Lafforgue has made an enormous advance in the so-called Langlands Program by proving the global Langlands correspondence for function fields. His work is characterized by formidable technical power, deep insight, and a tenacious, systematic approach.

The Langlands Program, formulated by Robert P. Langlands for the first time in a famous letter to Andre Weil in 1967, is a set of far-reaching conjectures that make precise predictions about how certain disparate areas of mathematics might be connected. The influence of the Langlands Program has grown over the years, with each new advance hailed as an important achievement.

One of the most spectacular confirmations of the Langlands Program came in the 1990s, when Andrew Wiles's proof of Fermat's Last Theorem, together with work by others, led to the solution of the Taniyama-Shimura-Weil Conjecture. This conjecture states that elliptic curves, which are geometric objects with deep arithmetic properties, have a close relationship to modular forms, which are highly periodic functions that originally emerged in a completely different context in mathematical analysis. The Langlands Program proposes a web of such relationships connecting Galois representations, which arise in number theory, and automorphic forms, which arise in analysis.

The roots of the Langlands program are found in one of the deepest results in number theory, the Law of Quadratic Reciprocity, which goes back to the time of Fermat in the 17th century and was first proved by Carl Friedrich Gauss in 1801. An important question that often arises in number theory is whether, upon dividing two prime numbers, the remainder is a perfect square. The Law of Quadratic Reciprocity reveals a remarkable connection between two seemingly unrelated questions involving prime numbers p and q: "Is the remainder of p divided by q a perfect square?" and "Is the remainder of q divided by p a perfect square?" Despite many proofs of this law (Gauss himself produced six different proofs), it remains one of the most mysterious facts in number theory. Other reciprocity laws that apply in more general situations were discovered by Teiji Takagi and by Emil Artin in the 1920s. One of the original motivations behind the Langlands Program was to provide a complete understanding of reciprocity laws that apply in even more general situations.

The global Langlands correspondence proved by Lafforgue provides this complete understanding in the setting not of the ordinary numbers but of more abstract objects called function fields. One can think of a function field as consisting of quotients of polynomials; these quotients can be added, subtracted, multiplied, and divided just like the rational numbers. Lafforgue established, for any given function field, a precise link between the representations of its Galois groups and the automorphic forms associated with the field. He built on work of 1990 Fields Medalist Vladimir Drinfeld, who proved a special case of the Langlands correspondence in the 1970s. Lafforgue was the first to see how Drinfeld's work could be expanded to provide a complete picture of the Langlands correspondence in the function field case.

In the course of this work Lafforgue invented a new geometric construction that may prove to be important in the future. The influence of these developments is being felt across all of mathematics.

Laurent Lafforgue was born on 6 November 1966 in Antony, France. He graduated from the Ecole Normale Superieure in Paris (1986). He became an attache de recherche of the Centre National de la Recherche Scientifique (1990) and worked in the Arithmetic and Algebraic Geometry team at the Université de Paris-Sud, where he received his doctorate (1994). In 2000 he was made a permanent professor of mathematics at the Institut des Hautes Etudes Scientifiques in Bures-sur-Yvette, France.

Vladimir Voevodsky

Vladimir Voevodsky made one of the most outstanding advances in algebraic geometry in the past few decades by developing new cohomology theories for algebraic varieties. His work is characterized by an ability to handle highly abstract ideas with ease and flexibility and to deploy those ideas in solving quite concrete mathematical problems.

Voevodsky's achievement has its roots in the work of 1966 Fields Medalist Alexandre Grothendieck, a profound and original mathematician who could perceive the deep abstract structures that unite mathematics. Grothendieck realized that there should be objects, which he called "motives," that are at the root of the unity between two branches of mathematics, number theory and geometry. Grothendieck's ideas have had widespread influence in mathematics and provided inspiration for Voevodsky's work.

The notion of cohomology first arose in topology, which can be loosely described as "the science of shapes." Examples of shapes studied are the sphere, the surface of a doughnut, and their higher-dimensional analogues. Topology investigates fundamental properties that do not change when such objects are deformed (but not torn). On a very basic level, cohomology theory provides a way to cut a topological object into easier-to-understand pieces. Cohomology groups encode how the pieces fit together to form the object. There are various ways of making this precise, one of which is called singular cohomology. Generalized cohomology theories extract data about properties of topological objects and encode that information in the language of groups. One of the most important of the generalized cohomology theories, topological K-theory, was developed chiefly by another 1966 Fields Medalist, Michael Atiyah. One remarkable result revealed a strong connection between singular cohomology and topological K-theory.

In algebraic geometry, the main objects of study are algebraic varieties, which are the common solution sets of polynomial equations. Algebraic varieties can be represented by geometric objects like curves or surfaces, but they are far more "rigid" than the malleable objects of topology, so the cohomology theories developed in the topological setting do not apply here. For about forty years, mathematicians worked hard to develop good cohomology theories for algebraic varieties; the best understood of these was the algebraic version of K-theory. A major advance came when Voevodsky, building on a little-understood idea proposed by Andrei Suslin, created a theory of "motivic cohomology." In analogy with the topological setting, there is a strong connection between motivic cohomology and algebraic K-theory. In addition, Voevodsky provided a framework for describing many new cohomology theories for algebraic varieties. His work constitutes a major step toward fulfilling Grothendieck's vision of the unity of mathematics.

One consequence of Voevodsky's work, and one of his most celebrated achievements, is the solution of the Milnor Conjecture, which for three decades was the main outstanding problem in algebraic K-theory. This result has striking consequences in several areas, including Galois cohomology, quadratic forms, and the cohomology of complex algebraic varieties. Voevodsky's work may have a large impact on mathematics in the future by allowing powerful machinery developed in topology to be used for investigating algebraic varieties.

Vladmir Voevodsky was born on 4 June 1966 in Russia. He received his B.S. in mathematics from Moscow State University (1989) and his Ph.D. in mathematics from Harvard University (1992). He held visiting positions at the Institute for Advanced Study, Harvard University, and the Max-Planck-Institut fuer Mathematik before joining the faculty of Northwestern University in 1996. In 2002 he was named a permanent professor in the School of Mathematics at the Institute for Advanced Study in Princeton, New Jersey.

Madhu Sudan

Madhu Sudan has made important contributions to several areas of theoretical computer science, including probabilistically checkable proofs, non-approximability of optimization problems, and error-correcting codes. His work is characterized by brilliant insights and wide-ranging interests.

Sudan has been a main contributor to the development of the theory of probabilistically checkable proofs. Given a proof of a mathematical statement, the theory provides a way to recast the proof in a form where its fundamental logic is encoded as a sequence of bits that can be stored in a computer. A "verifier" can, by checking only some of the bits, determine with high probability whether the proof is correct. What is extremely surprising, and quite counterintuitive, is that the number of bits the verifier needs to examine can be made extremely small. The theory was developed in papers by S. Arora, U. Feige, S. Goldwasser, L. Lovasz, C. Lund, R. Motwani, S. Safra, M. Sudan, and M. Szegedy. For this work, these authors jointly received the 2001 Goedel Prize of the Association for Computing Machinery.

Also together with other researchers, Sudan has made fundamental contributions to understanding the non-approximability of solutions to certain problems. This work connects to the fundamental outstanding question in theoretical computer science: Does P equal NP? Roughly, P consists of problems that are "easy" to solve with current computing methods, while NP is thought to contain problems that are fundamentally harder. The term "easy" has a technical meaning related to the efficiency of computer algorithms for solving problems. A fundamentally hard problem in NP has the property that a proposed solution is easily checked but that no algorithm is known that will easily produce a solution from scratch. Some NP hard problems require finding an optimal solution to a combinatorial problem such as the following: Given a finite collection of finite sets, what is the largest size of a subcollection such that every two sets in the subcollection are disjoint? What Sudan and others showed is, that, for many such problems, approximating an optimal solution is just as hard as finding an optimal solution. This result is closely related to the work on probabilistically checkable proofs. Because the problems in question are closely related to many everyday problems in science and technology, this result is of immense practical as well as theoretical significance.

The third area in which Sudan made important contributions is error-correcting codes. These codes play an enormous role in securing the reliability and quality of all kinds of information transmission, from music recorded on CDs to communications over the Internet to satellite transmissions. In any communication channel, there is a certain amount of noise that can introduce errors into the messages being sent. Redundancy is used to eliminate errors due to noise by encoding the message into a larger message. Provided the coded message does not suffer too many errors in transmission, the recipient can recover the original message. Redundancy adds to the cost of transmitting messages, and the art and science of error-correcting codes is to balance redundancy with efficiency. A class of widely used codes is the Reed-Solomon codes (and their variants), which were invented in the 1960s. For 40 years it was assumed that the codes could correct only a certain number of errors. By creating a new decoding algorithm, Sudan demonstrated that the Reed-Solomon codes could correct many more errors than previously thought possible.

Madhu Sudan was born on 12 September 1966 in Madras (now Chennai), India. He received his B. Tech. degree in computer science from the Indian Institute of Technology in New Delhi (1987) and his Ph.D. in computer science at the University of California at Berkeley (1992). He was a research staff member at the IBM Thomas J. Watson Research Center in Yorktown Heights, New York (1992–1997). He is currently an associate professor in the Department of Electrical Engineering and Computer Science at the Massachusetts Institute of Technology.

(Allyn Jackson, AMS)

Dirac-Medaille

Die "2002 Dirac Medals of the Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics" wurden *Alan Guth* (Massachusetts Institute of Technology), *Andrei Linde* (Stanford University) und *Paul Steinhardt* (Princeton Universty) für die Entwicklung des Begriffs der Inflation in der Kosmologie verliehen.

(Notices AMS)

Salem-Preis

Den "2002 Salem Prize" erhielt *Xavier Tolsa* (Universitat Autónoma Barcelona) für seine Lösung des Painléve-Vitushkin-Problems.

(Notices AMS)

Preise der London Mathematical Society

N. J. Hitchin (Oxford University) erhielt den "Pólya Prize", *Jeremy Rickard* (Bristol University) den "Senior Berwick Prize", *Mark H. R. Davis* (Imperial College) den "Naylor Prize" und *Kevin M. Buzzard* (Imperial College), *Alessio Corti* (Cambridge University), *Marianna Csornyei* (University College, London) und *Constantin Teleman* (Cambridge University) erhielten die vier "Whitehead Prizes".

(Notices AMS)

Cantor-Medaille

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung hat dieses Jahr die „Georg-Cantor-Medaille“ an *Yuri Ivanovich Manin* (Max-Planck-Institut Bonn) verliehen.

(DMV-Mitteilungen)

"PRIMES is in P"

Manindra Agrawal, Neeraj Kayal und *Nitin Saxena* vom Indian Insitute of Technology lösten ein bislang offenes Problem der algorithmischen Zahlentheorie und theoretischen Informatik. Sie fanden einen Algorithmus, der in polynomieller Zeit entscheidet, ob eine vorgegebene natürliche Zahl n prim ist oder nicht, und zwar in höchstens $O(\log^{12} n)$ Rechenschritten.

(DMV-Mitteilungen 4-2002)

Catalansche Vermutung

Die Catalansche Vermutung besagt, dass $8 = 2^3$ und $9 = 3^2$ die einzigen aufeinanderfolgenden Potenzen natürlicher Zahlen sind (wobei beide Basen und Exponenten jeweils größer als 1 sind). Diese wurde nun von *Preda Mihăilescu* vollständig gelöst. Bisher war nur bekannt, dass es neben 8 und 9 höchstens endliche viele weitere Möglichkeiten gibt. Dieses Ergebnis wurde 1976 von *Robert Tijdeman* erzielt.

(DMV-Mitteilungen 4-2002)

European Mathematical Society

The European Mathematical Society has been in existence for 12 years. Has it fulfilled the vision of its founders? The answer must be a resounding affirmative, except in one respect, which I shall come to at the end.

That vision was to bring together the mathematicians of Europe, East and West, and to represent those mathematicians in international bodies, in particular, the European Union.

Since the inception of the Society, its officers have negotiated with the European Union, patiently and repeatedly pointing out where the EU's science policies neglect or harm mathematics. Though we don't get as much as we want, the Society has succeeded in preventing maths being effectively written out of the EU's funding programmes. What is more, one of the Society's suggestions: Marie Curie fellowships for returning scientists, has been adopted by the EU for the 6th Framework programme.

The Society has been successful in seeking European Union support for Zentralblatt MATH and the projects EULER and LIMES. These can all be accessed at EMIS, the European Mathematical Information Service (www.emis.de), itself an initiative of the Society. It has also been successful in getting EU funding for the reference levels projects and the project for raising public awareness of mathematics (see EMIS).

Support for the EMS has been forthcoming from UNESCO-Roste. This has taken the form of grants to enable mathematicians from Eastern Europe or developing countries to attend events such as the EMS Summer Schools and the European Congresses of Mathematics, for which the European Union has also provided support.

The first European Congress was held in Paris in 1992. This was followed by Budapest (1996) and Barcelona (2000). The fourth, in Stockholm in June 2004, will emphasize the interaction between mathematics and its applications (though it won't neglect advances in fundamental mathematics).

This brings me to one of the themes close to the heart of Rolf Jeltsch, current

President of the EMS. He sees the EMS as representing the community of applied mathematicians as much as those doing pure maths. In recent years the Society has raised the profile of applied mathematics in its activities. One part of doing that was to hold a meeting together with representatives of the applied maths community: this resulted in a better understanding of what the society needed to do (see the Berlingen Declaration on the EMIS website).

Another activity particularly associated with Rolf Jeltsch is the successful setting up of the EMS Publishing House, as part of a foundation linked to the Society. This has the generous support of the Eidgenø"ssische Technische Hochschule in Zürich. As commercial publishing becomes concentrated into a few large firms, it is important that independent academic, not-for-profit, operations should thrive. The publishing house will start producing books and journals in the spring of 2003. A year later, it will take over responsibility for the Journal of the European Mathematical Society. This has established itself as a periodical for high-quality articles in both pure and applied mathematics.

The EMS will continue to run the Summer Schools (for graduate students), the EMS lectures and the Diderot Forums. These last are events held simultaneously in three centres, connected by audiovisual links. The proceedings of the forum on maths and music have just been published by Springer.

The meetings programme has already been expanded to include joint meetings with SIAM (in Berlin 2001 and with IPAM in May 2003). In February 2003 we start a series of meetings with European National Societies, at Nice with both French Societies (SMF and SMAI). In September 2003, we shall co-host a meeting in Lisbon with the Portuguese Mathematics Society.

I could go on to recount much more, for instance, the role of the EMS as the European partner in the mathematics digitisation programme, its presence on the board of the Banach Centre, or its relationship with the Abel prize. But I referred at the beginning to one relative failure and that is where you could help. We have a fairly complete list of corporate members, who are, in the main, the national European mathematical societies. But we don't have enough individual members - at present there are about 2,300 of us. To be fully representative, we need more. For a modest fee (20 euro from 2003) you can support the Society's activities and participate in its governance. You will also receive the quarterly EMS Newsletter, an attractive and entertaining magazine containing interviews with mathematicians, short book reviews, news about the Society and much more.

David Salinger (EMS Publicity Officer)

66th Workshop on General Algebra — June 19–22, 2003 in Klagenfurt

The 66th meeting in this series will be held at the Department of Mathematics of the University of Klagenfurt June 19–22, 2003.

If you are interested in participating, you are cordially invited to fill in the online registration form available from February 2003 onwards. You will be informed in a second announcement with further details (like the schedule of lectures and the reservation of hotel rooms) in April 2003.

The scientific program will start Friday, June 20, at 9 a.m. and will end Sunday, June 22, probably at 1 p.m. On Thursday evening, June 19, there will be a welcome reception.

The following sections are planned:

I. Universal Algebra
II. Classical Algebra
III. Applications of Algebra.

It is intended to publish the proceedings of the conference as volume 14 in the series "Contributions to General Algebra". As usual all papers for this volume will be refereed.

If there are further questions please use e-mail *aaa66@uni-klu.ac.at* or write to:

"Workshop on General Algebra"
Universität Klagenfurt
Institut für Mathematik
Universitätsstraße 65
A-9020 Klagenfurt, Austria

Fax: (+43) 463 2700/3199

You can find latest information under *http://www.uni-klu.ac.at/AAA66*. We are looking forward to meeting you in Klagenfurt.

H. Kautschitsch, W. More, J. Schoißengeier

VI. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik

Vom 28. April bis zum 4. Mai 2002 fand in Neuhofen an der Ybbs das VI. Symposion zur Geschichte der Mathematik statt. Thema war diesmal: *MATHEMATIK – KEINE INSEL, Einwirkung und Auswirkung.*

Es wurden folgende Vorträge gehalten:

Klaus Barner (Kassel): Negative Größen bei Diophant?

Martina Bečvářová (Prag): Evaluation of Scientific and Pedagogical Work by Means of Biographical Monographs.

Christa Binder (Wien): Warum gibt es nur 13 Archimedische Körper?

Wolfgang Breidert (Karlsruhe): Berkeley's Sources in Mathematics.

Miloš Čanak (Belgrad): Über die Gleichungen vom Faltungstypus.

Miloš Čanak (Belgrad): Über die Geschichte der mathematischen Musiktheorie – Teil III: Über die Tonleitern im Lichte der mathematischen Musiktheorie.

Phil J. Davis (Providence, RI, USA): Naive Thoughts on the Paradox of G"odel.

Gábor Dezső (Cluj): Non-Euclidian geometry and didactics (celebrating János Bolyai's 200 years).

Helena Durnová (Br"unn): Discrete Optimization: A Chronological Survey.

Jasna Fempl-Madjarevič (Belgrad): Something more about Michael Petrovich Alas (1848 –1943).

László Filep (Nyíregyháza): From Fejér's disciples to Erdős's epsilons – change over from analysis to combinatorics in Hungarian mathematics.

Peter L. Griffiths (London): Ptolemy's Almagest is based on Ancient Explorations and Observations as well as on Mathematical Calculations (schriftlicher Beitrag).

Detlef Gronau (Graz): Warum ist die Gammafunktion so wie sie ist?

Harald Gropp (Heidelberg): Friedrich Wilhelm Levi (1888 –1966) – „16 Jahre in die Tropen verbannt" – Emigration to Creation in Isolation.

Magdalena Hykšová (Prag): A Methodological Approach to Global Evaluation of the Scientific Work of a Personality.

Gerhard Lindbichler (Wien): π- und ϕ-Pyramiden.

Katalin Munkácsy (Budapest): History in Pictures – Non-Euclidian Geometry in the Old Maps.

Herbert Pieper (Berlin): Des Mathematikers Jacob Jacobi Berufung an die Wiener Universit"at und des preußischen Kammerherrn Alexander von Humboldt Einsatz f"ur dessen Verbleib an der Berliner Akademie der Wissenschaften.

Marko Razpet (Laibach): Georg von Vega und der Kalender.

Nada Razpet (Laibach): Games and mathematicians.

Karl-Heinz Schlote (Altenburg): Carl Neumann und der Inselcharakter der Mathematik.

Pavel Šišma (Brünn): Viennese Mathematicians at the Brno German Technical University in Brno.

Renate Tobies (Kaiserslautern): Wechsel der Berufskarriere. Zur Tätigkeit von Mathematiker/innen in der Luftfahrtforschung.

Annette Vogt (Berlin): Mathematik zum Überleben auf der Insel.

Waltraud Voss (Dresden): Oskar Schlömilchs Wirken in Dresden.

Hans Wussing (Leipzig): Die Dresdner Mathematikerin Maria Reich (1903 – 1998) als Archäologin in Peru.

Weiters haben teilgenommen: Ludwig Danzer (Dortmund), Menso Folkerts (München), György Führer-Nagy (Sopron), Maria Gruber (Melk), Hans Hofer (Wien), Gerhard Kowol (Wien), Walter Kuba (Wien), Michael von Renteln (Karlsruhe), Herwig Säckl (Regensburg), Peter Schmitt (Wien) sowie Gerlinde Wussing (Leipzig).

Die Tagung wurde vom Amt der Niederösterreichischen Landesregierung, der ÖMG, der Österreichischen Gesellschaft für Wissenschaftsgeschichte, dem Institut für Analysis und technische Mathematik der TU Wien und von anonymen Spendern gefördert.

Ein Band mit Kurzfassungen der Vorträge ist bei der Organisatorin des Symposions zum Preis von € 5,- erhältlich. (Kontakt: Christa Binder, Institut für Analysis und Technische Mathematik, TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10/1141, Tel. 01-58801-11415, e-mail *christa.binder@tuwien.ac.at*)

Christa Binder

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Brief des Vorsitzenden[2]

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen!

Ich möchte Ihnen kurz über die Tätigkeit des Vorstand der ÖMG im abgelaufenen Vereinsjahr berichten. Der Begriff „Vorstand“ ist, was seine Sitzungen anbelangt, weiter gefasst als bisher: Wir haben alle Landesvorsitzenden sowie den Internet-Beauftragten der ÖMG, Herrn Kollegen Teschl, in den Vorstand kooptiert, sodass eine breitere Meinungsbildung möglich ist. Die bisherige Erfahrung bestätigt meines Erachtens die Richtigkeit dieser Entscheidung. Die Landessektionen der ÖMG sieht der Vorstand als sehr wichtig an, dort geschieht die tatsächliche Arbeit. Wir wollen deshalb (und dieses Thema ist ein Dauerbrenner in der ÖMG) die Tätigkeit in den Landessektionen beleben, teilweise auch wiederbeleben. Durch die Einbindung der Landesvorsitzenden in den Vorstand bin ich optimistisch, dass dies gelingen wird: alle Landesvorsitzenden, die diese Funktion im Falle ihrer heutigen Wahl im Jahr 2003 ausüben werden, haben dem Vorstand umfangreiche Pläne für Aktivitäten in den Landessektionen vorgelegt, über die wir in der nächsten Vorstandssitzung beraten werden. Für Aktivitäten, die die ÖMG öffnen, werden wir sparsam, aber doch, auch Geld ausgeben.

Als ein zentrales Ziel sehe ich die weitere Öffnung der ÖMG gegenüber Lehrern und auch Schülern an. Wir werden später über die Neuordnung des Teils der ÖMG, der sich wissenschaftlich und praktisch der Schule widmet, diskutieren. Ich halte den direkten Kontakt zur Schule jedenfalls für eine wichtige Aufgabe der ÖMG, nicht nur weil wir von dort unseren Nachwuchs an Studenten beziehen, sondern gerade auch deshalb, weil Ansehen und Bedeutung der Mathematik in der Öffentlichkeit auch von denen abhängen wird, die gerade nicht Mathematik oder ein verwandtes Fach studieren. Auch künftige Juristen oder Ärzte sollen in der Schule mitbekommen, dass Mathematik ein zentrales Fach für unsere Kultur und Technologie ist. Natürlich ist das in vielen Fällen auch jetzt schon so, aber wir wollen dazu beitragen, dass es noch besser wird, wobei uns klar ist, dass alle Aktivitäten nur langfristig wirken können und nachhaltig sein müssen.

[2]Bericht des Vorsitzenden bei der Generalversammlung der ÖMG am 9. Dezember 2002 an der TU Wien.

In diesem Sinn hat eine erste Veranstaltung für Lehrer und Schüler in Graz stattgefunden, organisiert von dem Grazer Lehrer Dr. Geretschläger, Kollegen Tichy und mir. Wir waren erfreut, welch großes Echo diese Veranstaltung bei Lehrern und Schülern gefunden hat. Eine ähnliche Veranstaltung plant Kollege Oberguggenberger in Innsbruck, in Oberösterreich und Salzburg wird eine Modellierungswoche für Schüler geplant, eine Aktion, die an der Universität Kaiserslautern bereits seit einer Dekade mit großem Erfolg läuft.

Eine weitere zentrale Aufgabe der ÖMG ist natürlich die Organisation wissenschaftlicher Tagungen. Wie Kollege Oberguggenberger noch genauer berichten wird, wird im September 2003 eine „Nachbarschaftstagung“ in Kooperation mit SIMAI und UMI in Bozen stattfinden, und zwar mit äußerst prominenten Vortragenden. Die Freie Universität Bozen hilft uns tatkräftig bei der Organisation und auch finanziell. Wir wollen im Vorstand darüber diskutieren, ob wir dieses Modell, die „kleine Tagung“ als Nachbarschaftstagung jenseits, aber nahe der österreichischen Grenze abzuhalten, weiterführen sollen.

Bei der für 2005 vorgesehenen „großen Tagung“ gab es einige Zeit Verwirrung wegen des Planes der DMV, im selben Jahr eine gemeinsame Tagung mit der AMS abzuhalten. Meine Gespräche mit dem DMV-Vorsitzenden haben nun zum Ergebnis geführt, dass die DMV, wie ohnehin ursprünglich geplant, sich in gewohnter Weise an der ÖMG-Tagung in Klagenfurt im September 2005 beteiligen und dort auch ihre Generalversammlung abhalten wird. Inhaltlich soll auf dieser Tagung auch ein Schwerpunkt auf den Kontakt zu den Mathematikern in Südosteuropa gelegt werden. Zusätzlich wird im März 2005 eine kleinere Tagung von DMV und AMS in Mainz abgehalten werden, an der aber nun auch die ÖMG beteiligt ist: Klaus Schmitt vertritt uns dort im Programmkomitee.

Über eine Aktion, die leider durch das Hochwasser im August notwendig geworden ist, wird später noch genauer berichtet, nämlich die Hilfe für die zerstörte Bibliothek der Karlsuniversität Prag, die seitens der ÖMG von Kollegen Gruber koordiniert wird. Wir ersuchen dringend auch um Geldspenden auf das für diesen Zweck eigens eingerichtete Konto 52078 694 201, BLZ 12000, BA-CA.

Über die bisher geschilderten Aktivitäten habe ich gern berichtet, weil es sich um positive Aktionen handelt. Der nächste Punkt fällt für mich eher in die Kategorie „Abwenden von Schaden von der österreichischen Mathematik“; es geht um die leidige Evaluierungsdiskussion, über deren jeweiligen Stand wir Sie ja auf der Internet-Seite der ÖMG laufend informiert haben. Dieses Projekt hat eine lange und sehr wechselvolle Geschichte, über die ich Sie nur kurz informieren möchte: Nach langer Diskussion im Vorstand, mit dem Ministerium und mit der Profilbildungsgruppe desselben, haben wir ein Konzept für diese Evaluierung formuliert, das in den Landessektionen (mit unterschiedlicher Intensität) und im Beirat diskutiert wurde. Letzten Endes war eine große Mehrheit unserer Kollegen dafür, dass diese von der ÖMG koordinierte (aber natürlich nicht von der ÖMG durchgeführte!) Evaluierung durchgeführt werden sollte. Wir haben eine schriftliche Stellungnahme des Herrn Sektionschef Höllinger erreicht, dass das Ministerium die Ergebnisse der Studie in seine Verhandlung über Leistungsverträge einbeziehen werde. Auch die meisten Rektoren haben Analoges zugesagt, allerdings mit zwei prominenten Ausnahmen: die Rektoren der Universitäten Graz und Wien haben die Evaluierung abgelehnt. Natürlich kann es nicht sinnvoll sein, eine solche Evaluierung durchzuführen, wenn sie von den Rektoren dieser beiden Universitäten abgelehnt wird. Inzwischen weiß ich von Rektor Winckler selbst, dass ein mitbestimmender Grund für diese Ablehnung das bereits damals in der Rektorenkonferenz diskutierte Ranking-Projekt war. Dieses hat die Rektorenkonferenz dann im Herbst (meines Wissens ohne vorherige Diskussion mit Betroffenen) beschlossen, wovon ich zufällig am Tag der Vorstandssitzung erfuhr. Dieses Projekt soll vom Deutschen Zentrum für Hochschulentwicklung (CHE) der Bertelsmann-Stiftung durchgeführt werden, und zwar nach dem Muster der ebenfalls von diesem Institut durchgeführten deutschen Rankings, die in der Zeitschrift „Stern" publiziert werden. Die ÖMG hat dann schleunigst (und in Kenntnis der sehr engen Zeitplanung der Rektorenkonferenz und des federführend beteiligten Universitätenkuratoriums) eine Meinungsbildung in der österreichischen Mathematik koordiniert; in der Koordination solcher Meinungsbildungen sehe ich auch eine Aufgabe für die ÖMG: Durch Koordination und möglichst einheitliches Auftreten sind wir stark, wie man auch am gegenständlichen Fall gesehen hat. Die Kollegen an den einzelnen Hochschulorten haben fast einhellig dieses Ranking-Projekt abgelehnt, die meisten haben auch einen Boykott dieses Projekts beschlossen. Es hätte uns aber sehr geschadet, in der Öffentlichkeit als evaluierungsfeindlich dargestellt zu werden, und dieses Projekt wäre, wie ich inzwischen weiß, auch ohne unsere Beteiligung durchgeführt worden. Aus diesen Gründen haben wir uns einem Gesprächsangebot von Rektor Winckler nicht verweigert. Das Ergebnis dieses Gesprächs ist, dass dieses Ranking und die von der ÖMG koordinierte Evaluierung parallel durchgeführt werden können, wobei die Kollegen jeder Universität entscheiden werden, ob sie an beiden Verfahren teilnehmen werden. Es ist nach bisherigen Rückmeldungen zu erwarten, dass eine große Mehrheit sich dafür entscheiden wird. Wir können damit einem fragwürdigen Verfahren ein seriöses gegenüberstellen. Ich verhandle morgen mit dem Ministerium über die Details. Ich halte das für ein gutes Ergebnis, bin mir aber klar darüber, dass es uns allen (insbesondere mir) lieber wäre, wenn wir mit diesem Projekt nicht so viel Arbeit zu erwarten hätten.

Wir können dem Ergebnis dieser Evaluierung mit Zuversicht entgegensehen: Österreichs Mathematik steht international ausgesprochen gut da, und zwar in allen ihren Teilgebieten. Nach den überproportional vielen Wittgenstein- und Start-Preisen der vergangenen Jahre, die an Mathematiker gegangen sind, erhielt auch heuer wieder ein Mathematiker einen Start-Preis. Es gibt zahlreiche Spezialforschungsbereiche, Forschungsschwerpunkte, Kompetenzzentren und EU-Netzwerke mit federführender Beteiligung österreichischer Mathematiker. Auch die

Akademie der Wissenschaften hat die starke Stellung der Mathematik durch die Gründung eines großen neuen Instituts, das den Namen von Johann Radon tragen wird, gewürdigt. Leider hat die Akademie nach dem Weggang von Kollegen Niederreiter das Institut für Diskrete Mathematik geschlossen, wobei diese beiden Ereignisse in keinem direkten Zusammenhang stehen. Das neue Institut wird den Mitgliedern des geschlossenen Instituts, die dies wollen, eine neue Heimstätte bieten. Ein weiterer Beweis für das hohe internationale Ansehen der Österreichischen Mathematik ist, dass 2003 am in Sydney stattfindenden "International Congress for Industrial and Applied Mathematics" zwei Österreicher zu Hauptvorträgen eingeladen wurden, nämlich die Kollegen Markowich und Niederreiter. Und schließlich zeigen auch die Preise, die wir heute vergeben werden, das hohe wissenschaftliche Niveau der österreichischen Mathematik. Der Schülerpreis wurde heuer ausgesetzt, weil der Vorstand das Konzept ändern will, aber ehrlich gesagt noch nicht genug Ideen dafür hat. Ich wiederhole meine Bitte an alle, uns diesbezüglich Vorschläge zukommen zu lassen. Für den Förderungspreis und die Studienpreise überlegen wir eine Öffnung in dem Sinn, dass auch Selbstbewerbungen möglich sein sollen, was natürlich Konsequenzen auf die Zusammensetzung der Jury hätte.

Die Ausschreibung der ÖMG-Preise für das Jahr 2003 wird (wieder im Wege über die Landesvorsitzenden) bereits Anfang Jänner ausgesandt und auch auf der Homepage der ÖMG erscheinen.

Zusammenfassend möchte ich nochmals betonen, dass Österreichs Mathematik im internationalen und auch im nationalen Vergleich gut unterwegs ist; die ÖMG will dazu weiterhin den für eine wissenschaftliche Gesellschaft angemessenen Beitrag leisten. Ich danke alle Kollegen im erweiterten Vorstand für ihren Einsatz.

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz W. Engl

Hochwasser in Prag

Sehr geehrte Frau Kollegin, sehr geehrter Herr Kollege!

Durch das Hochwasser im vergangenen Sommer wurde die Bibliothek des Mathematischen Instituts der Karlsuniversität Prag schwer beschädigt. Etwa 10.000 Bücher wurden praktisch vernichtet.

Als Kollegen sind wir aufgerufen, zu helfen, damit die Bibliotheksbestände in Prag wieder auf einen Stand gebracht werden, der für einen hochwertigen Lehr- und Forschungsbetrieb erforderlich ist.

Die ÖMG hat ein Spendenkonto eingerichtet:

> „ÖMG-Spenden Bibliothek Prag"
> Kto.nr. 52078694201
> Bank Austria-Creditanstalt, BLZ 12 000.

Die ÖMG hat auf dieses Konto eine Ersteinlage von 2.000 Euro überwiesen.

Für Sachspenden in Form von Büchern und Zeitschriften schlagen wir nach Absprache mit den Prager Mathematikern folgende Vorgangsweise vor: Wer Bücher oder Zeitschriften spenden kann, teilt dies mit einer Liste (Autor und Titel bzw. Titel und Jahrgänge) an folgende Adresse mit:

> Prof. Dr. Peter Gruber
> Abteilung für Analysis, TU Wien
> Wiedner Hauptstrasse 8-10/1142
> 1040 Wien
> *peter.gruber@tuwien.ac.at*

Die eingelangten Listen werden vereinigt und den Prager Kollegen vorgelegt, die dann mitteilen, welche Bücher sie benötigen. Auch wenn bei Büchern und Zeitschriften grosse Eile nicht nötig ist, da die Bibliotheksräumlichkeiten in Prag noch längere Zeit unbenutzbar sind, bitten wir um baldige Nachricht.

Wir bitten Sie herzlich, den Prager Kollegen nach Ihren Möglichkeiten zu helfen und bleiben

mit freundlichen Grüßen und herzlichem Dank im voraus. Ihre

Heinz Engl, Vors.d. ÖMG — Peter M. Gruber

„Faszination der mathematischen Forschung“ – TU Graz, 4. Oktober 2002

Eines der deklarierten Ziele der ÖMG ist es, das öffentliche Bewusstsein über die Bedeutung der Mathematik zu heben. Einen weiteren kleinen Schritt in diese Richtung hat die Veranstaltung „Faszination der mathematischen Forschung“ zu setzen versucht, die am 4. Oktober 2002 am Institut für Mathematik der Technischen Universität in Graz mit finanzieller Unterstützung des Bundesministeriums für Verkehr, Innovation und Technologie stattgefunden hat. Sowohl Schüler als auch AHS- und BHS-Lehrer waren an diesem Tag eingeladen, etwas über verschiedene Aspekte der mathematischen Forschung zu erfahren, und mehr als 100 Besucher haben die Einladung auch angenommen. Schätzungsweise handelte es sich um etwa 30–35 Lehrer, 40–50 Schüler sowie Mathematiker diverser Forschungsbereiche.

Die Veranstaltung war in drei Abschnitte gegliedert. Am Vormittag fanden zunächst fünf halbstündige Vorträge zum Veranstaltungsthema im Hörsaal BE01 statt. ÖMG-Vorsitzender Prof. Heinz Engl von der Universität Linz berichtete zunächst aus seiner persönlichen Sicht über die „Faszination der Angewandten Mathematik“, und anschließend erzählte Dr. Jürgen Krasser von der Firma AVL-List aus Graz einiges von der „Faszination der Mathematik in der technischen Praxis“. Einen abstrakten Kontrapunkt setzte Prof. Robert Tichy von der TU Graz mit seinem Bericht über die „Faszination der Reinen Mathematik“. Nach einer kurzen Pause berichtete Prof. Marion Schulz-Reese vom Fraunhofer Institut in Kaiserslautern über ihre Erfahrungen mit „Mathematischen Modellierungswettbewerben“, die Schülern mit großem Erfolg den Weg zur angewandt-mathematischen Forschung weisen helfen, und schließlich erzählte der Vizerektor der Karl-Franzens-Universität Graz, Prof. Franz Kappel, etwas über die „Mathematik in den Biowissenschaften“.

Die Intention dieser Vortragsreihe, nämlich die Vielfalt mathematischer Forschung in der technischen und wissenschaftlichen Praxis einem interessierten Publikum näher zu bringen, ist sehr gut gelungen. Ergänzt wurde dies dann durch den zweiten Teil der Veranstaltung, bei dem verschiedene Forschungsteams ihre aktuellen Forschungsgebiete vorstellten. Etwa ein Dutzend, vorwiegend in Graz (aber auch in Wien oder Innsbruck) tätige Forschungsgruppen haben mittels Plakaten, Laptop-Präsentationen und persönlichen Gesprächen im Bereich rund um das Institut für Mathematik ihre Arbeit vorgestellt. So war es möglich, den eingeladenen Schülern und Lehrern noch besser die bunte Palette der Aktivitäten der Forschungsmathematiker darzustellen. Für die Koordination dieses Teils ist Dr. Stephen Keeling von der Karl-Franzens-Universität herzlich zu danken. In diesen ersten beiden Teilen der Veranstaltung war es möglich, mehr als nur allgemeine Informationen zu bieten. Interessierten Schülern konnten auch einige mögliche Wege in ein mathematisches Studium gezeigt werden, die über das hinausgehen, was ihnen ohnehin schon bekannt ist. Die Schulpraxis zeigt, dass Schüler (aber auch ihre Lehrer) viel zu wenig über die breite Streuung der Möglichkeiten in diesem Bereich Bescheid wissen, und diesem Mangel konnte hier ein wenig abgeholfen werden.

Während sich die anwesenden Schüler bei den Forschungspräsentationen informierten, traf sich eine Gruppe der anwesenden Lehrer zur Besprechung der künftigen ÖMG-Lehrersektion. Über die zukünftige Tätigkeit dieser Gruppe im Rahmen der ÖMG muss, vor allem auch vis-a-vis der Didaktikkommission, noch intensiv nachgedacht werden, aber es steht jedenfalls fest, dass AHS- und BHS-Lehrer viel stärker als bisher in der ÖMG Platz finden sollen. Es hat bisher kein gemeinsames Forum in Österreich gegeben, in dem alle, denen die Mathematik am Herzen liegt, Platz gefunden hätten. Durch die Zusammenarbeit von Forschungsmathematikern, Didaktikern und Lehrern soll es (hoffentlich) zu Synergien kommen, die dem Status der Mathematik in Österreich nur helfen können.

Was könnte die Rolle der Lehrersektion in Zukunft sein? Dazu gibt es keine einfache Antwort, da die Realität erst von den Mitgliedern gestaltet werden wird. Möglichkeiten gibt es aber viele. Zum Beispiel ist es nahe liegend, im Rahmen der Lehrersektion weitere Veranstaltungen wie diese durchzuführen, und über eine Wiederholung einer solchen Veranstaltung etwa in Innsbruck oder Linz ist laut nachgedacht worden. Eine weitere Möglichkeit wäre auch die Mitgestaltung an Fortbildungen für Lehrer, aber auch die Gestaltung von Veranstaltungen verschiedenster Art, an denen Schul- wie Universitätsmathematiker teilnehmen, sollte verstärkt Möglichkeit zum Informationsfluss bieten. Dadurch sollte es auch möglich werden, mit einer gemeinsamen Stimme in der Öffentlichkeit aufzutreten und so etwa bei der künftigen Gestaltung von Schullehrplänen und -stundentafeln, Reifeprüfungen, Lehramtsstudien (denken wir etwa an die bereits begonnene Diskussion über die Zusammenlegung der Lehrerausbildung für alle Schulen in gemeinsamen pädagogischen Hochschulen) und verwandten Bereichen in die politische Diskussion mitentscheidend einzugreifen. Eine weitere Möglichkeit wäre zum Beispiel die Gestaltung einer mathematischen Schülerzeitschrift (etwa auf Internet-Basis). Weitere Ideen werden sicher noch in nächster Zeit zu diesem Thema entstehen. Einige davon werden ohne Zweifel kontrovers sein, aber auch zur Diskussion umstrittener Ideen benötigen wir ein Forum.

Zum Abschluss der Veranstaltung gab es noch eine Podiumsdiskussion zum Thema „Mathematik in der AHS Oberstufe“. Teilnehmer waren neben den vier Vortragenden des Vormittags (ohne Dr. Krasser) Landesschulinspektor Marlies Liebscher aus der Steiermark sowie die aktiven AHS-Lehrer Angela Schuster aus Wien und Helmut Lambauer aus Graz. Die Diskussion verlief sehr rege, und die zeitweise recht konträren (auch aus dem Publikum kommenden) Meinungen haben deutlich die Wichtigkeit eines gemeinsamen offenen Gesprächsforums für Schul- und Universitätsmathematik unterstrichen. Weitere Veranstaltungen dieser Art werden nach diesem Erfolg wohl folgen. (Die nächste Runde findet voraussichtlich in Innsbruck statt, wo über einen Termin im Februar 2003 schon konkret nachgedacht wird.) Das Informationsangebot war bei dieser Veranstaltung für Schüler und Lehrer jedenfalls sehr vielseitig und wurde von den Anwesenden sehr goutiert. Sieben Teilnehmer sind immerhin auch an Ort und Stelle der ÖMG beigetreten. Hoffentlich war diese Veranstaltung aber auch der Auftakt zu einer aktiven und vielseitigen Tätigkeit der Lehrersektion.

Robert Geretschläger

Computer-Führerschein der Österreichischen Computer-Gesellschaft

Die Österreichische Computer-Gesellschaft (OCG) bietet allen ihren Mitgliedern (also auch der ÖMG) in einer bis Jahresende befristeten Aktion an, den Europäischen Computerführerschein (European Driving Licence – ECDL) im Selbstudium zu Sonderkonditionen zu erwerben: ECDL Einsteigerpaket EUR 45 (statt EUR 146), ECDL Advanced Fortgeschrittenenpaket EUR 45 (statt EUR 146), Kombipaket EUR 80 (statt EUR 292).

Bestellungen: 01/512 02 35 50 e-mail *info@ecdl.at*

Weiters werden ab Dezember 2002 OCG-Mitgliedskarten mit Signatur- und Bürgerkarten-Funktion produziert und and OCG-Mitglieder ausgegeben.

Zahlentheoretische Vorträge an der TU Graz

25. 1. 2002: *Ladislav Mišík* (Univ. of Ostrava): Logarithmic density and density of ratio sets.

25. 1. 2002: *János Tóth* (Univ. of Ostrava): New conditions for density of ratio sets of sets of positive intergers.

15. 3. 2002: *F. Mátyás* (Univ. Eger, Ungarn): Perfect powers from the sums and products of terms of linear recursive sequences.

8. 4. 2002: *R. Tijdeman* (Univ. Leiden, The Netherlands): Multi-dimensional versions of a theorem of Fine and Wilf and a formula of Sylvester.

9. 4. 2002: *J.-P. Allouche* (CNRS, France): Functions that are both p- and q-additive or multiplicative.

9. 4. 2002: *D. Berend* (Ben Gurion University, Israel): Some substitution sequences in number theory.

9. 4. 2002: *A. van der Poorten* (Macquarie Univ., Australia): Non-periodic continued fractions of formal power series and pseudo-elliptic integrals.

9. 4. 2002: *I. Kátai* (Univ. Budapest, Hungary): Generalized number systems.

9. 4. 2002: *P. Liardet* (Univ. Marseille, France): Dynamical properties of redundant numeration systems.

10. 4. 2002: *J. Kubilius* (Univ. Vilnius, Lithuania): On some inequalities in the

probabilistic number theory.

10. 4. 2002: *E. Manstavicius* (Univ. Vilnius, Lithuania): Analytic and probabilistic problems of combinatorial structures.

10. 4. 2002: *J.M. Deshouillers* (Univ. Bordeaux, France): Automatic aspects of the distribution modulo 1 of powers of algebraic elements in $\mathbf{F}_q((X))$.

10. 4. 2002: *G. Wüstholz* (ETH Zürich): Diophantine approximations on projective spaces.

11. 4. 2002: *A. Schinzel* (Polish Academy of Sciences): On power residues.

11. 4. 2002: *E. Herrmann* (Univ. Saarbrücken, Deutschland): Computing all S-integral solutions in a family of two simultaneous Pell equations.

11. 4. 2002: *A. Pethö* (Univ. Debrecen, Hungary): On CNS polynomials.

11. 4. 2002: *K. Györy* (Univ. Debrecen, Hungary): Distribution of solutions of decomposable form equations.

11. 4. 2002: *M. Bennett* (Univ. of British Columbia, Canada): Products of consecutive integers.

11. 4. 2002: *G. Hanrot* (INRIA Lorraine, France): The Diophantine equation $(x^n-1)/(x-1)=y^q$.

11. 6. 2002: *Friedrich Pillichshammer* (Univ. Linz): Über die Diskrepanz digitaler Netze.

11. 6. 2002: *Günther Leobacher* (Univ. Linz): Tractability of the Brownian bridge algorithm.

18. 6. 2002: *Milan Paštéka* (Slovak Academy of Sciences, Slovakia): Remarks on the asymptotic density of certain types of sets.

1. 7. 2002: *J.-P. Allouche* (CNRS, France): About a sequence of Kimberling.

1. 7. 2002: *V. Berthé* (CNRS, France): Substitutions and arithmetical properties of Kronecker sequences.

1. 7. 2002: *C. Baxa* (Univ. of Colorado, USA): Extremal values of continuants and transcendence of certain continued fractions.

2. 7. 2002: *H. Diamond* (Univ. of Illinois, USA): An example of Beurling Primes with large oscillation.

2. 7. 2002: *E. Fouvry* (Univ. Paris, France): Some questions about Kloosterman sums.

2. 7. 2002: *W. Philipp* (Univ. of Illinois, USA): Pair correlations and U-statistics for sequences $\{n_k\alpha\}$ and sequences of independent random variables.

2. 7. 2002: *H.-K. Hwang* (Academia Sinica, Taiwan): A refined method of moments and its applications.

2. 7. 2002: *H. Prodinger* (Univ.Witwatersrand, South Africa): Exact and asymptotic enumeration problems arising from analysing algorithms.

3. 7. 2002: *H. Furstenberg* (Hebrew Univ., Israel): Transversality of fractals, integral equations and a problem of D. Gale.

3. 7. 2002: *F. Bassino* (Univ. Marne la Vallée): About simple beta-numbers.

3. 7. 2002: *C. Mauduit* (CNRS, France): On the arithmetic structure of integers with a fixed sum of digits.

4. 7. 2002: *A. Sárközy* (Univ. Budapest, Hungary): Constructions of finite pseudorandom binary sequences.

4. 7. 2002: *M. Levin* (Bar-Ilan Univ., Israel): On completely uniformly distributed double sequences and pseudorandom double sequences.

4. 7. 2002: *N. Sidorov* (UMIST, UK): Beta-expansions: uniqueness, complexity, dynamics.

4. 7. 2002: *B. Solomyak* (Univ. of Washington, USA): Fractals related to digit expansions in the complex plane.

4. 7. 2002: *J. Schmeling* (Lund Univ., Sweden): Zero entropy systems and Diophantine approximation.

4. 7. 2002: *B. Hasselblatt* (Tufts University, USA): Fractal dimension computed from stable and unstable slices.

5. 7. 2002: *M. Waldschmidt* (Univ. P. et M. Curie, France): Syntaxic identities among harmonic series and automata.

5. 7. 2002: *J. Rivat* (Univ. Nancy, France): Computational aspects of pseudorandom binary sequences.

5. 7. 2002: *P. Liardet* (Univ. Marseille, France): Asymptotics of automatic random walks in random scenery.

18. 10. 2002: *Johannes Schoissengeier* (Univ. Klagenfurt): Über eine Klasse ebener Kurven, die Dreiecken zugeordnet sind.

6. 12. 2002: *Helmut Prodinger* (Univ. Witwatersrand, Johannesburg): Schurs Determinante, Rogers-Ramanujan-Identitäten und Engel-Entwicklungen.

6. 12. 2002: *Alois Panholzer* (TU Wien): Verteilungsresultate für Steiner-Distanzen in verschiedenen Baumfamilien.

Vorträge im Rahmen des Mathematischen Kolloquiums der Universität Wien

9. 1. 2002: *Gerhard Schappacher* (UFR de mathématique et d'informatique, Strasbourg): Arithmetisierung – methodologische und philosophische Fragen in der Mathematik.

15. 1. 2002: *Masahiro Yamaguchi* (Japan): The Population Dynamics of sea bass and young sea bass.

16. 1. 2002: *Friedrich Kupka* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Arbeiten zur Turbulenztheorie und deren Anwendung in der stellaren Astrophysik.

22. 1. 2002: *Yasuhisa Saito* (Japan): Permanence for Delay Difference, Nonautonomous Populatin Models.

23. 1. 2002: *Theresia Eisenkölbl* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): (-1)-Abzählung von Plane Partitions.

6. 3. 2002: *David Masser* (Univ. Basel, Institut f. Mathematik): Aspects of Heights.

13. 3. 2002: *Robert Wendt* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Orbitale Theorie für Schleifengruppen.

14. 3. 2002: *Markus Spitzweck* (Univ. Bonn, Mathematisches Inst.): Anwendungen von E-Algebren in der algebraischen Geometrie.

19. 3. 2002: *Valery Imaikin* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik und WPI): Scattering of Solitons of the Klein-Gordon Equation Coupled to a Classical Particle.

20. 3. 2002: *Wolfgang Woess* (Technische Univ. Graz, Inst. f. Mathematik): Übergangsoperatoren auf ko-kompakten G-Räumen.

9. 4. 2002: *Karl Sigmund* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Kurze Power Point-Präsentation zum Public Goods Game für Freiwillige.

18. 4. 2002: *Ulf Dieckmann* (International Institute for Applied Systems Analysis): Neue Theorien der sympatrischen Artbildung: vom Muster zum Prozess.

24. 4. 2002: *Michael Fuchs* (Technische Univ. Wien, Inst. f. Geometrie): Über ein Problem von Le Veque in der metrischen diophantischen Approximation.

25. 4. 2002: *Bruno Ernande* (International Institute for Applied Systems Analysis): Adaptive dynamics of function-valued traits – The evolution of reaction norms as a worked out example.

25. 4. 2002: *Stephan Mohrdieck* (Univ. Basel, Mathematisches Inst.): Conjugacy Classes of Non-Connected Semisimple Algebraic Groups.

8. 5. 2002: *Norbert Kaiblinger* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Gabor Frames and the Time-Frequency Lattice.

14. 5. 2002: *Mats Gyllenberg* (Univ. Turku Finnland): Adaptive dynamics of structured populations: Necessary and sufficient conditions for evolutionary suicide.

15. 5. 2002: *Wolfgang Schmidt* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Covering and Packing Problems in $\mathbb{Z}^n$.

16. 5. 2002: *Dietrich Burde* (Univ. Bremen): Kristallograhische Gruppen.

22. 5. 2002: *Takis Souganidis* (University of Texas at Austin): On Fully Nonlinear Stochastic Partial Differential Equations: theory and applications.

23. 5. 2002: *Luis A. Caffarelli* (University of Texas, Austin): A Clay Institute

Millenium Prize Problem: Existence and Smoothness of the Navier-Stokes Equations.

23. 5. 2002: *Kalle Parvinen* (IIASA Laxenburg): More on evolutionary suicide.

29. 5. 2002: *Thomas Müller* (University of London, Queen Mary): Klassifikation und Statistik von Untergruppen in freien Produkten (das Poincaré-Klein Problem).

5. 6. 2002: *Robert P. Langlands* (Institute for Advanced Study Princeton): Einführung in die allgemeine Theorie der automorphen Formen mit einem neuen analytischen Ansatz.

6. 6. 2002: *Martijn Egas* (Population Biology, Institute for Biodiversity and Ecosystem Dynamics, Amsterdam IIASA, Austria): On the evolutionary coexistence of specialists and generalists.

12. 6. 2002: *Manfred Einsiedler* (Univ. Wien, Mathematics Dept. PSU, State College): Measure rigidity for the circle and $\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})$.

18. 6. 2002: *Viorel Vajaitu* (Université Nancy): Convexity properties of coverings of families of compact manifolds.

19. 6. 2002: *George C. Papanicolaou* (Stanford University, Mathematics Department): Imaging and time reversal in random media .

20. 6. 2002: *Carlos Alos-Ferrer* (Univ. Wien): Evolution of Preferences through Imitation.

25. 6. 2002: *Robert P. Langlands* (Institute for Advanced Study, Princeton): Der Renormierungsfixpunkt als mathematisches Objekt.

26. 6. 2002: *Michael Schlosser* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Inversion of bilateral basic hypergeometric series.

18. 9. 2002: *Gisbert Wüstholz* (ETH Zürich): Die Catalansche Vermutung.

9. 10. 2002: *Martin Henk* (Technische Univ. Wien): Gitterpackungen konvexer Körper.

16. 10. 2002: *Kurt Weichselberger* (Inst. f. Statistik, Ludwig-Maximilians-Univ. München): Theorie der Intervall-Wahrscheinlichkeiten.

23. 10. 2002: *Jian-shu Li* (Departement of Mathematics, Hongkong University of Science and Technology): Cohomology of Arithmetic Manifolds – Vanishing and non-vanishing Results.

29. 10. 2002: *Reinhard Bürger* (Univ. Wien): Genetische Variation in fluktuierenden Umwelten.

29. 10. 2002: *Emiliya Angelova Velikova* (Univ. Rousse, Bulgarien): Stimulating the mathematical creativity in 9^{th}–12^{th} grade gifted students.

6. 11. 2002: *Alfio Quarteroni* (École Polytechnique Fédérale de Lausanne and Politecnico di Milano): Mathematical and numerical models in multiphysics.

19. 11. 2002: *Martin Willensdorfer* (Technische Univ. Wien, Univ. Wien): Zwei-Lokus Modelle mit stabilisierender Selektion.

20. 11. 2002: *Josef Teichmann* (Technische Univ. Wien, Inst. f. Finanz- und Versicherungsmathematik): Geometry of Interest Rates.

26. 11. 2002: *Kristan Schneider* (Univ. Wien): Populationsgenetische Modelle mit stochastischer Selektion.

27. 11. 2002: *Carsten Carstensen* (TU Wien, Inst. f. Angewandte und Numerische Mathematik): Microstructure, Nonconvexity & Numerical Analysis.

4. 12. 2002: *Bernhard Lamel* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Determination of holomorphic maps by jets of finite order – a survey.

11. 12. 2002: *Franz Hofbauer* (Univ. Wien, Inst. f. Mathematik): Die Hausdorffdimension für Mengen normaler Zahlen.

Vorträge im Rahmen der ÖMG in Wien

27. 6. 2002: *Klaus Wagner* (Univ. Würzburg): Die Komplexität von „Membership"-Problemen für arithmetische Schaltkreise.

18. 10. 2002. Festkolloquium aus Anlass des 60. Geburtstages von Prof. Hellmuth Stachel.

J. Richter-Gebert (TU München): Das komplexe Verhalten geometrischer Objekte.

K. Suzuki (Univ. Tokyo): Graphic Science in Japan – The activities of the Japan Society for Graphic Science.

O. Röschel (TU Graz): Zusammensetzung von Bewegungsvorgängen und die Erzeugung übergeschlossener Mechanismen.

I. Sabitov (Staatsuniv. Moskau): Solution of polyhedra.

E. Molnar (TU Budapest): Das Hyperboloid-Modell der $SL(2,\mathbb{R})$-Geometrie mit Konstruktionen von unendlichen Serien von Raumformen.

V. Alexandrov (Russ. Akad. Wiss. Novosibirsk): Alexandrov-type and Minkowski-type theorems for polyhedral hérissons.

Gödel Lectures

23. 10. 2002: *Martin Grötschel* (Konrad-Zuse-Zentrum Berlin): Karl der Große, PISA, Gödel und die Verkehrsoptimierung.

27. 11. 2002: *Jacques Laskar* (L' Observatoire de Paris): Hazard and Chaos in the Solar System.

Persönliches

Prof. *Helmut Prodinger* (University of Witwatersrand, South Africa) wurde zum Fellow der "South African Royal Society" gewählt und zum Direktor des "John Knopfmacher Centre for Applicable Analysis and Number Theory" ernannt.

Herrn Mag. Dr. *Stefan Götz* wurde am 20. 6. 2002 von der Fakultät für Naturwissenschaften und Mathematik der Universität Wien die Lehrbefugnis als Universitätsdozent für „Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik" erteilt.

SCHOOL SCIENCE AND MATHEMATICS

Join the thousands of mathematics educators throughout the world who regularly read SCHOOL SCIENCE AND MATHEMATICS — the leader in its field since 1902. The journal is published eight times a year and is aimed at an audience of high school and university teachers. Each 96 page issue contains ideas that have been tested in the classroom, news items to research advances in mathematics and science, evaluations of new teaching materials, commentary on integrated mathematics and science education and book reviews along with our popular features, the mathematics laboratory and the problem section.

The institutional subscription rate for foreign subscribers is US$ 46,– per year (surface mail), US$ 96,- per year (air mail).

Orders should be addressed to

School Science and Mathematics, Dr. Donald Pratt
Curriculum and Foundations, Bloomsburg University
400 E Second Street, Bloomsburg, PA 17815, USA

Neue Mitglieder

Christa Dreis, Mag. — Rudolfstr. 106g, 8010 Graz. geb. 1955. Studium, Lehrer, Arbeit in der Arge Mathematik, Fachdidaktik, Betreuung von Studenten im Unterrichtspraktikum. e-mail *ChristaDreis@hotmail.com*.

Elisabeth Fuchs, Mag. — Buchberg 131, A 5500 Bischofshofen. geb. 1957. 1975 Matura im BORG Radstadt, Lehramtsstudium Mathematik und Physik in Graz bis 1981, seit September 1981 Unterrichtstätigkeit im Gymnasium St. Johann/Pongau, ARGE-Leitertätigkeit für Mathematik für das Bundesland Salzburg seit 2001/02. e-mail *elisabeth-fuchs@gmx.at*.

Monika Jarmer, Mag. — Pantzerg. 29/6, A 1190 Wien. geb. 1960. 1978 Matura, danach Schule für den techn. Dienst, Berufsausübung als MTA bis 1996. 1989 bis 1996 Lehramtsstudium Mathematik PPP in Wien, 1996/97 Probejahr AHS Feldgasse, seit 1997 VBS-HAK Floridsdorf. e-mail *mjarmer@gmx.at*.

Ulrike Jereb, Mag. — J. Maderspergerweg 8, A 8652 Kindberg. geb. 1957. e-mail *ulli.hans@aon.at*.

Reinhold Kainhofer, Dipl.Ing. — Strassoldogasse 6, A 8010 Graz. geb. 1977. 1996 bis 2000 Mathematik- und Physikstudium TU Graz, seit Dez. 2000 Dissertant und Projektmitarbeiter (Prof. Tichy). e-mail *reinhold@kainhofer.com*.

Michaela Kraker, Mag. — Dr. Robert Grafstr. 34, A 8010 Graz. geb. 1967. Studentenbetreuung, ARGE Mathematik, Unterrichtspraktikanten Fachdidaktikausbildung. e-mail *michaela.kraker@chello.at*.

Maria Liebscher, Mag. — Körblerg. 23, A-8011 Graz. geb. 1949. 1971 bis 1973 WH bzw. Ass. am Institut für Mathematik, 1973 bis 1996 AHS-Lehrerin, seit 1996 Landesschulinspektorin. e-mail *maria-liebscher@lsr-stmk.gv.at*.

Gerhard Lindbichler, OStR. Mag. Dr. — Senfg. 1/7/3, A 1100 Wien. geb. 1940. Lehramtsprüfung 1963 Mathematik und Physik (Hlawka), 1963 bis 1965 Dissertation (Schmetterer), 1965 bis 1968 Lehrerbildungsanstalt (Mupäd.) Innsbruck, 1968 bis 1974 BG und BRG Marchettigasse (1060), 1974 bis 2001 Pädagogische Akademie d.B. Wien, Fachdidaktische Publikationen, Fachbuchautor, Schulbuchautor seit 1996, Homepage: *http://www.hausdermathematik.at*, e-mail *gerhard.lindbichler@chello.at*.

Ronald Ortner, Mag. phil., Mag.rer.nat., Dr.rer.nat — Institut für Mathematik C, TU Graz, Steyrerg. 30/III, A 8010 Graz. geb. 1973. 1996 bis 1999 wissenschaftl. Mitarbeiter am Inst. f. Wissenschaftstheorie des Internationalen Forschungszentrums Salzburg, 1999/2000 Zivildienst, 2000 bis 2002 Infineon Technologies Villach (Liniensimulation, Produktionslogistik), seit Okt. 2002 Assistent TU Graz. e-mail *ronald.ortner@tugraz.at*.

Manfred Plankensteiner, Dir. HR Mag. — Konradweg 10, A 8430 Leibnitz. geb. 1942. 1967 Lehrer am BG/BRG Leibnitz, 1970 Administrator, 1981 Direktor. e-mail *plankensteiner@bgbrgleibnitz.at*.

Angela Schuster, Mag./MAS — Schwechaterstr. 58, A Zwölfaxing. geb. 1955. Studium Math. u. Physik, Unterrichtstätigkeit seit 1976, 1994/95 PFL-Naturwissenschaften, 1999/2001 Hochschullehrgang ProFil (Professionalität im Lehrberuf), seit 2000/01 Mitarbeit am Projekt IMST. e-mail *angela.schuster@utanet.at, angela.schuster@univie.ac.at*.

PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS

Editors: V. S. Varadarajan (Managing Editor), S-Y. A. Cang, Nicolas Ercolani, Robert Finn, Robert Guralnick, Helmut Hofer, Abigail Thompson, Dan Voiculescu.

The Journal is published 10 times a year with approximately 200 pages in each issue. The subscription price is $ 300,00 per year. Members of a list of supporting institutions may obtain the Journal for personal use at the reduced price of $ 150,00 per year. Back issues of all volumes are available. Price of back issues will be furnished on request.

PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
P. O. BOX 4163
BERKELEY, CA 94704-0163

Mathematik – faszinierende Forschung und aktuelle Anwendungen

24. 2. 2003
Universität Innsbruck
Technikerstraße 25
V.-F.-Hess-Haus

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft wird im Zuge der Gründung ihrer Lehrersektion gemeinsam mit den Mathematikinstituten der Universität Innsbruck und den ARGE-Leitenden AHS und BHS (Tirol) eine Informations- und Diskussionsveranstaltung zum Thema *Mathematik – faszinierende Forschung und aktuelle Anwendungen* durchführen.

Die Einladung ergeht vor allem an Mathematiklehrerinnen und -lehrer aus dem Bereich der AHS und BHS und interessierte Schülerinnen und Schüler ab der 11. und 12. Schulstufe (7. und 8. Klasse AHS bzw. ab 3. Klasse BHS). Das Programm umfasst neben zwei Vorträgen zu den Themen „Mathematik und Industrie“ und „Singularitäten in der Geometrie“ Workshops zu mehreren weiteren aktuellen Themen der mathematischen Forschung und Anwendung, Präsentationsstände und eine Diskussionsveranstaltung zum Oberstufenunterricht.

Um Anmeldung unter *oemg2003@uibk.ac.at* wird gebeten. Die Anmeldung kann auch telefonisch unter 0512 507 6821 oder per Fax an 0512 507 2941 erfolgen.

Michael Oberguggenberger

Vorsitzender der Landessektion Innsbruck der ÖMG

Ausschreibung der ÖMG-Studienpreise 2003

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2003 wieder zwei Studienpreise. Die Preisträger sollen junge österreichische Mathematikerinnen und Mathematiker sein, die seit Beginn des Studienjahrs 2001/02 eine überdurchschnittliche Diplomarbeit bzw. Dissertation eingereicht haben. Jeder an einer österreichischen Universität lehrende Betreuer einer mathematischen Diplomarbeit bzw. Dissertation ist berechtigt, Kandidaten oder Kandidatinnen vorzuschlagen.

Der Vorschlag muss bis spätestens 7. 3. 2003 bei mir einlangen und folgende Unterlagen enthalten:

1. ein Exemplar der als besonders hoch qualifiziert bewerteten mathematischen Diplomarbeit bzw. Dissertation;
2. zwei begründete Bewertungen dieser Diplomarbeit bzw. Dissertation durch mathematische Universitätslehrer;
3. einen Lebenslauf des Kandidaten einschließlich kurzer Beschreibung des Studienablaufes.

Aus den eingereichten Vorschlägen werden durch eine vom Vorstand der ÖMG eingesetzte Begutachtungskommission die Preisträger ermittelt. Jeder ÖMG-Studienpreis ist mit EUR 500,– dotiert. Jeder Preisträger erhält eine Urkunde.

Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird sie (er) auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz W. Engl

Adresse:

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz W. Engl
Vorsitzender der ÖMG
Institut für Industriemathematik
Johannes Kepler Universität Linz
Altenbergerstraße 69
4040 Linz
e-mail *engl@indmath.uni-linz.ac.at*

Ausschreibung des ÖMG-Förderungspreises 2003

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2003 wieder ihren jährlichen Förderungspreis. In Frage kommen junge österreichische Mathematiker oder Mathematikerinnen, die in überdurchschnittlichem Maße durch ihre mathematische Forschung hervorgetreten sind. Alle an einer österreichischen Universität lehrenden Universitätsprofessorinnen und -professoren sind berechtigt, Kandidaten vorzuschlagen.

Der Vorschlag muss bis spätestens 7. 3. 2003 bei mir einlangen und folgende Unterlagen enthalten:

1. Beschreibung und Wertung der wissenschaftlichen Leistung;
2. Publikationsliste;
3. Wissenschaftlicher Lebenslauf.

Aus den eingereichten Vorschlägen wählt eine Begutachtungskommission aus. Der Preis ist mit EUR 1.000,– und einer Ehrenmedaille dotiert. Außerdem wird der Preisträger oder die Preisträgerin eingeladen, beim nächsten ÖMG-Kongress in einem Vortrag über die erzielten Forschungsergebnisse zu berichten.

Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird sie (er) auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz W. Engl

Adresse:
o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heinz W. Engl
Vorsitzender der ÖMG
Institut für Industriemathematik
Johannes Kepler Universität Linz
Altenbergerstraße 69
4040 Linz
e-mail *engl@indmath.uni-linz.ac.at*