Ist Technologieeinsatz schuld an mangelnden operativen Fähigkeiten von Schüler*innen? – Eine gängige Auffassung empirisch beleuchtet

Christoph Ableitinger & Christian Dorner (ÖMG-Fortbildungstagung, 14.04.2023)

Operative Fähigkeiten und Fertigkeiten
ohne den Einsatz technologischer Hilfsmittel
am Ende der Schullaufbahn

Operative Fähigkeiten und Fertigkeiten ohne den Einsatz technologischer Hilfsmittel am Ende der Schullaufbahn

Einleitung – Österreich

- Klagen über mangelnde mathematische Fertigkeiten zu Studienbeginn (Die Presse, 2015; Kurier, 2018)
- Neuere Kritik: Mathematik in der Schule wird reduziert auf das Finden eines passenden Befehls in GeoGebra
- Defizite (etwa bei Termumformungen) aufgrund der „uneingeschränkten Möglichkeit der Verwendung von CAS“ bei der Matura (Matyas & Drmota, 2018)
- Forderung, dass technologiefreies Operieren zukünftig wieder „vorkommen“ solle (ÖMG, 2019)

Die Presse

Nachrichten Meinung

(c) TU Wien

An der TU Wien gibt es eine gewisse Unzufriedenheit über die Mathematik-Fertigkeiten der Neulinge. Ein "Schock" lässt sich trotz des Kurses nicht ganz vermeiden.

KURIER

ABONNIEREN ANMELD

hronik Wirtschaft Sport Wissen Freizeit Kultur Stars MEHR

Es wird allgemein beobachtet, dass das Niveau in den vergangenen Jahre gesunken ist. Hier klagen einige an der TU – auch Kollegen von Maschinenbau oder Elektrotechnik, wo ebenso mathematische Kenntnisse gefordert sind. Man darf nicht vergessen, wenn man ein technisches Studium machen möchte, braucht man Mathematik dafür.

SRP Mathematik (AHS): 3-Stufen-Plan zur Weiterentwicklung des Mathematik-Unterrichts und der Mathematik-Matura

Als Vorbereitung für den Haupttermin 2027/28:

Im Unterricht wird dazu neben den Grundkompetenzen auch Augenmerk auf das Arbeiten ohne Technologie gelegt. Grundlegende Rechengänge sollen wieder ohne Taschenrechner oder höherwertige Technologien beherrscht werden, z. B.:

- Termumformungen: $(a + 2 \cdot b)^2 = a^2 + 4 \cdot a \cdot b + 4 \cdot b^2$
- Lösen von Gleichungen: $2 \cdot x + 1 = 7 \Leftrightarrow x = 3$
- Ableiten mit Produktregel: $(x^2 \cdot \sin(x))' = 2 \cdot x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)$

Quelle: https://www.matura.gv.at/srdp/mathematik

Einleitung – Deutschland

Viele Hochschuldozenten haben bereits auf die Mathematikdefizite von Studienanfängern aufmerksam gemacht: [Kn], [HP], [Bau], [Sch]. Den Studienanfängern fehlen Mathematikkenntnisse aus dem Mittelstufenstoff, sogar schon Bruchrechnung(!), Potenz- und Wurzelrechnung, binomische Formeln, Logarithmen, Termumformungen, Elementargeometrie und Trigonometrie. Diese Defizite sind schon längst kaum mehr aufholbar – weder in Vorkursen noch in Brückenkursen. In der Studieneingangsphase finden inzwischen fast überall mathematische Alphabetisierungsprogramme statt; dies ist frustrierend für die Studenten, die mit guten Noten und hohen Erwartungen an die Hochschulen kommen.

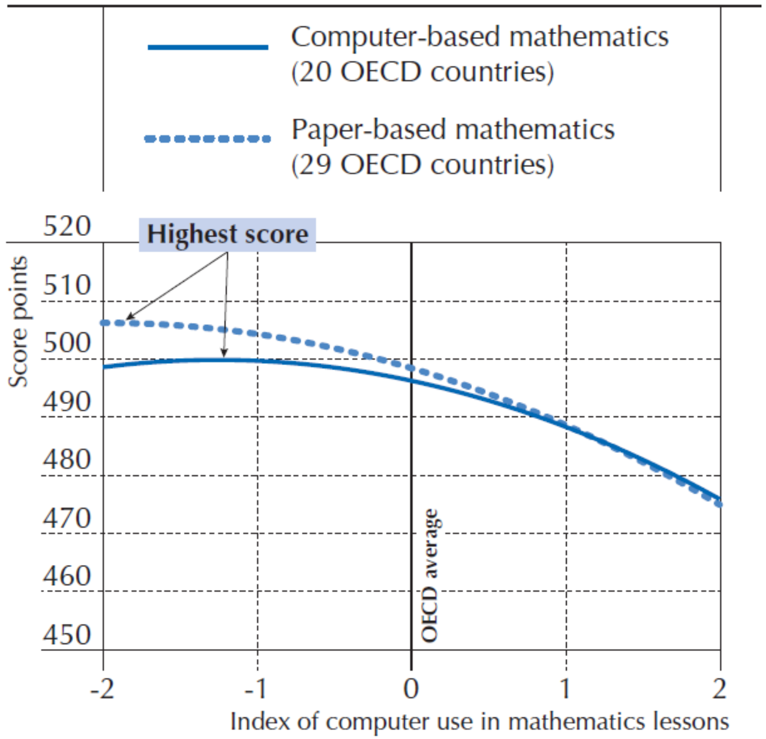
- Auch in Deutschland vielerlei Klagen (Offener Brief, 2017)
- Allerdings: in (fast) allen deutschen Bundesländern technologiefreie Teile!
- Vermutete Ursachen daher: Bildungsstandards, Kompetenzorientierung, Modellierungsaufgaben
- Aber auch in D: Forderung sicherzustellen, dass der Einsatz von Taschenrechnern und Computer-Algebra-Systemen „*die wichtige Phase des Einübens der elementaren und symbolischen Rechentechniken nicht beeinträchtigt*“ (ebd.).

Einleitung – ein erstes Fazit

- Prozedurales Wissen scheint in MINT-Studiengängen eine große Rolle zu spielen (Bergqvist, 2007; Engelbrecht et al., 2009; Zerr, 2009) – aus dieser Perspektive Wunsch nach mehr operativen Fertigkeiten verständlich
- Fehlende empirische Evidenz
  - zum prozeduralen Wissen von Maturant*innen in Österreich
  - zur Technologienutzungshäufigkeit (L in SÜ, S in SÜ, S in HÜ)
  - zum Zusammenhang der beiden

Stand der Forschung – Metastudien

- Positiver jedoch kleiner Effekt bei den Mathematikleistungen
  - Li & Ma (2010): $d = 0{,}28$
  - Rakes et al. (2010): $d = 0{,}151 – 0{,}467$
  - Cheung & Slavin (2013): $d = 0{,}16$
- PISA-Studie im Jahr 2012
  - Negative Korrelation zwischen Mathematikleistungen und Computerverwendung
- „…digital technologies such as calculators and computer software improve student understanding and do no harm to student computational skills.“ (Ronau et al., 2014, S. 974)



(Quelle: OECD, 2015, S. 156)

Stand der Forschung – Einfluss von Technologie

- Wynands (1984)
  - Rechenfertigkeiten generell auf niedrigem Niveau aber vergleichbar mit vortechnologischen Zeiten
  - Schüler*innen, die den TR im Unterricht verwendeten rechneten keineswegs schlechter als Schüler*innen, die den TR nicht im Unterricht verwendeten.

Aufgaben:

1) 245 + 835 + 3919 = 2) 49,99 – 4,312 = 3) 38 • 785 =
4) 85,331 • 0,24 = 5) 61776 : 13 = 6) 23,52 : 1,4 =
7) 12,32 + 5,6 • 7,8 =

In den Aufgaben 8) bis 10) sind die Ziffernfolgen richtig. Setze das Komma an die richtige Stelle!

8) 90 122 + 365 908 + 61 100 = 517130000
9) 123,6 · 9 876,50 = 122073540000
10) 224 : 0,16 = 140000
11) Kürze so weit es geht $\frac{588}{630}$ =

Schreibe in Aufgabe 12) bis 17) die Ergebnisse als (gemischten) Bruch oder ganze Zahl!

12) $\frac{2}{3} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$ 13) $\frac{2}{6} \cdot 3 =$ 14) $2 : \frac{1}{8} =$

15) $2\frac{3}{5} + 3\frac{6}{15} =$ 16) $3\frac{1}{3} \cdot 5\frac{2}{5} =$ 17) $2\frac{5}{7} : 3\frac{4}{5} =$

18) Welche Zahl ist größer: $\frac{2}{15}$ oder $\frac{3}{20}$? Die größere Zahl ist ______, weil:

19) Welche Zahl ist größer: 137,98 oder 137, 979? Die größte Zahl ist _____.

(Quelle: Wynands, 1984, S. 6)

Stand der Forschung – Prozedurales Wissen österreichischer Schüler*innen und Übergang Schule-Hochschule

- TIMSS 1995
    - letzte Teilnahme an einer internationalen Vergleichsstudie von ö. Schüler*innen am Ende der Sekundarstufe
- PISA 2012
    - "*exposure to procedural mathematics tasks*" ($2x + 3 = 7$) über dem OECD-Durchschnitt
- Studieneingangsphase
    - überwiegende Teil der Aufgaben „Faktenwissen und prozedurales Wissen" (Heinze et al., 2019)
    - Hoever & Greefrath (2018)
        - sinkende Tendenz der Mathematikleistungen

Aufgabe PH 1

Berechnen Sie x aus $\frac{x^{-2} \cdot x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$ mit $x > 0$.

Aufgabe PH 2

Für welchen Wert von $x \in \mathbb{R}$ gilt die Gleichung ${}^{2}\log x = 3$?

Aufgabe PH 3

Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 4\sin(3x)$.

Aufgabe PH 4

Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von f mit $f(x) = 3x^3$. $F(x) =$

(Quelle: Hoever, 2018, S. 1 und 6, verändert)

Jahrgang	09/10	10/11	11/12	12/13	13/14	14/15	15/16	16/17
alle	6,1	6,3	5,8	6,2	5,6	5,5	5,3	5,4
allg. HR	7,4	8,1	7,6	7,8	6,5	7,3	6,5	6,6

(Quelle: Hoever & Greefrath, 2018, S. 804)

Theoretischer Rahmen – Prozedur

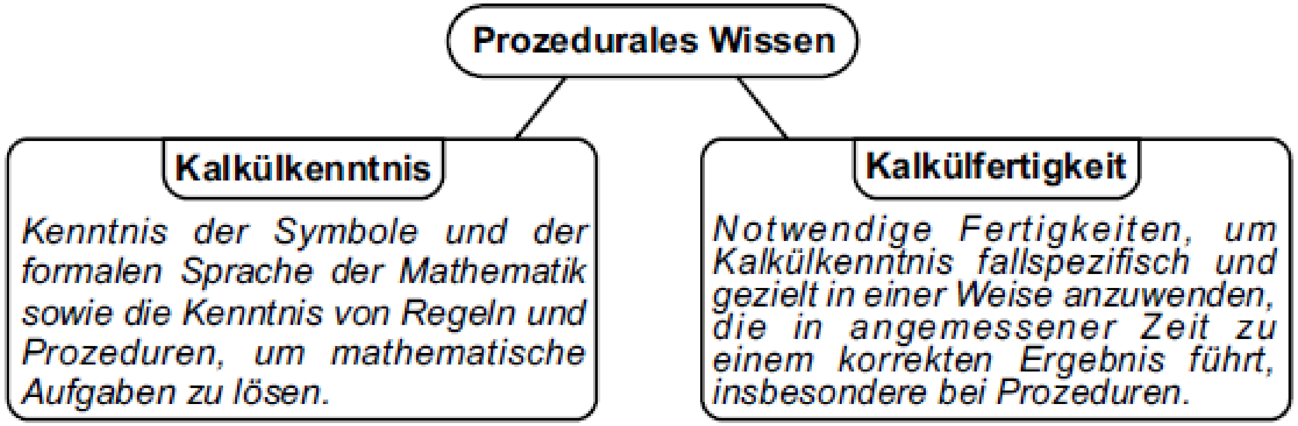
- Zentrale Eigenschaft von Prozeduren: they „*are executed in a predetermined linear sequence*“ (Hiebert & Lefevre, 1986, S. 6)
- Definition (Altieri, 2016): „Eine Prozedur ist eine Schritt-für-Schritt-Anweisung, die vorschreibt, wie eine Aufgabe zu lösen ist.“
- Testitems für prozedurales Wissen (knowing how): ausschließlich aus dem Unterricht bekannte Bearbeitungsschrittabfolgen
- Nicht: Wissen zur Auswahl eines Lösungsverfahrens, strategisches Planungswissen zur Aufgabenlösung, konzeptuelles Wissen (knowing why)

Beispiel: Lösen einer quadratischen Gleichung

- Das Erkennen des Gleichungstyps, das Erfassen der Gleichungsstruktur und das Auswählen einer passenden Lösungsmethode benötigen konzeptuelles Wissen und sind daher nicht Teil der Prozedur.
- Die Prozedur besteht aus: Anschreiben der Formel, Ablesen der Koeffizienten aus der quadratischen Gleichung, Einsetzen in die Formel, Durchführen der nötigen arithmetischen Berechnungen, gegebenenfalls Anwenden von Bruchrechenregeln und Anschreiben der Lösungsmenge.

Theoretischer Rahmen – prozedurales Wissen

- Definition (Altieri, 2016. S. 25): „Prozedurales Wissen ist die Verknüpfung von Kalkülkenntnis und Kalkülfertigkeit“



(Quelle: Altieri, 2016, S. 25)

- KK: bezieht sich auf spezifische Prozeduren, KF: allgemeine (elementar-)math. Fertigkeiten

Theoretischer Rahmen – Aufgabenmerkmale

Merkmale, die bei der Auswahl der Testitems berücksichtigt wurden:

- Bearbeitungslänge (i.W. Anzahl der Schritte der Prozedur)
- Curriculare Stufe lt. Lehrplan (Lehrplan, 2021)
- eingeschätzte Wichtigkeit (Expert*innenrating)
- Inhaltsbereiche: Beschränkung auf Algebra/Arithmetik und Analysis (um Anschauung zu vermeiden)

universität wien

Pädagogische Hochschule Steiermark

Operative Fähigkeiten und Fertigkeiten ohne den Einsatz technologischer Hilfsmittel am Ende der Schullaufbahn

Forschungsfragen

1. Wie hoch sind die **Lösungshäufigkeiten** bei lehrplankonformen, prozeduralen Aufgaben von österreichischen Gymnasiast*innen der Abschlussklasse (ohne Technologie)?
2. Welcher Art sind die **Fehler** (KK oder KF) beim Bearbeiten prozeduraler Aufgaben?
3. **Wie häufig** wird höherwertige **Technologie** durch die Lehrkraft im Unterricht bzw. durch die Schüler*innen im Unterricht und bei der Hausübung eingesetzt und welchen Zusammenhang gibt es zum prozeduralen Wissen?
4. Welche Einstellungen haben **M-Lehrkräfte** bezüglich Technologieeinsatz und Maturakonzept?

Methode – Validierung

- Validierung
  - Expert*innenvalidierung
  - Konvergente Validierung (Pilotstudie)
  - Lautes Denken
- Prototypische Aufgabe

Ermitteln Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ -4x + 5y &= -13 \end{aligned}$$

mit Hilfe des Additionsverfahrens (Eliminationsverfahren) über der Grundmenge $\mathbb{R}^2$.

Nr.	Beschreibung	Kl.	Inhaltsbereich	Länge
PA01	Formel umformen	8	Terme und Formeln	3
PA02	Binomische Formel anwenden^T	7	Terme und Formeln	5
PA03	Lineare Gleichung lösen^T	6	Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme	4
PA04	Polynomdivision durchführen	11	Terme und Formeln	6
PA05	Potenzrechenregeln anwenden^T	10	Potenzen, Wurzeln, Logarithmus	3
PA06	Bruchgleichung lösen	8	Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme	9
PA07	2x2 Gleichungssystem lösen (Eliminationsverfahren)^T	8	Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme	12
PA08	Quadratische Gleichung lösen	9	Nichtlineare Gleichungen	11
PA09	Kreuzprodukt (Vektorprodukt) berechnen^T	10	Vektoren	4
PA10	Differenzenquotient berechnen	10	Differentialrechnung	7
PA11	Polynomfunktion ableiten^T	11	Differentialrechnung	5
PA12	Partielle Integration durchführen^T	12	Integralrechnung	6
PB01	Brüche addieren^T	6	Arithmetik	5
PB02	Dezimalzahlen dividieren^T	5	Arithmetik	6
PB03	Partiell wurzelziehen^T	10	Potenzen, Wurzeln, Logarithmus	3
PB04	In Gleitkommadarstellung umwandeln	9	Potenzen, Wurzeln, Logarithmus	3
PB05	2x2 Gleichungssystem lösen (Einsetzungsverfahren)	8	Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme	12
PB06	Wurzelgleichung lösen	10	Nichtlineare Gleichungen	8
PB07	Biquadratische Gleichung lösen^T	11	Nichtlineare Gleichungen	13
PB08	Skalarprodukt berechnen	9	Vektoren	3
PB09	Linearkombination berechnen	9	Vektoren	7
PB10	Differenzieren mittels Produktregel^T	11	Differentialrechnung	4
PB11	Differenzieren mittels Kettenregel^T	11	Differentialrechnung	3
PB12	Bestimmtes Integral berechnen^T	12	Integralrechnung	9

Methode – Häufigkeit der Technologienutzung

H1: „Wie häufig hat Ihr*e Mathematiklehrer*in in der Oberstufe typischerweise höherwertige Technologie (z.B. GeoGebra, Casio ClassPad, TI-Nspire) im Unterricht eingesetzt? (Gewöhnliche Taschenrechner sind hier nicht gemeint.)“

H2: „Wie häufig haben Sie in der Schulübung in der Oberstufe typischerweise höherwertige Technologie (z.B. GeoGebra, Casio ClassPad, TI-Nspire) eingesetzt? (Gewöhnliche Taschenrechner sind hier nicht gemeint.)“

H3: „Wie häufig haben Sie bei der Hausübung in der Oberstufe typischerweise höherwertige Technologie (z.B. GeoGebra, Casio ClassPad, TI-Nspire) eingesetzt? (Gewöhnliche Taschenrechner sind hier nicht gemeint.)“

A: „(fast) jede Mathematikstunde“ (H1 und H2) bzw. „(fast) bei jeder Hausübung“ (H3), „ca. 1 Mal pro Woche“, „ca. 1-2 Mal pro Monat“, „seltener als 1 Mal pro Monat“ und „nie“

Stichprobe und Auswertung

- Stratifzierte Stichprobe entsprechend der Feldtestung umgesetzt (Bartok & Steinfeld, 2015)
- Erhebungszeitpunkte: 50 Minuten Einheit im April 2021
- **n=455** bearbeitete Aufgabenhefte (von **538**, Testheft A: **230**)
- Deskriptive Statistik
- Linear mixed effects models (**n=451**)
  - Variablen wurden linear transformiert: geringst möglicher Wert 0 bedeutet, dass Technologie (fast) jedes Mal genutzt wurde
  - Berücksichtigung der Klassenstruktur
  - $\textbf{Prozedurale Leistungen}_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$ und $\beta_{0j} = \mu_{00} + \alpha_{0j}$

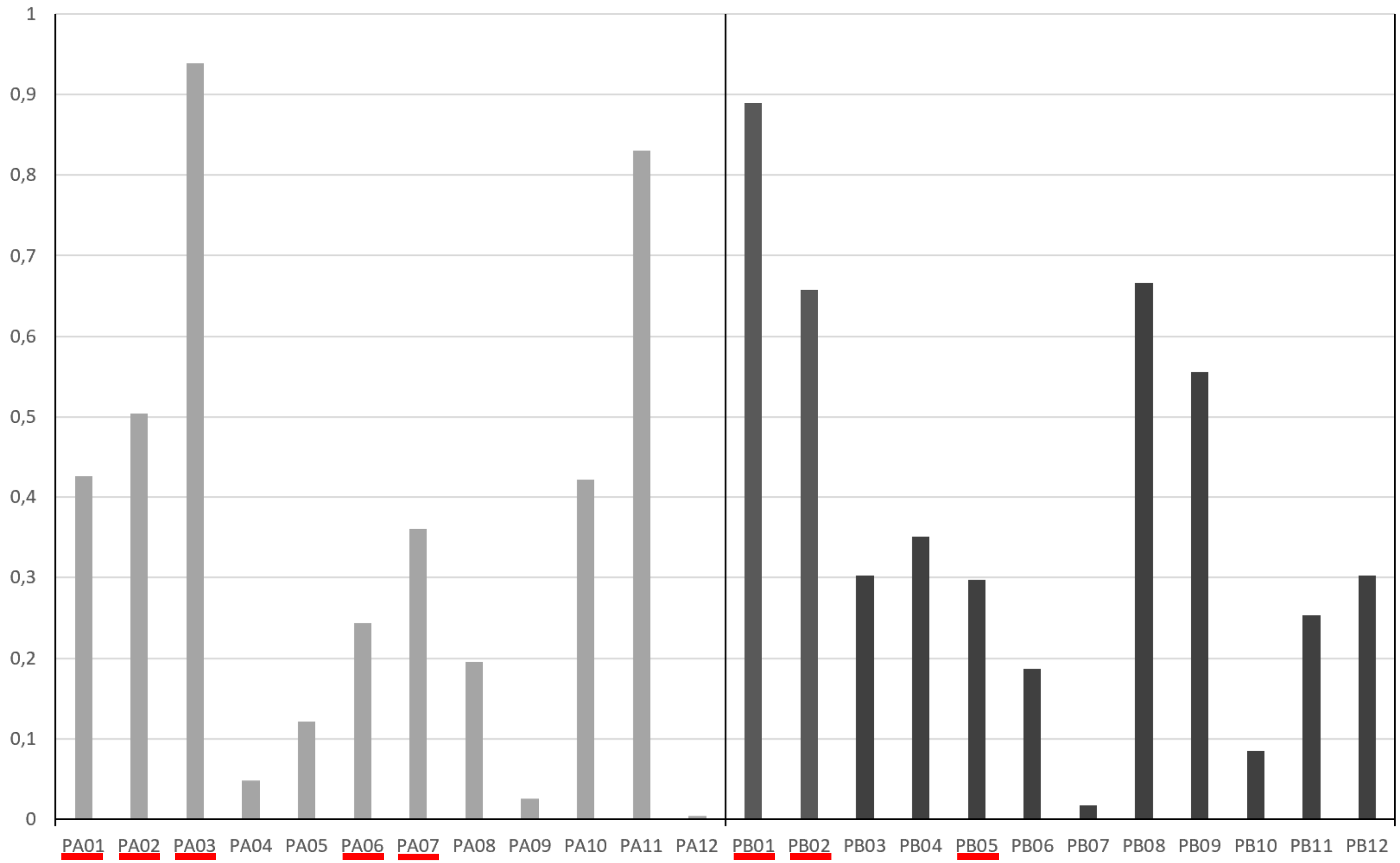
Ergebnisse 2021

$\bar{x} = 36\%$

A: $\bar{x} = 34{,}5\%$
B: $\bar{x} = 38\%$

Sek I: $\boldsymbol{\bar{x} = 54\%}$
Sek II: $\bar{x} = 27\%$

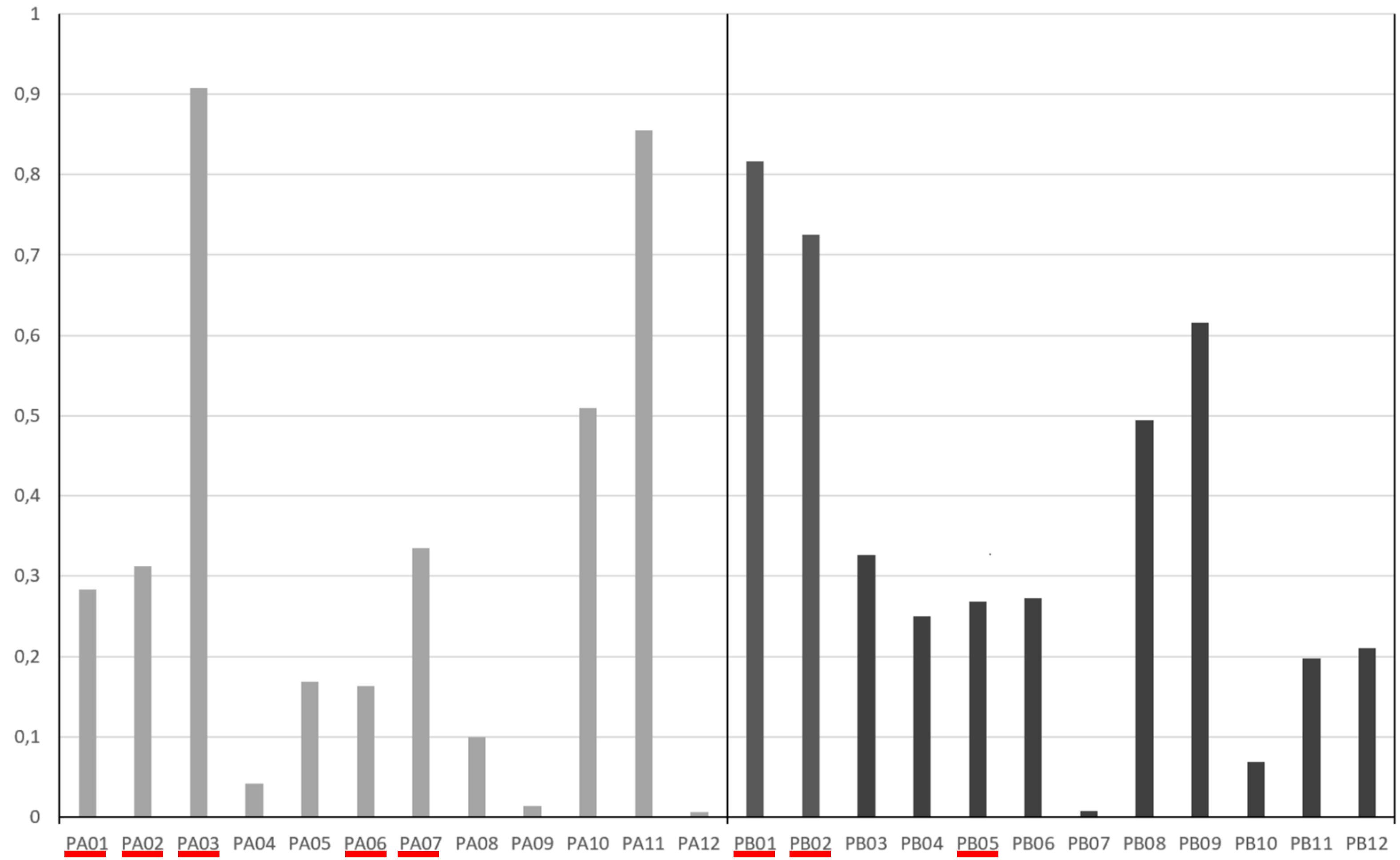
Mittlere Punkteanzahl:
$\bar{x} = 4{,}3$ ($s = 2{,}28$)



Ergebnisse 2022

$\bar{x} = 33\%$

Sek I: $\bar{x} = 48\%$
Sek II: $\bar{x} = 26\%$



Fehleranalyse (exemplarisch): Kalkülkenntnis oder Kalkülfertigkeit?

Aufgabe PA 1

Formen Sie die untenstehende Formel so um, dass e alleine auf einer der beiden Seiten steht. Es gilt $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}^+$, $a \neq b$ und $c \neq d$.

$$a = b + \frac{c-d}{e} \qquad | \cdot e$$

$$a \cdot e = \overset{d}{b} + c - d$$

$$e = \frac{b + c - d}{a}$$

Fehleranalyse (exemplarisch): Kalkülkenntnis oder Kalkülfertigkeit?

Aufgabe PA 8

Ermitteln Sie die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung $3x^2 + 5x - 2 = 0$ mit Hilfe einer der Lösungsformeln über der Grundmenge $\mathbb{R}$.

$$3x^2+5x-2=0$$

KK

$$_1x_2 = \frac{-b^{2} \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-25 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{-25 \pm 7}{6}$$

$$\boxed{x_1 = -\frac{18}{6} = -3} \quad \vee \quad \boxed{x_2 = \frac{-32}{6}}$$

Aufgabe PA 11

Gegeben ist die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 1$. Berechnen Sie $f'(x)$ mit Hilfe der Ableitungsregel für Polynomfunktionen.

$$f'(x) = 4x^2 - x$$

KK, da systematisch

Ergebnisse KK- und KF-Fehler (ab jetzt wieder nur 2021)

Aufgabennummer	Beschreibung	Lösungsquote	KK-Fehler	KF-Fehler
PA01	Formel umformen	0,43	0,17	0,92
PA08	Quadratische Gleichung lösen	0,20	0,56	0,40
PA11	Polynomfunktion ableiten	0,83	0,49	0,15
PB08	Skalarprodukt berechnen	0,67	0,77	0,17
PB09	Linearkombination berechnen	0,56	0,35	0,36

Abhängigkeit der Lösungsquote von Modellparametern

Die Lösungsquote ist …

- nahezu unabhängig von Bearbeitungslänge ($k = -0{,}022, p > 0{,}05$)
- abhängig von der curricularen Stufe ($k = -0{,}094, p < 0{,}05$)
- abhängig von der eingeschätzten Wichtigkeit ($k = 0{,}29, p < 0{,}05$)

Ergebnisse – Häufigkeit der Technologienutzung

- H1 (Lehrer*in im Unterricht): $\bar{x} = 1{,}00\ (s = 1{,}03)$
- H2 (Schüler*in im Unterricht): $\bar{x} = 1{,}21\ (s = 1{,}21)$
- H3 (Schüler*in bei der Hausübung): $\bar{x} = 0{,}92\ (s = 1{,}20)$

=>„ca. 1 Mal pro Woche“

Ergebnisse – Zusammenhang Häufigkeit der Technologienutzung und prozedurales Wissen

	Modell	0	1.1	1.2	2	3
	Intercept	**0.362**	**0.342**	**0.342**	**0.325**	**0.315**
Haupteffekte	Überzeugung		0.019		0.010	0.009
	Unt			-0.004	-0.004	0.026
	SÜ			0.011	0.010	0.033
	HÜ			**0.021**	**0.020**	0.026
	Unt*SÜ					**-0.025**
	SÜ*HÜ					-0.008
	Unt*HÜ					-0.019
	Unt*SÜ*HÜ					**0.011**
$\boxed{\dfrac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2}}$	ICC	28,17%	26,20%	24,50%	24,75%	24,66%

Überzeugungen der Lehrkräfte zum Technologieeinsatz I

T4	Die Arbeit mit Technologie bereitet mir Freude.	$\bar{x} = 2{,}16\ (s = 1{,}08)$
T6	Durch Technologieeinsatz können Schüler*innen unterschiedliche Darstellungsformen nutzen, um Probleme oder Aufgaben zu lösen.	$\bar{x} = 1{,}76\ (s = 0{,}68)$
T9	Mit Technologie verlernen Schüler*innen Prozeduren und Algorithmen (oder lernen sie erst gar nicht).	$\bar{x} = 2{,}00\ (s = 0{,}79)$
T13	Auf Technologie sollte im Mathematikunterricht verzichtet werden, weil sonst zu viel Zeit verloren geht.	$\bar{x} = 4{,}40\ (s = 0{,}76)$

(Items aus: Thurm et al., 2017)

Überzeugungen der Lehrkräfte zum Technologieeinsatz II

T15	Technologie verleitet Schüler*innen dazu, jede Aufgabe unreflektiert mit dem Rechner zu bearbeiten.	$\bar{x} = 2{,}28\ (s = 0{,}93)$
T17	Technologie ermöglicht, dass Schüler*innen mathematische Sachverhalte (z. B. Bedeutung von Parametern) selbst entdecken.	$\bar{x} = 2{,}44\ (s = 1{,}58)$
T18	Die Einführung von Technologie kostet so viel Zeit, dass sich der Einsatz nicht lohnt.	$\bar{x} = 4{,}40\ (s = 0{,}86)$

(Items aus: Thurm et al., 2017)

Überzeugungen der Lehrkräfte zum Maturakonzept

K2	Typ-1-Aufgaben sollen in eine lebensnahe Situation eingebettet sein.	$\bar{x} = 2{,}96\ (s = 1{,}02)$
K3	Zur Lösung von Typ-1-Aufgaben soll auch zukünftig ein gewöhnlicher Taschenrechner (TI-30) erlaubt sein.	$\bar{x} = 2{,}52\ (s = 1{,}35)$
K4	Zur Lösung von Typ-1-Aufgaben soll auch zukünftig höherwertige Technologie (GeoGebra, TI-Nspire, Casio ClassPad) erlaubt sein.	$\bar{x} = 4{,}00\ (s = 1{,}46)$
K5	Meiner Meinung nach soll bei Typ-1-Aufgaben auch ohne Angabe des Lösungsweges bei korrektem Ergebnis die volle Punktzahl gegeben werden.	$\bar{x} = 2{,}92\ (s = 1{,}33)$

Diskussion (Studie)

- Daten sind Momentaufnahme: keine Schlüsse über Vergangenheit oder Zukunft
- Ergebnisse: deskriptiv – die Frage danach, was MU leisten soll und wie digital der MU sein soll, ist daraus nicht zu beantworten!
- Datengrundlage für weitere Diskussionen und Entscheidungen

Diskussion (Schüler*innenergebnisse)

- Generell: Lösungsquoten niedrig (aufgabenabhängig) → Konsequenzen für MU?
- Sek I-Aufgaben besser als Sek II-Aufgaben: Ursachen unklar
- Scheitern bei einzelnen Aufgaben hat unterschiedliche Ursachen: KF – KK, Formelheft? TR?
- Kein omnipräsenter Technologieeinsatz an österreichischen Gymnasien
- Technologienutzungshäufigkeit kein Prädiktor für prozedurales Wissen: damit aber nicht geklärt, ob ein technologiefreier Teil bei der Matura eine Veränderung bringt

Diskussion (Lehrer*innenergebnisse)

- Haben eher Freude beim Arbeiten mit Technologie
- Sehen den Einsatz differenziert:
  - Positiv beim Entdecken, Problemlösen
  - Keine Zeitverschwendung
  - Aber: zuerst Mathematik, dann Technologie
- Typ1-Aufgaben:
  - Kurz, prägnant, nicht notwendigerweise mit Kontext
  - Bearbeitbar mit wiss. TR, nicht aber mit höherwertiger Technologie
  - Zufriedenheit mit Beurteilungsschema

Ausblick – Projekt OFF

- Geplant: Erhebungen bis 2028 (und darüber hinaus)
- Zusammenarbeit mit dem BMBWF Abteilung III/6f – Erhebung findet im Rahmen der Feldtestung statt.
- Geplante Auswertungen
  - Detaillierte Fehleranalyse (KK, KF)
  - Beobachtung der Veränderung
    - des prozeduralen Wissens
    - der Fehler
    - der Technologienutzungshäufigkeit
    - des selbsteingeschätzten Technologiewissens

Literatur

- Aigner, S. M. (2020). *Nutzung von GeoGebra in Bezug auf mathematische Tätigkeiten. Eine empirische Untersuchung der Nutzungsgewohnheiten von Schüler*innen bei der Verwendung von GeoGebra*. Masterarbeit. Wien: Universität Wien.

- Altieri, M. (2016). *Erfolg in Mathematikklausuren ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge unter besonderer Berücksichtigung prozeduralen Wissens*. Dissertation. Dortmund: Technische Universität Dortmund.

- Andre, M., Aspetsberger, K., Burtscher, M., Gruber, C., Juen-Kretschmer, C., Ranz, J., Singer, K., & Thaller, B. (2016). Projekt LEMMA. Zwischenbericht 2015. In B. Thaller & C. Juen-Kretschmer (Hrsg.), *Beiträge zur Fachdidaktik 1* (S. 8–48). Praesens Verlag.

- Bartok, L., & Steinfeld, J. (2015). *Stichprobenziehung. Ein Kommentar zur aktuellen und Vorschläge zur weiteren Vorgangsweise*. BIFIE.

- Barzel, B. (2012). *Computeralgebra im Mathematikunterricht. Ein Mehrwert – aber wann?* Münster: Waxmann.

- Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. In *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(4), 348–370.

- BMBWF (2020). *SRP Mathematik (AHS): 3-Stufen-Plan zur Weiterentwicklung des Mathematik-Unterrichts und der Mathematik-Matura*. https://www.matura.gv.at/fileadmin/user_upload/downloads/Begleitmaterial/MA/srp_ma_3-stufen-plan_2020-10-01.pdf [Zuletzt aufgerufen am 28.09.2021]

Literatur

- Bosse, M. J., & Bahr, D. L. (2008). The state of balance between procedural knowledge and conceptual understanding in mathematics teacher education. In *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1–28.
- Bruder, R., & Weiskirch, W. (2014). *CAliMERO SII – Computer Algebra im Mathematikunterricht – Analysis Arbeitsmaterialien*. Westermann: Braunschweig.
- Buchberger, B. (1990). Should students learn integration rules? ACM SIGSAM Bulletin, 24(1), 10-17.
- Cheung, A. C. K., & Salvin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. In *Educational Research Review*, 9, S. 88–113.
- Die Presse (2015). *Mathe-Auffrischung für 2000 Studienanfänger an der TU*. https://www.diepresse.com/4820682/mathe-auffrischung-fur-2000-studienanfanger-an-der-tu [Zuletzt aufgerufen am 13.10.2021]
- Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). *Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education*. Springer (Open Access).
- Engelbrecht, J., Bergsten, C., & Kågesten, O. (2009). Undergraduate students' preference for procedural to conceptual solutions to mathematical problems. In *International journal of mathematical education in science and technology, 40* (7), 927–940.

Literatur

- Hallett, D. H. (2006). What have we learned from calculus reform? The road to conceptual understanding. In *MAA NOTES, 69*, 43–45.

- Heinze, A., Neumann, I., Ufer, S., Rach, S., Borowski, A., Buschhüter, D., Greefrath, G., Halverscheid, S., Kürten, R., Pustelnik, K., & Sommerhoff, D. (2019). Mathematische Kenntnisse in der Studieneingangsphase – Was messen unsere Tests? In A. Frank, S. Krauss, & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 345–348). Münster: WTM-Verlag.

- Heugl, H. (2014). Mathematikunterricht mit Technologie. Ein didaktisches Handbuch mit einer Vielzahl an Aufgaben. Linz: Veritas-Verlag.

- Heugl, H., Klinger, W. & Lechner, J. (1996). Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen. Bonn, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.

- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Hrsg.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (S. 1–28). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

- Hoever, G. (2018). *Erhebungsbogen und Test zum Studienbeginn*. FH Aachen (nicht publiziert).

- Hoever, G., & Greefrath, G. (2018). Vorkenntnisse von Studienanfänger/innen, Vorkursteilnahme und Studienerfolg – Untersuchungen in Studiengängen der Elektrotechnik und der Informatik an der FH Aachen. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 803–806). Münster: WTM-Verlag.

Literatur

- Ingelmann, M. (2009). *Evaluation eines Unterrichtskonzeptes für einen CAS-gestützten Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I*. Berlin: Logos-Verlag.

- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Löwen, K., Brunner, M., & Kunter, M. (2006). *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt.* Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

- Kieran, C. (2013). The false dichotomy in mathematics education between conceptual understanding and procedural skills: an example from Algebra. In K. Leatham (Hrsg.), *Vital directions for mathematics education research* (S. 153–171). New York: Springer.

- Kieran, C., & Drijvers, P. (2006). The Co-Emergence of Machine Techniques, and Theoretical Reflection: A Study of CAS use in Secondary School Algebra. In *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *11*(2), S. 205–263.

- Knospe, H. (2008). Der Mathematik-Eingangstest an Fachhochschulen in Nordrhein-Westfalen. In *Proceedings des 6. Workshops Mathematik für Ingenieure, Wismarer Frege-Reihe*, Heft 03, S. 6–11.

- Konzept SRP (2021). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (AHS).* https://www.matura.gv.at/index.php?eID=dumpFile&t=f&f=4826&token=4574fed24b889f914a68a7411172dbce06459c69 [Zuletzt aufgerufen am 28.09.2021]

Literatur

- Kurier (2018). *Mathematik: „Man müsste früher in der Schule ansetzen“.* https://kurier.at/chronik/oesterreich/mathe-studiendekan-man-muesste-frueher-in-der-schule-ansetzen/400037467 [Zuletzt aufgerufen am 13.10.2021]

- Lehrplan (2021). *Bundesrecht konsolidiert: Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen.* https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568 [Zuletzt aufgerufen am 28.09.2021]

- Lenz, K., Dreher, A., Holzäpfel, L., & Wittmann, G. (2019). Entwicklung und Validierung eines Testinstruments zur Erfassung von konzeptuellem und prozeduralem Wissen zu Brüchen. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 481–484) Münster: WTM-Verlag.

- Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students’ mathematics learning. In *Educational Psychology Review*, 22, S. 215–243.

- Matyas, K., & Drmota, M. (2018). *Das "M" in MINT: TU Wien beobachtet Absinken der Mathematikkenntnisse von Studienanfänger_innen. Offener Brief an Bundesminister Heinz Faßmann.* https://www.tuwien.at/tu-wien/aktuelles/news/news/das-m-in-mint-tu-wien-beobachtet-absinken-der-mathematikkenntnisse-von-studienanfaenger-innen [Zuletzt aufgerufen am 28.09.2021]

- Neumann, R. (2018). *Zum Einfluss von Computeralgebrasystemen auf mathematische Grundfertigkeiten. Eine empirische Bestandsaufnahme.* Wiesbaden: Springer.

Literatur

- OECD (2015). *Students, Computers and Learning: Making the Connection.* PISA. OECD Publishing.
- Offener Brief (2017). *Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung – ein offener Brief.* http://www.tagesspiegel.de/downloads/19549926/2/offener-brief.pdf [Zuletzt aufgerufen am 28.09.2021]
- ÖMG (2019). *Stellungnahme der ÖMG zur Zukunft der standardisierten Reife- und Diplomprüfung im Fach Mathematik (AHS, BHS).* http://www.oemg.ac.at/Mitteilungen/2019-06-13-Zukunft-SRDP.pdf [Zuletzt aufgerufen am 28.09.2021]
- Rakes, C.R., Valentine, J. C., McGatha, M. B., & Ronau, R. N. (2010). Methods of instructional improvement in Algebra: A systematic review and meta-analysis. In *Review of Educational Research*, *80*(3), S. 95–112.
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2014). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. Kadosh & A. Dowker (Hrsg.), *Oxford handbook of numerical cognition*. New York: Oxford University Press.
- Ronau, R. N., Rakes, C. R., Bush, S. B., Driskell, S. O., Niess, M. L., & Pugalee, D. K. (2014). A survey of mathematics education technology dissertation scope and quality: 1968-2009. In *American Educational Research Journal*, *51*(5), S. 974–1006.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, S. 20–26.

Literatur

- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. In *Journal for research in mathematics education*, 404–411.
- Star, J. R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K., & Gogolen, C. (2015). Learning from comparison in algebra. In *Contemporary Educational Psychology, 40*, 41–54.
- Streit, C., & Pinkernell, G. (2011). Mathematik im Kopf. Ansätze für nachhaltigen, schüleraktivierenden Unterricht. In *Mathematik lehren*, *167*, 2-9.
- Thurm, D., Klinger, M., Barzel, B., & Rögler, P. (2017). Überzeugungen zum Technologieeinsatz im Mathematikunterricht: Entwicklung eines Messinstruments für Lehramtsstudierende und Lehrkräfte. In *mathematica didactica*, *40*, 18 Seiten.
- Weber, C. (2011). Vorstellungsübungen. Kopfmathematik, di auf unterschiedliche Prozesse zielt. In *Mathematik lehren*, *167*, 32-36.
- Wynands, A. (1984). Rechenfertigkeit und Taschenrechner. In *Journal für Mathematik-Didaktik*, *5*(1), S. 3–32.
- Zerr, R. J. (2009). Promoting Students' Ability to Think Conceptually in Calculus. In *Primus, 20*(1), 1–20.