

# Internationale Mathematische Nachrichten

## International Mathematical News

### Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83), P. Flor (1986–99), M. Drmota (2000–2007) und J. Wallner (2008–2017).

#### Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/104, A-1040 Wien. email [imn@oemg.ac.at](mailto:imn@oemg.ac.at), <http://www.oemg.ac.at/>

#### Redaktion:

*C. Fuchs* (Univ. Salzburg, Herausgeber)  
*H. Humenberger* (Univ. Wien)  
*R. Tichy* (TU Graz)  
*J. Wallner* (TU Graz)

#### Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Öster-

reichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.

Jahresbeitrag: € 35,-

Bankverbindung:

IBAN AT83-1200-0229-1038-9200 bei der Bank Austria-Creditanstalt (BIC-Code BKAUATWW).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Weinitzen-druck, 8044 Weinitzen.

© 2018 Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wien.

ISSN 0020-7926



# Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903  
<http://www.oemg.ac.at/>  
email: [oemg@oemg.ac.at](mailto:oemg@oemg.ac.at)

## **Sekretariat:**

Alpen-Adria-Universität Klagenfurt,  
Institut für Mathematik  
Universitätsstraße 65-67  
A-9020 Klagenfurt  
email: [oemg@oemg.ac.at](mailto:oemg@oemg.ac.at)

## **Vorstand des Vereinsjahres 2019:**

*B. Kaltenbacher* (Univ. Klagenfurt):  
Vorsitzende  
*J. Wallner* (TU Graz):  
Stellvertretender Vorsitzender  
*C. Fuchs* (Univ. Salzburg):  
Herausgeber der IMN  
*M. Ludwig* (TU Wien):  
Schriftführerin  
*M. Haltmeier* (Univ. Innsbruck):  
Stellvertretender Schriftführer  
*B. Lamel* (Univ. Wien):  
Kassier  
*P. Grohs* (Univ. Wien):  
Stellvertretender Kassier  
*E. Buckwar* (Univ. Linz):  
Beauftragte für Frauenförderung  
*C. Heuberger* (Univ. Klagenfurt):  
Beauftragter f. Öffentlichkeitsarbeit

## **Beirat:**

*A. Binder* (Linz)  
*M. Drmota* (TU Wien)  
*H. Edelsbrunner* (ISTA)  
*H. Engl* (Univ. Wien)  
*G. Helmborg* (Univ. Innsbruck)

*H. Heugl* (Wien)  
*W. Imrich* (MU Leoben)  
*M. Kim* (MathWorks)  
*M. Koth* (Univ. Wien)  
*C. Krattenthaler* (Univ. Wien)  
*M. Oberguggenberger* (Univ. Innsbruck)  
*W. Müller* (Univ. Klagenfurt)  
*H. Niederreiter* (ÖAW)  
*W. G. Nowak* (Univ. Bodenkultur)  
*W. Schachermayer* (Univ. Wien)  
*K. Sigmund* (Univ. Wien)  
*H. Sorger* (Wien)  
*R. Tichy* (TU Graz)  
*H. Zeiler* (Wien)

## **Vorsitzende von Sektionen und Kommissionen:**

*W. Woess* (Graz)  
*H.-P. Schröcker* (Innsbruck)  
*C. Pötzsche* (Klagenfurt)  
*F. Pillichshammer* (Linz)  
*S. Blatt* (Salzburg)  
*I. Fischer* (Wien)  
*H. Humenberger* (Didaktikkommission)  
*W. Müller* (Verantwortlicher für Entwicklungszusammenarbeit)

Die Landesvorsitzenden und der Vorsitzende der Didaktikkommission gehören statutengemäß dem Beirat an.

## **Mitgliedsbeitrag:**

Jahresbeitrag: € 35,-  
Bankverbindung: IBAN AT83-1200-0229-1038-9200



# Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News  
Nouvelles Mathématiques  
Internationales

Nr. 239 (72. Jahrgang)

Dezember 2018

---

## Inhalt

<i>Peter Gangl: Where to put a hole?</i> . . . . .	1
<i>Peter Kirschenhofer: ICM 2018 – Bericht eines Teilnehmers</i> . . . . .	13
<i>Tobias Hell, Barbara Kaltenbacher, Reinhard Winkler, Wolfgang Woess:</i> <i>ÖMG-Studierendentreffen und Early Student Award</i> . . . . .	25
Buchbesprechungen . . . . .	37
Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft . . . . .	47
Neue Mitglieder . . . . .	55
Ausschreibung der Preise der ÖMG . . . . .	57

Die Zahl auf der Titelseite gibt die größte derzeit bekannte Primzahl wieder. Es handelt sich um die Mersennesche Primzahl  $M_{77232917} = 2^{77232917} - 1$  mit 23 249 425 Ziffern. Die Primzahl wurde im Rahmen von GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) durch einen Rechner von Jonathan Pace am 26. Dezember 2017 gefunden. Der Fund wird mit einem Preisgeld von \$ 3.000 belohnt. Der Nachweis der Primalität benötigte dabei sechs Tage durchgehender Computerrechnungen auf einem PC mit einer Intel i5-6600-CPU. Mit dieser Primzahl ist man dem nächsten großen Ziel, nämlich eine Primzahl mit mindestens hundert Millionen Stellen zu finden, wieder einen Schritt näher gekommen. Weitere Informationen findet man unter <https://www.mersenne.org/primes/>. In Zeiten von Bitcoin und Co. sind solche aufwendigen Rechnungen, wie etwa auch im Rahmen des SETI-Projekts, leider mittlerweile in Gefahr.

# Where to put a hole?

**Peter Gangl**

TU Graz

*We give an overview over the field of shape and topology optimization and show an application from electrical engineering. We conclude with an extended outlook about further aspects to be considered for a practical optimization tool.*

About the author: Peter Gangl studied mathematics at JKU (Master 2012, PhD sub auspiciis supervised by Ulrich Langer in 2017). He is currently assistant at the Institute of Applied Mathematics at TU Graz. His PhD thesis was awarded with the *Studienpreis der ÖMG*, the Anile-ECMI Prize of ECMI (European Consortium for Mathematics in Industry) as well as the Richard C. DiPrima Prize of SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics).

## 1 Introduction

In many engineering applications one is faced with the task of determining a design for an object which minimizes or maximizes a given performance criterion. Examples include applications from mechanical engineering where one wants to find the design of a mechanical structure with maximal stiffness, fluid dynamics, e.g. the optimal layout of an airplane wing, or electromagnetics. Mathematically, this task can be formulated as an optimization problem where the unknown quantity is a shape, i.e. an (admissible) subset  $\Omega$  of  $\mathbb{R}^d$ . Then, on the one hand, one is interested in how a smooth perturbation of the boundary of the set  $\Omega$  affects the performance of the design and how this sensitivity information can be used to obtain better or even optimal designs. On the other hand, one may even be interested in designs having a different topology compared to the initial one. Then, the task is to find the optimal distribution of material and void within a given design domain. Or, as the French engineer and architect Robert Le Ricolais (1894–1977) phrased it [10]:

*“The art of structure is how and where to put the holes.”*

In a large class of problems, the objective function depends on the shape of the domain via the solution of a boundary value problem posed on this domain  $\Omega$  or on a superset  $D \supset \Omega$ . A generic PDE-constrained shape optimization problem can be formulated as

$$\min_{\Omega \in \mathcal{A}} J(u, \Omega) \quad (1a)$$

$$\text{subject to } u \in V : a_{\Omega}(u, v) = \langle F, v \rangle \quad \forall v \in V, \quad (1b)$$

with a suitable set of admissible designs  $\mathcal{A}$ , and the weak formulation of a partial differential equation (PDE) involving the domain  $\Omega$  on a function space  $V$ .

The different approaches to tackling a problem of the form (1) are usually classified into two groups of methods, namely *shape optimization* and *topology optimization* methods. While in the former class of methods, the shape  $\Omega$  is solely modified by means of smooth perturbations of its boundary, the latter class of methods allows for more general designs as also the introduction of holes or new components is possible. We mention that no clear border between these two classes of methods exists and that the terms are sometimes used interchangeably in the literature.

## 2 Shape Optimization

In shape optimization methods, a given design  $\Omega$  is successively updated by a smooth modification of its boundary in such a way that the objective function decreases. A boundary perturbation which guarantees a descent of the objective function can be determined by means of the *shape derivative* of the problem.

Given a smooth vector field  $V$  defined on the computational domain  $D$  (which contains the design  $\Omega$ ), and a family of deformation maps  $\{T_t^V\}_t$  where  $t \in (0, t_{\max})$ , e.g.  $T_t^V(x) = x + tV(x)$ , let  $\Omega_t := T_t^V(\Omega)$  denote the perturbed shape. The shape derivative gives information about the sensitivity of the objective function with respect to a perturbation of  $\Omega$  by a given deformation map  $T_t^V$ . Denoting  $\mathcal{J}(\Omega) := J(u(\Omega), \Omega)$  where  $u(\Omega)$  denotes the solution to the constraining PDE at  $\Omega$ , the shape derivative is defined as

$$d\mathcal{J}(\Omega; V) = \lim_{t \searrow 0} \frac{\mathcal{J}(\Omega_t) - \mathcal{J}(\Omega)}{t},$$

if this limit exists and the mapping  $V \mapsto d\mathcal{J}(\Omega, V)$  is linear. Historically, its first appearance was in the early work of Hadamard who derived the shape derivative for the first eigenvalue of the clamped plate in 1907 [15]. In this work, Hadamard showed that the shape sensitivity only depends on the normal component of the shape perturbation on the boundary. Later, Zolésio generalized this observation



to general shape functions and showed that, for domains with smooth enough boundaries, the shape derivative can always be written as

$$d\mathcal{J}(\Omega; V) = \int_{\partial\Omega} g_{\Gamma} V \cdot n \, ds, \quad (2)$$

with an integrable function  $g_{\Gamma} \in L^1(\Gamma)$ , see [9, Theorem 3.6], where  $n$  denotes the outward unit normal vector on  $\partial\Omega$ . This form is often called the Hadamard form of the shape derivative, but it is actually due to J.-P. Zolésio.

Besides this boundary integral form, the shape derivative can also be represented as a volume integral over the whole domain,

$$d\mathcal{J}(\Omega; V) = \int_D g(V, DV) \, dx, \quad (3)$$

for some function  $g$  depending on the vector field  $V$  and its Jacobian  $DV$ . This representation has the advantage that it requires less regularity of the solutions to the PDE constraint as well as to the adjoint equation. For an overview over different ways to derive the shape derivative, see [23].

We call  $V$  a descent direction at  $\Omega$  if  $d\mathcal{J}(\Omega; V) < 0$ . In the boundary-based form (2), given a shape  $\Omega$ , a descent direction  $V = -g_{\Gamma} n$  is readily available whereas the extraction of a descent direction is not obvious in the volume-based form (3). However, we remark that, in many applications  $V = -g_{\Gamma} n$  might not be regular enough or one might be interested in an extension of  $V$  from  $\partial\Omega$  to  $D$ . In these cases, the volume-based form (3) may be a better choice [16]. In the case of (3), a descent direction  $V$  can be extracted by solving an auxiliary boundary value problem of the form

$$\text{Find } V \in X : b(V, W) = -d\mathcal{J}(\Omega; W) \quad \forall W \in X,$$

with a suitable function space  $X$  and a positive bilinear form  $b(\cdot, \cdot)$ , since then  $d\mathcal{J}(\Omega; V) = -b(V, V) < 0$ .

Given the shape derivative of the problem and a way to extract a descent vector field  $V$ , a standard way to optimize a shape consists in a gradient descent method, i.e., in moving the boundary of  $\Omega$  a certain distance  $\tau > 0$  in the direction given by  $V$ . Since  $V$  is a descent direction, choosing  $\tau$  small enough will always yield a descent of the objective unless we have reached a local optimum, in which case the shape derivative vanishes. It is clear that by proceeding like this, the topology of the design is most likely not to be changed. Even though it may happen that different parts of the shape  $\Omega$  merge, no information about when introducing a hole in the interior of  $\Omega$  would be beneficial is encoded in the shape derivative, thus, holes do not suddenly appear.

Beside an explicit representation of the boundary of the shape  $\Omega$  (e.g. by polygonal, polynomial or spline curves), the interface between  $\Omega$  and its complement

can also be represented in an implicit way, as the zero level set of a continuous function  $\psi : D \rightarrow \mathbb{R}$ , called a level set function, which has positive values inside  $\Omega$  and negative values in  $D \setminus \overline{\Omega}$  [18]. In what became well-known as *the level set method*, the evolution of the function  $\psi$  is guided by the Hamilton-Jacobi equation

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi + V \cdot \nabla \psi = 0,$$

where  $t$  is a pseudo-time parameter and  $V$  determines the direction of the evolution and is chosen as a descent direction for the shape derivative [19].

The implicit geometry representation naturally allows for an easy and flexible handling of topological changes, and it happens in practice that components of the design merge, yielding a topologically much different structure<sup>1</sup>. However, also this approach does not have a nucleation mechanism to introduce holes in the interior of  $\Omega$  when it is beneficial.

Thus, the question of how and where to put the holes persists.

### 3 Topology Optimization

The first approaches to variable-topology design optimization came up in the late 1980s with the homogenization method [7] and the density-based approach [6] which is now better known as the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method. While the former suffers from a large number of degrees of freedom and is not widely used in practice, density-based methods have been applied to a vast range of problems, see e.g. [1] for the topology optimization of an aircraft wing.

The idea of density-based topology optimization is to represent a design by a function  $\rho : D \rightarrow \mathbb{R}$  where  $\rho(x) = 1$  if point  $x$  is occupied by material and  $\rho(x) = 0$  if it is not. Then, in order to avoid a discrete optimization problem, during the optimization one allows the function  $\rho$  to attain any values between 0 and 1, and calls it a density function. In order to eventually end up with a “black-and-white”-picture where  $\rho$  has the value 0 or 1 almost everywhere in the design region, the idea of the SIMP method is to penalize intermediate density values. This however leaves an optimization problem which lacks a solution, a fact which can be observed from numerical experiments in the phenomena of mesh dependency (choosing a smaller discretization size yields a different, finer structure as an “optimal” solution) or so-called checkerboard patterns. In order to treat this ill-posed problem

---

<sup>1</sup>This is exploited in the rather popular approach of [2] where the authors start with a perforated design containing many holes and end up with the optimal topology by only using shape sensitivity information.

one introduces a “length scale”, e.g. by filtering the density variable  $\rho$ , i.e. by averaging its values over a certain filter radius  $R > 0$ . Density-based approaches are very flexible and can handle variable topologies without any problems. They have been applied to a wide variety of problems and are used in commercial software. Nevertheless, we remark that in the final design some “gray” areas may remain and one usually does not get a crisp interface between the two materials. For a thorough overview of density-based topology optimization methods, we refer the interested reader to [21].

A different way to deal with topological changes in the course of a shape optimization procedure was first introduced in [11] as the so-called bubble method. Here, the authors determined a criterion which gives information about where the introduction of a hole is most beneficial. The idea of the bubble method is to successively introduce holes based on this criterion and perform shape optimization on all boundaries, also considering the newly created boundaries of the holes.

This positioning criterion for a hole was later extended and rigorously introduced as the *topological derivative* in [22]. Given a shape functional  $\mathcal{J} = \mathcal{J}(\Omega)$ , its topological derivative at a spatial point  $x_0 \in \Omega$  is defined as the quantity  $G(x_0)$  which satisfies a topological asymptotic expansion of the form

$$\mathcal{J}(\Omega_\varepsilon) - \mathcal{J}(\Omega) = \varepsilon^d G(x_0) + o(\varepsilon^d),$$

as  $\varepsilon$  tends to zero, where  $\Omega_\varepsilon = \Omega \setminus \overline{B(x_0, \varepsilon)}$  denotes the perturbed domain where a hole of radius  $\varepsilon$  is introduced around the point  $x_0$  and  $d$  denotes the space dimension. From this expansion, it can be seen that, whenever  $G(x_0) < 0$ , then  $\mathcal{J}(\Omega_\varepsilon) < \mathcal{J}(\Omega)$  for  $\varepsilon$  small enough. Thus, introducing a small enough hole around  $x_0$  will yield a decrease of the objective function  $\mathcal{J}$ , which finally answers the question in the title of this article.

For the derivation of the topological derivative of a large class of problems of the type (1) with linear PDE constraints (1b), we refer to [3]. In the case of a quasilinear PDE constraint, the literature is rather scarce, see e.g. [5].

Of course, this topological sensitivity information can be incorporated into shape optimization algorithms such as the level set method in order to also allow for topological changes as it was done in [8]. Another way of exploiting the flexibility of a level set representation of a design together with the topological sensitivity information provided by the topological derivative was introduced in [4]. In this algorithm, the evolution of the level set function is purely guided by the topological derivative, which enables topological changes whenever it is beneficial.

In the next section we will apply this algorithm to a model problem from electromagnetics.

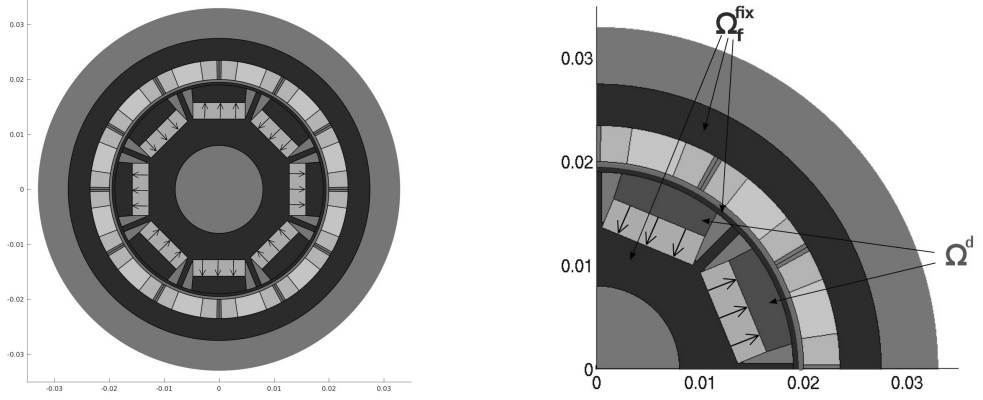


Figure 1: Left: Computational domain  $D$  representing electric motor with different sub-domains. Right: Zoom on upper right quarter (for a different rotor-to-stator constellation) with design region  $\Omega^d$  and fixed ferromagnetic set  $\Omega_f^{fix}$ . For a given design  $\Omega \subset \Omega^d$ , we have  $\overline{\Omega}_f = \overline{\Omega_f^{fix}} \cup \overline{\Omega}$ . Figures taken from [13].

## 4 Application to optimal electrical machine design

### 4.1 Model Problem

In this section, we consider a practical problem from electrical engineering. We are given an electric motor and consider its two-dimensional cross-section, see Figure 1. The motor contains coils, where electric current is induced, and permanent magnets which are magnetized in the directions indicated in Figure 1. Furthermore, there are regions of ferromagnetic material, and the rest of the computational domain is filled with air. Given these sources, the magnetic flux density  $\mathbf{B}$  can be computed from the magnetostatic approximation of Maxwell's equations via the two-dimensional vector potential ansatz  $\mathbf{B} = \text{curl}((0, 0, u)^\top)$ , where the scalar function  $u$  solves the boundary value problem

$$\begin{aligned} -\text{div}(v_\Omega(x, |\nabla u|)\nabla u) &= I_z - v_0 \text{div}(\mathbf{M}^\perp) && \text{in } D, \\ u &= 0 && \text{on } \partial D. \end{aligned} \quad (4)$$

Here, the magnetic reluctivity  $v_\Omega$  is a nonlinear function only in the ferromagnetic parts of the motor, and piecewise constant elsewhere;  $I_z$  represents the third component of the impressed currents in the coils and  $\mathbf{M}^\perp = (-M_2, M_1)^\top$  is the perpendicular of the first two components of the magnetization  $\mathbf{M}$ . These sources vanish outside the coil or the magnet areas, respectively.

For this model problem, we are interested in determining the optimal distribution of ferromagnetic material inside the design areas  $\Omega^d$  (the highlighted regions in

the right picture of Figure 1) such that a given objective function  $J = J(u)$  is minimized. In other words, we are looking for the optimal subset  $\Omega \subset \Omega^d$  (usually out of a set  $\mathcal{A}$  of sufficiently “nice”, admissible subsets of  $\Omega^d$ ) to be occupied with ferromagnetic material. The shape of  $\Omega$  influences the objective function via the solution  $u$  to the PDE constraint (4). Note that  $\Omega$  enters the PDE constraint via the magnetic reluctivity

$$\nu_{\Omega}(x, |\nabla u|) = \chi_{\Omega_f^{fix} \cup \Omega}(x) \hat{\nu}(|\nabla u|) + \chi_{(D \setminus \Omega_f^{fix}) \cup (\Omega^d \setminus \Omega)}(x) \nu_0,$$

where  $\chi_A$  denotes the characteristic function of a set  $A$ ,  $\hat{\nu}$  is a scalar function and  $\nu_0$  is constant,  $\nu_0 = 10^7 / (4\pi)$ . Here,  $\Omega_f^{fix}$  denotes the fixed ferromagnetic part of the motor which is not subject to the optimization, see also Figure 1 (right), and  $\Omega$  is the part of the design region  $\Omega^d$  that is currently occupied by ferromagnetic material. We remark that the magnetic reluctivity represents the relation between the magnetic flux density  $\mathbf{B}$  and the magnetic field intensity  $\mathbf{H}$  and that its physical properties yield conditions which allow to show existence of a unique solution (in suitable function spaces) of (4), see [12].

For the optimization criterion, we consider a functional  $J = J(u)$  which – when minimized – yields a smooth rotation of the motor. For more details on the functional, see [12, Section 8.3].

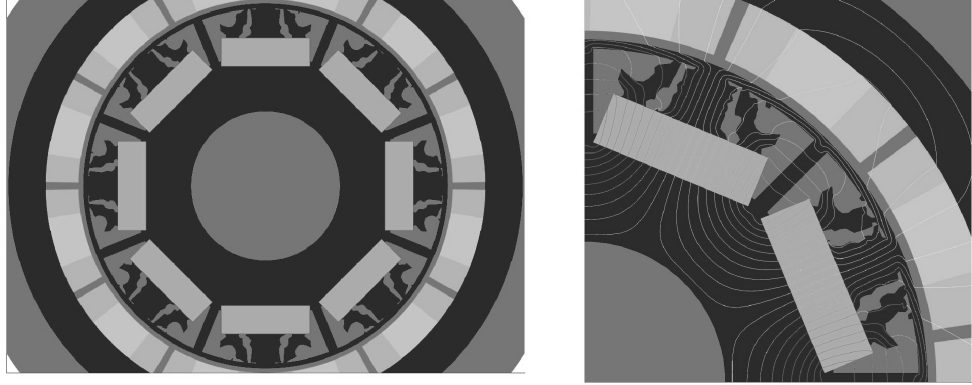
## 5 Design Optimization

We approach the design optimization described in Section 4.1 by means of a two-stage algorithm.

In a first stage, we employ the level set algorithm of [4], which is based on the topological derivative. In order to be able to do so, the main challenge was to derive the topological derivative for the model problem including the quasilinear PDE constraint (4). The final formula and the detailed derivation can be found in [12].

We remark that the topology optimization algorithm of [4] is based on the topological derivative, a quantity that is only defined in the interior of  $\Omega$  or in the interior of its complement, but not on the material interface. In the algorithm, the topological derivative is interpolated at the interface. In a second step of the overall algorithm, shape optimization based on the shape derivative is performed as a post-processing. For the derivation of the shape derivative of the problem at hand, see [14].

Figure 2 shows the final design of the two-stage algorithm. The objective value could be reduced from 0.455 to 0.036, yielding a much smoother rotation of the rotor and less vibrations and noise during operation of the machine.



*Figure 2:* Final design of two-stage algorithm together with magnetic field lines. Figures taken from [13].

## 6 Outlook

We saw that the shape and topological derivative allow for an elegant way of finding improved and optimized designs. However, when dealing with real-world applications, this is not yet enough for providing an unconditionally satisfactory optimization tool. In order to achieve this, the work presented here should be extended into several directions.

First of all, we only performed optimization with respect to one electromagnetic performance criterion (smoothness of rotation) and didn't take into consideration other important criteria (e.g. high average torque). Of course, it is possible to minimize a weighted average of different objectives by the presented algorithms, however then the choice of the weights becomes crucial. In practical applications, engineers are interested in a solution which gives a good compromise between several, in general conflicting, objectives. For that purpose, one is interested in finding the set of Pareto-optimal solutions to the multi-objective optimization problem, i.e. the set of designs which cannot be improved with respect to one criterion without deteriorating the performance with respect to one of the others. Multi-objective optimization problems are often approached by means of derivative-free evolutionary algorithms, which have the additional advantage that they are not prone to getting stuck in local minima. However, on the other hand they are computationally much more costly compared to gradient-based optimization algorithms. By a smart coupling of these two worlds, it might be possible to minimize the drawbacks of both kinds of methods and obtain the set of Pareto-optimal solutions using less computational effort.

As a second aspect where there is room for improvement, we note from the op-

timized design in Figure 2 that, even though the design is (locally) optimal with respect to the electromagnetic performance criterion given by  $J$ , its mechanical stability might not be sufficient to sustain a rotation at a high speed. Thus, the optimal design process should be considered subject to a constraint on the maximum arising mechanical stress. Moreover, in order to ensure manufacturability of the optimized design, it would be desirable to have a way to impose a minimum thickness of all components of the design. This can be done in a similar way as the density filtering in density-based topology optimization methods, see [17].

A further aspect that is important in practice is the sensitivity of the optimized design with respect to manufacturing imperfections or uncertainty in measured input data due to measurement errors. In order to avoid designs whose actual performance after production is far off from the simulated performance due to these influences, the design optimization should be performed in a robust way, taking into account these sources of uncertainty.

Robust optimization algorithms typically involve a much larger number of function evaluations (and therefore of PDE solves) than deterministic optimization approaches. Therefore, fast solution strategies for the forward problem are crucial. On the one hand, this can be achieved by exploiting parallelism, on the other hand also model order reduction techniques can be very helpful in this respect.

Finally, we remark that the magnetostatic approximation to Maxwell's equations (4) can be used to model an electric motor which rotates at a constant speed. When considering the starting phase of the motor, an additional time derivative  $\sigma(x) \frac{\partial u}{\partial t}$  has to be considered. Here, the coefficient  $\sigma$  vanishes in non-conducting regions, yielding a mixed elliptic-parabolic boundary value problem, called the eddy current problem. Moreover, the eddy currents, which are modeled by  $\sigma(x) \frac{\partial u}{\partial t}$ , produce heat. On the other hand, temperature influences the properties of permanent magnets (which again has an impact on the eddy currents). In order to consider temperature-dependent behavior of the permanent magnets, the electromagnetic eddy current problem has to be coupled with a heat equation. Here, an efficient solution strategy (e.g. parallelism in time) is an important aspect before thinking about performing optimization for this setting.

**Conclusion** As we could see, the field of optimal electrical machine design can be seen as a kind of mathematical playground where many disciplines from mathematical and numerical analysis as well as optimization meet. We saw that there remain many challenges to be tackled in order to obtain a generic practical optimization tool. Most of these challenges are interesting from both a mathematical and an engineering perspective and the practical problem can be solved best by interdisciplinary cooperations.

## References

- [1] N. Aage, E. Andreassen, B.S. Lazarov, and O. Sigmund. Giga-voxel computational morphogenesis for structural design. *Nature*, 550:84, Oct. 2017.
- [2] G. Allaire, F. Jouve, and A.-M. Toader. Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method. *Journal of Computational Physics*, 194(1):363 – 393, 2004.
- [3] S. Amstutz. Sensitivity analysis with respect to a local perturbation of the material property. *Asymptotic analysis*, 49(1), 2006.
- [4] S. Amstutz and H. Andrä. A new algorithm for topology optimization using a level-set method. *Journal of Computational Physics*, 216(2):573–588, 2006.
- [5] S. Amstutz and A. Bonnafé. Topological derivatives for a class of quasilinear elliptic equations. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 107(4):367 – 408, 2017.
- [6] M. P. Bendsøe. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, 1(4):193–202, 1989.
- [7] M. P. Bendsoe and N. Kikuchi. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 71(2):197–224, Nov. 1988.
- [8] M. Burger, B. Hackl, and W. Ring. Incorporating topological derivatives into level set methods. *Journal of Computational Physics*, 194(1):344–362, 2004.
- [9] M. C. Delfour and J.-P. Zolésio. *Shapes and geometries*, volume 22 of *Advances in Design and Control*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, second edition, 2011.
- [10] K. Dewidar. Robert Le Ricolais: the art of structure is where to put holes. [https://www.researchgate.net/publication/303460171\\_Robert\\_Le\\_Ricolais\\_the\\_art\\_of\\_structure\\_is\\_where\\_to\\_put\\_holes](https://www.researchgate.net/publication/303460171_Robert_Le_Ricolais_the_art_of_structure_is_where_to_put_holes), 2016.
- [11] H. A. Eschenauer, V. V. Kobelev, and A. Schumacher. Bubble method for topology and shape optimization of structures. *Structural optimization*, 8(1):42–51, 1994.
- [12] P. Gangl. Sensitivity-based topology and shape optimization with application to electrical machines. PhD thesis, JKU Linz, 2016.
- [13] P. Gangl. Sensitivity-based topology and shape optimization with application to electric motors. In: Antil H., Kouri D., Lacasse M., Ridzal D. (eds) “Frontiers in PDE-Constrained Optimization”, IMA Volumes in Mathematics and its Applications, vol. 163, Springer New York, 2018.
- [14] P. Gangl, U. Langer, A. Laurain, H. Meftahi and K. Sturm. Shape optimization of an electric motor subject to nonlinear magnetostatics. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 37(6): B1002–B1025, 2015.
- [15] J. Hadamard. Mémoire sur le problème d’analyse relatif à l’équilibre des plaques élastiques encastrées. Mémoires présentés par divers savants à l’Académie des sciences de l’Institut de France: Éxtrait. Imprimerie nationale, 1907.
- [16] A. Laurain and K. Sturm. Distributed shape derivative via averaged adjoint method and applications. *ESAIM: M2AN*, 50(4):1241–1267, 2016.
- [17] B.S. Lazarov, F. Wang and O. Sigmund. Length scale and manufacturability in density-based topology optimization. *Arch. Appl. Mech.* 86:189–218, 2016.
- [18] S. Osher and J. A. Sethian. Fronts propagating with curvature dependent speed: Al-



- gorithms based on hamilton-jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79(1):12–49, 1988.
- [19] S. J. Osher and F. Santosa. Level set methods for optimization problems involving geometry and constraints - I. Frequencies of a two-density inhomogeneous drum. *J. Comput. Phys*, 171:272–288, 2001.
- [20] C. Pechstein. Multigrid-Newton-methods for nonlinear magnetostatic problems. Master’s thesis, Johannes Kepler University Linz, 2004.
- [21] O. Sigmund and K. Maute. Topology optimization approaches: A comparative review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 48(6):1031–1055, 2013.
- [22] J. Sokołowski and A. Zochowski. On the topological derivative in shape optimization. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 37(4):1251–1272, 1999.
- [23] K. Sturm. Minimax Lagrangian approach to the differentiability of nonlinear PDE constrained shape functions without saddle point assumption. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 53(4):2017–2039, 2015.

*Authors’ address:*  
*Peter Gangl*  
*TU Graz*  
*Institut für Angewandte Mathematik*  
*Steyrergasse 30/III*  
*A-8010 Graz*  
*email gangl@math.tugraz.at*



# ICM 2018 – Bericht eines Teilnehmers

**Peter Kirschenhofer**

Montanuniversität Leoben

Der Internationale Mathematikerkongress (International Congress of Mathematicians, ICM) 2018 fand vom 1. August bis 9. August 2018 in Rio de Janeiro statt. Ich konnte, als einer von sehr wenigen Österreichern, an dieser großen Tagung teilnehmen.

Der Internationale Mathematikerkongress wird bereits seit 1897 im Regelfall alle vier Jahre abgehalten, wobei die IMU, die Internationale Mathematische Union, die Schirmherrschaft ausübt. Im Besonderen in die Geschichte der Mathematik eingegangen ist die Zusammenstellung von 23 zur damaligen Zeit offenen Problemen durch David Hilbert zum zweiten Internationalen Mathematikerkongress im Jahr 1900 in Paris, von denen er zehn Probleme am 8. August 1900 in der Sorbonne im Rahmen des Kongresses vortrug. Beim ICM werden seit 1936 (Oslo) die Fields-Medaillen, seit 1983 (Warschau) der Rolf-Nevanlinna-Preis, seit 2006 (Madrid) der Carl-Friedrich-Gauß-Preis und seit 2010 (Hyderabad) die Chern-Medaille und der Leelavati-Preis verliehen. Die Preisträger stellen im Rahmen von “Prize Lectures” ihre Arbeitsgebiete vor. Weitere herausragende Ereignisse des Vortragsprogramms sind darüber hinaus eine “Abel Lecture” und eine “Emmy Noether Lecture”.

Der heurige Kongress fand im Kongresszentrum Riocentro in Barra da Tijuca, einem Stadtteil im Südwesten von Rio de Janeiro, statt, womit der Kongress erstmals in Südamerika abgehalten wurde. Am Kongress nahmen mehr als 3.000 Personen aus 114 Ländern teil. Das Organisationskomitee leitete Marcelo Viana vom IMPA, Rio de Janeiro. Mehr als 1.500 Personen arbeiteten im Vordergrund und Hintergrund daran, die Tagung zu einem Erfolg werden zu lassen, unter ihnen 228 zweisprachige Freiwillige, die den Teilnehmern unterstützend zur Seite standen. Die Organisatoren hatten mit einer besonderen Herausforderung zu kämpfen, da am Sonntag, dem 30. Juli, dem Vernehmen nach durch den Absturz eines Heißluftballons das Dach der größten Veranstaltungshalle des Riocentro in Brand

geriet und damit diese Halle, wie auch alles bereits aufgebaute technische Gerät, u.a. auch von den die Übertragung der Eröffnung planenden Fernsehstationen, teils unbrauchbar bzw. teils aus Versicherungsgründen unbenutzbar wurde. Es gelang jedoch gerade noch rechtzeitig, innerhalb des großen Konferenzentrums umzudisponieren und einen reibungslosen Ablauf der Veranstaltung sicherzustellen, wofür den Organisatoren ein besonderes Lob auszusprechen ist.

Der ICM 2022 wird in St. Petersburg, Russland, stattfinden, das sich in einer Abstimmung bei der Generalversammlung der IMU unmittelbar vor dem Kongress gegen Paris durchgesetzt hat.

Doch nun zu den großen wissenschaftlichen Preisen, die am Kongress verliehen wurden.

Die *Fields-Medaillen* werden verliehen, um herausragende mathematische Errungenschaften in bereits existierenden Arbeiten anzuerkennen und als Ansporn für künftige Entwicklungen zu wirken. Die zwei bis vier Preisträger dürfen am Beginn des Jahres der Auszeichnung noch nicht älter als 40 Jahre sein. Die Medaillen und Geldpreise werden von einem Fonds, der von J. C. Fields gegründet wurde, unterstützt, wobei die University of Toronto und das Fields Institute ebenfalls als Sponsoren auftreten. Beim ICM 2018 wurden Fields-Medaillen an *Caucher Birkar* (“For the proof of the boundedness of Fano varieties and for contributions to the minimal model program”), *Alessio Figalli* (“For contributions to the theory of optimal transport and its applications in partial differential equations, metric geometry and probability”), *Peter Scholze* (“For transforming arithmetic algebraic geometry over  $p$ -adic fields through his introduction of perfectoid spaces, with applications to Galois representations, and for the development of new cohomology theories”) und *Akshay Venkatesh* (“For his synthesis of analytic number theory, homogeneous dynamics, topology and representation theory, which has resolved long-standing problems in areas such as the equidistribution of arithmetic objects”) verliehen. Trotz umfangreicher Sicherheitsmaßnahmen bei der Eröffnungsveranstaltung des Kongresses wurde Caucher Birkar die Fields-Medaille, während er von Gratulanten und Journalisten umringt war, aus einer kurze Zeit unbeobachteten Tasche entwendet, ein Umstand, der in zahlreichen internationalen Meldungen mehr Niederschlag fand, als die Namen (oder gar Leistungen) der Fields-Medaillisten selbst. Letztlich erhielt Birkar einige Tage später im Rahmen einer offiziellen Zeremonie neuerlich eine Fields-Medaille überreicht (womit er bei seiner “Fields medallist’s lecture” als der einzige Mathematiker angekündigt wurde, der zweimal die Fields-Medaille erhalten hat).

Die folgende Darstellung einiger wichtiger Leistungen der Fields-Medaillen-Empfänger orientiert sich wesentlich an den offiziellen Würdigungen der IMU (vgl. [9],[10],[11],[12]). Sie kann naturgemäß nur oberflächlich und unpräzise sein, eine ausführliche Ausarbeitung der Laudationes wird wie üblich in den Pro-

ceedings des Kongresses erscheinen ([15]).

*Caucher Birkar* wurde 1978 im kurdischen Teil des Iran als Sohn von Bauern geboren. Er studierte zunächst im Iran, blieb nach einem Besuch in Großbritannien und promovierte bei Ivan Fesenko an der University of Nottingham. Er ist Professor an der Universität Cambridge und befasst sich schwerpunktmäßig mit algebraischer Geometrie.

Die algebraische Geometrie versucht Korrespondenzen zwischen algebraischen und geometrischen Objekten aufzufinden und zum Beweis von Aussagen über diese Objekte zu verwenden. Ein klassisches Beispiel folgt aus dem Fundamentalsatz der Algebra; demnach sind die algebraischen Objekte der monischen Polynome in einer Veränderlichen mit Koeffizienten aus  $\mathbb{C}$  in einer eindeutigen Korrespondenz zu den geometrischen Objekten der Mengen ihrer Nullstellen.

Sei nun  $P_K^n$  der  $n$ -dimensionale projektive Raum über einem Körper  $K$ . Eine projektive algebraische Menge besteht dann aus der Lösungsmenge eines Systems von (endlich vielen) Gleichungen der Form  $p_j(x_0, \dots, x_n) = 0$ , wobei die  $p_j(x)$  homogene Polynome sind. Die konkrete Wahl der homogenen Koordinaten ist dabei irrelevant. Eine (irreduzible) projektive Varietät ist eine irreduzible projektive algebraische Menge, d.h. eine solche, die nicht als Vereinigung zweier echter abgeschlossener Teilmengen geschrieben werden kann. Dabei sind in der zugrundegelegten Zariski-Topologie die abgeschlossenen Mengen gerade die algebraischen Mengen. Der homogene Koordinatenring  $K[V]$  der projektiven Varietät  $V$  ist der Quotientenring  $K[X_0, \dots, X_n]/I(V)$  des Rings  $K[X_0, \dots, X_n]$  der homogenen Polynome nach dem Ideal  $I(V)$ , das von den auf ganz  $V$  verschwindenden homogenen Polynomen erzeugt wird. Eine rationale Abbildung  $f = (f_1, \dots, f_n)$  von der Varietät  $V \subset P_K^m$  in die Varietät  $W \subset P_K^n$  ist eine (partielle) Abbildung von  $V$  nach  $W$ , bei der alle  $f_j$  rationale Funktionen sind, d.h. Elemente des Quotientenkörpers  $K(V)$  des Koordinatenrings  $K[V]$ , und der Definitionsbereich von  $f$  aus den Elementen  $x$  von  $V$  besteht, in denen alle  $f_j = g_j/h_j, g_j, h_j \in K[V]$  regulär sind, d.h. in denen  $h_j(x) \neq 0$  für alle  $j$  gilt. Eine birationale Abbildung  $f$  von  $V$  nach  $W$  ist dann eine rationale Abbildung, zu der es eine rationale „Umkehrung“ gibt, d.h. eine rationale Abbildung  $F$  von  $W$  nach  $V$  m.d.E., dass  $F \circ f = \text{id}_V$  and  $f \circ F = \text{id}_W$ . Die Grundaufgabe der birationalen Geometrie besteht darin, herauszufinden, ob zwei gegebene Varietäten außerhalb von Teilmengen niedrigerer Dimension im eben geschilderten Sinn birational äquivalent sind. Insbesondere wird im sogenannten „Minimalmodellprogramm“ (MMP) versucht, möglichst einfache birationale Modelle beliebiger komplexer projektiver Varietäten aufzufinden und damit zu einer Klassifikation zu gelangen. Historisch wurde die entsprechende Aufgabe für eindimensionale komplexe Varietäten durch Bernhard Riemann mithilfe der Zuordnung dessen, was wir heute Riemannsche Flächen nennen, also von reellen zweidimensionalen Flächen, behandelt, wobei sich (entsprechend des Vorzeichens der Krümmung der Fläche) drei Typen derartiger Varietäten ergaben. Der zweidimensionale Fall wurde durch italienische algebraische Geometer zu

Beginn des 20. Jahrhunderts mithilfe der Einführung der birationalen Funktionen und des Konzepts des “blowing down” erledigt, bei dem spezielle Kurven in einzelne Punkte zusammengezogen werden. Dabei haben sich wieder drei Klassen derartiger Varietäten ergeben. Der dreidimensionale Fall schließlich wurde von Shigefumi Mori geklärt, der dabei eine neue Art von blowing down-Prozedur einführen musste, die allerdings Singularitäten produziert, deren Behandlung schwierige Probleme aufwirft. Zu deren Untersuchung entwickelte Mori als neues Hilfsmittel sogenannte “flips”: Nach dem Ausschneiden einer Region aus der Varietät wird diese „geflipped“ und danach die modifizierte Region wieder eingefügt. Mori erhielt u.a. für den Nachweis der Existenz solcher flips im dreidimensionalen Fall 1990 eine Fields-Medaille. Im Zusammenhang mit der Behandlung höherer Dimensionen wurden von Vyacheslav Shokurov und anderen im Rahmen eines „logMMP“ Korrespondenzen zwischen Varietäten und (Mengen von) Varietäten mit um eins kleinerer Dimension untersucht. Shokurov konnte unter Verwendung von Resultaten der Kohomologietheorie die Existenz von flips für den Fall der Dimension 4 erledigen. Caucher Birkar gelang es schließlich gemeinsam mit Paolo Cascini, Christopher Hacon und James McKernan ([3]) 2006 nachzuweisen, dass der sogenannte kanonische Ring der Varietät endlich erzeugt ist. Als eine der Folgerungen einer Version dieses Satzes ergab sich die Existenz von flips in allen Dimensionen größer als zwei, und die Autoren konnten die Existenz von Minimalmodellen für Varietäten allgemeiner Dimension beweisen.

*Alessio Figalli* wurde 1984 in Rom geboren. Er studierte in Pisa und promovierte 2007 bei Luigi Ambrosio (Pisa) und Cedric Villani (Lyon). Nach Stationen in Nizza und Austin, Texas, wurde er 2011 Professor an der ETH Zürich. Sein Forschungsschwerpunkt sind Fragen des optimalen Transports und dessen Anwendungen.

Die Theorie des optimalen Transports geht auf die analytische Modellierung des klassischen Transportproblems zurück, bei dem, ausgehend von einem Anfangszustand (z.B. einer Verteilung von Gütern bei Produzenten), ein Endzustand (z.B. Verteilung der Güter bei den Abnehmern) mit möglichst geringen Kosten erreicht werden soll. Das Problem wurde im einfachsten Fall bereits von Gaspard Monge betrachtet. Im mathematischen Modell werden Anfangs- und Endzustand durch Wahrscheinlichkeitsmaße auf metrischen Räumen beschrieben und die Kosten durch eine entsprechende Kostenfunktion auf dem kartesischen Produkt der Räume. Das zugehörige Minimierungsproblem für den Transport zwischen den Räumen wurde seit den 1940er-Jahren mit modernen Hilfsmitteln aus Maßtheorie und Funktionalanalysis untersucht und in der mathematischen Wirtschaftstheorie angewendet. Leonid Kantorovich erhielt für seine entsprechenden Resultate 1975 den Nobel-Gedächtnispreis für Wirtschaftswissenschaften.

Seit den letzten Jahrzehnten des vergangenen Jahrhunderts haben wichtige Fortschritte in der Theorie des optimalen Transports zu weiteren Anwendungen Anlass gegeben, insbesondere auch innerhalb der Mathematik selbst. Einer der Hö-

hepunkte dieser Entwicklung stammt von Figalli und einer Reihe von Koautoren, die wesentliche neue Resultate zu sogenannten isoperimetrischen Aufgaben erzielen konnten (vgl. z.B. [7]). Das klassische isoperimetrische Problem fragt nach der flächengrößten Figur bei vorgegebenem Umfang, Verallgemeinerungen betreffen etwa die Auffindung von Minimalflächen hinsichtlich gewisser Energieparameter. Figalli und seine Koautoren haben sich u.a. mit der Frage beschäftigt, wie sich die Form von Kristallen unter dem Einfluss von Energie von außen verändert und diese Aufgabe als ein Problem des optimalen Transports behandelt. Wählt man als Kostenfunktion das Quadrat des Abstands um den sich die Punkte bewegen, so konnten sie nachweisen, dass beim optimalen Übergang von der alten Kristallgestalt zur neuen der durchschnittliche Wert, um den sich die Punkte bewegen, in der Größenordnung der Quadratwurzel der von außen einwirkenden Energie liegt. Kleine Zufuhr von z.B. Wärme bewirkt also nur kleine Änderungen der Kristallgestalt, die Lösung ist „stabil“.

Weitere bahnbrechende Resultate hat Figalli mit Mitautoren zur Monge-Ampère-Gleichung  $\det(\partial^2 u / \partial x_i \partial x_j)(x) = f(x)$  (mit  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ) erzielt (vgl. [1], [4]). Diese nichtlineare partielle Differentialgleichung tritt bei der Modellierung zahlreicher in den Anwendungen wichtiger Fragen auf, wie etwa in der Meteorologie, hat aber auch wichtige rein mathematische Anwendungen vor allem in der Differentialgeometrie, vgl. etwa das von Louis Nirenberg gelöste Minkowski-Problem. Figalli und Guido De Philippis konnten in diesem Zusammenhang einen Durchbruch zur Anwendung der Methoden des optimalen Transports auf die sogenannte semigeostrophische Situation erzielen, die bei der Modellierung von dynamischen Vorgängen in der Atmosphäre auftritt.

*Peter Scholze* wurde 1987 in Dresden geboren. Er gewann während seiner Gymnasialzeit in Berlin bei seinen Teilnahmen an Internationalen Mathematik-Olympiaden dreimal Gold. Bereits ab dem 16. Lebensjahr wurde er durch Hochschullehrer aus Berlin und Bonn gefördert, besuchte Seminare an der Universität und absolvierte danach Bachelor- und Masterstudium in Bonn in insgesamt nur fünf Semestern. 2012 promovierte er bei Michael Rapoport. Peter Scholze ist Direktor am Max-Planck-Institut für Mathematik in Bonn, sein Arbeitsgebiet ist die arithmetische algebraische Geometrie. Nach Gerd Faltings ist er der zweite deutsche Träger der Fields-Medaille.

Peter Scholze hat bereits als Doktoratsstudent 2011 mit dem Konzept der perfektoiden Räume eine Struktur eingeführt, die zu ganz wesentlichen Fortschritten in der algebraischen und arithmetischen Geometrie geführt hat. Ausgangspunkt war ein Resultat von Jean-Marc Fontaine und Jean-Pierre Winterberger aus 1979 ([8]): Ist  $p$  eine Primzahl und  $\mathbb{F}_p$  der Restklassenkörper modulo  $p$ , so weisen die Körper  $\mathbb{Q}_p$  der  $p$ -adischen Zahlen und  $\mathbb{F}_p((t))$  der Laurentreihen über  $\mathbb{F}_p$  eine formale Analogie auf, da man die  $p$ -adischen Zahlen als Laurentreihen in  $p$  mit Koeffizienten aus  $\mathbb{F}_p$  schreiben kann. Wegen der unterschiedlichen Charakteristiken gibt es keinen Körperisomorphismus von  $\mathbb{Q}_p$  und  $\mathbb{F}_p((t))$ , der hier einen

direkten Zusammenhang herstellen würde. Fontaine und Winterberger konnten aber einen Strukturzusammenhang in folgender Form nachweisen: Die absoluten Galoisgruppen von  $\bigcup_n \mathbb{Q}_p(p^{\frac{1}{p^n}})$  und  $\bigcup_n \mathbb{F}_p((t^{\frac{1}{p^n}}))$  sind kanonisch isomorph. Die Theorie der perfektoiden Räume erlaubt es nun, dieses grundlegende Resultat aus dem Bereich der Körper, d.h. der Varietäten von Dimension 0, auf höhere Dimensionen zu verallgemeinern (vgl. [2], [13]). Damit ist ein Zugang geschaffen, der es ermöglicht, „Galoistheoretische“ Information aus der Welt der Charakteristik  $p$  in die  $p$ -adische Welt zu übertragen. Scholze konnte auf diesem Weg unter anderem die 1970 von Pierre Deligne aufgestellte „Monodromie-Gewichts-Vermutung“ für wesentliche neue Fälle beweisen. Weitere bedeutende Resultate von Scholze, die ebenfalls unter Verwendung des Konzepts der perfektoiden Räume erzielt wurden, betreffen die Kohomologie lokal symmetrischer Räume ([14]).

*Akshay Venkatesh* wurde 1981 in Neu-Delhi geboren. Er wuchs in Australien auf. Nach dem Bachelorstudium in Australien ging er an die Princeton University und promovierte 2002 bei Peter Sarnak. Danach war er am MIT, am Courant Institute in New York und an der Stanford University tätig, seit 2017 ist er Professor am Institute for Advanced Study in Princeton. Sein Arbeitsgebiet liegt im Bereich von Zahlentheorie und Ergodentheorie.

Akshay Venkatesh hat in einer Reihe wesentlicher Arbeiten einen Zusammenhang zwischen Problemen aus der Zahlentheorie mit anderen mathematischen Teilgebieten herstellen können und so nicht nur die Lösung der ursprünglichen Probleme erzielt, sondern auch in den Bereichen, zu denen eine Korrespondenz gefunden wurde, wesentliche Erkenntnisse beigetragen. So konnte er etwa 2008 mit Jordan Ellenberg unter Benützung der Theorie der dynamischen Systeme ein wichtiges „Lokal-Global-Resultat“ über die Darstellung quadratischer Formen beweisen ([5]). Im einfachsten Fall lässt sich das Resultat folgendermaßen beschreiben: Seien  $P = (p_{i,j}) \in M_m^{\text{sym}}(\mathbb{Z})$  bzw.  $Q = (q_{i,j}) \in M_n^{\text{sym}}(\mathbb{Z})$  ganzzahlige symmetrische  $m \times m$ - bzw.  $n \times n$ -Matrizen. Man sagt, die quadratische Form  $\sum_{1 \leq i,j \leq m} p_{ij} x_i y_j$  stellt die quadratische Form  $\sum_{1 \leq i,j \leq n} q_{ij} x_i y_j$  dar, wenn es eine Matrix  $R \in M_{m,n}(\mathbb{Z})$  gibt, sodass  $R^t P R = Q$  gilt. Sei nun  $\sum_{1 \leq i,j \leq m} p_{ij} x_i y_j$  mit positiv definiten Matrix  $P$  vorgegeben. Dann gibt es eine Konstante  $c = c(P)$ , sodass Folgendes gilt: Ist  $Q = (q_{ij}) \in M_n^{\text{sym}}(\mathbb{Z})$  mit  $n \leq m - 5$ ,  $\det Q$  quadratfrei,  $\min\{x^t Q x \mid x \in \mathbb{Z}^n \setminus \{0^n\}\} > c$  und gibt es für jede Primzahl  $p$  eine Matrix  $R_p \in M_{m,n}(\mathbb{Z}_p)$  mit  $R_p^t P R_p = Q$  über  $\mathbb{Z}_p$ , den  $p$ -adischen ganzen Zahlen sowie eine Matrix  $R' \in M_{m,n}(\mathbb{R})$  mit  $R'^t P R' = Q$  in  $\mathbb{R}$ , dann stellt  $\sum p_{ij} x_i y_j$  die Form  $\sum q_{ij} x_i y_j$  auch über  $\mathbb{Z}$  dar. Eine allgemeinere Version dieses Resultats gilt für Zahlkörper. Ellenberg und Venkatesh erreichten damit nicht nur eine bahnbrechende Verbesserung eines Resultats aus 1978 von Hsia, Kitaoka und Kneser, wonach die Aussage für  $m \geq 2n + 3$  richtig ist, sondern auch einen methodologischen Meilenstein, da Aussagen über das Langzeitverhalten von Gitterpunkten unter der Wirkung dynamischer Systeme zur Lösung herangezogen wurden.

Ein weiteres herausragendes Resultat von Venkatesh beschäftigt sich mit Klassen-



zahlen. Dabei ist die Klassenzahl des Ganzheitsringes eines algebraischen Zahlkörpers die Anzahl der Klassen äquivalenter Ideale. Ist diese Zahl gleich 1, so ist der Ring ein faktorieller Ring. Die Klassenzahl kann also als eine Art Maß für die Abweichung der Ringe von einer eindeutigen Faktorzerlegung aufgefasst werden. Henri Cohen und Hendrik Lenstra haben 1984 eine Heuristik formuliert, wonach die Klassenzahlen von Ringen ganzer Zahlen nicht gleichverteilt auf den natürlichen Zahlen sind. Eine wirkliche Einsicht für das Funktionieren dieser Heuristik war jedoch lange Zeit nicht vorhanden. 2016 gelang es jedoch Venkatesh mit Ellenberg und Craig Westerland, einen wesentlichen Durchbruch für die analoge Frage für Funktionenkörper zu erzielen, indem sie die Problemstellung in eine topologische transferierten und ein Resultat über die sogenannte homologische Stabilität von Hurwitz-Räumen zur Beantwortung der ursprünglichen Frage benützten ([6]).

Neben den Fields-Medaillen werden, wie eingangs erwähnt, beim Internationalen Mathematiker-Kongress auch weitere wichtige Preise übergeben.

Der *Rolf-Nevanlinna-Preis* wird für herausragende Beiträge zu den mathematischen Aspekten der Informationswissenschaften sowie des Scientific Computing verliehen. Der Preis wird von der Universität Helsinki dotiert. Heuer wurde der Preis an *Constantinos Daskalakis* verliehen “for transforming our understanding of the computational complexity of fundamental problems in markets, auctions, equilibria, and other economic structures. His work provides both efficient algorithms and limits on what can be performed efficiently in these domains.”

Der *Carl-Friedrich-Gauss-Preis* soll Wissenschaftler ehren, deren mathematische Forschungsergebnisse besondere Auswirkungen außerhalb der Mathematik hatten – in der Technik, in der Wirtschaft oder im täglichen Leben der Menschen. Der Preis wird gemeinsam von der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der IMU vergeben. Der diesjährige Preis erging an *David L. Donoho* “for his fundamental contributions to the mathematical, statistical and computational analysis of important problems in signal processing”.

Die *Chern-Medaille* wird an eine Person verliehen, deren Ergebnisse das höchste Niveau an Anerkennung als außerordentliche Leistungen im Bereich der Mathematik garantieren. Alle lebenden natürlichen Personen können unabhängig von ihrem Lebensalter die Medaille erhalten; sie ist daher, im Gegensatz zur Fields-Medaille, im Allgemeinen die Auszeichnung für ein Lebenswerk. Die Auszeichnung wird gemeinsam von der IMU und der Chern Medal Foundation vergeben und ist mit zweimal 250.000 US-Dollar dotiert, wobei 250.000 Dollar an die ausgezeichnete Person selbst gehen und diese ein oder mehrere Institutionen nominieren kann, die ebenfalls 250.000 Dollar zur Unterstützung von Forschung, Lehre oder speziellen Programmen im Bereich der Mathematik erhalten. Die Chern-Medaille 2018 ging an *Masaki Kashiwara* “for his outstanding and foundational contributions to algebraic analysis and representation theory sustained over a pe-

riod of almost 50 years”.

Der *Leelavati-Preis* wird für herausragende Beiträge zur verstärkten öffentlichen Wahrnehmung von Mathematik als eine intellektuelle Disziplin sowie der Rolle, die Mathematik in verschiedenen menschlichen Herausforderungen spielt, verliehen. Der Preis wird von Infosys gesponsert. Der Leelavati-Preis 2018 ging an den türkischen Mathematiker *Ali Nesin* “for his outstanding contributions towards increasing public awareness of mathematics in Turkey, in particular for his tireless work in creating the ‘Mathematical Village’ as an exceptional, peaceful place for education, research and the exploration of mathematics for anyone.”

Die *ICM Abel Lecture* 2018 wurde von *Sir Michael Atiyah* (Cambridge) abgehalten, der 2004 den Abel-Preis gemeinsam mit Isadore Singer erhalten hat. (Der Abel-Preis wird seit 2002, dem Jahr des 200. Geburtstags von Niels Henrik Abel, jährlich von der Norwegischen Akademie der Wissenschaften verliehen, um Forschungsleistungen von herausragender Tiefe und überragendem Einfluss in den mathematischen Wissenschaften auszuzeichnen. Die Übergabe findet im Beisein des norwegischen Königs statt.) Der Vortrag zog fast 1.300 Zuhörer an, die im großen Konferenzauditorium einer beeindruckenden Zeitreise des 89-jährigen Atiyah durch bedeutsame mathematische Resultate folgen konnten, begleitet von der Diskussion mathematischer Persönlichkeiten von zentraler Bedeutung. Erwähnt seien etwa drei Personen aus dem 20. Jahrhundert, die Atiyah besonders hervorhob: Srinivasa Ramanujan (“able to communicate with somewhere above the clouds”), Kurt Gödel (“the greatest logician at all”) und John von Neumann (“the fastest thinking person I ever met”).

Die *Emmy Noether Lecture* 2018 hielt *Sung-Yung Alice Chang* (Princeton) zur konformen Geometrie auf 4-Mannigfaltigkeiten. Mit der Auswahl zur Abhaltung einer Emmy Noether Lecture zeichnet die IMU Frauen aus, die fundamentale Beiträge zur Mathematik geleistet haben. Bei Frau Chang erfolgte die Auswahl “for her leading contributions to harmonic analysis, geometric analysis, differential geometry and partial differential equations”.

Ein wesentlicher Teil des Programms der Internationalen Mathematiker-Kongresse sind Plenarvorträge sowie eingeladene Hauptvorträge in den einzelnen mathematischen Sektionen. Diese werden ergänzt durch Public Lectures, Invited Panels, Short Communications sowie Posterpräsentationen. Die Einladung zu einem Plenarvortrag beim ICM, die gemeiniglich als Aufnahme in den „mathematischen Adel“ gilt, erging beim heurigen Kongress an 22 Mathematiker/innen als Vortragende bei insgesamt 21 Plenarvorträgen. Wenn es auch de facto nicht möglich ist, alle Plenarvorträge persönlich zu verfolgen, so mag die folgende Kurzübersicht doch darlegen, welche Themen von der IMU im Moment als besonders relevant in der mathematischen Forschung angesehen werden.

*Simon Donaldson* (Stony Brook University und Imperial College London) stellte in seinem Vortrag Zusammenhänge zwischen zwei Gebieten der Differentialgeo-

metrie dar, einerseits der Betrachtung spezieller Metriken auf komplexen Kähler-Mannigfaltigkeiten und andererseits der Frage der Existenz von Metriken mit speziellen Holonomien auf Mannigfaltigkeiten der Dimensionen 7 bzw. 8.

*Sylvia Serfaty* (New York University) beschäftigte sich mit den Anordnungen, die Teilchen unter der Coulomb-Wechselwirkung einnehmen, wenn sie sich einerseits abstoßen und andererseits nah zusammenbleiben müssen. Während im zweidimensionalen Fall das Entstehen von Dreiecksgittern bewiesen werden konnte, ist die Frage ab der Dimension drei offen.

*Rahul Pandharipande* (ETH Zürich) beschäftigte sich mit Modulräumen von Kurven und abzählender Geometrie.

*Andrei Okounkov* (Columbia University) gab einen Einblick in die Lie-Theorie als Verbindung zwischen abzählender Geometrie und geometrischer Darstellungstheorie.

*Gregory Lawler* (University of Chicago) behandelte in seinem Vortrag konform invariante Maße auf Random Walks, eine Fragestellung, die eng mit Problemen der statistischen Physik zusammenhängt.

*Carlos Gustavo Moreira* (IMPA, Rio de Janeiro) beleuchtete die Verbindungen von Diophantischer Approximation mit Dynamischen Systemen, Chaostheorie und Fraktaler Geometrie.

*Luigi Ambrosio* (Scuola Normale Superiore Pisa), einer der Mentoren des Fields Medaillen-Gewinners Alessio Figalli, beschäftigte sich mit geometrischer Maßtheorie. Ausgehend von geometrischen und Funktional-Ungleichungen in nicht-euklidischen Strukturen, ging es um die Stabilität von analytischen und geometrischen Eigenschaften von Räumen.

*Lai-Sang Young* (Courant Institute New York) gab einen Überblick über die Theorie der Dynamischen Systeme und deren Anwendungen in der Biologie, insbesondere im Bereich der Neurowissenschaften.

*Peter Scholze* (Bonn), dessen Vortrag über aktuelle Entwicklungen in der  $p$ -adischen Geometrie zugleich seine Fields medaillist's lecture war, zog eine Zuhörerzahl an, die das große Konferenzauditorium bis auf die Ränge füllte.

*Ronald Coifman* (Yale) gab einen Einblick in die Verwendung von Hilfsmitteln der Harmonischen Analyse zur Organisation der Geometrie von Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$  einerseits und von Funktionen und Operatoren auf diesen Teilmengen andererseits. Darauf aufbauend, wurden Methoden des automatisierten empirischen Modellierens diskutiert, das heute etwa in der Physik zunehmende Anwendung findet.

*Peter Kronheimer* (Harvard) und *Tomasz Mrowka* (MIT) haben sich in einem gemeinsamen Vortrag mit aktuellen Resultaten der dreidimensionalen Topologie und der Knotentheorie beschäftigt, die auf neuen Entwicklungen der sogenannten Yang-Mills-Theorie aufbauen, einer nicht-abelschen Eichtheorie, die in der Theo-

retischen Physik entwickelt wurde.

*Catherine Goldstein* (Sorbonne Universität) präsentierte in einem historischen Vortrag Gedanken zur Entstehung, der Struktur und der Verbreitung mathematischen Wissens.

*Alexander Lubotzky* (Hebrew University Jerusalem) berichtete über einen engen Konnex zwischen Mathematik und Computerwissenschaften in der Untersuchung sogenannter Expander-Graphen (das sind Graphen, die „wenige“ Kanten haben und gleichzeitig hochzusammenhängend sind).

*Nalini Anantharaman* (Universität Strasbourg) gab einen Einblick in moderne Ergebnisse der Wellenmechanik, betreffend die Eigenfunktionen des Schrödinger-Operators.

*Sanjeev Arora* (Princeton) beschäftigte sich mit dem „deep learning“, einem aktuellen Forschungsgegenstand des Maschinellen Lernens, von dem man sich in näherer Zukunft eine Anwendbarkeit in den Natur- und Geisteswissenschaften sowie in den Künsten erhofft.

*Assaf Naor* (Princeton) gab einen Einblick in aktuelle Resultate im Zusammenhang mit dem sogenannten Ribe-Programm, das sich, ausgehend von einem Ergebnis von Martin Ribe aus 1975, damit beschäftigt, manche Resultate über normierte Räume rein „metrisch“, d.h. ohne Benützung der linearen Struktur, zu beweisen.

*Geordie Williamson* (University of Sydney) zeichnete, ausgehend von Problemen aus der Darstellungstheorie von Lie-Gruppen und -Algebren, ein Bild davon, dass viele augenscheinlich algebraische Probleme einen geometrischen Kern besitzen.

*Christian Lubich* (Tübingen), ein aus Österreich stammender Mathematiker, gab einen Überblick über die Theorie symplektischer Integratoren für Hamiltonsche Systeme von Differentialgleichungen und deren Anwendung beim Design entsprechender Algorithmen, die in der Quantenmechanik Verwendung finden.

*Gil Kalai* (Hebrew University Jerusalem und Yale) betrachtete in seinem Vortrag zunächst Probleme in Auszählungsprozeduren bei Wahlen und stellte anschließend analoge Überlegungen zum Einfluss des auf den Unzulänglichkeiten des Prozesses beruhenden „Rauschens“ auf das Ergebnis von Berechnungen mit Quantencomputern an, die seiner Meinung nach die Verwendung von Quantencomputern prinzipiell unmöglich machen könnten.

*Michael Jordan* (Berkeley) beschäftigte sich mit Zusammenhängen zwischen dynamischen Systemen und Fragen der Optimierung.

*Vincent Lafforgue* (CNRS Grenoble) schließlich referierte über aktuelle Resultate für Funktionenkörper im Bereich des Langlands-Programms. Das Langlands-Programm (benannt nach dem heurigen Abel-Preisträger Robert Langlands) besteht darin, eine Reihe weitreichender Vermutungen über Zusammenhänge von Resultaten im Bereich der algebraischen Zahlentheorie mit solchen im Bereich

der Gruppendarstellungen (und allgemeinerer Strukturen) nachzuweisen und damit eine übergeordnete mathematische Theorie zu entwickeln.

In der Ausstellungshalle der Tagung waren alle großen mathematischen Gesellschaften und Verlage mit eigenen Informationsständen vertreten; zum Teil haben sie für die Teilnehmer bzw. für ihre Mitglieder auch eigene Veranstaltungen abgehalten. Ich möchte beispielhaft die Zusammenkunft der London Mathematical Society erwähnen, die erste offizielle Zusammenkunft der Society in Südamerika. Dabei hielt zunächst *Marta Sanz-Sole* (Universität Barcelona) einen Vortrag mit dem Thema "From gambling to random modelling", an den sich ein Empfang anschloss. Im Zuge dessen konnten sich diejenigen Mitglieder der Society, die dazu noch nicht Gelegenheit hatten, in das berühmte Members' Book eintragen, das seit dem Jahr 1865 geführt wird und die Unterschriften zahlreicher bedeutender Mathematiker und Physiker enthält.

Der ICM bietet am Rande des Tagungsprogramms naturgemäß vielfältige Möglichkeiten, mit Vertretern der Mathematik aus verschiedensten Bereichen und Weltgegenden zusammenzutreffen und zu diskutieren. Die Organisatoren waren wie immer bemüht, die Kultur des Landes mit speziellen Präsentationen nahezubringen, wobei die Vorführungen einer der bedeutendsten Sambahschulen des Landes beim Conference Dinner wohl alle Anwesenden besonders beeindruckt haben. Die vortragsfreie Zeit bot Gelegenheit, Rio de Janeiro und seine Umgebung ein wenig kennenzulernen: eine Stadt in einzigartiger Lage, wie jeder bestätigen wird, der sie vom Corcovado oder vom Pão de Açúcar (nach Lichtung der Frühnebel) betrachten konnte. Gleichzeitig sind für den Besucher (vorgewarnt durch einschlägige Informationen etwa des österreichischen Außenministeriums) auch die Schattenseiten der Stadt allgegenwärtig: extreme Gegensätze zwischen Reich und Arm, die permanente Notwendigkeit zu größter Vorsicht bei der Bewegung durch die Stadt (die sich durch einen, glücklicherweise glimpflich ausgegangenen, Raubüberfall in meiner unmittelbaren Nähe bewahrheitet hat). Dem gegenüber stehen die Eindrücke authentischer Bossanova-Darbietungen in der Stadt von Tom Jobim und Vinícius de Moraes und von beeindruckender Naturschönheit in Gestalt kilometerlanger Strände, des bis in die Stadt reichenden tropischen Regenwalds oder der, zwei Flugstunden entfernten, überwältigenden Iguazu-Fälle in der Nähe des Dreiländerecks Argentinien-Brasilien-Paraguay.

Ich schließe mit einem aufrichtigen «Obrigado!» an IMU und Organisatoren, die uns ermöglicht haben, in einer einzigartigen Umgebung einen Blick auf wesentliche aktuelle Entwicklungen der Mathematik richten zu können.

## Literatur

- [1] Ambrosio, L. and Colombo, M. and De Philippis, G. and Figalli, A., A global existence result for the semigeostrophic equations in three dimensional convex domains, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **34** (2014), 1251–1268.
- [2] Bhatt, B., What is a perfectoid space?, *Notices AMS* **61** (2014), 1082–1084.
- [3] Birkar, C. and Cascini, P. and Hacon, C. and McKernan, J., Existence of minimal models for varieties of log general type, *J. Amer. Math. Soc.* **23** (2010), 405–468.
- [4] De Philippis, G. and Figalli, A., The Monge-Ampère equation and its link to optimal transportation, *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* **51** (2014), 527–580.
- [5] Ellenberg, J. and Venkatesh, A., Local-global principles for representations of quadratic forms, *Invent. Math.* **171** (2008), 257–279.
- [6] Ellenberg, J. and Venkatesh, A. and Westerland, C., Homological stability for Hurwitz spaces and the Cohen-Lenstra conjecture over function fields, *Ann. of Math. (2)* **183** (2016), 729–786.
- [7] Figalli, A. and Maggi, F. and Pratelli, A., A mass transportation approach to quantitative isoperimetric inequalities, *Invent. Math.* **182** (2010), 167–211.
- [8] Fontaine, J.-M. and Wintenberger, J.-P., Extensions algébrique et corps de normes des extensions APF des corps locaux, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B* **288** (1979), A441–A444.
- [9] Jackson, A., The Work of Caucher Birkar, <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2018/birkar-final.pdf>, 2018.
- [10] Jackson, A., The Work of Alessio Figalli, <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2018/figalli-final.pdf>, 2018.
- [11] Jackson, A., The Work of Peter Scholze, <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2018/scholze-final.pdf>, 2018.
- [12] Jackson, A., The Work of Akshay Venkatesh, <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2018/venkatesh-final.pdf>, 2018.
- [13] Scholze, P., Perfectoid spaces, *Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci.* **116** (2012), 245–313.
- [14] Scholze, P., On torsion in the cohomology of locally symmetric varieties, *Ann. of Math. (2)* **182** (2015), 945–1066.
- [15] Sirakov, B. and Souza, P.N.de and Viana, M. (Eds.), Proceedings of the International Congress of Mathematicians 2018 (ICM 2018), World Scientific, 2019, Singapore.

*Adresse des Autors:*

*Peter Kirschenhofer*

*Montanuniversität Leoben*

*Department Mathematik und Informationstechnologie*

*Lehrstuhl für Mathematik und Statistik*

*Franz-Josef-Straße 18*

*A-8700 Leoben*

*email [peter.kirschenhofer@unileoben.ac.at](mailto:peter.kirschenhofer@unileoben.ac.at)*

# ÖMG-Studierendentreffen und Early Student Award

**Tobias Hell, Barbara Kaltenbacher, Reinhard Winkler,  
Wolfgang Woess**

Universität Innsbruck, Universität Klagenfurt, TU Wien, TU Graz

*Von 17. bis 19. September 2018 fand am Wolfgangsee das erste ÖMG-Studierendentreffen mit der Verleihung des neu geschaffenen “Early Student Award” der ÖMG an 22 Preisträgerinnen und Preisträger statt. Hier soll über Zustandekommen, Ablauf und zukünftige Perspektiven dieser Einrichtung berichtet werden.*

## 1 Genese und Intentionen

In den vergangenen Jahren wurde in den Treffen der ÖMG-Leitung mehrfach diskutiert, für welche neuen Aktivitäten die vorhandenen finanziellen Rücklagen eingesetzt werden können. Der Vorschlag für ein Vernetzungstreffen von ausgewählten Mathematik-Studierenden aller österreichischen Standorte ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass die ÖMG mit ihren bisherigen Instrumenten (Schülerpreis, beste Masterarbeiten und Dissertationen, Förderungspreis) die Studien-Anfangsphase noch offengelassen hatte. Eine Anregung für das von Wolfgang Woess vorgeschlagene Format kam vom *Istituto Nazionale di Alta Matematica* in Rom. Dieses vergibt für hervorragende Anfängerinnen und Anfänger eines Mathematikstudiums italienweit Stipendien (dies würde den finanziellen Rahmen der ÖMG sprengen), und im Rahmen der Internationalen Mathematischen Sommerschule in Perugia (ein Programm auf Doktoratsniveau) werden diese zu einem mehrtägigen Treffen mit Minikursen eingeladen (bzw. wurden eingeladen, als Wolfgang Woess einen der fünfwöchigen Kurse in Perugia hielt). Aus dem von dort mitgebrachten, sehr positiven Eindruck entstand die Idee, ein Studierendentreffen auf die Beine zu stellen, das Mathematik-Studierende aus ganz Österreich zusammenbringt.



*Gruppenfoto vor dem Seminarraum*

In der Vorstandssitzung 07/2017 der ÖMG wurde der Vorschlag gutgeheißen und das Initiativteam (Hell, Winkler, Woess) zusammengestellt. In darauf folgenden Diskussionen hat dieses Initiativteam die wesentlichen Details geklärt. Insbesondere erschien es sinnvoll, für das Treffen primär Studierende nach dem 2. Studienjahr einzuladen und ihnen die Teilnahme durch den “Early Student Award” mit Urkunde und einjähriger ÖMG-Mitgliedschaft besonders schmackhaft zu machen. Bei der Beirats- und Vorstandssitzung im Rahmen des Tags der Mathematik im November 2017 wurde das Konzept vorgestellt, diskutiert und beschlossen.

Ein wichtiger Aspekt war und ist natürlich die Finanzierung, insbesondere angesichts der klaren Intention, sich nicht mit einem einzigen Treffen zu begnügen, sondern ein solches jährlich zu veranstalten. Heuer war die Finanzierung noch leicht improvisiert; ein Kernanteil wurde von der ÖMG direkt bestritten, und dankenswerterweise haben auch die Standorte substanziell beigetragen. Nach einem Vorschlag von Heinz Engl beim “Tag der Mathematik 2017” sollte diese interuniversitäre Kooperation auch in den neuen Leistungsvereinbarungen festgeschrieben werden und zu einer grundlegenden Kofinanzierung durch die Universitätsleitungen führen. Ob dies tatsächlich geschehen ist, entzieht sich zum jetzigen Zeitpunkt unserer Kenntnis. “Substanziell” ist hier wohl relativ zu sehen; mit einem Beitrag von 1.000 Euro pro Standort wird man gut auskommen.

## **2 Grundsätze der Programmgestaltung**

Die ersten konkreten Vorbereitungen für das erste Treffen begannen im September 2017, also ziemlich exakt ein Jahr vor der Veranstaltung selbst. Aufgrund bis-



heriger positiver Erfahrungen wurde das Bundesinstitut für Erwachsenenbildung (bifeb) in St. Wolfgang nahe Strobl am Wolfgangsee als idealer Austragungsort ins Auge gefasst. Die reizvolle Umgebung fast direkt am See, die für Österreich zentrale geographische Lage – von den Standorten Graz, Innsbruck, Klagenfurt und Wien hat man sehr ähnliche Anfahrtszeiten, Linz und Salzburg liegen sogar deutlich näher –, die zweckmäßige Infrastruktur und auch die angenehmen Erfahrungen, die allen, die schon einmal dort waren, von der Betreuung am bifeb in Erinnerung waren, machten es zur ersten Wahl. Deshalb wurde der einzige im Frühherbst 2017 dort für den Sommer 2018 noch verfügbare Termin, nämlich von Montag, 17., bis Mittwoch, 19. September, sofort gebucht.

Nach ersten Zweiergesprächen und Korrespondenzen per e-mail wurden zu Beginn des Jahres 2018 in Innsbruck bei einem ersten gemeinsamen persönlichen Treffen des dreiköpfigen Initiativteams die wesentlichen Eckpunkte des Programms festgeschrieben. Zwischen der Ankunft der Teilnehmerinnen und Teilnehmer am bifeb am Montag zum Mittagessen und der Abreise am Mittwoch nach dem Mittagessen galt es, ein Programm für vier Halbtage zu gestalten. Dieses sollte einerseits mathematisch Interessantes bieten und andererseits Raum lassen für ein gegenseitiges Kennenlernen der Studierenden in ungezwungenem Rahmen. Entsprechend waren die ersten beiden Halbtage, nämlich Montagnachmittag und Dienstagvormittag, Vorträgen gewidmet. Montagabend wurden außerdem die “Early Student Awards” an die 22 Preisträgerinnen und Preisträger verliehen. Dienstagnachmittag fand ein Ausflug mit dem Schiff über den Wolfgangsee samt einer kleinen Wanderung statt. Der Abend stand zur freien Gestaltung zur Verfügung. Am abschließenden Mittwochvormittag wurden drei Gruppen gebildet, mit Diskussionsrunden zu unterschiedlichen Themen.

Neben etwa halbstündigen Beiträgen der drei Mitglieder des Initiativteams wurden als Hauptvortragende die ÖMG-Vorsitzende Barbara Kaltenbacher gewonnen und, als Vertreter der Mathematik außerhalb des akademischen Bereichs, Georg Spielberger, der beim Unternehmen “Bartenbach” in Aldrans nahe Innsbruck in Tirol mit großem Erfolg anspruchsvolle Mathematik im Bereich der Lichttechnik einsetzt.

Thematisch gab es für die Vorträge weder Vorgaben noch Absprachen unter den Organisatoren. Das Resultat war ein Programm, das für alle, auch für die Organisatoren selbst, Überraschungen bereithielt und auch laut mehreren anonymen Rückmeldungen seitens der Studierenden als vielfältig und kurzweilig empfunden wurde. Vereinzelt wurde in diesen Rückmeldungen auch der Wunsch nach “mehr” geäußert, sowohl bezüglich mathematisch anspruchsvollerer Vorträge als auch, noch häufiger, bezüglich Zeit zum informellen Gespräch, etc.

### 3 Auswahl der Preisträgerinnen und Preisträger

Eine der Vorgaben bei der Auswahl der Preisträgerinnen und Preisträger bestand darin, dass möglichst alle Universitäten Österreichs, an denen ein mathematisches Fachstudium eingerichtet ist, durch einige Teilnehmer an der Veranstaltung vertreten sein sollten. Die Anzahl sollte in einer vernünftigen, nicht aber unbedingt streng linearen Relation zu den Studierendenzahlen stehen.

Angesichts der finanziellen Möglichkeiten der ÖMG sowie der Zusagen der einzelnen Universitäten, sich an der Finanzierung der Veranstaltung zu beteiligen, einigte man sich auf eine Dauer von drei Tagen inklusive An- und Abreise und auf folgende Kontingente: Graz (TU und Uni gemeinsam) 4, Innsbruck 3, Klagenfurt 3, Linz 3, Salzburg 3, TU und Universität Wien jeweils 4-5, mit der Option auf geringfügige Umschichtungen und der Hoffnung, die Anzahl bei künftigen Treffen noch leicht anzuheben.

Weil sich aufgrund lokaler organisatorischer Unterschiede keine Vorgangsweise als überall gleichermaßen sinnvoll anbot, wurde jedem einzelnen Standort freigestellt, nach welchem Prozedere (Bewerbung, aktive Suche, etc.) die jeweiligen Preisträgerinnen und Preisträger nominiert werden. Überantwortet wurde die Auswahl in erster Linie den Leitern der mathematischen Pflichtlehrveranstaltungen der ersten drei Semester auf Basis der erbrachten Studienleistungen. Kurz nach der Osterpause und rechtzeitig für die ÖMG-Sitzung im April 2018 standen die Namen der von den einzelnen Standorten Nominierten fest. Schlussendlich nahmen 22 Studierende die Einladung zum Treffen, den damit verbundenen "Early Students Award" sowie die ÖMG-Gratismitgliedschaft für ein Jahr an:

- Graz: Sidonie Freuis, Andreas Habring, Thomas Hochreiter, Florian Rusold
- Innsbruck: Larissa Kroell, Astrid Reisinger, Inga Valentiner-Branth
- Klagenfurt: Moritz Hiebler, Dunja Pucher, Jutta Rath
- Linz: Bernhard Heinzlreiter, Jakob Moosbauer
- Salzburg: Patrick Pannagger, Alexander Stadler, Julian Streitberger
- Wien, TU: Patricia Daxbacher, Bernhard Kepka, Roman Parzer, Lorenz Riess, Stefan Schrott
- Wien, Universität: Johannes Droschl, Paul Zellhofer

## 4 Der Programmablauf

Nach der Begrüßung am Montag zu Mittag begann das eigentliche Programm mit einem halbstündigen Vortrag von Barbara Kaltenbacher und anschließender Fragerunde und Diskussion über die Rolle der ÖMG, die mathematische Landschaft in Österreich, Forschungsförderung und generelle Perspektiven. Nach einer ersten Pause setzte Barbara Kaltenbacher mit einem Fachvortrag über inverse Probleme fort. Darin wurde zunächst der mathematische Begriff eines “inversen Problems” eingeführt und die damit einhergehenden Fragestellungen, insbesondere stabile Lösung und Identifizierbarkeit, angesprochen. Dies wurde anhand eines klassischen inversen Problems (der Computertomographie) und eines elementaren Beispiels (dem numerischen Differenzieren) verdeutlicht. Schließlich wurde auf einige illustrierende Anwendungsbeispiele aus dem konkreten Arbeitsbereich der Vortragenden eingegangen.

Am Ende des Nachmittagsprogramms stand ein Beitrag von Reinhard Winkler mit Gedanken zur Vermittlung von Mathematik. Darin enthalten war der allgemeine Appell, sich auch dann, wenn man nicht als Lehrender – sei es an Schule, Hochschule, Universität oder sonstigen Bildungseinrichtungen – tätig ist, dessen bewusst zu sein, dass man als Mathematikerin oder Mathematiker zum Image unserer Wissenschaft in der Öffentlichkeit beiträgt. Damit übernimmt man unweigerlich auch Verantwortung zur Reflexion des Fachs und dafür, dass Mathematik auch von fachlichen Laien nicht verzerrt, sondern realistisch wahrgenommen wird. Ungeachtet der unbestreitbaren Tatsache, dass die Antworten nicht eindeutig und vielschichtig sind, sollten wir die grundsätzlichen Fragen, was Mathematik denn sei und warum überhaupt wir sie vermitteln, nicht ausblenden.

Der zweite Halbtage begann mit einem Vortrag von Tobias Hell über breit gefächerte Anwendungsbereiche der Statistik, seinem eigenen Arbeitsgebiet. Vorgelegt wurden Kooperationsprojekte mit der Medizin, Meteorologie (ZAMG, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik) und Fachdidaktik der Mathematik:

- Anwendung topologischer Datenanalyse zur Quantifizierung struktureller Änderungen von Fibrinnetzwerken unter Dilution und Antikoagulation
- Schätzung von Strömungsprofilen für mikrozirkulatorischen Blutfluss im Hamstermodell mittels Optical Flow
- Räumliche Extremwertstatistik zur Approximation von Jährlichkeiten von Schneehöhen, Schneelasten, Niederschlag und Wind
- Effekt des sogenannten *Natural Number Bias* bei zukünftigen Volksschullehrer/innen

Nach einer kurzen Pause setzte Wolfgang Woess mit einem Beitrag mit dem Titel “Zufall” fort. Hier ging es um eine kurze Darstellung der typischen Denkweise in

der “Neugier-getriebenen” mathematischen Forschung. Ausgangspunkt war eine Darstellung von Polyas Satz über die Rekurrenz der Irrfahrten im ein- und zwei-dimensionalen Gitter sowie die Transienz in höherer Dimension. Die Frage nach dem *Warum* führt zum Wunsch nach einem erweiterten Verständnisses des Phänomens, also im Rahmen einer Verallgemeinerung. Hierzu wurde das Flusskriterium von T. Lyons (1983) bzw. Yamasaki (1979) für Irrfahrten in allgemeinen Graphen vorgestellt. Es bietet nicht nur eine anschauliche Interpretation, sondern auch Werkzeuge für tiefliegende, weiterführende Resultate wie etwa die Klassifikation jener endlich erzeugten Gruppen, welche eine rekurrente Irrfahrt tragen, durch Varopoulos (1986) – die Antwort auf eine Frage, die von Kesten (1967) gestellt worden war. Der letzte Teil des Vortrags war einigen Gedanken über die Natur des Zufalls aus mathematischer Sicht gewidmet. Es wurde ein kurzer YouTube-Film von *Numberphile* mit Persi Diaconis vorgeführt, Titel “How random is a coin toss”.



*Ausflug auf den Falkenstein*

Das Vormittagsprogramm schloss mit dem Vortrag von Georg Spielberger über mathematische Herausforderungen, die sich aus seiner Arbeit in der Forschungs- und Entwicklungsabteilung bei Bartenbach ergeben. Schnell wurde klar, wie viel Mathematik notwendig ist, um einen Reflektor mit gewünschter Lichtverteilung zu konstruieren. Dass hierbei in manchen Fällen die exakte mathematische Lösung nicht jene ist, die sich tatsächlich in der Fertigung umsetzen lässt, erklärte Spielberger anhand von auftretenden Ungenauigkeiten beim Facettenschliff. Dies wirft dann neue geometrische Probleme auf, die es zu lösen gilt. Die Ergebnisse präsentierte er direkt an der Wand – er führte Leuchten und Reflektoren mit unterschiedlichen Lichtverteilungen vor.

Der Ausflug am Nachmittag war gesegnet mit strahlendem Spätsommerwetter, wie man es sich prächtiger nicht wünschen kann. Die Route folgte dem kanonischen Halbtagsausflug, der sich vom bifeb aus anbietet, wenn man zu wenig Zeit für die Schafbergbahn hat: Auf eine gute Stunde mit dem Schiff von Strobl bis Fürberg nordöstlich von St. Gilgen folgte eine etwa zweistündige Wanderung über den Falkenstein mit großartiger Aussicht auf den See bis zur Schiffsanlegestelle Ried-Falkenstein etwas westlich von St. Wolfgang. Von dort ging es mit dem Schiff zurück nach Strobl.

Die Diskussionsrunden am letzten Halbtage Mittwochvormittags waren drei Themen gewidmet: Vergleich der Mathematikstudien an den verschiedenen österreichischen Universitäten (geleitet von Tobias Hell, assistiert von Wolfgang Woess), außeruniversitäre berufliche Perspektiven (geleitet von Barbara Kaltenbacher und Georg Spielberger) und eine thematische Fortsetzung zum Vortrag vom Montag (geleitet von Reinhard Winkler). In aller Kürze einige Bemerkungen dazu:

In der ersten Diskussionsrunde entwickelte sich eine spannende Diskussion darüber, was das Mathematikstudium am jeweiligen Standort auszeichnet. Schnell wurde klar, dass Wahlfreiheit insbesondere in den höheren Semestern aus Sicht der Studierenden sehr positiv gesehen wird. Überraschend war jedoch, dass dies nur bis zu einem Ausmaß von etwa 30 ECTS so beurteilt wurde, denn darüber hinaus wurden sogar eher negative Aspekte der Wahlfreiheit genannt. Weiters wurden Erfahrungen zum Studieneinstieg, Ansichten zu gewinnbringender Leistungsbeurteilung und Meinungen zur räumlichen Ausstattung ausgetauscht.

Die zweite Diskussionsrunde zeigte, dass für alle anwesenden Studierenden ein Masterstudium so gut wie fix eingeplant und eine daran anschließende Promotion durchaus vorstellbar war, die Teilnehmerinnen und Teilnehmer sich aber auch schon Gedanken über eine mögliche Laufbahn danach gemacht hatten. Eine wichtige Rolle spielten hier auch Fragen zur Bewerbung bei Firmen. (Welche Ausschreibungen sind für mich relevant? Welche Kriterien müssen erfüllt sein? Kann ich mich auch bewerben, wenn keine Stelle explizit ausgeschrieben ist? Was wird von Absolventinnen und Absolventen eines Mathematikstudiums erwartet?) Als sehr hilfreich erwies sich dabei die Anwesenheit und Expertise unseres Gastvortragenden Georg Spielberger, der nach seiner Promotion ja kürzlich den Weg in die Industrie gegangen war. Auch Fragen zur universitären Laufbahn kamen aufs Tapet.

Als Ausgangspunkte für die dritte Diskussionsrunde diente ein Blatt mit Anregungen, das Reinhard Winkler nach seinem Vortrag am Montag ausgeteilt hatte. Darauf waren u.a. jene "sechs Aspekte" der Mathematik wiedergegeben, wie sie im allgemeinen Teil des Lehrplans für die AHS-Oberstufe als Bildungsziele formuliert sind. Nur vereinzelt Teilnehmern, die nämlich auch das Lehramt studieren, waren diese Inhalte bekannt. Die Zustimmung dazu war jedoch ungeteilt. Gleichzeitig herrschte Konsens darüber, dass der tatsächliche Mathematikunter-

richt diesen durch den Lehrplan vorgegebenen Bildungszielen fast nicht bis gar nicht gerecht wird. Gewürzt waren die Diskussionen mit einem reichhaltigen Gedankenaustausch zu Fragen der Philosophie der Mathematik.

## 5 Resümee und Zukunftsperspektiven

Am letzten Halbtage wurde ein Formular für anonyme Rückmeldungen ausgegeben. Die drei auszufüllenden Punkte lauteten: “Besonders gut hat mir gefallen”, “Weniger gelungen war” und “Ideen zur Verbesserung”. 18 der 22 Teilnehmerinnen und Teilnehmer gaben das Blatt ganz oder teilweise ausgefüllt ab. Zum ersten Punkt gab es auf jedem der 18 Blätter mancherlei zu lesen, zum zweiten fanden sich insgesamt nur drei Eintragungen und zum dritten äußerten sich gut die Hälfte, fast alle im Sinne einer Bitte um “mehr” – sei es in Bezug auf die Vorträge oder, noch häufiger, auf die Möglichkeit der freien Gestaltung inklusive Zeit zum Baden. Vor allem die letztgenannten Wünsche wurden zweifellos durch das für die zweite Septemberhälfte außergewöhnlich sommerliche Wetter genährt, mit dem man – zumal im Salzkammergut – nicht unbedingt rechnen konnte. Besonders positiv hervorgehoben wurde immer wieder, dass – nach dem Vorbild Oberwolfach – zu jeder Mahlzeit zufällig eine neue Sitzordnung generiert wurde. Auf diese Weise scheint die angestrebte Vernetzung über Universitätsgrenzen hinweg tatsächlich hervorragend gelungen zu sein. Die lockere Offenheit und Freundlichkeit unserer Studierenden stand in klarem Gegensatz zu weniger freundlichen Klischees, von denen das Image der Mathematik in der Öffentlichkeit ja nicht frei ist.

Insgesamt betrachten wir das erste ÖMG-Studierendentreffen als sehr gelungen. Es wird nicht überraschen, dass auch wir selbst es als sehr angenehm empfanden. Neben dem hervorragenden Wetter ist das auch der außergewöhnlichen Freundlichkeit, Hilfs- und Kooperationsbereitschaft des bifeb-Teams zu verdanken, insbesondere von Frau Michaela Zach, die unsere Hauptansprechperson war und gemeinsam mit ihrem Team ausnahmslos alle unsere (hinsichtlich Abrechnung teils komplizierten) Wünsche erfüllte. (Es darf an dieser Stelle erwähnt werden, dass auch umgekehrt unseren Studierenden vom bifeb-Team Rosen gestreut wurden; sie seien außergewöhnlich angenehme und liebenswürdige Gäste gewesen.)

Trotz der ungetrübt freundlichen Atmosphäre, die während der gesamten Veranstaltung herrschte, muss die Frage gestellt werden, was vielleicht noch verbessert werden könnte. Dem in den Rückmeldungen häufig vernehmbaren Wunsch nach “mehr” sind finanzielle Grenzen gesetzt. Konkret für das kommende Jahr besteht, genauso wie im Vorjahr, eine weitere Beschränkung darin, dass am bifeb nur noch genau ein Zeitintervall zur Buchung frei war, nämlich von Montag, dem 9., bis Mittwoch, dem 11. September 2019. Es werden also auch im nächsten Jahr nur vier Halbtage zur Programmgestaltung zur Verfügung stehen. Wie weit innerhalb

dieses Rahmens noch Verbesserungen im Sinne der genannten Wünsche möglich sind, liegt nicht auf der Hand und wird zu diskutieren sein.

An organisatorischem Verbesserungspotenzial fallen zwei Punkte ins Auge: Zum ersten ist eine Vereinheitlichung der Abrechnung wünschenswert. Vor allem sehr unterschiedliche Verrechnungsmodalitäten an den diversen Universitäten erhöhten den Organisationsaufwand beträchtlich. Bei einer klaren und einheitlichen Abgrenzung, was von der ÖMG und was von den einzelnen Universitäten beglichen wird, ließe sich jener Teil der organisatorischen Arbeit, der die Finanzen betrifft, spürbar erleichtern. Außerdem scheint es in einzelnen Fällen noch Spielraum für Verbesserungen bei der Kommunikation der Veranstaltung gegenüber den Studierenden zu geben. Sicher ist es wünschenswert, die Vorgangsweise bei der Auswahl der Preisträgerinnen und Preisträger weiterhin den einzelnen Standorten zu überlassen. Zu überlegen sind aber verfeinerte Richtlinien hinsichtlich der Teilnehmerkontingente für den Fall von Absagen einzelner Nominierter.

Als Organisatoren des ersten ÖMG-Studierendentreffens im September 2018 würden wir es jedenfalls sehr begrüßen, wenn sich die Veranstaltung als dauerhafte Einrichtung zur Förderung des mathematischen Nachwuchses in Österreich etablieren könnte.

In jedem Fall ist auf Dauer eine regelmäßige personelle Erneuerung des Organistorenteams notwendig. Diskutiert wurde, jedes Jahr eine Person im Initiativteam durch eine neue zu ersetzen, auch, um eine Balance zwischen Kontinuität und Innovation zu gewährleisten. Unsere sehr positiven Erfahrungen sollten ein Stimulus für die Kolleginnen und Kollegen sein, sich hier einzubringen.

In diesem Sinne schließen wir mit dem aus unserer Sicht wichtigsten Eindruck von der Veranstaltung, dass nämlich der gedankliche Austausch mit begabten jungen Menschen zu den angenehmsten Aufgaben gehört, die unser Beruf zu bieten hat. Einen herzlichen Dank an alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer für eine äußerst angenehme Erfahrung!

*Adresse der Autoren:*

*Tobias Hell  
Universität Innsbruck  
Institut für Mathematik  
Technikerstr. 13  
A-6020 Innsbruck email tobias.hell@uibk.ac.at*

*Barbara Kaltenbacher  
Universität Klagenfurt  
Institut für Mathematik  
Universitätsstr. 65-67  
A-9020 Klagenfurt  
email barbara.kaltenbacher@aau.at*

*Reinhard Winkler  
TU Wien  
Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie  
Wiedner Hauptstr. 8-10  
A-1040 Wien  
email reinhard.winkler@tuwien.ac.at*

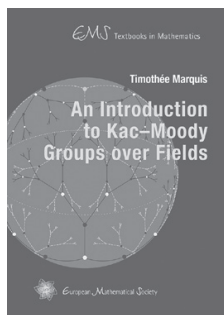
*Wolfgang Woess  
TU Graz  
Institut für Diskrete Mathematik  
Steyrergasse 30  
A-8010 Graz  
email woess@tugraz.at*





## New books published by the European Mathematical Society

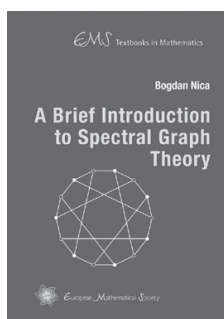
20% discount for individual members  
of the EMS, member societies or  
societies with a reciprocity agreement



Timothée Marquis (Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium)  
**An Introduction to Kac-Moody Groups over Fields** (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-187-3. 2018. 160 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 34.00 €

A classical topic in Mathematical Finance is the theory of portfolio optimization. One of the ramifications of this topic is the analysis of (small) proportional transaction costs, such as a Tobin tax. The lecture notes present some striking recent results of the asymptotic dependence of the relevant quantities when transaction costs tend to zero. An appealing feature of the consideration of transaction costs is that it allows for the first time to reconcile the no arbitrage paradigm with the use of non-semimartingale models, such as fractional Brownian motion. This leads to the culminating theorem of the present lectures: for a fractional Brownian motion stock price model we always find a shadow price process for given transaction costs. This process is a semimartingale and can therefore be dealt with using the usual machinery of mathematical finance.

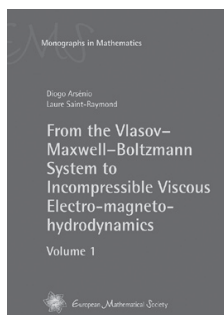


Bogdan Nica (McGill University, Montreal, Canada)  
**A Brief Introduction to Spectral Graph Theory** (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-188-0. 2018. 168 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 38.00 €

Spectral graph theory starts by associating matrices to graphs – notably, the adjacency matrix and the Laplacian matrix. The general theme is then, firstly, to compute or estimate the eigenvalues of such matrices, and secondly, to relate the eigenvalues to structural properties of graphs. As it turns out, the spectral perspective is a powerful tool. This is an introduction to spectral graph theory, but it could also be seen as an invitation to algebraic graph theory. The text is enriched by many exercises and their solutions.

The target audience are students from the upper undergraduate level onwards. We assume only a familiarity with linear algebra and basic group theory. Graph theory, finite fields, and character theory for abelian groups receive a concise overview and render the text essentially self-contained.

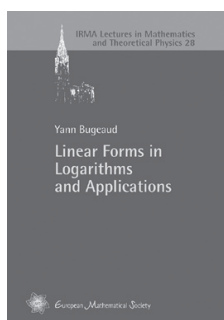


Diogo Arsénio (Université Paris Diderot, France) and Laure Saint-Raymond (École Normale Supérieure, Lyon, France)  
**From the Vlasov-Maxwell-Boltzmann System to Incompressible Viscous Electro-magneto-hydrodynamics. Volume 1** (EMS Monographs in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-193-4. 2018. Approx. 414 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 78.00 €

The Vlasov-Maxwell-Boltzmann system is a microscopic model to describe the dynamics of charged particles subject to self-induced electromagnetic forces. At the macroscopic scale, in the incompressible viscous fluid limit, the evolution of the plasma is governed by equations of Navier-Stokes-Fourier type, with some electromagnetic forcing that may take on various forms depending on the number of species and on the strength of the interactions. From the mathematical point of view, these models have very different behaviors. Their analysis therefore requires various mathematical methods which this book aims at presenting in a systematic and exhaustive way.

The first part of this work is devoted to the systematic formal analysis of viscous hydrodynamic limits of the Vlasov-Maxwell-Boltzmann system. In the second part, the convergence results are made precise and rigorous, assuming the existence of renormalized solutions for the Vlasov-Maxwell-Boltzmann system.



Yann Bugeaud (Université de Strasbourg, France)  
**Linear Forms in Logarithms and Applications** (IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics, Vol. 28)

ISBN 978-3-03719-183-5. 2018. 240 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 38.00 €

The aim of this book is to serve as an introductory text to the theory of linear forms in the logarithms of algebraic numbers, with a special emphasis on a large variety of its applications. We wish to help students and researchers to learn what is hidden inside the blackbox 'Baker's theory of linear forms in logarithms' (in complex or in  $p$ -adic logarithms) and how this theory applies to many Diophantine problems, including the effective resolution of Diophantine equations, the  $abc$ -conjecture, and upper bounds for the irrationality measure of some real numbers. Written for a broad audience, this accessible and self-contained book can be used for graduate courses (some 30 exercises are supplied). Specialists will appreciate the inclusion of over 30 open problems and the rich bibliography of over 450 references.



# Buchbesprechungen

<i>D. Dumbaugh, J. Schwermer</i> : Emil Artin and Beyond – Class Field Theory and L-Functions (C. BAXA) . . . . .	38
<i>X.-Q. Jin, S.-W. Vong</i> : An Introduction to Applied Matrix Analysis (A. R. KRÄUTER) . . . . .	39
<i>D. A. Salamon</i> : Measure and Integration (R. WINKLER) . . . . .	39
<i>B. Poonen</i> : Rational Points on Varieties (C. FREI) . . . . .	40
<i>A. R. Wadsworth</i> : Problems in Abstract Algebra (C. FUCHS) . . . . .	41
<i>G. Helmbert</i> : Analytische Zahlentheorie (C. FUCHS) . . . . .	42
<i>Y. Bugeaud</i> : Linear Forms in Logarithms and Applications (C. FUCHS) .	43
<i>N. Raymond</i> : Bound States of the Magnetic Schrödinger Operator (F. HASLINGER) . . . . .	44
<i>J. Engel</i> : Anwendungsorientierte Mathematik: Von Daten zur Funktion (L. LOTTERANER) . . . . .	44
<i>J. Eschmeier</i> : Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher (F. HASLINGER)	45
<i>R. M. Hill</i> : Introduction to Number Theory (C. FUCHS) . . . . .	45

**D. Dumbaugh, J. Schwermer: Emil Artin and Beyond – Class Field Theory and L-Functions.** (Heritage of European Mathematics.) EMS, Zürich, 2015, xiii+231 S. ISBN 978-3-03719-146-0 H/b € 68.

Dieses Buch beleuchtet einige wichtige Perioden in der Entwicklung der Klassenkörpertheorie im Lauf des 20. Jahrhunderts. Die ersten vier Kapitel wurden von Della Dumbaugh und Joachim Schwermer verfasst und beschäftigen sich hauptsächlich mit Leben, Werk und Einfluss von Emil Artin in den Dreißiger- und Vierzigerjahren des 20. Jahrhunderts.

Das erste Kapitel beschäftigt sich mit den von Claude Chevalley angestoßenen Fortschritten und enthält seinen Brief an Hasse aus dem Jahr 1935, in dem er den Begriff der *éléments idéaux* (die heute Ideale genannt werden) einführt. Das zweite Kapitel beschreibt die verschiedenen Stationen von Artins Leben und sein wissenschaftliches Umfeld in den USA, wohin er 1937 nach der Machtübernahme durch die Nationalsozialisten geflohen war. Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit den gemeinsamen Arbeiten von Artin und George Whaples, der von 1939 bis 1941 als Postdoc an der Indiana University tätig war, an der Artin ab 1938 eine unbefristete Stelle hatte. Das vierte Kapitel behandelt das Leben und die Dissertation von Margaret Matchett. Diese (in diesem Kapitel erstmals veröffentlichte) Dissertation mit dem Titel *On the zeta function for ideles* war die zweite, die Artin in den USA betreute. (Ihre Ergebnisse sind später in der ebenfalls von Artin betreuten Dissertation von John Tate weit übertroffen worden.) Matchett erhielt dafür 1946 ihren PhD an der Indiana University.

Das fünfte Kapitel wurde von James W. Cogdell verfasst. Während die ersten vier Kapitel durchaus eine mathemathikhistorische Ausrichtung haben, weist Cogdell gleich zu Beginn des Kapitels darauf hin, dass er kein Historiker sei. Er beschreibt darin die schrittweise Entwicklung der Artinschen  $L$ -Reihen in mehreren seiner Arbeiten, wobei er den Fokus auf die Motivation von Artins Definitionen legt. Das Kapitel endet mit einer Überleitung zu den Vermutungen von Langlands.

Das letzte Kapitel stammt aus der Feder von Langlands – und ist das einzige in deutscher Sprache! Er beschreibt darin, beginnend mit seinen Studentenjahren, in sehr persönlicher Weise seine Entwicklung und Stationen als Mathematiker. Dazu gehören auch zahlreiche Kontakte mit anderen Mathematikern, die seinen Werdegang beeinflusst haben (wobei sich Langlands oft nicht besonders darum bemüht, diplomatisch zu sein). Angelpunkt des Kapitels ist der Brief, den Langlands 1967 an André Weil geschrieben hat und der seine Vermutungen enthält. (Dieser Brief ist am Beginn des Kapitels abgedruckt.)

Für große Teile dieses interessanten Werks sollte die Leserin oder der Leser zumindest über solide Grundkenntnisse der algebraischen Zahlentheorie verfügen. Besser ist es allerdings, wenn man schon vor Beginn der Lektüre weiß, womit sich Klassenkörpertheorie beschäftigt. Diese ist nach wie vor ein anspruchsvolles Gebiet. Mehrere Kapitel des vorliegenden Buchs können für Lernende sehr hilf-

reich sein, da sie die historische Entwicklung verschiedener Theorien und Begriffe beleuchten, ohne die die Definitionen, die man in modernen Darstellungen findet, oft nur schwer verständlich sind. Darüber hinaus bietet dieser Band einen interessanten Einblick in einen weitgehend verschwundenen Forschungsbetrieb ohne e-mail und Impact-Faktoren.

C. Baxa (Wien)

**X.-Q. Jin, S.-W. Vong: An Introduction to Applied Matrix Analysis.** (Series in Contemporary Applied Mathematics, CAM 20.) World Scientific, New Jersey, 2016, xiii+130 S. ISBN 978-981-4749-46-6 H/b £ 32.

This monograph gives a concise and well written introduction to the title topic and is suited for a one-semester course in applied matrix theory. It primarily deals with the indispensable classical topics, but also presents quite recent developments in matrix theory.

Chapter 1 gives some basic notation used throughout the text, and reviews some important topics in linear algebra. In Chapter 2, vector and matrix norms are introduced, their properties are studied, and a perturbation analysis and a study of its effects on the numerical solution of linear systems are given. Chapter 3 is devoted to linear least square problems (LSP). In order to construct efficient algorithms for their solutions, orthogonal transformations (Householder reflexions, Givens rotations) and the QR factorization are introduced. Another approach to the solution of LSP is provided by the Moore-Penrose inverse whose basic treatment can be found in Chapter 4. One of the best known iterative methods for solving symmetric positive definite linear systems is given by the conjugate gradient method. This is discussed thoroughly (including preconditioned systems) in Chapter 5. The optimal preconditioner (Chan 1988) and the superoptimal preconditioner (Tyrtshnikov 1992) as well as a spectral relationship between them are studied in Chapter 6. Properties of optimal preconditioners for functions of matrices (including the matrix exponential, cosine, sine, and logarithm functions) are dealt with in Chapter 7. The final chapter is devoted to a conjecture concerning an inequality involving the Frobenius norm and posed by Böttcher and Wenzel in 2005. This conjecture was proved for square real matrices by Vong and Jin in 2008; an elementary version of the proof using an idea by Audenaert (2010) is presented here. A bibliography and a keyword index conclude the book.

The text of this book is self-contained, the proofs are clear and easy to follow. It can be recommended without any reservation to students with basic knowledge in linear algebra, calculus, and numerical analysis.

A. R. Kräuter (Leoben)

**D. A. Salamon: Measure and Integration.** (EMS Textbooks in Mathematics.) EMS, Zürich, 2016, viii+355 S. ISBN 978-3-03719-159-0 H/b € 48.

Gegenstand dieses Buchs ist der klassische Kern der Maß- und Integrationstheorie. Schon nach kurzem Durchblättern wird der Leser unweigerlich an den berühmten Klassiker *Real and Complex Analysis* von Walter Rudin denken. Auch Salamon selbst macht in Vorwort und Einleitung keinen Hehl daraus, dass für ihn die ersten acht Kapitel aus Rudins Buch die wichtigste Grundlage bildeten. Umso mehr interessieren die Unterschiede in Inhalt und Darstellung, auf die Salamon auch genauer eingeht.

Hier seien neben einigen Verallgemeinerungen (beispielsweise der Verzicht auf die  $\sigma$ -Endlichkeit als Voraussetzung bei einigen klassischen Resultaten) als inhaltliche Erweiterungen vor allem genannt: die Marcinkiewicz-Interpolation linearer Operatoren auf  $L^p$ -Räumen, die für die Theorie partieller Differentialgleichungen bedeutsame Ungleichung von Calderón-Zygmund und das Haarsche Maß auf lokalkompakten Gruppen.

Darüber hinaus sind es vor allem gewisse Merkmale in der Darstellung, die Salamons Buch empfehlenswert machen, vor allem als Grundlage für einführende Vorlesungen. Tatsächlich entstand das Buch auch aus einer Vorlesung an der ETH Zürich im Jahr 2014. Rudins Buch setzte bei seinem erstmaligen Erscheinen im Jahr 1966 Maßstäbe aus der Sicht fortgeschrittener Leser. Im Vergleich dazu beginnt Salamons *Measure and Integration* auf elementarerem Niveau. Das erste Kapitel, *Abstract measure theory*, inkludiert abstrakte Integrationstheorie und kommt im Gegensatz zu Rudin mit weniger Topologie aus. Im zweiten Kapitel, *The Lebesgue measure*, erfolgt die Konstruktion des Maßes im euklidischen Raum mithilfe des äußeren Maßes und nicht, wie bei Rudin, über den abstrakteren Darstellungssatz von Riesz. Erst ab dem dritten Kapitel, *Borel measures*, findet man sich bei Salamon etwa dort, wo bei Rudin das zweite Kapitel unter der Überschrift *Positive Borel Measures* einsetzt. Die Beweise sind bei Salamon sehr sorgfältig und vollständig ausgearbeitet. Das alles entspricht sicher eher dem zweiten Studienjahr als Rudins Zugang, der mehr mathematische Reife voraussetzt.

Insgesamt kann Salamons Buch vor allem als Grundlage für sowohl breit angelegte als auch profunde einführende Lehrveranstaltungen zur Maß- und Integrationstheorie empfohlen werden, die unmittelbar auf der im ersten Jahr mathematischer Fachstudien üblichen Linearen Algebra und Analysis aufbauen.

R. Winkler (Wien)

**B. Poonen: Rational Points on Varieties.** (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 186.) American Mathematical Society, Providence (USA), 2017, 337 S. ISBN 978-1-4704-3773-2 H/b \$ 83.

Poonen's work provides an introduction to arithmetic geometry with the goal of studying rational points on algebraic varieties, that is, rational solutions to Diophantine equations. What sets it apart from other books on Diophantine geometry, such as Hindry-Silverman or Bombieri-Gubler, is that it does not shy back from

making heavy use of scheme theory, which is required for the main goal, cohomological obstructions to the existence of rational points.

The prerequisites are rather modest, requiring only basic familiarity with algebraic geometry and algebraic number theory, such as provided by the first two chapters of Hartshorne and Neukirch, and some group cohomology.

The first chapter studies some topics in field theory, including a quick introduction to Brauer groups. The second and third chapter discuss aspects of schemes and their morphisms that arise in arithmetic geometry but are not covered with sufficient depth in standard texts such as Hartshorne. Chapters four to six introduce the fundamental technique of faithfully flat descent and provide overviews of algebraic groups and étale cohomology.

This theory-building part of the book is then followed by applications. Chapter seven presents the most famous application of étale cohomology, the Weil conjectures on varieties over finite fields, as proved by Deligne. Chapter eight discusses the book's main topic, cohomological obstructions to the existence of rational points, namely the Brauer-Manin obstruction, descent obstructions and hybrids thereof. The final chapter nine contains a discussion of various classes of varieties, focusing on surfaces over arbitrary base fields.

The book is by no means self contained; in fact both basic and deep results are frequently stated without proof, but references are usually provided. Instead, the author often includes instructive examples, warnings of common misconceptions and general down-to-earth explanations. Coming from a true master, these explanations are invaluable to any new researcher trying to get up to speed in this demanding field. In total, Poonen's book is a brilliant and highly necessary introduction to arithmetic geometry, which will certainly be required reading for generations of graduate students.

C. Frei (Manchester)

**A. R. Wadsworth: Problems in Abstract Algebra.** (Student Mathematical Library, Vol. 82.) American Mathematical Society, Providence (USA), 2017, 277 S. ISBN 978-1-4704-3583-7 P/b \$ 52.

This book is mainly a collection of exercises in abstract algebra. It contains many challenging and non-standard problems and aims for strong advanced undergraduate or beginning graduate students. The material ranges from integers and integers mod  $n$  (11 problems) over groups (118 problems) and rings (85 problems) to fields and Galois theory (154 problems). It also contains a chapter on linear algebra and canonical forms of linear transformations (112 problems). The book does not include problems on e.g. modules over rings, integrality, or more advanced topics in abstract algebra. For the readers convenience and to clarify notation definitions of most concepts and key theorems are included. On purpose, the book does not contain solutions of the problems; instead hints are given.

The problems are presented in a very clear way. The inclusion of definitions and key theorems is useful in order to avoid problems arising from the use of different notations. The book is not only useful for students to master the concepts of abstract algebra or to review their knowledge of the subject; it also provides a useful source for teachers of algebra courses for challenging problems to include into their classes since no solutions are published which could be easily found on the web.

C. Fuchs (Salzburg)

**G. Helmborg: Analytische Zahlentheorie.** Rund um den Primzahlsatz. (De Gruyter Studium.) De Gruyter, Berlin, 2018, xv+103 S. ISBN 978-3-11-049513-3 P/b € 34,95.

Primzahlen und ihre Verteilung gehören – sicher nicht nur für Zahlentheoretiker – zu den spannendsten Themen der Mathematik. Der Beweis des Primzahlsatzes verwendet üblicherweise tiefliegende Methoden aus der reellen und komplexen Analysis, wenngleich es auch “elementare” Beweise gibt. Unbekannt ist nach wie vor der exakte Fehlerterm der Asymptotik, welche durch den Primzahlsatz angegeben wird. Diese Frage hängt eng mit der Riemannschen Vermutung über die Nullstellen der Riemannschen Zetafunktion zusammen, die nicht nur zu Hilbert’s berühmten Liste von 23 Problemen, sondern auch zu den ungelösten Millennium-Problemen zählt. (Es ist das einzige Problem, das in beiden Listen vorkommt).

Das vorliegende Buch stellt Themen der analytischen Zahlentheorie “rund um den Primzahlsatz” dar. Es beginnt mit einer Betrachtung der Größenordnung der Summe  $\sum_{n \leq x} 1/n$  bzw. der Partialsumme  $\sum_{p \leq x} 1/p$ , bestehend aus den Primzahlen. Weiters wird der Satz von Tschebyschev über die Größenordnung der Primzahlzählfunktion sowie der Satz von Mertens formuliert und bewiesen. Anschließend wird die Riemannsche Zetafunktion  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^s$  eingeführt und gezeigt, dass  $\zeta'(s)/\zeta(s) = -\sum_{n=1}^{\infty} \Lambda(n)/n^s$  gilt. (Hier bezeichnet  $\Lambda(n)$  die von Mangoldt-Funktion.) In Abschnitt II wird zuerst der Begriff der Dirichlet-Reihe etwas allgemeiner behandelt, bevor dann wieder zur Riemannschen Zetafunktion zurückgekehrt und gezeigt wird, dass sich  $\zeta(s)$  zu einer in der rechten komplexen Halbebene meromorphen Funktion fortsetzen lässt, die einzig bei  $s = 1$  einen Pol besitzt, dessen Ordnung und Residuum 1 ist und für die  $\zeta(1 + i\tau) \neq 0$  für  $\tau \neq 0$  gilt. (Das ist der für den Beweis des Primzahlsatzes zentrale Satz von Hadamard-de la Vallée Poussin.) Des Weiteren werden  $L$ -Funktionen betrachtet und der Satz von Dirichlet über Primzahlen in arithmetischen Folgen formuliert und bewiesen. Abschnitt III widmet sich dann dem Beweis des Primzahlsatzes, der aus dem Satz von Wiener-Ikehara abgeleitet wird. Schließlich werden noch einige Folgerungen aus dem Primzahlsatz (z.B. die Anzahl der Primzahlen zwischen  $x$  und  $(1 + \epsilon)x$  oder die asymptotische Größe der  $n$ -ten Primzahlen) gezeigt. Abschnitt IV behandelt die Zetafunktion auf der gesamten komplexen Ebene. Nach Vorbemerkungen über die Gamma- und Betafunktion und deren Zusammenhang zur Zetafunktion



wird dann die Funktionalgleichung der Zetafunktion gezeigt. Im Kapitel über die Nullstellen der Zetafunktion findet dann die Riemannsche Vermutung sowie der Zusammenhang zum Fehlerterm des Primzahlsatzes Platz. Abschließend wird  $\zeta(2n)$  mithilfe von Bernoullizahlen ausgedrückt. In einem ausführlichen Anhang werden die verwendeten Hilfsresultate aus der Analysis, der Funktionentheorie sowie der Gruppentheorie ausführlich dargelegt.

Dieses schöne Buch eignet sich als fertig vorliegendes Vorlesungsskript für eine zweistündige Vorlesung über den Primzahlsatz. Es kann zudem für alle interessierten Leser empfohlen werden, die eine vorlesungsartige Einführung in dieses wunderschöne Themenfeld der analytischen Zahlentheorie erhalten möchten.

C. Fuchs (Salzburg)

**Y. Bugeaud: Linear Forms in Logarithms and Applications.** (IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics, Vol. 28.) European Mathematical Society, Zürich, 2018, 240 S. ISBN 978-3-03719-183-5 P/b € 38.

The theory of linear forms in logarithms of algebraic numbers is one of the major achievements of 20th century number theory. It was first developed by Alan Baker who – by the way – just recently passed away (on February 4, 2018). Essentially it says that if a linear form  $\Lambda = b_1 \log \alpha_1 + \dots + b_n \log \alpha_n$ , with  $b_1, \dots, b_n$  rational integers, not all zero, and  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  non-zero algebraic numbers, does not vanish, then its absolute value can be bounded away from zero depending on a constant involving  $n$  and the degree  $d$  of the number field generated by  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  times the product of the heights of the  $\alpha_i$ 's times a constant depending on the height of the linear form. (This is roughly Baker-Wüstholz's version of the theory of linear forms in logs.) It is well known that this statement is very useful for various kinds of Diophantine problems.

Linear forms in logarithms and their applications are the theme of the book under review. In the first two chapters an introduction to linear forms in logarithms in the complex, the  $p$ -adic, and the elliptic case are given and lower bounds are provided. The author does not concentrate too much on the theoretical results but focuses instead on the applications. It is shown how the theory of linear form in logarithms is applied to examples like the distance between powers of 2 and 3 and between two integral  $S$ -units, effective irrationality measures for quotient of logarithms of integers and  $n$ -th roots of algebraic integers, the greatest prime factor of values of integer polynomials and of terms of linear recurrences, to mention a few. Also the applications to classical families of Diophantine equations are given. The applications of linear forms in  $p$ -adic logarithms range from  $S$ -unit equations over Waring's problem to perfect powers in binary recurrence sequences. The solution of Erdős's conjecture on the greatest prime factor of  $2^n - 1$  and effective results towards the abc-conjecture are discussed in separate chapters. Another quite unusual chapter gives the theory of simultaneous linear forms in logarithms and applications e.g. to perfect powers in short intervals. Finally, another separate

chapter is devoted to multiplicative dependence relations between algebraic numbers. Very late in the book complete proofs of certain simplified versions of the central theorem in the complex and the  $p$ -adic case are given and therefore unveils what lies behind these results. The book closes with a chapter on open problems. In an appendix background material on the approximation of rational numbers, the theory of heights, on algebraic number theory, etc. are collected which make the book rather self-contained.

This book is a valuable contribution providing a unique view on the theory of linear forms in logarithms and their applications. It can be recommended for graduate students who plan to work in this area and to all researchers who want to know what the theory of linear forms in logarithms is about and how it can be applied to achieve the spectacular results that were obtained by it so far.

C. Fuchs (Salzburg)

**N. Raymond: Bound States of the Magnetic Schrödinger Operator.** (Tracts in Mathematics, Vol. 27.) European Mathematical Society, Zürich, 2017, 394 S. ISBN 978-3-03719-169-9 H/b € 64.

This book presents a synthesis of recent advances in the spectral theory of the magnetic Schrödinger operator of dimension two and dimension three mainly investigating the semiclassical limit. In the first part, the basic theorems of spectral theory are recalled including many examples which are helpful to understand how the methods may be applied in practice. It contains an introduction to localization techniques giving lower bounds for the lowest eigenvalue of the magnetic Schrödinger operators. The second part is devoted to the theory of the magnetic Born-Oppenheimer approximation, which is a systematic semiclassical reduction to model operators. Finally, the author investigates the magnetic semiclassical asymptotics in various geometric and magnetic settings. The book can be considered as a catalog of concrete examples of magnetic spectral asymptotics and will be very helpful to understand the far-reaching methods of spectral analysis.

F. Haslinger (Wien)

**J. Engel: Anwendungsorientierte Mathematik: Von Daten zur Funktion.** Eine Einführung in die mathematische Modellbildung für Lehramtsstudierende. Zweite Auflage. (Mathematik für das Lehramt.) Springer Spektrum, Berlin, 2018, xiii+375 S. ISBN 978-3-662-55486-9 P/b € 27,99.

Als Teil einer Reihe von Lehrbüchern für Mathematikstudierende behandelt das vorliegende Werk das Thema der mathematischen Modellbildung. Insbesondere soll es Lehramtsstudierenden dabei helfen, ihren zukünftigen Schülern und Schülerinnen die Frage "Wozu brauche ich Mathematik?" zufriedenstellend zu beantworten.

Im ersten Kapitel werden grundlegende Fragestellungen wie die Bedeutung, Eigenschaften und Funktionalität von mathematischen Modellen behandelt. Dabei geht der Autor immer wieder darauf ein, wie diese Themen in den Mathematikunterricht eingebracht werden können.

Die folgenden Kapitel widmen sich konkreten Modelltypen und Anwendungsbeispielen. Neben Standardmodellen wie Proportionalität, Polynomen und Exponentialfunktionen wird detailliert auf Interpolation durch Polynome und Splines, Modellierung von Wachstumsprozessen, lineare und nicht lineare Rezession sowie Glättungsmethoden eingegangen. Der Fokus liegt auf dem Prozess des Anwendens verschiedener mathematischer Methoden und nicht auf den fertigen Modellen. Alle theoretischen Überlegungen werden durch viele Beispiele und Übungsaufgaben ergänzt.

Insgesamt bietet das Buch eine gute Mischung von Modelltypen und Teilgebieten der Mathematik und ist als Ergänzungsliteratur für Lehramtsstudierende gut geeignet.

L. Lotteraner (Wien)

**J. Eschmeier: Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher.** (Masterclass.) Springer Spektrum, Berlin, 2017, xii+210 S. ISBN 978-3-662-55541-5 P/b € 25,69.

Das vorliegende Buch entstammt einer mehrfach an der Universität des Saarlandes gehaltenen Vorlesung. Die ersten Kapitel sind elementaren Eigenschaften holomorpher Funktionen und analytischer Mengen gewidmet. Es wird der Weierstraßsche Vorbereitungsatz bewiesen und dass der Ring aller konvergenten Potenzreihen in jedem Punkt  $a \in \mathbb{C}^n$  noethersch ist. Weiters werden Eigenschaften von Holomorphiebereichen beschrieben, Rungesche und polynom-konvexe Mengen. Aus der Exaktheit der  $\bar{\partial}$ -Sequenz wird das Lemma von Hefer sowie der Charactersatz von Igusa abgeleitet. Beim Beweis des Levi -Problems, dass in  $\mathbb{C}^n$  die Holomorphiebereiche genau die pseudokonvexen offenen Mengen sind, folgt der Autor einem Zugang von H. Grauert, der einen Satz von Laurent Schwartz über Operatoren auf Frécheträumen benutzt, also nicht die auf Hörmander zurückgehende Methode der  $L^2$ -Abschätzungen für den  $\bar{\partial}$ -Operator. Das abschließende Kapitel enthält wichtige Anwendungen auf die Theorie komplexer Banachalgebren. Jedes Kapitel ist mit interessanten Aufgaben versehen, die den Stoff ergänzen und auf vielfache Weise erläutern, wodurch sich das Buch bestens für das Bachelor- oder Masterstudium eignet.

F. Haslinger (Wien)

**R. M. Hill: Introduction to Number Theory.** (Essential Textbooks in Mathematics.) World Scientific Publishing Europe Co., London, 2018, 264 S. ISBN: 978-1-78634-471-7 H/b £ 95.

This introduction to number theory aims for second year undergraduate students. It starts with an introduction to elementary number theory for integers and polynomials. The following chapter entitled “Congruences Modulo Prime Numbers” contains Fermat’s Little Theorem, Euler’s Totient Function and some results on cyclotomic polynomials and primitive roots and then elaborates on public key cryptography and quadratic reciprocity. A proof of the Quadratic Reciprocity Law and the First and Second Nebensatz using Gauß sums in the cyclotomic ring mod  $p$  is presented at the end of Chapter 3. In Chapter 4  $p$ -adic methods in number theory are discussed (Hensel’s lemma,  $p$ -adic power series, Teichmüller lifts,  $p$ -adic integers). The last chapter discusses the number theory of rings of integers of quadratic number fields and their connection to Diophantine equations (in particular Pell’s equation, but also  $x^n = y^2 - d$ ). Here also the theory of continued fraction expansions is presented.

The book is very well written and is supplemented with 162 exercises of varying difficulty for which complete solutions are given at the end of the book. Examples and calculations using SAGE are used to illustrate ideas in the book. Worth mentioning is the fact that the book avoids the concept of an ideal, does not use complex analysis or Galois theory and does not describe algorithms for primality testing or factorization. Nevertheless, the book can be recommended for anyone interested in an introduction to number theory and in particular for undergraduate students to review or solidify their knowledge and to extend it in case the more advanced topics have not been covered before.

C. Fuchs (Salzburg)

# Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

## **Datenschutz**

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft verarbeitet personenbezogene Daten ihrer Mitglieder, nämlich Name, Emailadresse, Adresse, Mitgliedsstatus, Eintritts- und Austrittsdatum, Datum und Zweck der geleisteten Zahlungen, persönliche Webseite, Zustimmung zur Veröffentlichung der Kontaktdaten, Zeitschriftenabonnements, Geburtsdatum, die beim Eintritt übermittelte Kurzbiographie, sowie im Falle von Anforderung von Büchern für Buchbesprechungen die angeforderten Bücher mit Versanddaten, Einreichdatum der Buchbesprechung sowie entsprechende Zahlungs- und Mahnungsdaten. Diese Daten werden zur Verwaltung der Mitgliedsbeiträge und Buchbesprechungen benötigt sowie zur Information der Mitglieder über die ÖMG sowie mathematische Veranstaltungen via Email verwendet. Die ÖMG archiviert die Daten für historische Zwecke.

*Die Erneuerung der Mitgliedschaft gilt als Zustimmung zur Speicherung dieser Daten.*

Mitglieder haben das Recht, die erteilte Einwilligung jederzeit schriftlich (mit Wirkung für die Zukunft) zu widerrufen. Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt (Art. 7 Abs. 2 DSGVO). Gegebenenfalls ist eine Löschung der Daten nur bei gleichzeitigem Austritt aus der ÖMG möglich. Gemäß Art. 17 DSGVO bleiben der Zeitraum der Mitgliedschaft archiviert und die steuerlich relevanten Daten innerhalb der vorgeschriebenen Fristen gespeichert.

Jedes Mitglied kann über die Mitgliederdatenbank seine persönlichen Daten einsehen beziehungsweise aktualisieren. Wenn Sie nicht möchten, dass Ihre Kontaktdaten für andere Mitglieder über die Mitgliederdatenbank einsehbar sind, können Sie das ebenfalls dort einstellen.

## **Protokoll der Generalversammlung der ÖMG am 9.11.2018, Uni Wien**

*Zeit:* Freitag, 9. November 2018, 16:30 Uhr

*Ort:* Universität Wien, Hauptgebäude, Hörsaal 42

*Tagesordnung:*

1. Begrüßung und Feststellung der Beschlussfähigkeit
2. Berichte der Vorsitzenden, des Kassiers und weiterer Vorstandsmitglieder
3. Bericht der Rechnungsprüfer und gegebenenfalls Entlastung des Vorstands
4. Berichte aus den Landesektionen und den Kommissionen
5. Veranstaltungen und Fördermaßnahmen der ÖMG
6. Wahlen: Landessektionsvorsitzende und Beiratsmitglieder 2019–2020, Nachnominierung Didaktikkommission
7. Allfälliges

TOP 1.

**Begrüßung und Feststellung der Beschlussfähigkeit**

Die Vorsitzende Kaltenbacher begrüßt die Anwesenden und stellt die Beschlussfähigkeit fest.

TOP 2.

**Berichte des Vorsitzenden, des Kassiers und weiterer Vorstandsmitglieder**

Der Studienpreis der ÖMG wurde dieses Jahr an Dr. Clemens Müllner verliehen. Den Förderungspreis erhielt Dr. Vera Fischer.

Der Kassier Lamel berichtet, dass der Vermögensstand stabil ist und dass der letzte Kongress sehr erfolgreich war.

Aus Tirol berichtet Haltmeier, dass die Landesektion den Early Student Award mit Reisekosten für die Teilnehmer unterstützt hat. Außerdem wurde die Mathematik-Olympiade Tirol-Vorarlberg unterstützt. Bei der Professur für Mathematik für Ingenieurwissenschaften werden derzeit Berufungsverhandlungen geführt. Schröcker wurde in einem § 99.4-Verfahren zum Professor ernannt. Eine Professur für Variationsmethoden und Partielle Differentialgleichungen soll demnächst ausgeschrieben werden. Weiters gibt es zwei Laufbahnstellen, eine für Stochastik und eine für Mathematische Grundlagen des Deep Learning.

Aus Oberösterreich berichtet Pillichshammer, dass die Projektwoche “Angewandte Mathematik” für Jugendliche und der Náboj-Wettbewerb unterstützt wurden. Im Rahmen der Feiern “50 Jahre Technisch-Naturwissenschaftliche Fakultät” der JKU Linz stellt sich am 26. November 2018 der Fachbereich Mathematik der Öffentlichkeit vor. Derzeit findet das RICAM Special Semester “Multivariate Algorithms and their Foundations in Number Theory” statt. Im Oktober fand eine sub auspiciis Promotion im Bereich der Mathematik statt. Dr<sup>in</sup>. Helene Laimer wurde ausgezeichnet.

Aus Salzburg berichtet Blatt, dass Hellekalek in den Ruhestand versetzt wurde. Im Bereich Algebraische Geometrie oder Computeralgebra wird eine Postdoc-Stelle ausgeschrieben. Nächstes Jahr findet eine Konferenz über “Simulation and Statistics” statt.

Aus Graz berichtet Woess, dass das Symposium Diskrete Mathematik der Kombinatorik-Fachgruppe der DMV, die von Kang geleitet wird, unterstützt wurde. Es wird eine Ausschreibung für eine Professur nach § 99.4 geben, für die sich fünf Kandidaten aus der Mathematik bewerben können. Das Doktoratskolleg Diskrete Mathematik hat um Verlängerung angesucht, dies sollte in den nächsten Wochen entschieden werden.

Aus Wien berichtet Fischer, dass an der TU eine Position in der Differentialgeometrie ab Juli 2019 durch Ivan Izmetiev besetzt wird und eine Stelle für Stochastik ausgeschrieben ist, für die derzeit das Berufungsverfahren läuft. An der Uni Wien werden vermutlich nächste Woche fünf Professuren ausgeschrieben. Dabei handelt es sich um vier Brückenprofessuren, gemeinsam mit anderen Fächern, sowie die Nachfolge von Katzarkov. Vor Kurzem wurde die Nachfolge von Cerny besetzt, der neue Stelleninhaber heißt Nathanaël Berestycki. Außerdem hat Alberto Minguez Espallargas seine Professur für Zahlentheorie und Algebra angetreten. Als Nachfolge des Projekts "math.space" hat die TU das Projekt "TU ForMath" gestartet. Es gibt dort Veranstaltungen für Schülerinnen und Schüler sowie Vorträge zu Themen aus der Mathematik, die an das allgemeine Publikum adressiert sind.

Aus Klagenfurt berichtet Kaltenbacher, dass Michaela Szölgyényi ihre Arbeit als Professorin für Stochastik begonnen hat. Derzeit wird über die Besetzung einer Laufbahnstelle für Frauen im Bereich Informatik, Mathematik, Ingenieurwissenschaften und Didaktik entschieden. Außerdem gab es sehr gute Bewerberinnen aus dem Bereich der Mathematik. Es gab zwei sub auspiciis Promotionen. Benjamin Hackl und Christian Niemetz wurden ausgezeichnet. Der Early Student Award wurde finanziell unterstützt.

TOP 3.

### **Bericht der Rechnungsprüfer und gegebenenfalls Entlastung des Vorstands**

Es wird ein Brief der Kassenprüfer Feichtinger und Szmolyan vom 25.10.2018 projiziert, in dem festgestellt wird, dass die Unterlagen der ÖMG geprüft und für richtig befunden wurden. In diesem Brief wird die Entlastung des Kassiers beantragt. Dieser Antrag wird bei der Generalversammlung von Woess wiederholt. Die Generalversammlung stimmt dieser Entlastung zu. Reich beantragt die Entlastung des Vorstands. Die Generalversammlung stimmt dieser Entlastung zu.

TOP 4.

### **Berichte aus den Landesektionen und den Kommissionen**

Aus der Didaktikkommission berichtet Humenberger, dass nächste Woche ein Treffen der Kommission stattfinden wird, in dem u.a. auch die Zentralmatura und die Lehrer-Fortbildungstagung 2019 besprochen werden.

TOP 5.

### **Veranstaltungen und Fördermaßnahmen der ÖMG**

Die Vorsitzende berichtet, dass die ÖMG für die EWM-Tagung in Graz zugesagt hatte, eine Hauptvortragende zu unterstützen. Da diese kurzfristig absagen musste, wurde angefragt, ob die zugesagten Geldmittel weiterhin zur Verfügung stehen. Das wird der Fall sein.

Hell möchte die Sommerschulen für Schülerinnen und Schüler fortführen; für 2019 werden noch Vortragende gesucht.

Die Vorsitzende berichtet, dass "Mathematik im Advent" unterstützt werden soll, neben den Druckkosten auch mit einem Reisekostenzuschuss für die Preisträger. Dafür wird ein Betrag von insgesamt bis zu 1.000 € veranschlagt.

Woess berichtet vom Early Student Award. Dieses Vernetzungstreffen fand im September in Strobl statt. Die besten Studierenden der ersten vier Semester wurden nominiert und eingeladen. Es gab Vorträge der Organisatoren Hell, Winkler und Woess sowie von Kaltenbacher und einem promovierten Mathematiker, der in der Wirtschaft arbeitet. Neben einem Ausflug gab es einen Vormittag mit Diskussionsrunden. Das Ganze war sehr erfolgreich und hat positive Reaktionen hervorgerufen. Winkler berichtet, dass die Auswahl der Studierenden auch kritisch gesehen wird, aber in der Diskussion wird der Standpunkt vertreten, dass speziell die Nachwuchsförderung wichtig ist. Die Veranstaltung soll 2019 fortgesetzt werden. Es werden noch Vortragende gesucht und für die weitere Zukunft auch Organisatoren.

Vom 16.–20.9.2019 wird in Dornbirn eine ÖMG-Tagung stattfinden. Teilnehmer aus Entwicklungsländern werden finanziell unterstützt. 2021 wird der DMV-Kongress in Passau stattfinden, eventuell in Zusammenarbeit mit Linz. Der EMC findet 2020 in Portorož statt.

TOP 6.

### **Wahlen: Neuwahl des Landessektionsvorsitzenden und der Beiratsmitglieder 2019–2020, Nachnominierung Didaktikkommission**

Für die Zuwahl in die Didaktikkommission werden HS-Prof. Mag. Dr. Petra Hauer-Typelt (KPH Wien-Krems), Mag. Martin Hofer (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung) und LSI Mag. Susanne Ripper (Landesschulrat für Niederösterreich) vorgeschlagen. Die Generalversammlung stimmt zu.

Alle Landesvorsitzenden, bis auf Bögelein aus Salzburg, sind bereit, weiter dieses Amt auszuführen. Für die Landessektion Salzburg wird Simon Blatt als Nachfolger vorgeschlagen. Die Generalversammlung stimmt den Verlängerungen und dem neuen Vorschlag zu.

Als Nachfolgerin von Feichtinger als Rechnungsprüferin wird Monika Dörfler



vorgeschlagen. Szmolyan soll weiterhin Rechnungsprüfer bleiben. Die Generalversammlung stimmt beiden Vorschlägen zu.

Die Vorsitzende Kaltenbacher schlägt vor, Oberguggenberger in den Beirat aufzunehmen. Die Generalversammlung stimmt zu. Weiter wird von ihr vorgeschlagen, Misha Kim vom Bildungsnetzwerk Technik und MathWorks in den Beirat aufzunehmen. Auch diesem Vorschlag wird von der Generalversammlung zugestimmt.

Die Vorsitzende schlägt folgende Satzungsänderung bzgl. des Mitgliedsbeitrags vor (§ 7. Rechte und Pflichten der Mitglieder):

*Der Mitgliedsbeitrag für das laufende Jahr ist von wirklichen und korrespondierenden Mitgliedern auf jeden Fall vor Beginn des betreffenden Jahres zu bezahlen. Bei wirklichen und korrespondierenden Mitgliedern, die mit der Beitragszahlung in Rückstand geblieben sind, wird die Mitgliedschaft auf ruhend gestellt. Bei ruhender Mitgliedschaft wird das einfache Stimmrecht in der Generalversammlung (§ 8), das aktive und passive Wahlrecht, sowie die Zusendung der IMN ausgesetzt. Bei Wiederaufnahme der Zahlung durch das wirkliche oder korrespondierende Mitglied wird die Mitgliedschaft ab dem Eingang der Beitragszahlung wieder aktiv, was insbesondere auch wieder mit der Zusendung der IMN verbunden ist. Wirkliche und korrespondierende Mitglieder, die mit der Beitragszahlung durch zwei Jahre in Rückstand geblieben sind, kann der Vorstand durch Beschluss aus der Mitgliederliste streichen (§ 11.1).*

Dieser Vorschlag wird diskutiert, und die Generalversammlung stimmt zu.

TOP 7.

**Allfälliges** Der “Tag der Mathematik 2019” soll in Graz stattfinden. Die Generalversammlung bedankt sich für diese Einladung.

*Vorsitzende:* Barbara Kaltenbacher

*Schriftführerin:* Monika Ludwig

### **Laudatio aus Anlass der Verleihung des Förderungspreises 2018**

Ich bedanke mich ganz herzlich bei Frau Kollegin Kaltenbacher für diese Möglichkeit, die wissenschaftlichen Beiträge von Vera Fischer vorzustellen. Vera ist eine Mengentheoretikerin erster Klasse, bekannt sowohl für ihre tiefe mathematische Arbeit als auch für ihre starke Widmung zur weiteren Entwicklung der Mengenlehre an der Universität Wien. Es ist eine Freude für mich, diese zwei Aspekte in Veras Beiträgen zu beschreiben.

Vera ist in Sofia, Bulgarien, als Kind akademischer Eltern geboren. Ihre Mutter ist Immunologin, ihr Vater Ingenieur, sogar ihre Großeltern sind WissenschaftlerInnen, mit der Mathematik, der Medizin und der Biologie beschäftigt. Es ist deswegen kein Wunder, dass Vera, bereits im Alter von elf Jahren, ihr Talent für Mathematik zeigte, als sie den bulgarischen Nationalwettbewerb für die Mathematik gewann und einen geschätzten Platz in der Sofia-Sonderschule für mathematisch begabte Kinder bekam. Dort blieb sie bis zu ihren Universitätsstudien. Im Anschluss ging sie nach Tübingen, wo sie ihr Diplom in Mathematik abschloß. Das Thema von Veras Diplomarbeit war nicht die Logik, sondern die Analyse von Mannigfaltigkeiten. Aber Vera hatte schon damals den Wunsch, für ihre Doktorarbeit nach Kanada umzuziehen und dort die Mengenlehre zu erforschen.

Nach ihrer sehr erfolgreichen Promotion im Jahr 2008 unter der Betreuung von Juris Steprans an der York University und am Fields Institute in Toronto hatten wir das Glück, Vera als Postdoc, Lise-Meitner-Postdoc und Universitätsassistentin für das Kurt Gödel Research Center zu gewinnen. Vera hat 2016 habilitiert und 2017 den FWF START-Preis gewonnen. Vor Kurzem hat sie ein weiteres FWF-Projekt, ein Joint Project mit Tschechien, eingeworben.

Worum geht es in Veras wissenschaftlicher Arbeit? Im Kern geht es um die “unendliche Kombinatorik” und ihre Verbindung mit Topologie, Analysis und Algebra. Ich erkläre diese Verbindung anhand eines Beispiels. Zwei Funktionen  $f, g$  von den natürlichen Zahlen in die natürlichen Zahlen sind “unendlich egal”, falls  $f(n) = g(n)$  für unendlich viele  $n$ . In der unendlichen Kombinatorik fragt man: Wie groß muss eine Menge  $X$  von Funktionen sein, damit jede Funktion unendlich egal mit mindestens einer Funktion in  $X$  ist? In der Topologie fragt man: Wie groß muss eine Menge von reellen Zahlen sein, damit sie nicht die Vereinigung von abzählbar vielen “nowhere dense”-Mengen ist? Überraschenderweise haben diese zwei Fragen, eine aus der unendlichen Kombinatorik und die andere aus der Topologie, dieselbe Antwort. Die konkreten Antworten hängen dabei vom mengentheoretischen Modell ab, jedenfalls sind die zwei Antworten aber in jedem Modell gleich.

Die obig erwähnte Kardinalzahl heißt die “eventually different number” und ist ein Beispiel einer “Kardinalzahl-Charakteristik”. Ein großer Teil von Veras Arbeit hängt mit ähnlichen Kardinalzahl-Charakteristiken zusammen. Um ihre neuen Resultate zu erzielen, muss sie immer tiefere, neue “Forcing-Methoden” entwickeln. Z.B. hat Shelah mit einem “creature forcing” gezeigt, dass die “bounding number” möglichst klein und die “splitting number” noch größer sein können. Vera und Juris Steprans haben Shelahs Methode dramatisch verbessert, indem sie ein “dünnere” Forcing entwickelt und damit Shelahs Resultat mit einem beliebigen Wert für die bounding number erreicht haben.

Blass und Shelah haben die “matrix iteration”-Methode in den 80er-Jahren eingeführt. Erst 20 Jahre später haben Vera und Jörg Brendle die zweite Anwendung dieser Methode entdeckt: In Zusammenhang mit der “almost disjointness num-

ber” haben sie eine Matrix-Iteration benutzt, um beliebige Werte für die bounding number und (einer größeren) splitting number zu bekommen.

“Template iteration” ist eine Forcing-Methode von Shelah, die er benutzt hat, um zu zeigen, dass die splitting number auch kleiner als die bounding number sein kann. Aber Shelahs Methode verlangte, dass die splitting number dabei möglichst klein ist. Durch eine große Verbesserung dieser Methode haben Vera und Diego Mejia die “Breite” einer Template-Iteration definiert und benutzt, um nicht nur größere Werte für die bounding number, sondern auch spezifizierte Werte für die splitting number, bounding number, dominating number und almost disjointness number zu realisieren.

Ein altes Thema in der Mengenlehre ist die Definierbarkeit. Dieses Thema hat seine Wurzeln in der Arbeit von Baire, Borel und Lebesgue über die Analyse von Mengen von reellen Zahlen. In der unendlichen Kombinatorik ist es natürlich zu fragen, ob die Mengen von reellen Zahlen, die Kardinalzahl-Charakteristiken bezeugen, “definierbar” sein können. Wenn nicht Borel, können sie “projektiv”, d.h. definierbar durch eine Formel mit Quantoren nur über den reellen Zahlen, sein?

In einer Arbeit mit mir hat Vera die Definierbarkeit in die Forschung über Kardinalzahl-Charakteristiken eingebracht. Wir haben zwei Forcing-Methoden entwickelt, mit denen man definierbare Wohlordnungen des Kontinuums gleichzeitig mit gewünschten Werten für Kardinalzahl-Charakteristiken erreichen kann. Dieses neue Forschungsgebiet der “definierbaren Kardinalzahl-Charakteristiken” schließt fünf weitere Artikeln von Vera über almost disjoint families, orthogonal families of measures und maximal cofinitary groups ein. In einer ähnlichen Richtung hat Vera die Definierbarkeit von “independent families” auch tief erforscht.

Zusätzlich zu ihren Forschungsaktivitäten ist Vera stark darin engagiert, das Kurt Gödel Research Center durch die Leitung ihres Forschungsteams und die Veranstaltung von Gödel Center-Tagungen zu verstärken. Sie ist Betreuerin von vier Postdocs, einem Dissertanten, drei Masters- und sieben Bachelor-Studenten. Und Vera hat die Begeisterung und das Talent dafür, nicht nur die heurige “Cantor Tagung”, sondern auch zwei weitere Gödel Center-Tagungen, die 2019 Young Set Theory Conference und die 2019 European Set Theory Conference, zu veranstalten.

Vera ist eine wichtige Persönlichkeit in der modernen Mengenlehre, und zwar aufgrund ihrer hervorragenden wissenschaftlichen Arbeit und ihres Einsatzes für eine weitere Entwicklung ihres Fachs in Wien. Ich gratuliere Vera ganz herzlich heute, an ihrem Geburtstag, zum Förderungspreis 2018 der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft.

(Sy-David Friedman)



# Neue Mitglieder

**Rossegger Dino**, Dipl.-Ing. – c/o Wiedner Hauptstr. 8-10, 1040 Wien. geb. 1989. Doktoratsstudent am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie der TU Wien. email [dino.rossegger@tutanota.com](mailto:dino.rossegger@tutanota.com) <http://dmg.tuwien.ac.at/rossegger>

**Hofstätter Anna Lena**, Mag. – Niesenberggasse 77, 8020 Graz. geb. 1992. Lehramtsstudium Mathematik und Biologie & Umweltkunde von 2011 bis 2017 an der Karl-Franzens-Universität Graz. Derzeit Lehrerin am BG/BRG Gleisdorf. email [anna.hofstaetter@gmail.com](mailto:anna.hofstaetter@gmail.com)

**Streitberger Julian** – Mittelstr. 10, 5230 Mattighofen. geb. 1995. Derzeit Studium der Mathematik an der Universität Salzburg. email [s1020032@stud.sbg.ac.at](mailto:s1020032@stud.sbg.ac.at)

**Moosbauer Jakob** – Volkssiedlung 2c2, 4840 Vöcklabruck. geb. 1996. Derzeit Studium der Technischen Mathematik an der Johannes-Kepler-Universität Linz. [jakob.moosbauer@gmail.com](mailto:jakob.moosbauer@gmail.com)

**Holmes Daniel** – Wickenburggasse 14/8, 1080 Wien. geb. 2000. Teilnahme an der ÖMO und IMO von 2016 bis 2018. Derzeit Studium der Mathematik am King's College der Universität Cambridge. email [daniel.holmes@gmx.at](mailto:daniel.holmes@gmx.at)

**Zellhofer Paul** – Feldgasse 7, 3061 Ollersbach. geb. 1998. Derzeit Student der Mathematik an der Universität Wien. email [zellhofer.paul@gmail.com](mailto:zellhofer.paul@gmail.com)

**Droschl Johannes** – Leystr. 163/1/11, 1020 Wien. geb. 1998. Derzeit Studium der Mathematik an der Universität Wien. email [droschl.johannes@gmail.com](mailto:droschl.johannes@gmail.com)

**Kröll Larissa** – Triendlsiedlung 4, 6074 Rinn. geb. 1996. Derzeit Studium der Technischen Mathematik und Physik an der Universität Innsbruck. email [larissa.kroell@student.uibk.ac.at](mailto:larissa.kroell@student.uibk.ac.at)

**Daxbacher Patricia** – Schönbrunnerstr. 81/1/15, 1050 Wien. geb. 1998. Derzeit Studium der Mathematik an der TU Wien. email [patricia.daxbacher@aon.at](mailto:patricia.daxbacher@aon.at)

**Russold Florian** – Jauerburggasse 19, 8010 Graz. geb. 1994. Derzeit Studium der Mathematik an der TU Graz. email [russold.f@gmail.com](mailto:russold.f@gmail.com)

**Kepka Bernhard** – Firmiangasse 37, 1130 Wien. geb. 1996. Derzeit Studium der Mathematik an der TU Wien. email *bernhard.kepka@gmx.at*

**Kim Mischa**, Dr. – Anwänden 8A, 82069 Schäftlarn, Deutschland. geb. 1975. Studium der Physik an der TU Wien. Promotion an der Virginia Tech im Jahr 2005. Derzeit Manager, Customer Success bei The MathWorks GmbH, Ismaning, Deutschland, und Initiator und Präsident des Bildungsnetzwerks Technik Österreich. email *mischak.aut@gmail.com*

# Ausschreibung der Preise der ÖMG

## Ausschreibung des ÖMG-Förderungspreises 2019

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2019 wieder ihren jährlichen Förderungspreis. Infrage kommen junge Mathematikerinnen oder Mathematiker, die in überdurchschnittlichem Maße durch ihre mathematische Forschung hervorgetreten sind und welche einen wesentlichen Teil ihrer Arbeiten in Österreich erbracht haben. Dabei soll die Promotion mindestens zwei bis maximal zehn Jahre zurückliegen. (Überschreitungen sind möglich bei Kindererziehungszeiten und bei nachweislichen Präsenz- oder Zivildienstzeiten.)

Die Nominierung muss durch einen zum Zeitpunkt der Nominierung in Österreich an einer Universität oder Forschungseinrichtung beschäftigten habilitierten Mathematiker bzw. eine Mathematikerin erfolgen. Der Vorschlag muss in elektronischer Form bis spätestens 14. März 2019 bei der Vorsitzenden der ÖMG einlangen und folgende Unterlagen enthalten: 1. Beschreibung und Wertung der wissenschaftlichen Leistung; 2. Publikationsliste; 3. Wissenschaftlicher Lebenslauf.

Aus den eingereichten Vorschlägen wählt eine Begutachtungskommission den Preisträger oder die Preisträgerin aus. Der Preis ist mit 1.000 € und einer Ehrenmedaille dotiert. Außerdem wird der Preisträger oder die Preisträgerin eingeladen, beim nächsten ÖMG-Kongress in einem Vortrag über die erzielten Forschungsergebnisse zu berichten. Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird er oder sie auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

*Adresse für Einsendungen: Univ.Prof. Dr. Barbara Kaltenbacher, Universität Klagenfurt. email [barbara.kaltenbacher@uni-klu.ac.at](mailto:barbara.kaltenbacher@uni-klu.ac.at).*

## Ausschreibung der ÖMG-Studienpreise 2019

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft vergibt auch 2019 wieder zwei Studienpreise. Die Preisträger sollen junge Mathematikerinnen und Mathematiker sein, die in den Jahren 2017 oder 2018 eine Diplom- oder Masterarbeit (im Folgenden als Masterarbeit bezeichnet) bzw. eine Dissertation eingereicht haben.

Voraussetzung für den Studienpreis für Masterarbeiten ist ein Abschluss eines Magister- oder Diplomstudiums an einer österreichischen Universität. Voraussetzung für den Studienpreis für Dissertationen ist entweder der Abschluss des Doktoratsstudiums an einer österreichischen Universität oder, im Falle eines Doktoratsstudiums an einer ausländischen Universität, das Vorliegen eines abgeschlos-

senen Master- oder Diplomstudiums an einer österreichischen Universität. Die Nominierung muss durch einen zum Zeitpunkt der Nominierung in Österreich an einer Universität oder Forschungseinrichtung beschäftigten Mathematiker bzw. eine Mathematikerin erfolgen.

Der Vorschlag muss in elektronischer Form bis spätestens 14. März 2019 bei der Vorsitzenden der ÖMG einlangen und folgende Unterlagen enthalten: 1. Ein Exemplar der als besonders hochqualifiziert bewerteten mathematischen Masterarbeit bzw. Dissertation; 2. Zwei begründete Bewertungen dieser Arbeit; 3. Einen Lebenslauf des Kandidaten bzw. der Kandidatin einschließlich einer kurzen Beschreibung des Studienablaufs.

Aus den eingereichten Vorschlägen werden durch eine vom Vorstand der ÖMG eingesetzte Begutungskommission die Preisträger ermittelt. Jeder ÖMG-Studienpreis ist mit 500 € dotiert. Jeder Preisträger erhält eine Urkunde. Sollte der Preisträger oder die Preisträgerin noch nicht Mitglied der ÖMG sein, so wird er bzw. sie auf Wunsch in die ÖMG aufgenommen und vom Mitgliedsbeitrag für das erste Jahr befreit.

*Adresse für Einsendungen: Univ.Prof. Dr. Barbara Kaltenbacher, Universität Klagenfurt. email [barbara.kaltenbacher@uni-klu.ac.at](mailto:barbara.kaltenbacher@uni-klu.ac.at).*

### **Ausschreibung der Schülerinnen- und Schülerpreise der ÖMG 2019**

Die Österreichische Mathematische Gesellschaft zeichnet herausragende vorwissenschaftliche Arbeiten, die 2017 oder 2018 an österreichischen Schulen entstanden sind und die einen starken Bezug zu Mathematik oder Darstellender Geometrie aufweisen, mit Preisen aus. Diese Arbeiten müssen in elektronischer Form, als PDF-Datei, bis 10. Juli 2019 bei der ÖMG einlangen und werden von einer Jury begutachtet.

Die Verfasserinnen und Verfasser jener Arbeiten, die im Zuge dieser Begutachtung durch die Jury ausgewählt werden, werden zu einem Kurzvortrag eingeladen, in dem sie ihre Arbeit präsentieren können. Anschließend erfolgt die Preisverleihung. Die Präsentationen und die Preisverleihung der prämierten Arbeiten finden im Herbst 2019 zu einem noch festzusetzenden Termin statt.

Die ÖMG bittet alle ihre Mitglieder sowie die Leserinnen und Leser der *IMN*, potenziell Interessierte von dieser Einladung zu informieren und Schulen zur Teilnahme zu ermuntern.

*Adresse für Einsendungen: Univ.Prof. Dr. Barbara Kaltenbacher, Universität Klagenfurt. email [barbara.kaltenbacher@uni-klu.ac.at](mailto:barbara.kaltenbacher@uni-klu.ac.at).*