

*Minisymposium Zahlentheoretische Algorithmen
und ihre Anwendungen*

**Combinatorial problems arising in high dimensional
integration and approximation**

ART OWEN

Stanford University

Integrating and approximating a function over the unit hyper-cube in dimension d , are a fundamental numerical tasks with many applications. Integration methods are widely used in valuation of financial derivatives. Approximation methods are used in the design of complex products like semiconductors and aircraft.

For small d , simple methods that evaluate the target function on a grid work very well. As the dimension d increases, such tensor product methods become computationally infeasible.

Sampling methods, such as Monte Carlo, are much less sensitive to the dimension effect, and are the practical methods of choice for large d . Better sampling methods, such as quasi-Monte Carlo sampling, use combinatorics to define the input points.

This talk surveys recent work in sampling methods for integration and approximation, and presents some challenges for combinatorial methods. One challenge is to develop point sets with some equidistribution properties of (t,m,s) -nets but for which the equidistribution is much better for relatively important dimensions. Another is to study performance bounds for equidistribution, analogous to the bounds on orthogonal array strength, for very high dimensions. A third challenge is to construct point sets in the unit cube that are better for quasi-regression approximation than are random points. A fourth challenge is to construct point sets that are better for integrating very smooth functions.

Sektion 3 – Diskrete Mathematik, Algorithmen

Improving possibilities of scheduling algorithm LPT of Graham

GYÖRGY DÓSA

Universität Veszprém, Veszprém, Egyetem u. 10., 8201, Hungary
dosagy@almos.vein.hu

We investigate a well known problem of scheduling independent parallel machines so as to minimize the overall finishing time. We introduce two generalization possibilities of classical algorithm LPT of Graham. In the general algorithm we search for the optimal schedule of the next k tasks, in case $k = 1$ this is the original algorithm. Increasing k the theoretical efficiency is improving. The numerical behavior of the generalized algorithms is also treated.

(Die Teilnahme an der Konferenz wird durch die Stiftung von Hans Pape, Dortmund, Dr.h.c. der Universität Veszprém unterstützt.)

Sektion 4 – Mathematische Logik, Theoretische Informatik

A syntactical analysis of non-size-increasing polynomial time computation

HELMUT SCHWICHTENBERG
(gemeinsam mit Klaus Aehlig)

Mathematisches Institut der Universität München, Theresienstr. 39
schwicht@rz.mathematik.uni-muenchen.de
http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~schwicht/

A purely syntactical proof is given that all functions definable in a certain affine linear typed λ -calculus with iteration in all types are polynomial time computable. The proof also gives explicit polynomial bounds that can easily be calculated.

Sektion 5 – Geometrie

Rund um den Satz von Ivory

HELLMUTH STACHEL

Institut für Geometrie, TU Wien
Wiedner Hauptstraße 8-10, A-1040 Wien
stachel@geometrie.tuwien.ac.at
http://www.geometrie.tuwien.ac.at/

Der Satz von Ivory besagt für die euklidische Ebene, daß in jedem Netz konfokaler Kegelschnitte alle Netzvierecke gleich lange Diagonalen aufweisen. Dieser Satz gilt nun nicht nur in euklidischen Räumen beliebiger Dimension, sondern auch in pseudo-euklidischen und nicht-euklidischen Räumen. Gewisse Umkehrungen des Satzen von Ivory geben Auskunft über inkongruente Konfigurationen vollständiger paarer Graphen mit gegebenen Kantenlängen. In dieser Form führt der Satz von Ivory schließlich zu Aussagen über bewegliche Polyeder und Polytope in den oben genannten Räumen.

Überdeckung der Kugel durch kongruente Kreise

LIENHARD WIMMER

D 80638 München

Lienhard.Wimmer@compuserve.com

Auf der Kugel mit Radius 1 sollen n kongruente Kreise mit Radius R_n so verteilt werden, daß jeder Kugelpunkt zu (mindestens) einem Kreis gehört. Es stellt sich nun die Frage, bei welcher Anordnung von n Punkten der Überdeckungsradius R_n kleinstmöglich wird. Diese Anordnung sei - sofern sie existiert - die *optimale Anordnung* für n Punkte.

Für $n = 2-7, 10, 12$ und 14 ist diese durch Arbeiten von L.Fejes-Toth, K.Schütte und G.Fejes-Toth bekannt[1, S. 170f, 209]. Für $n = 8$ (K.Schütte) und $n = 9$ (E.Jucovic) sind bereits seit langem Anordnungen bekannt, die nicht mehr verbessert werden konnten, deren Optimalität bislang aber noch nicht bewiesen wurde. Im Vortrag wird nachgewiesen, daß R_n für $n = 8$ und $n = 9$ mit den Überdeckungsradien dieser Anordnungen übereinstimmt.

[1] Lazlo Fejes-Toth: Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum
Springer, Berlin, zweite Auflage 1972

Sektion 6 – Topologie, Differentialgeometrie

Kombinatorische Krümmungen und ein Gauß-Bonnet für CW-Komplexe

CARSTEN LANGE

Technische Universität Berlin, Institut für Mathematik,
Skr. MA 6-2, Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin

lange@math.tu-berlin.de

<http://www.math.TU-Berlin.de/~lange/>

Mittels eines geeignet gewählten Differenzenoperators auf Ketten gewisser CW-Komplexe, der als kombinatorisches Analogon zur kovarianten Ableitung aufgefaßt wird, lassen sich differentialgeometrische Objekte wie Lieklammer, Riemannscher Krümmungstensor und Ricci-Krümmung rein kombinatorisch definieren. Im Spezialfall einer geschlossenen zellulären Fläche läßt sich damit eine kombinatorische Version des Satzes von Gauß und Bonnet herleiten.

Sektion 7 – Funktionalanalysis, Harmonische Analysis

Anwendung der Faltung von Distributionen auf Randwertprobleme in Halbräumen

GERHARD KIRCHNER

Institut für Technische Mathematik, Geometrie und Bauinformatik, Bau fakultät,
Universität Innsbruck, Technikerstraße 13, 6020 Innsbruck

Gerhard.Kirchner@uibk.ac.at

Wir behandeln zunächst die Übertragung des Begriffs der Fundamentallösung auf Randwertprobleme in Halbräumen. Weiters wird eine Methode vorgestellt, mittels der Faltung von Distributionen einen Zusammenhang zwischen verschiedenen Arten von Randwertproblemen herzustellen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Vorgehensweise im Vortrag nur an einfachen skalaren Problemen illustriert, sie wurde jedoch auch schon auf Systeme von partiellen Differentialgleichungen und Randbedingungen erfolgreich angewandt.

Berechnung von Spektren auf freien Produkten von Gruppen und C^* -Algebren

FRANZ LEHNER

Institut für Mathematik C, TU Graz

Steyrergasse 30, A-8010 Graz

lehner@finanz.math.tu-graz.ac.at

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~lehner

Die Berechnung von Spektren von Faltungsoperatoren auf freien Produkten von diskreten Gruppen war eine der Hauptmotivationen die Voiculescu zur Entwicklung der “freien Wahrscheinlichkeitstheorie” [4, 2] führten. Voiculescus Formeln können dazu benutzt werden, die Momente (= Spuren von Potenzen) von Summen “freier” Faltungsoperatoren zu berechnen. Für symmetrische Faltungsoperatoren ist dies ausreichend für die Berechnung des Spektralmaßes. Wir präsentieren eine Methode, Spektren von nichtsymmetrischen Faltungsoperatoren zu berechnen. Dazu wird die Operatornorm der Resolvente explizit abgeschätzt. Das wesentliche Hilfsmittel dabei ist Haagerups Ungleichung, die die Abschätzung der Operatornorm auf die L^2 -norm zurückführt. Theoretisch lassen sich mit derselben Methode, angewendet auf matrixwertige Operatoren, Spektren beliebiger Faltungsoperatoren mit endlichem Träger auf freien Produkten berechnen. Die Resultate sind in [3] und [1] publiziert.

- [1] Biane, P., and Lehner, F., *Computation of some examples of Brown’s spectral measure in free probability*, 1999, preprint, <http://www.arXiv.org/abs/math.OA/9912242>, to appear in Coll. Math.
- [2] Hiai, F. und Petz, D. *The semicircle law, free random variables and entropy*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2000.
- [3] Lehner, F., *On the computation of spectra in free probability*, J. Funct. An. 183 (2001) 451–471.
- [4] Voiculescu, D. V., Dykema, K. J. und Nica, A. *Free random variables*, American Mathematical Society, Providence, RI, 1992.

*Sektion 10 – Angewandte Mathematik,
Industrie- und Finanzmathematik*

**On Valuation Operators In Stoichiometry and in Reaction
Syntheses**

ISTVÁN SZALKAI

Dept. Mathematics, University of Veszprém, Hungary
szalkai@almos.vein.hu

Let us interpret the vectors of the n -dimensional Euclidean space R^n in several ways as species (groups of atoms/functional bonds), reactions, mechanisms, measure units, etc.

Any linear (additive and homogeneous) quantity of any of these interpretations is, in fact a linear functional $L : R^n \rightarrow R$. Examples for such linear quantities are the molar volume, enthalpy of formation, heat capacity, standard Gibbs free energy change ΔG^o (free entalpy) is the linear combination of the standard chemical potenciales μ_i , heat of reactions, etc.

We call these functional in our presentation a **valuation operator**. Using the theory of linear functionals (esp. the Representation Theorem of F.Riesz) in linear algebra, we can investigate the structure of these linear functionals and may draw further conclusions.

These investigations serve a theoretical background for calculation methods already in use concerning valuation operators (increments/ linear functionals/ quantitative characteristics) in several fields of chemistry and physics.

[1] Szalkai,I.: *On valuation operators in stoichiometry and in reaction syntheses*, J.Math. Chem. 27 (2000), 377-385

*Sektion 11 – Numerische Mathematik,
Wissenschaftliches Rechnen*

**Numerische Verfahren für stochastische
Differentialgleichungen mit Gedächtnis**

EVELYN BUCKWAR

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Bereich Stochastik
Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Wir betrachten stochastische Differentialgleichungen mit Gedächtnis und stellen explizite Ein-Schrittverfahren zu ihrer numerischen Approximation vor. Die Verfahren werden auf Konsistenz, Konvergenz und Stabilität untersucht, und es werden numerische Experimente präsentiert.

Sektion 12 – Wahrscheinlichkeitstheorie, Statistik

Stochastic Equations Driven by Symmetric Stable Processes

HANS-JÜRGEN ENGELBERT

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Institut für Stochastik
Ernst-Abbe-Platz 1-4, D-07743 Jena
engelbert@minet.uni-jena.de

We study stochastic equations

$$X_t = x_0 + \int_0^t b(u, X_{u-}) dZ_u, \quad t \geq 0,$$

driven by one-dimensional symmetric stable processes Z of index α with $0 < \alpha \leq 2$. Here $b : [0, +\infty) \times R \rightarrow R$ denotes a measurable diffusion coefficient and $x_0 \in R$ is the initial value. As special cases for the driving process Z , Brownian motion ($\alpha = 2$) and the Cauchy process ($\alpha = 1$) are included. We are interested in general conditions for existence and uniqueness of weak solutions. The basic tool is time change of symmetric stable processes. Using the property that appropriate time changes of stochastic integrals with respect to symmetric stable processes are again symmetric stable processes with the same index, we present a new approach which completely unifies the treatment of two quite different cases: the continuous case ($\alpha = 2$) and the purely discontinuous case ($0 < \alpha < 2$).

Sektion 16 – Mathematik im Unterricht und in der Öffentlichkeit

Fachübergreifende Projekte zum Thema Mathematik und Musik

NORBERT CHRISTMANN

Fachbereich Mathematik der Universität Kaiserslautern
Erwin-Schrödinger-Strasse 67663 Kaiserslautern
christmann@mathematik.uni-kl.de

Fachübergreifende Themen und Projektarbeiten haben derzeit Hochkonjunktur in Lehrplänen und Studienordnungen. Im Vortrag sollen Beispiele zum Themenkreis Mathematik und Musik vorgestellt werden, die bei verschiedenen Anlässen (Projektwochen an Schulen, Tag der Mathematik u. a.) erprobt wurden. Sie befassen sich mit

- mathematischen Hilfen für Musiker und
- der Vertonung mathematischer Sachverhalte.

Diskrete Mathematik und Optimierung: neue Themen für den Mathematikunterricht?

MARTIN GRÖTSCHEL

Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin
groetschel@zib.de
http://www.zib.de/groetschel

Diskrete Mathematik, Theoretische Informatik und Optimierung sind eng miteinander verwandte Gebiete, die in den letzten 50 Jahren einen enormen Aufschwung in Theorie und Anwendung erlebt haben. Viele Fragestellungen des praktischen Lebens lassen sich z. B. mittels Graphentheorie mathematisch formulieren. Die mathematische Modellierung kann so gestaltet werden, dass sie für Schüler nachvollziehbar ist und dass auch Schüler eigenständige Beiträge zur Lösung der dabei entstehenden Aufgaben leisten können.

In diesem Vortrag wird ein Überblick über Themen aus diesem Bereich gegeben, die im Schulunterricht behandelt werden können und zu denen es Anwendungen gibt, die vermutlich auch solche Schüler faszinieren, die sonst keine mathematischen Neigungen haben. Kurze Filmsequenzen und ein reichhaltiges Bildmaterial geben Einblicke in einige Probleme der Praxis (und ihre Lösung), wie sie auch Schülern vermittelt werden können.

Es ist geplant, zu diesem Themenbereich Unterrichtseinheiten für die Klassen 7 - 11 des Gymnasiums zu entwickeln, mit denen diese Art moderner Mathematik mit breitem Anwendungsspektrum im Schulunterricht verankert werden kann.

Sektion ESI – Erwin-Schrödinger-Institut

Geometry and Supersymmetry

JOSE M. FIGUEROA-O'FARRILL

University of Edinburgh

jmf@maths.ed.ac.uk

Differential geometry has always been enriched by its interaction with physics. In this lecture I will attempt to give a guided tour through some topics in differential geometry which have recently benefited from this interaction. We will see that the key physical idea is that of supersymmetry, which although discovered for a different purpose altogether, provides a dictionary between geometry and physics, mostly in the form of string theory and its diverse gravity and field theory limits. The review will centre upon the following topics: holonomy groups, calibrated geometry, and mirror symmetry.

**Regularization and Renormalization of Quantum Field Theory
from Noncommutative Geometry**

HARALD GROSSE

Universität Wien

harald.grosse@univie.ac.at

Despite many attempts, quantum field theory on commutative space-time has severe shortcomings. Recently various deformations of the algebra of functions over a manifold have been considered. We review such regularization methods based on matrix geometry and show, how an ultraviolet cut-off respecting symmetries results. Nontrivial topological configurations as well as supersymmetric models can be treated as well. Next we review recent attempts to renormalize deformed quantum field theory models. We mention the IR-UV mixing which is avoided if a higher symmetry is involved. Whether the Yang-Mills model is renormalizable is still open.