Österreichische Mathematische Gesellschaft

MATHE-BRIEF

Mai 2017 — Nr. 79

Herausgegeben von der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft
http: // www.oemg.ac.at / Mathe–Brief ——— mathe–brief@oemg.ac.at

MATHEMATIK NICHT ERTRAGEN, SONDERN ERLEBEN . . .

. . . , so lautet das Motto von „MATh.en.JEANS“ (auf Deutsch *Mathe in Jeans*), eines Projekts, das an vielen Lyzeen in Frankreich, aber auch in französischen Schulen außerhalb der Landesgrenzen, den Forschergeist in den Schülern wecken soll, als Ergänzung zum normalen Mathematikunterricht.

Die Teilnahme in den sogenannten MATh.en.JEANS-Ateliers ist auf freiwilliger Basis, nach Anmeldung dazu aber für mindestens ein Schuljahr verpflichtend im Ausmaß von 1,5–2 Stunden wöchentlich, und nicht an die Leistungen im Fach Mathematik geknüpft (zumindest solange nicht zu viele Interessenten eine Auswahl nötig machen). Bestand die Zielgruppe ursprünglich aus Schülern der Oberstufe, werden nunmehr auch Schüler der Unterstufe betreut. Doch von wem, mit welcher Zielsetzung und wie funktioniert die konkrete Umsetzung?

Da ich selbst seit sechs Jahren aktiv am französischen Lyzeum in Wien beim dort angebotenen MATh.en.JEANS-Atelier mitwirke, möchte ich die Antworten auf die aufgeworfenen Fragen nicht schuldig bleiben und abschließend, als Anregung gedacht, ein Forschungsthema vorstellen, das ich im letzten Jahr den Schülern vorgeschlagen habe.

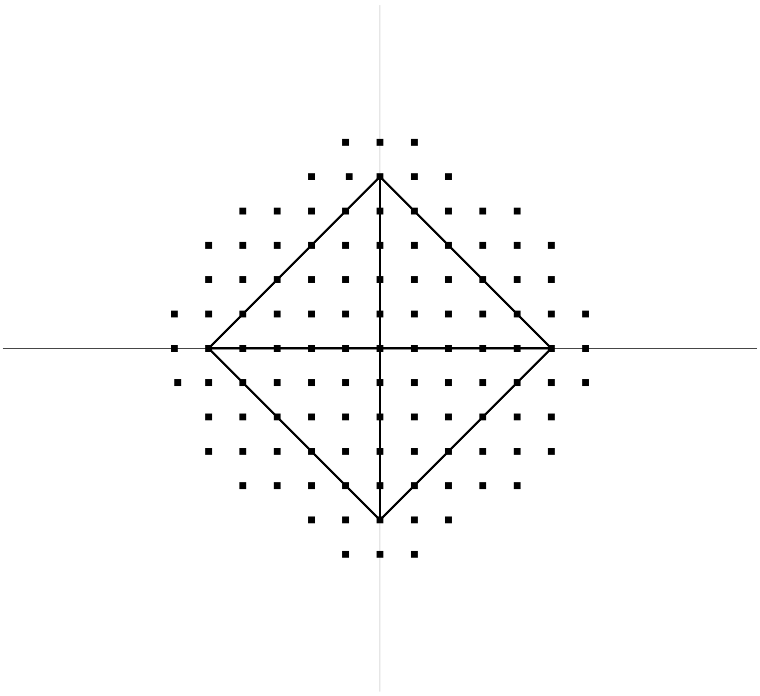
Beginnen wir zunächst mit dem Namen des Projekts: der merkwürdige Mix aus Groß- und Kleinschreibung deutet schon darauf hin, dass es sich bei MATh.en.JEANS um ein Akronym handelt, nämlich um die Abkürzung für die französische Übersetzung von „Lehrmethode für mathematische Theorien basierend auf dem Zusammenschluss von Lehrstätten für einen neuen Zugang zum Wissen“.

Dieser neue Zugang besteht nicht darin, zusätzliches Wissen zu vermitteln, sondern vielmehr darin, es Schülern zu ermöglichen, mit ihrem aktuellen Wissen und ihren Kenntnissen Forschung aktiv zu erleben. Dies beinhaltet die langfristige (über ein Schuljahr hinweg) Auseinandersetzung in Kleingruppen (drei bis vier Schüler) mit einem Thema, das vom Niveau her mit Methoden der Schulmathematik in den Griff zu bekommen ist, viel Raum für selbständiges Arbeiten bietet und vor allem geeignet ist, neue Fragen aufzuwerfen und zumindest teilweise zu beantworten. Dabei kommt nun der Zusammenschluss der Lehrstätten ins Spiel: einerseits unterstützen Forscher an Universitäten das Projekt durch Themenvorschläge und regelmäßige (etwa einmal im Monat) Zusammentreffen mit den Gruppen, die die jeweiligen Themen bearbeiten, zur Unterstützung der Mathematiklehrer der Schule, an denen das Atelier stattfindet, die die wöchentliche Betreuung übernehmen. Andererseits bezieht sich der Begriff Zusammenschluss von Lehrstätten aber auch auf Schulen: um den Wissensaustausch der jungen Forscher untereinander zu fördern, wird ein und dasselbe Thema meist an zwei oder drei Schulen gestellt, sodass nach einiger Zeit des eigenständigen Arbeitens in der Kleingruppe ein Vergleich der erzielten Ergebnisse stattfinden kann (Besuch oder Videokonferenz). Nicht selten stellt sich dabei heraus, dass die Gruppen vollkommen verschiedene Aspekte des Themas herausgreifen und daher in sehr unterschiedlichen Richtungen forschen. Darüber hinaus findet am Ende jedes Schuljahres ein MATh.en.JEANS Abschlusskongress statt, zu dem die teilnehmenden Schulen, nach Maßgabe der Möglichkeiten, einige oder alle ihre Gruppen entsenden, um die erzielten Ergebnisse dann untereinander in kleinen Vortägen zu präsentieren. Aufgrund der stark angewachsenen Teilnehmerzahlen sind mittlerweile für Frankreich vier Kongresse nötig und ein weiterer für alle außerfranzösischen Lyzeen in Europa, der bereits zweimal in Wien stattgefunden hat, organisiert vom französischen Lyzeum in Wien und der Fakultät für Mathematik der Universität Wien. Zweihundert Teilnehmer aus acht Ländern haben dabei drei Tage lang (nicht nur) über Mathematik gesprochen, gestikuliert, gelacht. Für einige von ihnen wird es wohl nicht der letzte wissenschaftliche Kongress gewesen sein, an dem sie teilgenommen haben.

Doch nun noch kurz zu einem Thema, das mir geeignet scheint, Schüler zu motivieren, selbständig daran zu arbeiten. Es geht dabei um die Modellierung eines Lawinenabgangs mit mathematischen Methoden.

Für eine Lawine braucht es zweierlei: Schnee und ein Gefälle, meist in Form eines Berges. Die Beschaffenheit des Schnees ausser Acht lassend, wollen wir uns lediglich auf die Verteilung der Schneehöhen konzentrieren und jedem Punkt mit ganzzahligen Koordinaten in der Ebene eine Schneehöhe zwischen 0 (= kein Schnee) und 10 (= maximale Schneemenge) zuordnen. Die kritische Schneehöhe soll 4 betragen, das heißt, bis zu einer Schneehöhe von 3 entsteht selbst in Hanglage keine Lawine, ab einer Schneehöhe von 4 in einem Punkt gibt dieser seine gesamte Schneemenge an die Nachbarpunkte ab, wobei die Abgaberichtung und Abgabemenge von der Lage des Punktes am Hang abhängen soll.

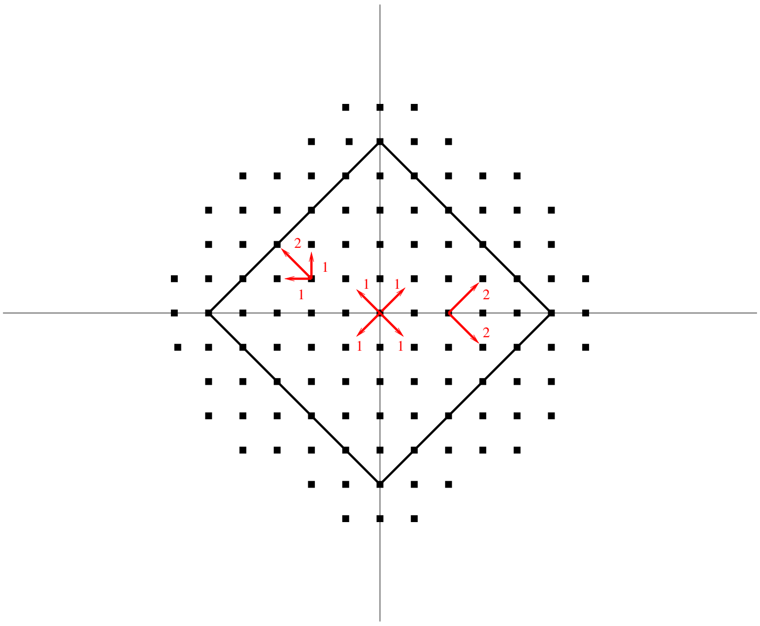
Nun zum Berg: für unser Koordinatensystem ist die Form einer quadratischen Pyramide am günstigsten, deren Grundfläche ihre Ecken auf den Koordinatenachsen hat und deren Spitze über dem Ursprung liegt, wie in der folgenden Skizze:



Unser Berg hat also seinen Gipfel über dem Ursprung und die Grate seiner Wände über den Koordinatenachsen. Wir können aber durchaus weiter in der Ebene arbeiten, wenn wir einfach von den

Flanken unseres Berges senkrecht hinunter projizieren und für die Abgaberichtung der Schneemenge berücksichtigen, wo das Urbild eines gegebenen Punkts (x,y) unter dieser Projektion auf der Pyramide liegen würde.

Für die Schüler gilt es nun, sich zunächst eine Zeichnung zu machen und die sinnvollste Schneeabgabemenge und Abgaberichtung zu überlegen, in den Fällen, dass es sich um den Gipfel, einen Punkt auf einem der 4 Grate oder einen Punkt in einer der 4 Wände handelt. Dabei bekommen sie als Vorgabe, dass sie zunächst eine konstante Schneehöhe von 3 am gesamten Berg annehmen sollen, um dann an nur einem Punkt die Schneehöhe um 1 zu steigern, um eine Schneeabgabe auszulösen und die Schneehöhen in den Nachbarpunkten nach Abgabe der Schneemenge ausrechnen zu können. Danach wird dieser Prozess wiederholt, sofern in mindestens einem Punkt die kritische Schneehöhe erreicht wurde, usw… So kommt die Lawine ins Rollen.
Dabei werden sie rasch draufkommen, dass es für die Modellierung einer Lawine nicht sinnvoll ist, von jedem Punkt aus nur an einen Nachbarpunkt Schnee abzugeben. Welche Wahl kommt der Realität am nächsten? Eine günstige Variante sieht, abhängig von der Lage am Gipfel, auf einem Grat oder in einer Flanke, folgendermaßen aus: (die Pfeile deuten die Abgaberichtungen an, die Zahlen die jeweilige Abgabemenge in diese Richtung)



Anschließend kommt in natürlicher Weise die Frage nach dem Ende der Lawine auf: wie muss man die Schneeverteilung wählen, dass die Lawine zum Stehen kommt. Wie lange dauert es bis dahin? Wieviel Schnee hat sie bis dahin bewegt? Wie kann man in dem Modell Lawinenschutzbauten simulieren? Wo diese am besten hinbauen? Fragen über Fragen, die idealerweise von den Schülern selbst kommen sollen und zumindest teilweise auch beantwortet werden.

In jedem Fall ist aber eine computergestützte Simulation des Modells nötig und wünschenswert, damit die Schüler lernen, für einen diskreten Prozess ein Computerprogramm zu schreiben, das diesen visualisiert. Dabei können die Schneehöhen beispielsweise durch verschiedene Farben gekennzeichnet werden, um optisch den Lawinenabgang sichtbar zu machen.

So, wer jetzt selbst Lust bekommen hat, soll's mal probieren oder besser noch, einigen interessierten Schülern dieses Projekt zur Ausarbeitung geben.

Leonhard Summererer