



Herausgegeben von der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft  
<http://www.oemg.ac.at/Mathe-Brief> — [mathe-brief@oemg.ac.at](mailto:mathe-brief@oemg.ac.at)

## EIN BISSCHEN ZAHLENMAGIE

Zahlen haben stets eine Faszination auf die Menschen ausgeübt. Bei vielen Sachverhalten sagen wir: „Das kann kein Zufall sein.“ In den Werken J.S.BACHS spielt die Zahl 14 eine wichtige Rolle. Damals war weit verbreitet, den Buchstaben des Alphabets Zahlen zuzuordnen ( $A \rightarrow 1, B \rightarrow 2, \dots$ ). Dabei zählten  $I = J$  und  $U = V$  nur einfach. Die Quersumme von BACH ergibt nach dieser Regel 14. Viele seiner Werke signierte Bach mit 29 (JSB)<sup>1</sup>.

### Das magische Quadrat der Ordnung drei

Magische Quadrate haben die Menschen über Jahrtausende beschäftigt. Man versteht darunter quadratische Tabellen ( $n$  Zeilen,  $n$  Spalten), in denen i. Allg. die ersten  $n^2$  natürlichen Zahlen so angeordnet sind, dass die Summe in jeder Zeile, jeder Spalte und zusätzlich in den beiden Diagonalen gleich groß ist. Diese Summe  $s$  ist dann bekannt:

$$s = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n^2} k, \text{ also etwa für } n = 3: s = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^9 k = \frac{1+2+\dots+9}{3} = \frac{45}{3} = 15.$$

Es gibt im Wesentlichen, also bis auf Spiegelungen und Drehungen, nur ein magisches Quadrat der Ordnung drei. Das „Hexen-Einmaleins“ von GOETHE (Zeichnung von Markus Roskar) aus seinem berühmten „Faust“ kann man mit einiger Fantasie als Anleitung zum Erstellen dieses Quadrats interpretieren – selbst wenn sich GOETHE dazu in Schweigen gehüllt hat und auch andere Interpretationen „in Umlauf sind“:

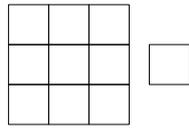


*Du musst versteh'n, aus Eins mach Zehn.  
Die Zwei lass geh'n.  
Die Drei mach gleich,  
So bist Du reich.  
Verlier die Vier.  
Aus Fünf und Sechs,  
So spricht Die Hex',  
Mach Sieben und Acht,  
So ist's vollbracht.  
Die Neun ist eins  
Und Zehn ist keins.  
Das ist das Hexeneinmaleins.  
Faust quittierte diesen Vers übrigens mit  
„Mich dünkt, die Alte spricht im Fieber.“*

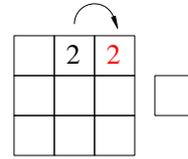
<sup>1</sup><http://www.welt.de/kultur/buehne-konzert/article127271976/Johann-Sebastian-Bach-Fetischist-der-Vierzehn.html>

Hier die Interpretation des Verfassers, zu finden in GEORG GLAESER: *Der mathematische Werkzeugkasten*, 4. Aufl. Springer Spektrum, Heidelberg 2014.<sup>2</sup>

1. „Du musst versteh'n, aus Eins mach Zehn.“ wird nicht auf die Zahlen bezogen, sondern auf die Anzahl der Quadrate! Aus einem kleinen Quadrat mach 10, indem du 9 weitere (in Matrixform) dazu zeichnest (siehe Figur 1).



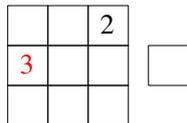
Figur 1. Aus 1 mach 10



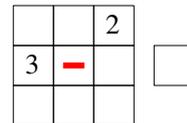
Figur 2. Die 2 lass geh'n

2. „Die Zwei lass geh'n.“ wird wörtlich genommen: die 2 wandert (geht) von der 2. auf die 3. Position (siehe Figur 2).

3. „Die Drei mach gleich, so bist du reich.“: Die 3 wird angeschrieben (mittlerweile an Position 4, siehe Figur 3). Damit ist schon viel gewonnen, wie wir gleich sehen werden.



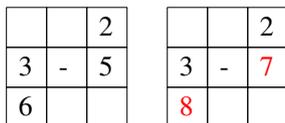
Figur 3. Die 3 mach gleich



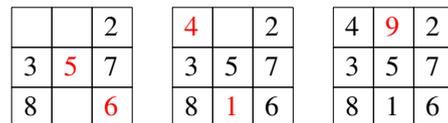
Figur 4. Verlier die vier

4. „Verlier die Vier“: Also schreib' die 4 nicht an und geh' zum nächsten Feld (siehe Figur 4).

5. „Aus Fünf und Sechs, So spricht die Hex, Mach Sieben und Acht“: Jetzt kämen 5 und 6 an die Reihe. Stattdessen schreiben wir aber 7 und 8 an (siehe Figur 5).

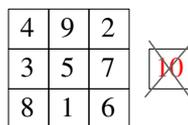


Figur 5. 5, 6 → 7, 8



Figur 6. Vollbracht!

6. „So ist's vollbracht.“ Das ist der Schlüsselsatz: Es ist tatsächlich vollbracht. Wir können nun der Reihe nach die Summen auf 15 ergänzen (siehe Figur 6)!



Figur 7. 9 ist 1 und 10 ist kein's

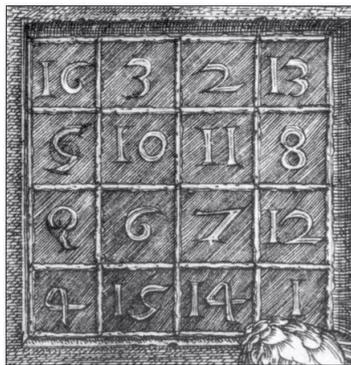
<sup>2</sup>Bei einem ähnlich gelagerten Lösungsversuch <http://www-stud.rbi.informatik.uni-frankfurt.de/~haase/hexenlsg.html> kommen inkonsistenterweise nicht die Zahlen 1 und 9 vor, stattdessen aber 0 und 10. Zudem ist die Summe über die Nebendiagonale 21 und nicht 15.

7. „Die Neun ist eins Und Zehn ist keins. Das ist das Hexeneinmaleins“. Wir nehmen es wörtlich: Neun Quadrate werden zu einem vereinigt, und das zehnte streichen wir weg (siehe Figur 7). Fertig! Viel Spaß beim Wiederholen des Vorgangs ohne die genaue Anleitung – nur unter Verwendung des Texts!

### Magische Quadrate höherer Ordnung

Neben dem magischen Quadrat der Ordnung drei gibt es viele bekannte Beispiele für magische Quadrate höherer Ordnung. Ein klassisches magisches Quadrat der Ordnung 4 (magische Summe 34) wurde von A.DÜRER im Jahre 1514 in einen seiner berühmten Stiche eingezeichnet (siehe Figur 8, [http://de.wikipedia.org/wiki/Melencolia\\_I](http://de.wikipedia.org/wiki/Melencolia_I)).

Die letzte Zeile ist leicht zu merken: 4, 1514, 1. Die 4 und die 1 entsprechen den Initialen von DÜRER ALBRECHT.



Figur 8. Dürer-Quadrat

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4



Figur 9. Parshva Jaina Tempel in Khajuraho (Indien)

Bemerkenswert ist auch ein magisches Quadrat aus dem 10.-12. Jhdt. in Indien (siehe Figur 9, [http://de.wikipedia.org/wiki/Vollkommen\\_perfektes\\_magisches\\_Quadrat](http://de.wikipedia.org/wiki/Vollkommen_perfektes_magisches_Quadrat), Foto Rainer Typke).

### LITERATUR

[http://www.hp-gramatke.de/magic\\_sq/german/page9000.htm](http://www.hp-gramatke.de/magic_sq/german/page9000.htm) enthält eine Bibliographie von Büchern, die mit magischen Quadraten zu tun haben.

Weitere Interpretationen bzw. Informationen über magische Quadrate:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Hexeneinmaleins>

[http://vs-material.wegerer.at/mathe/pdf\\_m/mal/Hexeneinmaleins.pdf](http://vs-material.wegerer.at/mathe/pdf_m/mal/Hexeneinmaleins.pdf)

<http://www.mathematische-basteleien.de/magquadrat.htm>

Georg Glaeser

Allen Leserinnen und Lesern der Mathe-Briefe wünschen wir ein frohes Weihnachtsfest und ein glückliches und erfolgreiches Neues Jahr 2015!

Die Redaktion