MATHE-BRIEF

September 2010 — Nr. 6

Herausgegeben von der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft
http: // www.oemg.ac.at / Mathe–Brief ——— mathe–brief@oemg.ac.at

Die Österreichische Mathematik-Olympiade.

Die Österreichische Mathematik-Olympiade wird im kommenden Schuljahr 2010/2011 zum 42. Mal abgehalten. Wir möchten im Folgenden einige Informationen dazu geben und zwei Aufgaben aus dem vergangenen Schuljahr 2009/2010 vorstellen.

Zur Vorbereitung auf die Wettbewerbe der Mathematik-Olympiade werden Unverbindliche Übungen an den Schulen abgehalten. Falls Sie Interesse an der Einrichtung eines Kurses an Ihrer Schule haben, möchten wir Sie auf das Seminar für Kursleiter/innen hinweisen, das vom 3.11. bis 5.11. im BSL Mariazell stattfinden wird, siehe das Anmeldeformular im Anhang.

Die Kurswettbewerbe werden von den Kursleiter/innen selbst gestellt und bewertet. Für „Anfänger/innen“, das sind großteils Schüler/innen der 4.–6. Klasse, die zum ersten Mal an der Mathematik-Olympiade teilnehmen, findet ein Landeswettbewerb im Juni statt. Die Fortgeschrittenen können sich über den Gebietswettbewerb und den zweistufigen Bundeswettbewerb bis zur Internationalen Mathematik-Olympiade (IMO) bzw. zur Mitteleuropäischen Mathematik-Olympiade (MEMO) qualifizieren. Als Vorbereitung auf den Bundeswettbewerb findet ein mehrwöchiges Seminar statt, in dem die Inhalte der Vorbereitungskurse vertieft und erweitert werden.

Bei den genannten Internationalen Schülerwettbewerben erreichen die Österreichischen Teilnehmer/innen immer wieder beachtenswerte Erfolge. Bei der heurigen 51. IMO, die im Zeitraum 2.7.–14.7.2010 in Kasachstan stattfand, erreichten alle österreichischen Teilnehmer zumindest eine Ehrende Anerkennung für eine vollständig gelöste Aufgabe. Christian Lindorfer (HTBLA Wels) erreichte eine Bronzemedaille, das bedeutet eine Platzierung in der ersten Hälfte des Teilnehmerfeldes. Felix Dräxler (BRG Wien XIX) löste vier der sechs Aufgaben vollständig, erreichte damit Rang 27 von über 500 Teilnehmer/innen und wurde dafür mit einer der 47 vergebenen Goldmedaillen ausgezeichnet. Die 4. MEMO wird im Zeitraum 9.9.–15.9.2010 in Strečno (Slowakei) stattfinden.

Weitere Informationen zur Österreichischen Mathematik-Olympiade finden Sie auf der (von ehemaligen Teilnehmer/innen betriebenen) Seite *www.oemo.at*. Für Auskünfte stehen auch der wissenschaftliche Leiter Univ. Prof. i. R. Dr. Gerd Baron und der Bundeskoordinator Mag. Heinrich Josef Gstöttner gerne zur Verfügung.

Die Aufgaben der Österreichischen Mathematik-Olympiade sind auch in Buchform erschienen, zuletzt die der Jahre 2000–2008 (dzt. vergriffen, Nachdruck in Planung): *Österreichische Mathematik-Olympiaden, 2000–2008, Aufgaben und Lösungen*. Herausgegeben von Gerd Baron und Birgit Vera Schmidt, Eigenverlag, Wien 2009, ISBN: 978-3-940445-54-4

Die beiden folgenden Aufgaben wurden beim Landeswettbewerb für Anfänger/innen im Juni 2010 gestellt.

Aufgabe 1. *In einem Nationalpark steht eine Baumgruppe von Mammutbäumen, die alle ein positives ganzzahliges Alter haben. Ihr Durchschnittsalter beträgt 41 Jahre. Nachdem ein 2010 Jahre alter Baum vom Blitz zerstört wird, sinkt das Durchschnittsalter auf 40 Jahre. Wie viele Bäume waren ursprünglich in der Gruppe? Höchstens wie viele von ihnen waren genau 2010 Jahre alt?*

Walther Janous

Lösung. Wir bezeichnen die gesuchte (ursprüngliche) Anzahl der Bäume mit n und die Alterssumme der n Bäume mit s. Dann gilt

$$s = 41n.$$

Andererseits ist

$$s - 2010 = 40(n-1).$$

Daraus folgen sofort

$$n = 1970 \quad \text{und} \quad s = 80770.$$

Wegen $80770 = 2010 \cdot 40 + 370$ können von den insgesamt 1970 Bäumen nicht 40 oder mehr 2010 Jahre alt gewesen sein. Wegen $80770 = 2010 \cdot 39 + 2380$ können 39 Bäume 2010 Jahre alt gewesen sein.

Realisiert wird die Maximalzahl etwa durch 1930 einjährige Bäume, einen 450 Jahre alten Baum und 39 Bäume, die 2010 Jahre alt sind. □

Aufgabe 2. *Man zeige, dass 2010 nicht als Differenz zweier Quadratzahlen dargestellt werden kann.*

Birgit Vera Schmidt

Lösung 1. Wir nehmen an, dass es zwei solche Quadratzahlen gibt, dass also

$$2010 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

gilt.

- Wenn $x-y$ gerade wäre, dann wäre auch $x+y = (x-y)+2y$ gerade und damit das Produkt 2010 durch vier teilbar, daher also ein Widerspruch.
- Wenn $x-y$ ungerade wäre, dann wäre auch $x+y$ ungerade und damit das Produkt 2010 ebenfalls ungerade, was wieder einen Widerspruch ergibt.

Es gibt also keine solchen Zahlen. □

Lösung 2. Wir nehmen an, dass es zwei solche Quadratzahlen gibt, dass also

$$x^2 - y^2 = 2010.$$

Dabei reicht es, nichtnegative x und y zu betrachten. Wir faktorisieren beide Seiten der Gleichung und erhalten

$$(x-y)(x+y) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67.$$

Da $0 < x-y \leq x+y$ gelten muss, kann $x-y$ alle Teiler d von 2010 annehmen, die kleiner als $\sqrt{2010}$ sind, das sind alle, die nicht durch 67 teilbar sind, also $d \in \{1,2,3,5,6,10,15,30\}$. Für jeden Teiler d lässt sich das System

$$x - y = d, \quad x + y = \frac{2010}{d}$$

lösen und wir erhalten für x die Werte

$$x = \frac{1}{2}\left(d + \frac{2010}{d}\right) \in \left\{\frac{2011}{2}, \frac{1007}{2}, \frac{673}{2}, \frac{407}{2}, \frac{341}{2}, \frac{211}{2}, \frac{149}{2}, \frac{97}{2}\right\}.$$

Da x nie eine ganze Zahl ist, gibt es also keine Lösung. □

Alle Aufgaben des Landeswettbewerbs für Anfänger/innen der 41. Österreichischen Mathematik-Olympiade findet man auf *www.oemo.at/problems/lwa/lwa2010-deutschoffiziell.pdf*.

Walther Janous, Gerhard Kirchner

Anmeldeschluss 20. Oktober 2010 - Anmeldeschluss 20. Oktober 2010

A N M E L D E F O R M U L A R

Bundesschullandheim Mariazell
Erzherzog - Johann - Weg 21
8630 Mariazell
Tel.: 03882 / 2165
Fax.: 03882 / 216533

Ich melde mich für das Mathematikolympiade-KursleiterInnenseminar, das in der Zeit vom 3.11.2010 bis 5.11.2010 im Bundesschullandheim Mariazell stattfindet, an.

Familienname,
akad.Grad: ....

Vorname: ....
.....

……………………………..
Unterschrift des Teilnehmers

Langstempel der Schule
mit Schulkennzahl :

Mit der Teilnahme einverstanden:

....
Unterschrift des Direktors

!Anreise am Vortag nur bei telefonischer Voranmeldung möglich!

Allen Leitern von Vorbereitungskursen, die sich für dieses Seminar termingerecht anmelden, kann bereits jetzt die Teilnahmemöglichkeit zugesagt werden. Es erfolgt daher auch keine weitere Verständigung.

Anmeldeschluss 20. Oktober 2010 - Anmeldeschluss 20. Oktober 2010