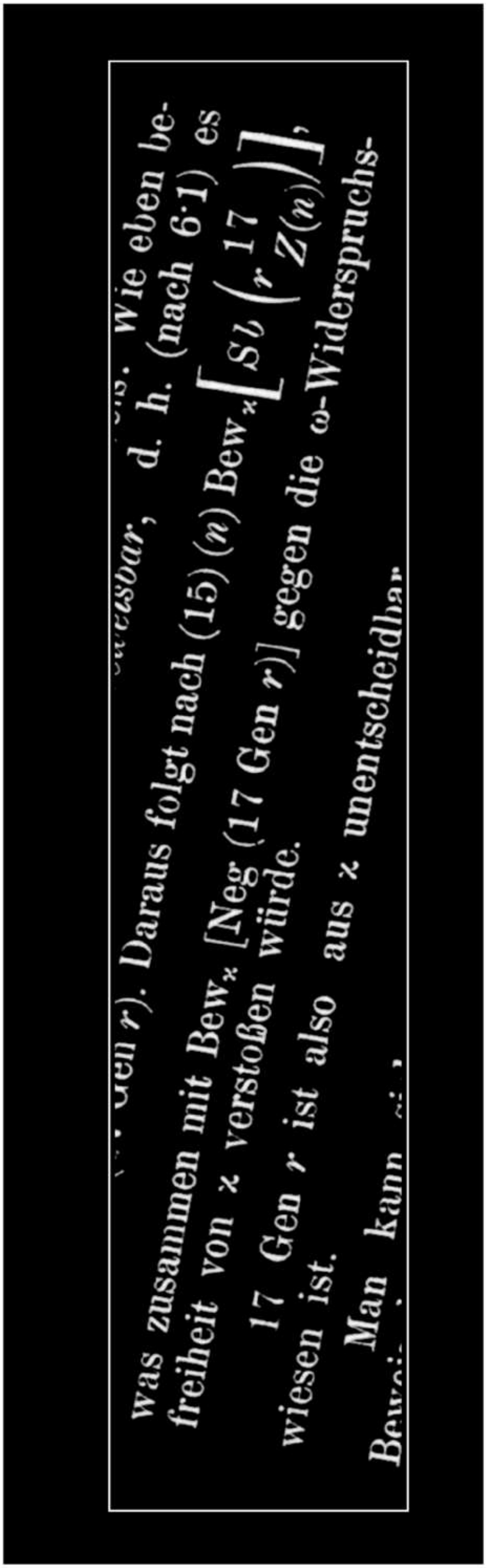


IMN

Internationale Mathematische Nachrichten
Nr. 201

Gödel-Ausstellung
Konstruktivismus und Intuitionismus
Johannes von Gmunden

Österreichische Mathematische Gesellschaft

April 2006

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien" gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten" umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union".

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/104, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: € 20,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC/SWIFT-Code BKAUATWW).

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

Sekretariat:

TU Wien, Institut 104,
Wiedner Hauptstr. 8–10, A 1040 Wien.
Tel. +43-1-58801-11823
email: *sekr@oemg.ac.at*

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: € 20,–

Bankverbindung: Konto Nr. 229-103-892-00 der Bank Austria–Creditanstalt (IBAN AT83-1200-0229-1038-9200, BLZ 12000, BIC BKAUATWW).

http://www.oemg.ac.at/
email: *oemg@oemg.ac.at*

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 201 (60. Jahrgang) **April 2006**

Inhalt

Die Titelseite zeigt eine Schlüsselpassage aus der Arbeit von Kurt Gödel über *formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I*, erschienen in den Monatsheften für Mathematik und Physik 38 (1931), 173–198. „17 Gen *r*“ steht für jene unentscheidbare und wahre Aussage, die ihre eigene Unbeweisbarkeit behauptet.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 201 (2006), 1–11

Bilder einer Ausstellung

Karl Sigmund
Universität Wien

Im Jahr 1965 schrieb Kurt Gödel seiner Mutter Marianne: „Ich bin froh, daß ich mich an den Wiener Festlichkeiten nicht zu beteiligen brauchte, denn solche Dinge hasse ich ja.“ Die für April 2006 geplanten Wiener Festlichkeiten zur hundertsten Wiederkehr seines Geburtstags hätten ihm vermutlich keine rechte Freude bereitet.

Im April 2006 findet an der Universität Wien ein großer wissenschaftlicher Kongress statt, den die Internationale Kurt Gödel Gesellschaft organisiert und die Templeton Foundation großzügig unterstützt. Es wird auch eine Ausstellung zu Gödels Leben und Werk geben, und das hat mir, der ich diese Aufgabe – voreilig vielleicht, aber aus freien Stücken – übernommen habe, eine Reihe neuartiger Erfahrungen beschert.

Die Universität Wien ist natürlich wohl beraten, Kurt Gödel zu feiern, so sehr es nur geht. Der Spieltheoretiker Oskar Morgenstern, einer der wenigen Freunde, die Gödel in seinen letzten Jahren hatte, schrieb an Bruno Kreisky: „Unter all jenen, die an der Wiener Universität unterrichtet haben, gibt es vermutlich keinen, dessen Name den von Gödel überstrahlt.“ Einen Großteil seiner besten Arbeiten vollbrachte Gödel in Wien. Die Universität hat ihn aber nicht gerade verhätschelt. Er brachte es nie über den bescheidenen Rang eines Privatdozenten hinaus (Gödel hatte also das Recht, Vorlesungen zu halten, aber ohne nennenswerte Bezahlung), und er musste schließlich unter haarsträubenden Bedingungen in den sicheren Hafen flüchten, den Princeton ihm bot: Kein anderer Ort als das Institute for Advanced Study (IAS) hätte ihm mehr Ruhe und bessere geistige und materielle Arbeitsbedingungen bieten können. Doch in wenig mehr als einem Jahrzehnt versiegte seine schöpferische Ader, obwohl weder sein Fleiß noch sein Ehrgeiz nachließen.

Die Stadt Wien kann sich nicht damit brüsten, Gödel gebührend behandelt zu haben, aber das Jubiläum ist eine gute Gelegenheit, das wieder gut zu machen.

Dieser Artikel ist erschienen als: *K. Sigmund, Pictures at an Exhibition*, Notices AMS, April 2006, Volume **53**/4, 428–432.

ISSN 0020-7926.

Ähnliches gilt übrigens für Mozart. Wie der Zufall es will, wird Mozart heuer 250. Und Freud 150 – eine beachtliche Konkurrenz!

Ausstellungen sind kostspielig. Schon ein oder zwei Prozent der Summe zu verlangen, die Berlin im Jahr 2005 für die wunderbare Albert Einstein-Ausstellung aufgewandt hat, ist keine Kleinigkeit. Gott sei Dank fand ich in Ministerien und Magistratsabteilungen mehrere hilfsbereite Enthusiasten, echte Krypto-Gödelianer, die das Herz am rechten Fleck hatten. Ich stieß auch auf einige Beamte, die noch nie etwas von Kurt Gödel gehört hatten: aber sobald ich erwähnte, dass das *Time Magazin* Gödel unter die hundert wichtigsten Persönlichkeiten des zwanzigsten Jahrhunderts gereiht hatte, wurde die Gesprächsatmosphäre merklich entspannter. Wer auch immer diese Liste aufgestellt hat, verdient einen Orden!

Ausstellungen brauchen auch einen passenden Ort. Vom Wien-Museum am Karlsplatz wurde mir beschieden, dass dieses Thema zu wenig kulturelle Relevanz hätte. Diesem Standpunkt konnte ich nichts abgewinnen. Schließlich schrumpfte die Liste der möglichen Ausstellungsorte auf drei Kandidaten zusammen. Da war zunächst das *Hauptgebäude der Universität Wien*, wo in der Woche von Gödels Geburtstag (am 28. April) hunderte von Experten für Mengenlehre und mathematische Logik durch den Arkadenhof schlendern werden, zusätzlich zur so genannten Laufkundschaft, dem tagtäglichen Strom der Studierenden. Leider haben viele andere Wiener eine gewisse Scheu, die Universitätstreppe zu beschreiten. Die zweite Örtlichkeit ist das *Palais Palffy am Josefsplatz*, dem schönsten Platz der Stadt, gegenüber der Hofburg und Nationalbibliothek gelegen. Da dies der Ort zahlreicher Konferenzen in der ersten Jahreshälfte 2006 sein wird (wo Österreich die Ratspräsidentschaft innehat), steht zu hoffen, dass einige der Gäste auch einen Blick auf Gödel werfen können. Schließlich gibt es auch noch das *Museumsquartier*, wunderschön um Taschners math.space herum gelegen, mit Barockräumen, die in den Sommermonaten frei sind, wenn tausende von Touristen herumflanieren zwischen dem Kunsthistorischen Museum, dem Leopold Museum mit seinen Klimts und Schieles und einer vitalen Szene von Bars und Restaurants. Schließlich wurde dank des Rats für Forschung und Technologie entschieden, dass die Gödel-Ausstellung alle drei Orte in verschieden Inkarnationen besuchen wird, von Ende April bis Mitte August 2006.

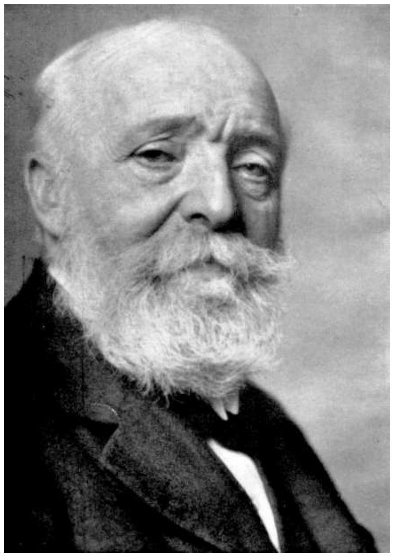
Was lässt sich in einer Kurt-Gödel Ausstellung zeigen? Sein Werk war abstrakt und sein Leben zurückgezogen. Es gibt nichts, was der Couch von Sigmund Freud oder der Geige Albert Einsteins entspricht. Nicht einmal Gödels berühmte Brillen scheinen erhalten zu sein. Immerhin hat seine Brillenverschreibung aus dem Jahr 1925 überlebt. Gödel, der von Kindesbeinen an ein Markensammler war, hatte sich frühzeitig angewöhnt, nichts leichtfertig wegzuwerfen. Er hob die Rechnung seines Hochzeitsessens auf (das natürlich im Rathauskeller stattfand), ebenso wie die etwas schroffe Mahnung von Helmut Hasse, Schatzmeister der DMV, endlich seinen Mitgliedsbeitrag einzuzahlen. Gödel trennte sich auch nicht von der Buchhändlerrechnung für die „Principia Mathematica“ von Russell und White-

Der Stempel des Erfolgs. „An die Stadt Wien habe ich natürlich sehr nett geantwortet, in dem Sinn, dass ich ja andrerseits meine Ausbildung der Stadt Wien verdanke“, schrieb Gödel seiner Mutter. Er hatte an seiner Alma Mater wunderbare Lehrer, aber auch lästige Beamte kennen gelernt. Während seiner Zeit als Privatdozent war er meist beurlaubt, entweder in Princeton oder in einem Sanatorium, und las nur drei Semester lang.

head, die er sich noch als Student gekauft hatte. Gödels Nachlass, der dem IAS gehört und in der Firestone Library der Universität von Princeton aufbewahrt wird, bietet eine Schatzmine für derlei Souvenirs, aber auch für bedeutsamere Informationen. Gödels Biograf John Dawson, der den Nachlass wie kein anderer kennt, übernahm freundlicherweise die Aufgabe, mir bei den Vorbereitungen zur Ausstellung beizustehen. Seine Erlebnisse mit dem Nachlass beschrieb er in den „Notices“ der AMS.

Der einzige andere Ort mit zahlreichen wichtigen Unterlagen über Kurt Gödel ist Wien (vgl. Köhler et al, 2002). Das Universitätsarchiv enthält viel über seine Habilitation und über die sinistre Korrespondenz zwischen Würdenträgern der Universität und NS-Ministerialbeamten nach 1938, von der Gödel selbst nie etwas erfuhr. Gödel gelang es zweimal nach dem „Anschluß“, Österreich zu verlassen, das erste Mal knapp nach dem Münchener Abkommen und das zweite Mal während des so genannten Sitzkriegs. Lange nachdem sich Gödel endgültig in den USA niedergelassen hatte, schickte ihm das Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Volkserziehung an die Adresse der Universität Wien ein opulentes Diplom mit seiner Ernennung zum „Dozenten neuer Ordnung“ und der Garantie des „besonderen Schutzes des Führers“. Das Dokument wurde nie abgeholt.

Die neben der Universität reichhaltigste Quelle zu Gödel findet sich im Wiener Rathaus: die Handschriftensammlung der Stadt- und Landesbibliothek erwarb hunderte von Briefen, die Gödel in den zwanzig Jahren nach Kriegsende seiner Mutter schrieb. Sie wurden dank Werner Schimanovich den Erben von Gödels Bruder Rudolf abgelöst. Leider sind die Briefe, die Gödel in den dreißiger Jahren während seiner Princeton-Aufenthalte nachhause geschrieben haben muss, bis heute unauffindbar; und die Briefe, die Gödels Mutter ihrem berühmten Sohn

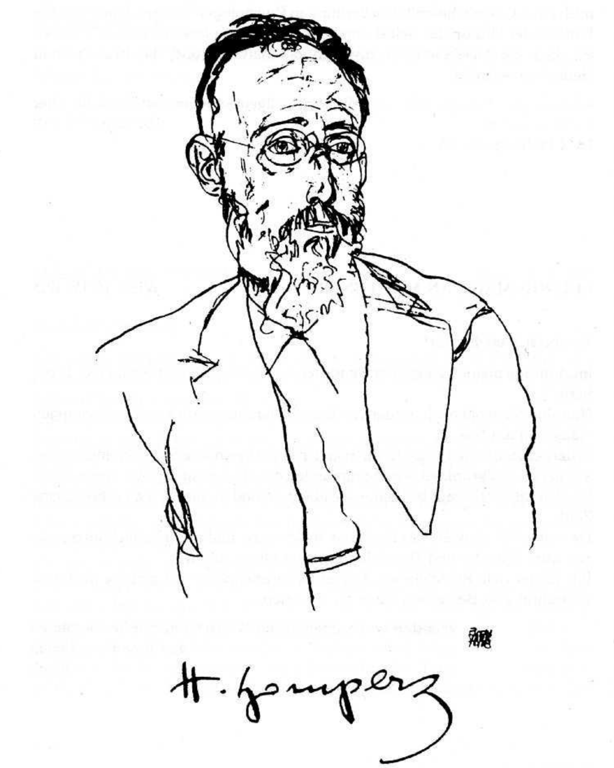


Reife Ideale. Philipp Furtwängler, ein Cousin des berühmten Dirigenten, war ein hervorragender Zahlentheoretiker. Er war gelähmt und musste im Sessel in den Hörsaal getragen werden. Seine größte Leistung vollbrachte er 1929 (im Jahr von Gödels Vollständigkeitssatz), als er eine weitere von Hilberts Vermutungen bewies: den Hauptidealsatz für Klassenkörper. Damals war er immerhin schon sechzig Jahre alt.

schrieb, wurden nach dessen Tod von seiner Witwe Adele vernichtet.

Der Kern von Gödels wichtigsten Entdeckungen kann einem größeren Publikum ziemlich einfach erklärt werden: (a) Unvollständigkeit, (b) Konsistenz der Kontinuumshypothese, und (c) Zeitreisen in rotierenden Universen. Ich glaube aber nicht, dass eine Ausstellung die feineren Punkte von „Gödels Beweis" auch nur annähernd so gut vermitteln kann, wie es mehreren populärwissenschaftlichen Büchern gelungen ist. Die Besucher einer Ausstellung spazieren zwischen Vitrinen und Schautafeln hin und her, was eine gewisse Oberflächlichkeit impliziert. Wer mehr in die Tiefe gehen will, muss sich hinsetzen, um ein Buch über Gödel zu lesen oder eine Vorlesung anzuhören. Im Gegensatz dazu scheint das Format einer Ausstellung bestens geeignet, um etwas von Gödels intellektuellem Umfeld zu vermitteln. Das ist das rechte Thema für einen kleinen Spaziergang.

Spazieren wir also kurz durch Gödels Wien, auch wenn uns das im Kreis führt – genauer gesagt, hinein in den Wiener Kreis. Gödel war ein ungewöhnlich stiller und zurückhaltender Mensch, aber durchaus kein Einsiedler in seinen Wiener Jahren. Er war das jüngste und unauffälligste Mitglied des Wiener Kreises. Das hat ihn entscheidend geprägt, aber in einem indirekten, fast gegenteiligen Sinn. In einem Fragebogen, den Gödel viel später ausfüllte (doch niemals abschickte – Dawson grub ihn aus dem Nachlass aus), erwähnt er, dass die entscheidenden Einflüsse auf seine geistige Entwicklung die Philosophie-Vorlesungen von Heinrich Gomperz und die Mathematik-Vorlesungen von Philipp Furtwängler waren. Man hätte stattdessen die Namen von Moritz Schlick und Hans Hahn erwartet, den beiden Begründern des Wiener Kreises, (die sicherlich auch keine schlechten Vortragenden waren). Aber nein: Gomperz und Furtwängler, die die Einführungsvorlesungen für Gödels Jahrgang hielten, prägten ihn lebenslang. Es gibt keinen



Klassischer Geschmack. Der Philosoph Heinrich Gomperz, gezeichnet von Egon Schiele. Gomperz taucht auch in der Autobiografie von Elias Canetti auf, der im selben Gebäude und zur selben Zeit wie Gödel studierte (allerdings Chemie) und später mit dem Nobelpreis für Literatur ausgezeichnet wurde.

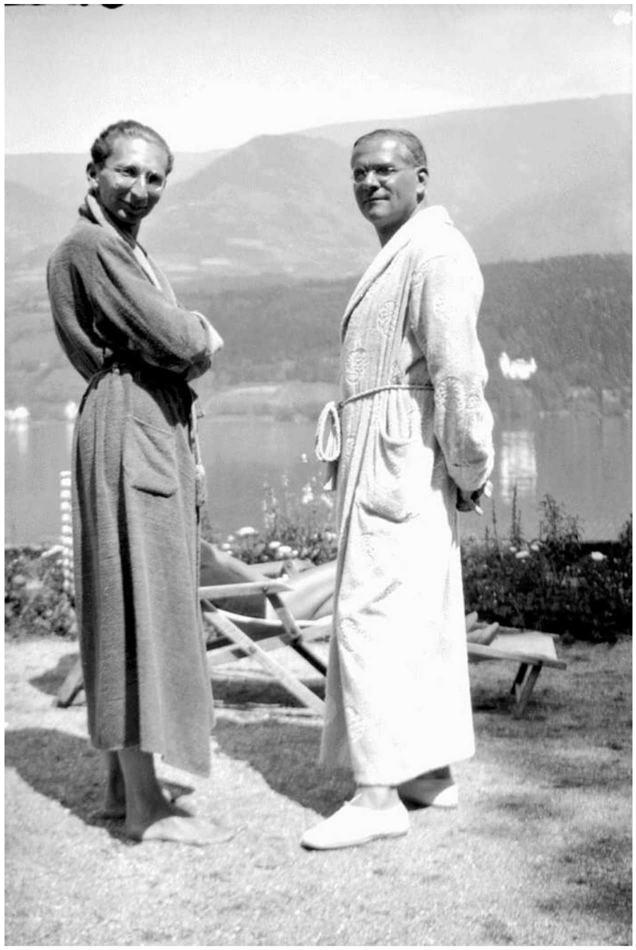
Grund zu bezweifeln, dass Gödel im Alter von neunzehn bereits Platoniker war und in dieser Überzeugung niemals ins Schwanken geriet (Feferman 1984).

Karl Menger, der Wiener Geometrie-Professor, der kaum vier Jahre älter als Kurt Gödel war und für viele Jahre dessen Mentor wurde, schreibt, dass sich Gödel bei allgemeinen Debatten selten äußerte, aber seinen Widerspruch durch eine kaum merkbare Kopfbewegung andeutete (Menger 1994). Die Sitzungen des Wiener Kreises gaben ihm dazu viel Gelegenheit mit ihren Diskussionen über Wittgenstein oder Russell. Die meisten der jüngeren Mitglieder des Wiener Kreises scheinen gegenüber den älteren einen gesunden, wenngleich diskreten Skeptizismus an den Tag gelegt zu haben. Aus Gödels Korrespondenz geht hervor, dass seine besten Freunde in jenen Tagen Marcel Natkin und Herbert Feigl waren, zwei Studenten der Mathematik und Philosophie, die ihre Dissertation bei Schlick schrieben. Beide verehrten ihren Professor, aber konnten sich auch über ihn lustig machen. „Zum Trost schicke ich dir Schlicks Aufsatz, ein Beispiel, dass man nur über Unsinn sinnvoll reden kann", schrieb Marcel Natkin an Kurt Gödel in den Sommerferien 1928. „Ich weiß nicht, ob Dir Feigl erzählt hat von der Unterhaltung Schlicks mit Wittgenstein, in der sie sich stundenlang über Unsagbares gut unterhalten haben?"

Skeptische Haltung. Marcel Natkin, ein junger Philosoph und Studienfreund von Kurt Gödel, wurde einer der bekanntesten Fotografen von Paris. Als sich Natkin und Feigl dreißig Jahre später in New York mit Gödel trafen, schrieb dieser seiner Mutter: „Die beiden haben sich eigentlich sehr wenig verändert. Ob das bei mir auch der Fall ist, weiß ich nicht."

Hahn wurde Gödels Doktorvater, hatte aber nicht viel zu tun. Ein sorgfältiger Vergleich der Dissertation, (die in der Universitätsbibliothek aufbewahrt ist und in den Gesammelten Werken abgedruckt wurde) mit der in den „Monatsheften" publizierten Fassung scheint zu zeigen, dass Gödel letztere leicht adaptierte, um sie Hahns „Parteilinie" anzugleichen. Erst zwölf Jahre später, nachdem er zweieinhalb von Hilberts Problemen gelöst hatte, äußerte Gödel erstmals seinen Platonismus öffentlich. Er konnte dann bereits argumentieren, dass sein Erfolg auf der Festigkeit seiner Überzeugung von der Wirklichkeit abstrakter Begriffe beruhte.

Im Gleichklang mit Menger löste sich Gödel langsam vom Wiener Kreis und wurde Mitglied einer anderen Runde, diesmal von jüngeren Mathematikern, zu denen auch Georg Nöbeling, Fanz Alt, Abraham Wald und Olga Taussky gehörten. Diese Gruppe war es, vor der Gödel erstmals öffentlich über seinen Unvollständigkeitssatz vortrug. „Sehr interessant", sagte eine Stimme in das ehrfürchtige Schweigen



Philosophische Vertraulichkeiten. Herbert Feigl (barfuß) und Moritz Schlick am Millstätter See. Feigl, ein Studienfreund von Gödel, wurde später Philosophieprofessor an den Universitäten von Iowa und Minnesota und Präsident der American Philosophical Association.

nach Gödels Vortrag hinein, „das sollten Sie publizieren.“ (Alt 1998). „Ich bin ungerechterweise furchtbar stolz“, schrieb Natkin aus Paris. Und weiter: „Also Du hast nachgewiesen, dass das Hilbertsche Axiomensystem unlösbare Probleme enthält. Das ist ja keine Kleinigkeit!“

Oswald Veblen, der auf der Suche nach Talenten fürs IAS durch Europa tourte, wurde durch Karl Menger und John von Neumann auf das junge Genie aufmerksam gemacht. Das neu gegründete Institut lud Gödel für ein Gastsemester ein. Feigl, der als erstes Mitglied des Wiener Kreises bereits in die USA ausgewandert war, schrieb: „Also auch Du, mein Sohn, so wie Einstein und alle anderen Berühmtheiten, hast es nicht lassen können und Dich schließlich übers große Wasser bemühen müssen. Ganz recht so, wahrscheinlich wird Dir schließlich eine dauernde Stellung daraus erblühen und die Deutschen und Österreicher haben wieder einen (diesmal reinrassigen!) Gelehrten verloren.“

Feigls Worte waren prophetisch: Der Wiener Kreis löste sich rapide auf. Menger gehörte zu jenen, die in die USA reisten. Im Jahr 1937 schrieb er an Alt, der sich noch in Wien befand: „Ich glaube ihr sollt alle von Zeit zu Zeit zusammenkommen und insbesondere bewirken, daß Gödel am Kolloquium teilnimmt. Das wäre nicht nur für alle anderen Teilnehmer von größtem Nutzen, sondern, obwohl er das vielleicht nicht wahrhat, auch für ihn. Der Himmel weiß, in was er sich einspinnen könnte, wenn er nicht von Zeit zu Zeit Dich und die anderen Wiener Freunde spricht. Sei deshalb auf meine Verantwortung wenn nötig auch zudringlich." Doch als dieser Brief ihn erreichte, musste Alt bereits selbst dringend seine Ausreise bewerkstelligen.

Menger sollte später spekulieren, dass Gödel eine ihn nahe stehende Gruppe brauchte, die es verstand, ihn zu häufigen Vorträgen anzuregen und ihn zu bewegen, seine Sachen auch niederzuschreiben, und sogar, wenn nötig, ihn sanft dazu drängte (Menger 1994). Für einige wenige Jahre konnte Wien das Gödel bieten. Hahn und Schlick war es gelungen, eine (wie man heute sagt) kritische Masse von jungen Leuten zu versammeln, die sowohl Philosophie als auch Mathematik studierten. Im Wien jener Zeit lagen die beiden Themen in der Luft. Die Schriftsteller Hermann Broch und Robert Musil und die Philosophen Ludwig Wittgenstein und Karl Popper hatten dieselben zwei Interessen. Ihre Ansichten waren oft gegensätzlich (so wie auch jene innerhalb des Wiener Kreises), aber gerade diese Vielfalt war vermutlich ein Vorteil für Kurt Gödel. Er hätte auch in Göttingen oder Cambridge großartige Lehrer finden können, aber nirgendwo sonst eine so reiche Palette an Ansichten. Das muss ermutigend gewirkt haben auf jemanden, der sich völlig im Klaren darüber war, wie unzeitgemäß seine Meinungen waren, und der einen ganz neuartigen Zugang ausloten wollte.

Der wichtigste Beitrag des Wiener Kreises war demzufolge vielleicht, dass er jedem einen klaren Anlass zum Widerspruch bieten konnte; Karl Popper ist ein Paradefall. Während der letzten sechzig Jahre seines Lebens wiederholte er bei vielen Gelegenheiten, dass es ihm überhaupt nichts ausmache, niemals zu einer Sitzung des Wiener Kreises eingeladen worden zu sein. Aber sein gewaltiges erstes Buch, „Die Logik der Forschung", erschien in einer Reihe, die von Frank und Schlick herausgegeben wurde, und Hahn hatte darüber „so freundliche Worte gesagt, als ich nur wünschen konnte". (Popper 1995). Trotzdem scheint es Popper ein geradezu ödipales Vergnügen bereitet zu haben, den Wiener Kreis für tot zu erklären. „Wer hat den logischen Positivismus umgebracht?... Ich fürchte, dass ich es gewesen bin." (Stadler 1997)

Popper war ein ebenso entschiedener Anti-Platoniker wie Gödel Platoniker war. Die beiden trafen einander, doch kamen sie sich nicht nahe. „Neulich lernte ich einen Herrn Popper (Philosophen) kennen", schrieb Gödel 1934 an Menger, „der eine unedlich lange Arbeit geschrieben hat, in der, wie er behauptet, sämtliche philosophischen Probleme gelöst sind. Er bemühte sich lebhaft, mein Interesse dafür zu erwecken. – Halten Sie etwas von ihm?" (Gödel, Gesammelte Werke,

Treppe zum Untergang. Schlicks Ermordung auf der Philosophenstiege wurde 1936 zur cause célèbre in Wien. Bereits im Herbst 1938 wurde der Mörder aus der Haft entlassen.

1986–2002)

Der Schriftsteller Hermann Broch wandte sich ebenfalls vom logischen Empirismus ab, doch aus völlig anderen Gründen. In den zwanziger Jahren gehörte Broch, der wohlhabende Erbe eines Textilunternehmens und gefeierter Frauenliebling, zum fixen Fundus der Wiener Kaffeehausszene. Im Alter von vierzig Jahren beschloss er, Philosophie und Mathematik zu studieren und besuchte einige derselben Vorlesungen wie der um zwanzig Jahre jüngere Gödel. Dreißig Hefte mit Brochs Vorlesungsmitschriften sind an der Duke University aufbewahrt. Broch war vom anti-metaphysischen Zugang der Philosophen des Wiener Kreises enttäuscht, doch bestätigte er ihnen eine rettende Eigenschaft, nämlich Krankheitseinsicht. Später wurde Broch zu einer der bedeutendsten Gestalten der deutschsprachigen Literatur. Sein zweiter Roman, „Die unbekannte Größe“, handelt von einem jungen Mathematiker, der davon träumt, eine „axiomlose Logik“

zu finden. Musils „Mann ohne Eigenschaften" war auch Universitätsmathematiker, doch ist Musils Bemühen um einen „kristallklaren Mystizismus" buchstäblich Welten entfernt vom Positivismus seines Freundes und Gönners Richard von Mises, eines anderen Wieners, der Mathematik mit Philosophie zu kombinieren wusste.

Hans Nelböck, der Schlick auf den Stufen der Universität erschoss und so tatsächlich den Wiener Kreis umbrachte, hatte Mathematik und Philosophie zur selben Zeit wie Gödel und Broch studiert und seine Dissertation bei Schlick eingereicht, so wie Natkin und Feigl. In den dreißiger Jahren hatten sowohl Nelböck als auch Gödel mehrmals Nervenheilanstalten aufsuchen müssen. Beide hatten in der Lange Gasse gewohnt. Es ist nicht sicher, ob Gödel Schlicks Mörder je kennen gelernt hat. Aber Leser mit einem Sinn fürs Bizarre werden das Motiv des Doppelgängers erkennen; Wiens goldener Herbst, der so reich leuchtete, war auch randvoll erfüllt mit Hass und Gewalt.

Gödel empfand kein Verlangen, nach dem Krieg nach Wien zurückzukehren. „Ich bin so froh, dem schönen Europa entkommen zu sein", schrieb er seiner Mutter. Doch wer zwischen Mai und August das schöne Wien besucht, sollte sich unbedingt die Gödel-Ausstellung ansehen. Der Eintritt ist frei!

Danksagung. Der Autor dankt dem Rare Books and Special Collections Department der Firestone Library der Universität von Princeton, dem Archiv des Institute for Advanced Study und dem Archiv der Universität Wien, der Handschriftensammlung der Wiener Stadt- und Landesbibliothek und der Vienna Circle Foundation in Amsterdam und insbesondere Monica Cliburn (-Schlick) und G. M. H. van de Velde (-Schlick) für Bild- und Archivmaterial sowie Friedrich Stadler und John Dawson für wertvolle Ratschläge.

Literatur

[1] Alt, Franz (1998): Nachwort zu Karl Menger, Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, Herausgeber E. Dierker and K. Sigmund, Springer Wien.

[2] Dawson, John D. (1997): Logical Dilemmas: the life and work of Kurt Gödel, Peters, Mass.

[3] Gödel, Kurt (1986–2003): Collected Works Vol I-V, eds. S. Feferman et al, Oxford University Press.

[4] Feferman, Solomon (1984): Kurt Gödel, conviction and caution, Philosophia Naturalis 21, 546–562.

[5] Menger, Karl (1994): Reminiscences of the Vienna Circle and the Mathematical Colloquium, Kluwer.

[6] Sigmund, Karl, Dawson, John und Mühlberger, Kurt (2006): Das Gödel Album, Vieweg.

[7] Stadler, Friedrich (1997): Studien zum Wiener Kreis, Suhrkamp, Frankfurt.

[8] Popper, Karl (1995): Im Gedenken an Hans Hahn, in Hans Hahn, Gesammelte Werke, (Herausgeber L. Schmetterer und K. Sigmund), Band 1, S. 1–19.

[9] Köhler, Ekkehard et al (eds.) (2002): Wahrheit und Beweisbarkeit, Hölder-Pichler-Tempsky, Wien.

Adresse des Autors:
Karl Sigmund
Fakultät für Mathematik, Universität Wien,
Nordbergstraße 15
1090 Wien
und: Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 201 (2006), 13–23

Konstruktivismus und Intuitionismus

Matthias Baaz and Rosalie Iemhoff
Technische Universität Wien

1 Was heißt konstruktiv und Konstruktivismus?

Zu den möglichen Eigenschaften mathematischer Beweise wie *elementar* oder *elegant* gehört auch der Begriff *konstruktiv*. Damit wird die Situation beschrieben, dass eine Existenzaussage nicht ohne die Angabe eines existierenden Objektes formuliert wird, und dass Disjunktionen von Aussagen es erlauben, die jeweils gültige Aussage herauszugreifen. Das heißt:

- existentielle Sätze sollen immer auch einen *Zeugen* angeben,
- disjunktive Sätze sollen entscheiden, welcher der Bestandteile der Diskunktion gilt.

Die erste Anforderung bedeutet zum Beispiel, dass ein Beweis eines Satzes der Form „Es gibt eine Zahl n sodass ...“, eine Konstruktion einer solchen Zahl enthalten soll. Betrachten wir etwa den folgenden Satz:

Satz 1. Jede natürliche Zahl hat eine Primfaktorzerlegung.

Dieser Satz hat einen konstruktiven Beweis, denn es gibt einen Algorithmus, der diese Primfaktorzerlegung berechnet. Das folgende ist ein berühmtes Beispiel eines nicht konstruktiven Beweises:

Satz 2. Es gibt zwei irrationale Zahlen x und y, sodass x^y rational ist.

Beweis. Betrachte die Zahl $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$. Entweder ist sie rational, oder sie ist irrational. Im ersten Fall beweist $x = y = \sqrt{2}$ den Satz, im zweiten Fall verwenden wir $x = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ und $y = \sqrt{2}$. □

ISSN 0020-7926

Der Beweis ist nicht konstruktiv, weil er uns nicht angibt, welche Zahlen x und y nun wirklich die verlangte Eigenschaft besitzen. Es gibt natürlich auch konstruktive Beweise dieses Satzes: es ist gezeigt worden, dass e und $\ln 2$ nicht rational sind, und so ist mit $x = e$ und $y = \ln 2$ der Satz konstruktiv bewiesen. Man weiß auch, dass $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ transzendent ist, d.h. mit dieser Zusatzinformation kann man Satz 2 mit Hilfe von $x = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ und $y = \sqrt{2}$ zeigen.

Der nicht konstruktive Beweis oben zeigt uns auch, wie eine nicht konstruktive Disjunktion aussehen kann. Im Beweis verwenden wir, dass $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ entweder rational oder irrational ist, ohne anzugeben, welcher der beiden Fälle nun tatsächlich zutrifft.

Wir nennen einen Satz *konstruktiv*, wenn er einen konstruktiven Beweis hat, und *nicht konstruktiv*, wenn wir wissen, das heißt, wenn wir beweisen können, das es so einen Beweis nicht gibt. Es sollte klar sein, dass es mit dieser Terminologie drei Arten von Beweisen gibt: konstruktive, nicht konstruktive, und solche, von denen wir nicht wissen, ob sie konstruktiv sind oder nicht. Ein Satz könnte einen konstruktiven Beweis besitzen, der aber noch unbekannt ist.

Beispiele konstruktiver Sätze Satz 1 ist ein Beispiel eines konstruktiven Satzes. Auch der Fundamentalsatz der Algebra ist konstruktiv: Es gibt Beweise, die eine Konstruktion der Nullstellen eines gegebenen Polynoms beinhalten, womit natürlich beliebig genaue Näherungen der Nullstellen gemeint sind. Der Satz von Kruskal oder der Satz von Van der Waerden (s.u.) sind weitere Beispiele konstruktiver Sätze (vgl. [6, 10, 15]).

Beispiel eines nicht konstruktiven Satzes Ein Beispiel eines nicht konstruktiven Satzes ist das *Graph Minor Theorem*.

Satz 3. (Robertson und Seymour) Die Minoren-Ordnung auf der Menge der endlichen Graphen hat keine unendlichen Antiketten.

Das heißt, dass es für jedes Ideal I endlich viele Graphen $F_1, \dots, F_n$ gibt, sodass $F \in I$ dann und nur dann, wenn für kein $i \leq n$ der Graph F_i ein Minor von F ist. Die Menge $F_1, \dots, F_n$ nennt man eine Obstruktionsmenge für I. Das *Graph Minor Theorem* ist nicht konstruktiv: im 1988 bewiesen Michael Fellows und Michael Langston [7], dass es keinen Algorithmus gibt, der für jedes Ideal eine Obstruktionsmenge konstruiert.

Beispiel eines Satzes, von dem nicht bekannt ist, ob er konstruktiv ist Jüngst ist von Wadim Zudilin [16] bewiesen worden , dass für die Riemannsche Zetafunktion $\zeta(s)$ zumindestens eine der Zahlen $\zeta(5)$, $\zeta(7)$, $\zeta(9)$, und $\zeta(11)$ irrational ist. Es ist aber noch unbekannt, welche dieser vier Zahlen irrational sind.

1.1 Mathematik und Logik

Konstruktivismus besitzt zwei Lösungsansätze: einen *mathematischen* und einen *logischen*.

Beim mathematischen Teil versucht man, die ganze Mathematik konstruktiv zu entwickeln. Erret Bishop ist einer der Hauptvertreter dieser Richtung. In seinem Hauptwerk *Foundations of constructive Analysis* [1] baut er die Mathematik konstruktiv in einem Grad auf, den man vorher nicht für möglich gehalten hätte. Er zeigt, dass ein Hauptteil der klassischen Analysis konstruktiv ist oder ein natürliches konstruktives Äquivalent hat. Seine Arbeit wird seither von vielen weitergeführt [2, 3].

Beim logischen Lösungsansatz versucht man die formalen Rahmenbedingungen, insbesonders die Logik selbst, so einzuschränken, dass man überhaupt keine nicht konstruktive Sätze beweisen kann. Der Vorteil dieser Vorgehensweise ist die Uniformität. Wenn ein Satz einen Beweis in einem formalen konstruktiven System hat, ergibt sich sofort, dass er konstruktiv ist, ohne dass das dies für jeden einzelne Schritt im Beweis überprüft werden muss.

Die sogenannten *Russischen Konstruktivisten* bedienen sich zum Beispiel einer eingeschränkten Logik, der *intuitionistischen Prädikatenlogik*. Diese Logik, auf die wir noch zurückkommen werden, ist eine Einschränkung des klassischen Kalküls, in der das *Tertium non Datur*, d.h. $\varphi \vee \neg\varphi$, nicht gilt. Das sollte nach der vorigen Diskussion offensichtlich sein: es gibt Fälle, wo weder φ noch $\neg\varphi$ einen Beweis haben.

Das Gleiche gilt für nicht konstruktive Schemata wie

$$\neg\forall x\varphi(x) \to \exists x\neg\varphi(x).$$

Im zweiten Abschnitt werden wir uns genauer mit der intuitionistischen Logik in dem Begriff der *Sequenten* beschäftigen.

Die intuitionistische Logik, kurz IQC, hat viele schöne Eigenschaften, die man von einem konstruktiven Kalkül auch erwarten wird:

Satz 4. (Disjunktionseigenschaft)

$$\mathsf{IQC} \vdash \varphi \vee \psi \;\Rightarrow\; \mathsf{IQC} \vdash \varphi \text{ oder } \mathsf{IQC} \vdash \psi.$$

Satz 5. (Existenzeigenschaft)

$$\mathsf{IQC} \vdash \exists x\varphi(x) \;\Rightarrow\; \exists t\ \mathsf{IQC} \vdash \varphi(t).$$

Offensichtlich hat der klassische Kalkül diese Eigenschaften nicht, da zum Beispiel die folgenden Formeln klassisch ableitbar sind:

$$\varphi \vee \neg\varphi \qquad\qquad \exists x\left(\varphi(x) \vee \forall x\neg\varphi(x)\right).$$

Wenn man konstruktive Theorien erstellt, soll natürlich auch darauf geachtet werden, dass die Axiome konstruktiv sind. Wir können darauf hier jedoch nicht eingehen.

Wie erwähnt, gibt es über als konstruktiv erkannte Sätze im Allgemeinen Übereinstimmung. Die Sätze Bishops werden etwa von fast allen als konstruktiv akzeptiert. Der Konstruktivismus ist aber nicht vollkommen klar definiert, und dies ist auch der Grund, warum es verschiedene Arten von Konstruktivismus gibt. Viele dieser Strömungen finden in der Informatik wichtige Anwendungen. Das ist verständlich, weil die Informatik auf Berechnungen beruht, und Berechnungen auch den Kern von konstruktiven Beweisen darstellen.

2 Was heißt Intuitionismus?

Intuitionismus geht auf den berühmten niederländischen Mathematiker Lutzen E. J. Brouwer zurück [4, 5]. Ziel des Intuitionismus ist es, im Sinne Kants die Sätze der Wissenschaft in analytische und synthetische Sätze zu unterteilen. Analytische Sätze sind dabei Sätze, deren Gültigkeit nicht von irgendeinem Bezug auf die Außenwelt abhängt. Das Prinzip des Ausgeschlossenen Dritten, $\varphi \vee \neg\varphi$, wird nicht als analytisch betrachtet, weil es eine Außenwelt voraussetzt, in der φ interpretiert wird, und φ ist dort wahr oder falsch. (Deswegen ist „$\varphi \vee \neg\varphi$“ auch im klassischen Sinn wahr).

2.1 Der Satz von Cantor und das Überabzählbare

Der Satz von Georg Cantor, dass die Existenz einer unendlichen Menge eine Vielheit von Unendlichkeiten zur Folge hat, die in der Welt unserer Wahrnehmung nichts Entsprechendes besitzen, wird vom Intuitionismus als eine entscheidende Inkorrektheit der klassischen Mathematik betrachtet. Andererseits scheint auf den ersten Blick an der Überabzählbarkeit des Kontinuums kein Weg vorbeizuführen. Dem Intuitionismus gelingt es hier, einen Zugang zu den reellen Zahlen zu finden, bei dem das Kontinuum nur *potentiell* unendlich ist. Die Idee ist dabei, dass die *Zeit* als zusätzlicher Parameter zu mathematischen Objekten hinzugenommen wird. Dadurch sind die mathematischen Objekte im Moment der Anwendung nicht vollständig entwickelt, anders als man sich das in der klassischen Mathematik vorstellt. Die reellen Zahlen entsprechen dabei *Wahlfolgen*, deren Fortsetzung zu einem bestimmten Zeitpunkt noch nicht festgelegt ist.

2.2 Intuitionistische Analysis

Die reellen Zahlen, das heißt, die Wahlfolgen, sind unendliche Folgen von natürlichen Zahlen, niemals endend, immer weiter fortgesetzt. Wir bezeichnen die Wahlfolgen mit a, b, $\dots$, wobei a_i das i-te Element von a bedeutet. Die Elemente der Folge können vollkommen willkürlich sein oder mit Hilfe eines bestimmten Algorithmus zustande kommen – beide Fälle sind zulässig.

Da die mathematischen Objekte also stets in Entwicklung sind, können nur stetige Funktionen zugelassen werden, da sich die Funktion mit dem Objekt weiter entwickeln muss. Das empfand Brouwer keineswegs als Einschränkung, weil zum Beispiel die (nicht stetige) Bijektion zwischen $[0,1]^2$ und $[0,1]^3$ zu einer quantitativen Gleichheit führt, die der Anschauung jedes Kindes widerspricht. Betrachten wir eine Funktion f, die auf den reellen Zahlen definiert sei. Das Bild einer Wahlfolge a unter f ist wiederum eine Wahlfolge. Ein beliebiges Anfangssegment von $f(a)$ ist bereits durch ein endliches Anfangssegment von a bestimmt, weil wir zu jedem Zeitpunkt nur endlich viele Elemente von a kennen. Das ergibt dann die Stetigkeit von f.

2.3 Das Bar Theorem

Das wichtigste Beweismittel in der intuitionistischen Analysis ist das *Bar Theorem*. Ein *Bar* ist ein Paar von Eigenschaften (R,S), das ist, ein Paar von zwei Mengen von endlichen Wahlfolgen von natürlichen Zahlen, sodass

- $\forall a \forall i \big(\langle a_0,\dots,a_i\rangle \in R \lor \langle a_0,\dots,a_i\rangle \notin R\big)$,
- $\forall a \exists i \; a_i \in R$,
- $\forall a \forall i \big(\langle a_0,\dots,a_i\rangle \in R \to \langle a_0,\dots,a_i\rangle \in S\big)$,
- $\forall a \forall i \big(\forall n \, \langle a_0,\dots,a_i,n\rangle \in S \to \langle a_0,\dots,a_i\rangle \in S\big)$.

(Diese Terminologie unterscheidet sich zwar etwas von der Brouwers, aber nicht wesentlich.) Dann gilt:

Satz 6. Wenn (R,S) ein Bar ist, dann ist $\langle\,\rangle \in S$.

Das Bar Theorem ist von Brouwer unter häufigem Rückgriff auf die „Anschauung“ bewiesen worden, und deshalb sollte es eher als ein Axiom als ein Satz gesehen werden. Die vielen fundamentalen Anwendungen des Bar Theorems im Intuitionismus, auch als Grundlage des Fan Theorems (s.u.), deuten ebenfalls darauf hin.

2.4 Intuitionistische Logik

Anders als die klassische Logik stammt die intuitionistische Logik nicht von einem semantischen Bezug, sondern aus einer Analyse der Arbeiten Brouwers, durchgeführt von Arend Heyting, einem Schüler Brouwers. Heyting fand über tausend logische Transformationen und fasste sie zu dem bekannten System der intuitionistischen Logik [11] zusammen:

Axiome

$$\varphi \to (\psi \to \varphi) \qquad \big(\varphi \to (\psi \to \chi)\big) \to \big((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \chi)\big)$$

$$\varphi \to \varphi \vee \psi \qquad \psi \to \varphi \vee \psi$$

$$(\varphi \to \chi) \to \big((\psi \to \chi) \to \big((\varphi \vee \psi) \to \chi\big)\big)$$

$$\varphi \wedge \psi \to \varphi \qquad \varphi \wedge \psi \to \psi$$

$$\varphi \to (\psi \to \varphi \wedge \psi) \qquad \bot \to \varphi$$

$$\forall x \varphi(x) \to \varphi(t) \qquad \varphi(t) \to \exists x \varphi(x)$$

$$\forall x (\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \forall y \psi(y)) \quad (x \text{ nicht in } \varphi)$$

$$\forall x (\varphi \to \psi) \to (\exists y \varphi(y) \to \psi) \quad (x \text{ nicht in } \psi)$$

Regeln

$$\frac{\varphi \qquad \varphi \to \psi}{\psi} \qquad \frac{\varphi(x)}{\forall x \varphi(x)}$$

Aus offensichtlichen Gründen war sehr wenig über diese intuitionistische Logik bekannt. Kurt Gödel zeigte in einer frühen Arbeit, dass es sich nicht um eine mehrwertige Logik handelt. Der wirkliche Durchbruch im Verständnis der Beziehung zwischen intuitionistischer und klassischer Logik wurde allerdings durch Gerhard Gentzen erzielt, der einen gemeinsamen Kalkül für klassische und intuitionistische Logik definiert hat, bei dem die intuitionistische Logik eine einfache beweistheoretische Einschränkung der klassischen Logik ist.

2.5 Der Gentzen-Kalkül „LJ“

Eingeführt von Gerhard Gentzen im Jahr 1934 [9, 8], ist der Gentzen-Kalkül einer der schönsten Formalisierungen der intuitionistischen Logik. Er ist ein formales System von Regeln für die Ableitung von *Sequenten* statt von Formeln. Ein *Sequent* ist ein Ausdruck $\Gamma \Rightarrow \Delta$, wobei Γ und Δ endliche Mengen sind. Die Interpretation von $\Gamma \Rightarrow \Delta$ ist $(\bigwedge \Gamma \to \bigvee \Delta)$. Es ist nicht schwierig zu sehen, dass die folgenden Regeln alle konstruktiv sind:

Axiome

$Ax\;\; P \Rightarrow P$ $\quad$ (P eine atomare Formel) $\qquad L\bot\;\; \bot \Rightarrow$

Regeln

LW $\dfrac{\Gamma \Rightarrow C}{\Gamma, A \Rightarrow C}$ $\qquad$ RW $\dfrac{\Gamma \Rightarrow}{\Gamma \Rightarrow C}$

LC $\dfrac{\Gamma, A, A \Rightarrow C}{\Gamma, A \Rightarrow C}$

L$\wedge$ $\dfrac{\Gamma, A, B \Rightarrow C}{\Gamma, A \wedge B \Rightarrow C}$ $\qquad$ R$\wedge$ $\dfrac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$

L$\vee$ $\dfrac{\Gamma, A \Rightarrow C \qquad \Gamma, B \Rightarrow C}{\Gamma, A \vee B \Rightarrow C}$ $\qquad$ R$\vee$ $\dfrac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\; i = 0, 1$

L$\rightarrow$ $\dfrac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma, B \Rightarrow C}{\Gamma, A \rightarrow B \Rightarrow C}$ $\qquad$ R$\rightarrow$ $\dfrac{\Gamma, A \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \rightarrow B}$

L$\forall$ $\dfrac{\Gamma, A(t) \Rightarrow C}{\Gamma, \forall x A(x) \Rightarrow C}$ $\qquad$ R$\forall$ $\dfrac{\Gamma \Rightarrow A(y)}{\Gamma \Rightarrow \forall x A[x/y]}\; *$

L$\exists$ $\dfrac{\Gamma, A(y) \Rightarrow C}{\Gamma, \exists x A[x/y] \Rightarrow C}\; *$ $\qquad$ R$\exists$ $\dfrac{\Gamma \Rightarrow A(t)}{\Gamma \Rightarrow \exists x A(x)}$

Schnitt $\dfrac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma, A \Rightarrow C}{\Gamma \Rightarrow C}$

Das Symbol „$*$“ bedeutet, dass die Variable y nicht in Γ und C vorkommt.

Eine der schönsten Eigenschaften dieses Systems – neben ihrer Eleganz – ist die Tatsache, dass der Kalkül LK für die klassische Logik aus LJ dadurch hervorgeht, dass auf der rechten Seite des $\Rightarrow$ mehr als eine Formel stehen darf. In LJ sind nur Sequenten mit einer Formel auf der rechten Seite zugelassen. LK hat dadurch eine zusätzliche Regel für die rechte Kontraktion, die in der intuitionistischen Variante nicht ausdrückbar ist:

$$\text{RC} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow C, C, \Delta}{\Gamma \Rightarrow C, \Delta}$$

Mit Hilfe des Kalküls LJ lassen sich die konstruktiven Eigenschaften der intuitionistischen Logik beweisen, wie etwa die Disjunktions- und die Existenzeigenschaft, die wir oben diskutiert haben. Deswegen dient die intuitionistische Logik auch als Kernlogik für viele Systeme des Konstruktivismus. Sie wird dabei aber auch durch Hinzunahme von Regeln erweitert, die an der Konstruktivität der Beweise nichts ändern, aber intuitionistisch unzulässig sind. Für den Konstruktivismus ist es wichtig, möglichst reichhaltige Systeme zu entwickeln, die aber noch immer konstruktiv sind.

2.6 Semantik der intuitionistischen Logik

Aus dem vorher Gesagten folgt, dass die intuitionistische Logik keine eigentliche Semantik besitzt. Man kann viele algebraische Modellbegriffe definierien, die die Eigenschaft haben, dass die Menge der in allen Modellen wahren Sätze mit den herleitbaren Sätzen der intuitionistischen Logik zusammenfällt. Diese Strukturen sind aber intuitionistisch nicht zulässig, obwohl sie die Arbeit mit der intuitionistischen Logik sehr erleichtern. Ein Beispiel ist die sogenannte *Kripke-Semantik*, eingeführt von Saul Kripke in 1965 [13]. Der einzige semantische Ansatz innerhalb des Intuitionismus ist die Brouwer-Heyting-Kolmogorov-Interpretation, die die Beweise als Interpretation der bewiesenen Sätze auffasst. In diesem Sinn ist eine Formel genau dann wahr, wenn sie einen Beweis hat.

3 Konstruktivismus versus Intuitionismus

Die Begriffe Konstruktivismus und Intuitionismus werden oft verwechselt oder als austauschbar betrachtet. Ein Grund für diese Verwirrung liegt in der Bevorzugung der intuitionistischen Logik im Konstruktivismus, die aber dort völlig anders gesehen wird als im Intuitionismus. Im Fall des Konstruktivismus erzeugt die Logik das mathematische System, im Fall des Intuitionismus ist es umgekehrt. Wir wollen nun einige wichtige Beispiele angeben, bei denen der Unterschied zwischen konstruktiv und intuitionistisch schlagend wird.

Reell-abgeschlossene Körper Wenn man die Existenzaxiomene für Nullstellen der Polynome ungeraden Grades durch Definitionsaxiome für algebraische Funktionen ersetzt, ist die Theorie der reell-abgeschlossenen Körper in der klassischen Logik vollkommen konstruktiv: für jede Existenzaussage $\exists x \varphi(x)$ kann eine algebraische Zahl r explizit konstruiert werden, sodass $\exists x \varphi(x)$ genau dann gilt, wenn $\varphi(r)$. Legt man hingegen die intuitionistische Logik zugrunde, dann ist diese Theorie unentscheidbar und ganz bestimmt nicht konstruktiv.

Das Markovsche Prinzip A. Markov, einer der russischen Konstruktivisten, hat zum ersten Mal beobachtet, dass das folgende Prinzip konstruktiv zulässig ist, zumindestens für primitiv rekursive φ (n sei über den Bereich der natürlichen Zahlen definiert):

$$\neg\neg\exists n\, \varphi(n) \to \exists n\, \varphi(n).$$

Die Gültigkeit von $\neg\neg\exists n\, \varphi(n)$ bedeutet, dass es *nicht* so ist das es *keine* natürlichen Zahlen n gibt, sodass $\varphi(n)$. Dann kann man die natürlichen Zahlen durchsuchen und ein n finden, sodass $\varphi(n)$. Diese Überlegung zeigt, dass das Prinzip konstruktiv gültig ist. Die Markov-Regel ist sicher nicht intuitionistisch zulässig, da das Abbrechen der Suche nach einem Zeugen nicht *im System* beschrieben werden kann.

Das Fan Theorem Ein berühmtes Prinzip, das im Intuitionismus, aber nicht im Konstruktivismus gültig ist, ist das *Fan Theorem*. Ein *Fan* ist ein endlich verzweigender Baum von endlichen Folgen natürlicher Zahlen, versehen mit der üblichen Ordnung.

Satz 7. (Fan Theorem) Wenn es in einem Fan für jeden Ast a ein i gibt, sodass eine entscheidbare Eigenschaft R für a_i (das i-te Element von a) gilt, dann gibt es ein n, sodass für jeden Ast a ein $i \leq n$ existiert, sodass a_i die Eigenschaft R hat.

Es ist nicht schwierig zu sehen, dass vom klassischen Standpunkt aus das Fan Theorem eine Variante des Lemmas von König ist. S. C. Kleene [12] hat gezeigt, dass das Fan Theorem nicht konstruktiv gültig ist. Im Intuitionismus folgt das Fan Theorem aus dem oben erwähnten Bar Theorem. Der Grund, warum das Fan Theorem nicht konstruktiv gültig ist, liegt in der Existenz nicht berechenbarer Funktionen, die aus ihm folgen. Es widerlegt die formale Version der Churchschen These [14].

4 Nachwort

Die intuitionistische Logik hat sich gegen die klassische Logik nicht durchgesetzt, weil die Fehlerhaftigkeit der klassischen Mathematik vom intuitionistischen Standpunkt aus praktisch bisher ohne irgendwelche Folgen geblieben ist, und weil man die intuitionistischen Erschwernisse im Umgang mit mathematischen Strukturen nicht in Kauf zu nehmen gewillt ist. Der Konstruktivismus existiert sowohl in seiner mathematischen wie in seinen logischen Form weiter und hat in letzter Zeit durch Problemstellungen der Informatik eine neue Bedeutung gewonnen. Dazu gehören insbesondere Versuche, aus mathematischen Sätzen konkrete Algorithmen zu extrahieren, sowie der Versuch, insbesonders der französischen Logiker, Programme und Beweise zu identifizieren.

References

1. Errett Bishop, *Foundations of constructive analysis*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1967. *MR 36#4930*
2. Douglas S. Bridges, *Foundations of real and abstract analysis*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 174, Springer-Verlag, New York, 1998. *MR 98m:00001*
3. Douglas Bridges and Fred Richman, *Varieties of constructive mathematics*, London Mathematical Society Lecture Note Series, vol. 97, Cambridge University Press, Cambridge, 1987. *MR 88k:03127*
4. L. E. J. Brouwer, *Collected works. Vol. 1*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1975, Philosophy and foundations of mathematics, Edited by A. Heyting. *MR 58#27140*
5. ———, *Collected works. Vol. 1*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1975, Philosophy and foundations of mathematics, Edited by A. Heyting. *MR 58#27140*
6. Thierry Coquand, *A constructive topological proof of van der Waerden's theorem*, J. Pure Appl. Algebra **105** (1995), no. 3, 251–259. *MR 97b:03080*
7. Michael R. Fellows and Michael A. Langston, *Nonconstructive tools for proving polynomial-time decidability*, J. Assoc. Comput. Mach. **35** (1988), no. 3, 727–739. *MR 90i:68046*
8. Gerhard Gentzen, *Untersuchungen über das logische Schliessen. II.*, Math. Z. **39** (1934), 405–431. *Zbl 0010.14601*
9. ———, *Untersuchungen über das logische Schliessen. I.*, Math. Z. **39** (1934), 176–210. *Zbl 0010.14601*
10. Jean-Yves Girard, *Proof theory and logical complexity*, Studies in Proof Theory. Monographs, vol. 1, Bibliopolis, Naples, 1987. *MR 89a:03113*
11. A. Heyting, *Mathematische Grundlagenforschung. Intuitionismus. Beweistheorie.*, (Erg. d. Math. u. ihrer Grenzgebiete. 3, No.4) Berlin: Julius Springer. IV, 73 S. , 1934. *Zbl 0009.38501*
12. S. C. Kleene, *Recursive functions and intuitionistic mathematics*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Cambridge, Mass., 1950, vol. 1 (Providence, R. I.), Amer. Math. Soc., 1952, pp. 679–685. *MR 13,422a*
13. Saul A. Kripke, *Semantical analysis of intuitionistic logic. I*, Formal Systems and Recursive Functions (Proc. Eighth Logic Colloq., Oxford, 1963), North-Holland, Amsterdam, 1965, pp. 92–130. *MR 34#1184*

14. A. S. Troelstra and D. van Dalen, *Constructivism in mathematics. Vol. I*, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, vol. 121, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1988, An introduction. *MR 90e:03002a*

15. Wim Veldman, *An intuitionistic proof of Kruskal's theorem*, Arch. Math. Logic **43** (2004), no. 2, 215–264. *MR 2004m:03222*

16. V. V. Zudilin, *One of the numbers* $\zeta(5)$, $\zeta(7)$, $\zeta(9)$, $\zeta(11)$ *is irrational*, Uspekhi Mat. Nauk **56** (2001), no. 4(340), 149–150. *MR 2002g:11098*

Adresse der Autoren:
Institut für diskrete Mathematik und Geometrie,
Technische Universität Wien,
Wiedner Hauptstr. 8–10/113, A 1040 Wien.
e-mail *baaz,iemhoff@logic.at*.

Unterstützt vom Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Foschung (FWF) unter Projekt Nr. P17503.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 201 (2006), 25–28

Johannes von Gmunden

Christa Binder

Technische Universität Wien

Eine Lateinschule gab es in Wien vermutlich seit 1147, 1296 wurde sie in die Schule von St. Stephan umgewandelt. Dort wurden auch die *artes* und Theologie gelehrt. Im 13. und 14. Jahrhundert wirkten der Magister Ulrich (gestorben nach 1327), er war Maler, Arzt und Dichter, sowie Konrad von Megenberg, der von 1342 bis 1348 unterrichtete.

Rudolf IV., genannt der Stifter, gründete 1365 die Wiener Uniersität als zweite im deutschen Sprachraum (nach Prag 1348). Die Universität in Paris war das Vorbild für die Statuten, und auch der erste Rektor, Albert von Sachsen, kam aus Paris. Er war ein wohlbekannter Mathematiker, der Werke über Proportionen, über die Quadratur des Kreises und das Verhältnis der Diagonale eines Quadrats zu seiner Seite verfasst hatte. In Wien scheint er keine mathematische Tätigkeit ausgeübt zu haben, da er bereits nach einem Jahr, als der Herzog gestorben war, Wien wieder verlassen hat.

Von Herzog Albrecht III. wurde die Universität reorganisiert und im Jahr 1385 feierlich neu eröffnet und Heinrich Heinbuche von Langenstein (1325–1397) wurde von Paris nach Wien geholt. Von ihm sind zwar keine mathematischen Abhandlungen bekannt, doch sagt man, er habe die *mathematischen Künste von Paris nach Wien* gebracht. Vermutlich hat er auch die neuesten Werke mitgebracht. An der Festlegung der Statuten der Universität, die mehrere Jahrhunderte gültig blieben, hatte er einen entscheidenden Anteil.

Dem Trivium (Dialektik, Rhetorik und Grammatik), also dem Lernen von Latein, folgte das stark naturwissenschaftlich orientierte Quadrivium (Arithmetik, Geometrie, Astronomie, Musik), danach kamen die *höheren* Studien Theologie, Jurisprudenz und Medizin.

Die Vorlesungen über Mathematik und Astronomie wurden nach damals neuestem Wissensstand gehalten. Als Lehrbücher wurden verwendet: *Optik* von John Peckham, *Latitudines formarum* von Nicolas d'Oresme, *Almagest* in Übersetzung von Gerhard von Cremona, *Theoria Planetarum* von Gerhardus Cremonensis, *Sphaera materialis* von Johannes von Sacrobosco, *Tractatus proportium* von Thomas Bradwardinus, weiters Albert von Sachsen, Blasius von Parma ....

Vorwiegend quadriviale Vorlesungen hielten die folgenden Magister:

ISSN 0020-7926

Friedrich von Drosendorf (1392, 1396 über Optik, Proportionen und Aristoteles); Nikolaus von Maczen; Johannes Swab aus Butzbach (1412 Sonnen- und Mondfinsternissse); Johann Schindel (1407 bis 1409), Astronom und Arzt.

Über das Geburtsjahr und die frühe Jugend von Johannes von Gmunden ist fast nichts bekannt. Man vermutet, dass er zwischen 1380 und 1385 in Gmunden am Traunsee als Sohn eines Schneiders geboren wurde und in der Benediktiner-Abtei Kremsmünster Latein gelernt hat. In der Literatur finden sich auch die Namen: Johannes Nyder de Gemünden, Johannes von Gemunden, Johannes Schindel de Gamundia, Johannes de Gmundt, Johannes de Gmünde, Iohannes Sartorius de Gmundin, Magister Johannes Krafft von Gmunden.

Am 13. Oktober 1400 scheint er als Iohannes Sartorius de Gmundin in den Matrikelbüchern der Wiener Universität auf, 1402 Bakkalauriat, 1406 Magister, 1408 Vorlesung nach Aristoteles. Ab 1409 war er magister stipendiatus (besoldeter Lehrer). Als mathematische und astronomische Vorlesungen seien genannt: *Libris Euclidis*, 1407 und 1410; *Algorismus de minutiis* (das Rechnen mit Sexagesimalbrüchen), 1412 und 1416; *Perspectiva communis* (nach Peckham), 1414; *Algorismus de integris* (das Rechnen mit den ganzen Zahlen], 1419. 1422 bis 1424 hielt er astronomische Vorlesungen.

Johannes von Gmunden war 1413 und 1423 Dekan der artistischen Fakultät und 1423 bis 1425 führte er in Vertretung des Rektors die Bauaufsicht beim Neubau der Universitätsgebäude und verwahrte die Kasse.

Ab 1409 betrieb er theologische Studien, die er 1415 mit dem Bakkalaureat abschloss. Vermutlich 1417 wurde er zum Priester geweiht. 1425 wurde er zum Domherrn von St. Stephan ernannt, und 1435 erhielt er die reich begüterte Pfarre von Laa.

Im Folgenden sei eine kurze Übersicht über seine erhaltenen Werke gegeben:

Astronomische Tafelwerke

Die antiken Tafelwerke von Ptolemäus geben Werte für die Länge der Sehnen in einem Kreis mit Umfang 360 und Durchmesser 120 im Abstand von 30' an (Ptolemäus verwendet für π den Wert $3;08,30$ in Sexagesimalschreibweise, was circa 3,14163… entspricht). Diese Tafeln wurden 1175 von Gerhard von Cremona ins Lateinische übersetzt. Die Sinustafel von Abu-l-Wafa (940–997) mit Abstand 15 Minuten und von Al-Zarkali (ca. 1030–1090), dem berühmtesten arabischen Astronomen, dienten vielleicht als Grundlage der Toledischen Tafeln. Johannes de Lineriis (war 1320 bis 1335 in Paris) schrieb 1322 *Canones Tabularum primi mobilis*, wieder eine Sinustabelle mit einem halben Grad Abstand (Durchmesser 120). Darauf aufbauend schrieb Johannes von Gmunden den *Tractatus de sinibus, chordis et arcubus* (verfasst 1437). Das Werk bringt nicht viel Neues, doch da es vermutlich aus Vorlesungen hervorgegangen ist, werden die Berechnungen ausführlich erklärt. Es diente auch als Anstoß zu Neuberechnungen von genauerern Sinustabellen (Näheres bei Busard).

Astronomische Geräte

Johannes von Gmunden hat eine große Anzahl von astronomischen Geräten eingeführt und verbessert, so das *Albyon*, das mechanisch die konzentrischen, exzentrischen und epizyklischen Bewegungen der Sterne darstellt, das *Instrumentum solemne* zur Darstellung der Stellung der Planeten, und Quadranten zur Winkelmessung.

Kalender

Seine Kalender (Holzschnitte) waren sehr beliebt – mehr als 100 sind erhalten. In diese Kapitel gehören auch von ihm entwickelte Säulen-, Zylinder- und Reisesonnenuhren.

Mathematische Schriften

Der *Tractatus de minutiis physicis* (1515 von Tannstetter gedruckt) diente lange Zeit als kanonisches Lehrbuch für das Rechnen mit Sexagesimalzahlen an der Universität Wien.

Laut Klug verfasste Johannes von Gmunden mehr als 300 Schriften, die in verschiedenen wissenschaftlichen und Klosterbibliotheken aufbewahrt sind.

Seine eigenen Bücher und Instrumente hat Johannes von Gmunden 1435 testamentarisch der Universität Wien vermacht. Aus der Abschrift des Testaments, das im Archiv der Universität vorhanden ist, haben wir das Wissen über seine eigenen sowie die von ihm verwendeten Werke. Er hat genaue Bestimmungen über die Ausleihmöglichkeiten festgelegt (wie hoch die Gebühren sein sollen, welche Werke öffentlich ausgelegt werden sollten, welche – vor allem astrologische – eingesperrt und nur mit besonderer Bewilligung gelesen werden sollten). Seine Bibliothek gilt als Grundstein der Universitätsbibliothek; heute sind diese Werke in der Österreichischen Nationalbibliothek.

Durch das Wirken von Johannes von Gmunden, der auch eng mit dem Probst Muestinger in Klosterneuburg zusammenarbeitete, wurde Wien zum Zentrum der Astronomie und Mathematik in der ersten Hälfte des 15. Jahrhunderts.

Er starb am 23. Februar 1442 und wurde in der Gruft von St. Stephan beigesetzt. Die Sonnenuhren und Quadranten von Johannes von Gmunden sind auf die geographische Breite von $48°13'$ eingerichtet, das ist die Breite des Turmes der Stephanskirche, der während seiner Lebenszeit gebaut wurde.

Literatur:

[1] Ch. Binder: Die erste Wiener Mathematische Schule (Johannes von Gmunden, Georg von Peuerbach), in: Rechenmeister und Cossisten der frühen Neuzeit (Hrg. R. Gebhardt – H. Albrecht) Adam-Ries-Bund, Annaberg-Buchholz, 1996, S. 3–18.

[2] H. H. L. Busard: Der Traktat *De sinibus, chordis et arcubus* von Johannes von Gmunden, Österr. Akad. Wiss., math.-nat. Kl., Denkschriften, 116 (1971), 73–113.

[3] M. G. Firneis: Johannes von Gmunden – der Astronom. In: [4], pp. 65–84,

[3] H. Grössing, Humanistische Naturwissenschaft, Saecula Spiritalia 8, Verlag Valentin Koerner, 1983.

[4] G. Hamann, H. Grössing: Der Weg der Naturwissenschaft von Johannes von Johannes von Gmunden zu Johannes Kepler, Österr. Akad. Wiss., phil.-hist. Kl. Sitzungsberichte, 497 (1988).

[5] H. Kaiser: Johannes von Gmunden und seine mathematischen Leistungen. In: [4], pp. 85–100.

[6] R. Klug: Johannes von Gmunden, der Begründer der Himmelskunde auf deutschem Boden. Akademie der Wiss. in Wien, phil.-hist. Kl., Sitzungsberichte 222/4 (1943), 93 pp.

[7] P. Uiblein: Johannes von Gmunden. Seine Tätigkeit an der Wiener Universität. In: [4], pp. 11–64.

Adresse der Autorin:
Christa Binder
Institut f. Analysis und Scientific Computing, TU Wien
Wiedner Hauptstr. 8–10/101
A 1040 Wien

Buchbesprechungen

B. Bolzano: Miscellanea Mathematica 19. Herausgegeben von B. van Rootselaar und A. van der Lugt. Friedrich Fromman Verlag, Günther Holzboog, Stuttgart-Bad Cannstatt, 2005, 151 S. ISBN 3-7728-2331-9 H/b € 248,–.

Der vorliegende Band der Bernard Bolzano-Gesamtausgabe umfasst die Transkription von Heft 19 der Miscellanea Mathematica. Der durchgängig deutschsprachige Text ist in Bolzanos Manuskript in deutscher Schrift niedergeschrieben. Für fremdsprachige Teile, Formeln und vereinzelte Buchstaben verwendete er überwiegend die lateinische Schrift. Einzelne Buchstaben, die im Manuskript in deutscher Schrift stehen, sind im Druck in Fraktur gesetzt. Die von Bolzano unterstrichenen Wörter, Sätze und Formeln wurden kursiv gesetzt. Dadurch entsteht ein äußerst schwer lesbarer Text. Der Inhalt des Bandes ist verschiedenen speziellen Problemen der Analysis, der Geometrie, der Optik und der Mechanik gewidmet. Insbesondere werden Aufgaben über ebene Kurven mittels Differentialrechnung gelöst. Auch bemerkenswerte Funktionalgleichungen findet man in dem Band. Aufgrund der oben erwähnten Darstellungsform ist das Buch vor allem von historischem Interesse. Dieser Band ist aber auch gut als Grundlage für ein Seminar zur Geschichte der Mathematik geeignet.

R. Tichy (Graz)

G. Halász, L. Lovász, M. Simonovits, V. T. Sós (eds.): Paul Erdős and His Mathematics I+II. (Bolyai Society Mathematical Studies 11). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, János Bolyai Mathematical Society, Budapest, 2002, 1402 S. ISBN 3-540-42236-6 (set) H/b € 199,95.

Die beiden nun vorliegenden Bände sind einerseits ein sehr persönlich gehaltener wissenschaftlicher Nachruf auf Paul Erdős und andererseits die Proceedings einer gleichnamigen Konferenz zu seinem Andenken. Der erste Band beginnt mit einer Reihe von Nachrufen seiner engsten mathematischen Weggefährten; den Abschluss bilden ein Neuabdruck von P. Turáns Artikel zu Erdős' 50. Geburtstag sowie der Briefwechsel zwischen Erdős und Turán aus den Jahren 1934–40, kommentiert und aufbereitet von V. T. Sós.

Der wissenschaftliche Teil, Band I, umfass 58 Einzelartikel, die thematisch so breit gestreut sind wie Erdős' mathematische Interessen: *V. Bergelson and I. Ruzsa*, Squarefree numbers, IP sets and ergodic theory; *P. Borwein*, Paul Erdős and polynomials; *P. D. T. A. Elliott*, "Cast thy bread upon the waters ..." A personal view of the mathematician Paul Erdős; *T. Erdélyi*, Markov-Bernstein type inequalities for polynomials under Erdős-type constraints; *A. E. Eremenko and W. K. Hayman*, On the length of lemniscates; *G. A. Freiman*, Structure theory of set addition. II. Results and problems; *H. Furstenberg*, From the Erdős-Turán conjecture to ergodic theory – The contribution of combinatorial number theory to dynamics; *K. Győry*, On the number of primitive solutions of Thue equations and Thue inequalities; *H. Halberstam*, Erdős and Brun's sieve; *A. J. Hildebrand*, Erdős' problems on consecutive integers; *A. Ivić*, On certain large additive functions; *J.-P. Kahane*, Almost surely everywhere; *V. Komornik*, On expansions in non-integer bases; *J. Kubilius*, On the remainder term in the limit theorems for additive arithmetical functions; *M. Laczkovich*, The difference property; *G. F. Lawler*, Cut times for Brownian motion and random walk; *D. S. Lubinsky*, A taste of Erdős on interpolation; *H. Maier*, Small gaps in sequences of sifted prime numbers; *E. Manstavičius*, Functional limit theorems in probabilistic number theory; *R. D. Mauldin*, Some problems in set theory, analysis and geometry; *H. L. Montgomery and K. Soundararajan*, Beyond pair correlation; *M. B. Nathanson*, On Erdős's elementary method in the asymptotic theory of partitions; *P. Ney*, On some work by Paul Erdős on an annihilating particle model; *J.-L. Nicolas*, Statistical properties of partitions; *W. Philipp*, The profound impact of Paul Erdős on probability limit theory – a personal account; *C. Pomerance*, Ruth-Aaron numbers revisited; *Š. Porubský and J. Schönheim*, Covering systems of Paul Erdős. Past, present and future; *A. Schinzel*, Erdős's work on finite sums of unit fractions; *B. Shekhtman*, On interpolation by and Banach spaces of polynomials; *Ying Guang Shi*, A survey on Hermite interpolation of higher order; *V. Totik*, Potential theoretical methods in approximation; *P. Vértesi*, On the Lebesgue function and Lebesgue constant: a tribute to Paul Erdős.

Band II: *A. V. Arhangelśkiĭ*, Some open problems on homogeneous compacta; *J. Beck*, The Erdős-Selfridge theorem in positional game theory; *B. Bollobás*, The Erdős-Rényi theory of random graphs; *J. A. Bondy*, Extremal problems of Paul Erdős on circuits in graphs; *W. G. Brown and M. Simonovits*, Extremal multigraph and digraph problems; *P. J. Cameron*, Permutations; *Gy. Elekes*, SUMS versus PRODUCTS in number theory, algebra and Erdős geometry; *R. J. Faudree and R. H. Schelp*, A survey of results on the size Ramsey number; *M. Foreman*, A partition theorem for successor cardinals; *A. S. Fraenkel, R. J. Simpson and M. S. Paterson*, On abelian circular squares in binary words; *R. L. Graham and J. Nešetřil*, Ramsey theory and Paul Erdős (recent results from a historical perspective); *A. Gyárfás*, Erdős problems on irregularities of line sizes and point degrees; *S. Jendrol' and H.-J. Voss*, Light subgraphs of graphs embedded in 2-dimensional manifolds of Euler characteristic ≤ 0. A survey; *A. Kanamori and D. Pincus*, Does GCH imply AC locally?; *J. A. Larson*, Erdős and ordinals; *R. Laver*, On very large cardinals; *L. Lovász and K. Vesztergombi*, Geometric representations of graphs; *E. Makai, Jr., J. Pach and J. Spencer*, New results on the distribution of distances determined by separated point sets; *P. P. Pálfy*, On the density of the set of orders of certain groups; *N. Sauer*, Coloring finite substructures of countable structures; *S. Shelah*, You can enter Cantor's paradise!; *M. Simonovits*, Some of my favorite Erdős theorems and related results, theories;

J. Spencer, Random graphs, sets and tournaments; *L. A. Székely*, Erdős on unit distances and the Szemerédi-Trotter theorems; *A. Thomason*, The simplest case of Ramsey's theorem.

P. Grabner (Graz)

H.-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe: Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Second Edition. With 606 illustrations, 40 in color. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2004, XIII+864 S. ISBN 0-387-20229-3 H/b € 69,95.

Die vorliegende zweite Auflage des vor zwölf Jahren erschienen populären Werkes über Fraktale bringt einige Änderungen in der Präsentation. Die Anhänge wurden weggelassen, unter anderem, weil der damals neue Themenbereich der fraktalen Datenkompression jetzt schon in der Literatur etabliert ist. Ebenso wurden die BASIC-Programme an den Kapitelenden entfernt – es steht nun eine Webseite mit Java-Applets zur Verfügung.

Die Autoren verstehen es, Fraktale und Chaostheorie einem breiten, nicht notwendig mathematisch vorgebildeten Publikum nahezubringen. Die behandelten Themen reichen von iterierten Funktionensystemen über die „klassischen Fraktale" (Sierpiński-Dreieck und -Teppich, Koch-Kurve) und eine Einführung in fraktale Dimensionsbegriffe bis hin zu seltsamen Attraktoren und Julia-Mengen.

P. Grabner (Graz)

Kombinatorik und Diskrete Mathematik

M. Bronstein: Symbolic Integration I. Transcendental Functions. Second Edition. (Algorithms and Computation in Mathematics, Vol. 1.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XV+325 S. ISBN 3-540-21493-3 H/b € 49,95.

Laut Springer-Verlag soll dieses Werk die Standardreferenz auf diesem Gebiet sein bzw. werden: Umfassend und auch detailliert wäre die Darstellung; viele Algorithmen wären in einem Pseudocode vorhanden, auch hätte der Autor, ein hochrangiger Experte, einiges Neue eingearbeitet. Man kann dem zustimmen: Die vorliegende 2. Auflage hat ein neues Kapitel über parallele Integration, neue Übungsaufgaben und sonstige Verbesserungen.

Es geht um "integration in finite terms." Man will entscheiden können, ob eine „Formel" für die Stammfunktion existiert, und, falls das der Fall ist, sie explizit erhalten. Studenten lernen diverse Fertigkeiten in den ersten Semestern, aber eine wirklich algorithmische Vorgangsweise geht auf Abel, Liouville und Hermite zurück. Zentral ist nun der Algorithmus von Risch und dessen Erweiterungen.

Das Buch wendet sich – in erfolgreicher Weise – an Mathematiker und Informatiker, die an *symbolic computation* interessiert sind. Viele warteten nach dem

Erscheinen der ersten Auflage auf den zweiten Teil *Symbolic integration II.* Leider wird es dazu nicht kommen, da der Autor im letzten Jahr nur 42-jährig verstorben ist.

H. Prodinger (Univ. of Stellenbosch)

J. H. van Lint, R. M. Wilson: A Course in Combinatorics. Second Edition. Cambridge University Press, 2001, XIV+602 S. ISBN 0-521-80340-3 H/b £ 90,–, ISBN 0-521-00601-5 P/b £ 24,95*.

Dies ist die 2. Auflage des „Klassikers" von Wilson und van Lint über Kombinatorik. Schon die erste Auflage bestach durch den klaren Stil und die enorme Breite des präsentierten Materials. Die zweite Auflage unterscheidet sich – außer durch Updates und kleine Korrekturen – von der ersten durch eine große Zahl an neuen, in den Text eingestreuten Informationen und eine wesentliche Erweiterung von Problemen verschiedensten Schwierigkeitsgrades. Geblieben ist die unglaublich leichte Lesbarkeit, die große Übersichtlichkeit und die extrem geschickte Organisation von Beweisen. Das größte Problem bei diesem Buch ist, dass man nicht mehr aufhören möchte, darin zu lesen.

G. Pilz (Linz)

S. Rudich, A. Wigderson (eds.): Comutational Complexity. (IAS / Park City Mathematics Series, Vol. 10.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2004, XIV+389 S. ISBN 0-8218-2872-X H/b $ 69,–.

In Princeton fand im Jahr 2000 die dreiwöchige Sommerschule für Fortgeschrittene über "Computational Complexity Theory" statt, die zehnte in einer Serie.

Der vorliegende Band beinhaltet die Ausarbeitung der gegebenen Vorlesungen, die Zahlen in Klammern geben die Anzahl der Vorlesungen (Kapitel) an.

Rudich (8): *Complexity Theory: From Gödel to Feynman*, Wigderson (1): *Average Case Complexity*, Arora (3): *Exploring Complexity through Reductions*, Raz (3): *Quantum Computation*, Raz (5): *Circuit and Communication Complexity*, Beame (5): *Proof Complexity*, Goldreich (3): *Pseudorandomness 1*, Trevisan (4): *Pseudorandomness 2*, Vadhan (2): *Probabilistic Proof Systems 1*, Sudan (4): *Probabilistically Checkable Proofs*.

Dieser gelungene Band wird allen Spezialisten und solchen, die es noch werden wollen, viel Freude bereiten!

H. Prodinger (Univ. Stellenbosch)

J. W. Cogdell, H. H. Kim, M. Ram Murty: Lectures on Automorphic *L*-functions. (Fields Institute Monographs.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2004, xii+283 S. ISBN 0-8218-3516-5 H/b \$ 79,–.

Das vorliegende Buch basiert auf einer Serie von Vorträgen, die die Autoren im Rahmen eines Themenschwerpunktes über automorphe Formen am Fields Institute gegeben haben. Die Intention der Autoren war es, den aktuellen Stand des Langlands-Programms mit Schwerpunkt auf L-Reihen aufzubereiten und den Leser an offene Probleme und neueste Fragestellungen heranzuführen.

Jeder der drei Autoren hat einen Abschnitt des Buches gestaltet:

J. W. Cogdell: Automorphic L-functions, Converse Theorems, and Functoriality for GL_n. Beginnend mit den klassischen Resultaten über den Zusammenhang zwischen automorphen Formen und L-Reihen, wird die Theorie der automorphen L-Reihen zuerst am klassischen Beispiel der GL_2 entwickelt. Danach werden neueste Resultate über GL_n und $\mathrm{GL}_n \times \mathrm{GL}_m$ vorgestellt. Besonderes Augenmerk wird dabei auf Umkehrsätze gelegt. Insgesamt geben die 13 Vorlesungen einen verständlichen Einblick in diesen Aspekt des Langlands-Programms.

H. H. Kim: Automorphic L-functions. Der derzeit am besten verstandene Spezialfall der Langlands-Vermutungen sind die symmetrischen Potenzen von kuspidalen Darstellungen. Für das symmetrische Quadrat konnte die Automorphie 1978 von Gelbart und Jacquet nachgewiesen werden. In 2002 und 2003 konnten Kim und Shahidi die Automorphie von symmetrischen Kuben und Biquadraten nachweisen. Die 17 Vorlesungen geben eine Vorbereitung auf die Präsentation dieser Resultate und zugleich einen Einblick in die modernsten Hilfsmittel, vor allem die Langlands-Shahidi-Methode.

M. R. Murty: Application of Symmetric Power L-functions. Der dritte Teil zeigt Anwendungen neuester Resultate über L-Reihen auf Fragestellungen der analytischen Zahlentheorie. Als motivierende Beispiele werden die Sato-Tate-Vermutung, die Ramanujan-Vermutung, die Selbergsche Vermutung über die Eigenwerte des Laplaceoperators sowie die Artin-Vermutung erklärt. Anhand neuester Resultate über L-Reihen werden Zusammenhänge zwischen den Themen der ersten beiden Teile mit offenen Problemen der analytischen Zahlentheorie transparent erklärt.

Das Buch vermittelt einen ausgezeichneten Einblick in ein modernes Gebiet der Mathematik.

P. Grabner (Graz)

R. Crandall, C. Pomerance: Prime Numbers. A Computational Perspective. Second Edition. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XV+597 S. ISBN 0-387-25282-7 H/b € 54,95.

Dieses Buch, geschrieben von zwei weltbekannten Mathematikern, betrachtet – wie der Name schon sagt – das weite Gebiet der Primzahlen, vor allem aus computationeller und algorithmischer, aber auch aus zahlentheoretischer Sicht.

Im ersten Viertel des Buches wird zum einen eine allgemeinen Einführung in Primzahlen (z.B. spezielle Arten von Primzahlen) und die wichtigsten Sätze und Vermutungen dazu gegeben, zum anderen werden die im weiteren Verlauf des Buches benötigten Grundlagen aus der Zahlentheorie dargestellt, wie etwa die modulare und polynomielle Arithmetik usw.

Nach einer Klassifizierung von Primzahlen und Pseudoprimzahlen und den zugehörigen Algorithmen und Sätzen, wie etwa diverse Siebmethoden, werden die wichtigsten Methoden zum Beweis der Primalität vorgestellt.

Die nächsten beiden Kapitel betrachten exponentielle und subexponentielle Faktorisierungsalgorithmen. Nach einem Kapitel über elliptische Kurven und deren Anwendung zum Beweis von Primalität folgt schließlich ein Streifzug durch die verschiedenen Anwendungsgebiete der Primzahlen: Von der Kryptografie, über Zufallszahlen, Quasi-Monte Carlo-Methoden, diophantische Analysis bis hin zu Quantencomputern und -algorithmen wird die Relevanz der Theorie der Primzahlen beispielhaft veranschaulicht. Zum Abschluss des Buches findet sich schließlich noch ein Kapitel über effiziente Algorithmen für die Arithmetik mit großen ganzen Zahlen.

Neben dem sehr gut geschriebenen Text zur Theorie gibt es zu jedem Abschnitt zahllose Übungsaufgaben, die an ‚normale' Studenten gerichtet sind, sowie zusätzlich etliche Forschungsaufgaben von noch nicht gelösten Problemen zum jeweiligen Abschnitt. Außerdem sind die im Buch als Pseudocode vorgestellten Algorithmen als *Mathematica*-Paket *'Prime Kit'* auf der Homepage der von Crandall gegründeten Firma *Perfectly Scientific Inc.* zum Download verfügbar (*http://www.perfsci.com/*).

R. Kainhofer (Wien)

M. D. Fried, M. Jarden: Field Arithmetic. Second Edition. Revised and Enlarged by M. Jarden. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Vol. 11, 3. Folge). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XXIII+780 S. ISBN 3-540-22811-X H/b € 149,95.

Die im Jahre 1986 erschienene ersten Auflage des Buches ist zu einer Standardreferenz in diesem Bereich der Körpertheorie geworden. M. Jarden hat nun eine revidierte und stark erweiterte zweite Auflage vorgelegt, die der Entwicklung der letzten 20 Jahre Rechnung tragen soll.

Wie von den Autoren in der ersten Auflage angegeben, ist ein Ziel des Buches ein Brückenschlag zwischen Algebra und Logik. Der Darstellung der erforderlichen Grundlagen aus beiden Bereichen wird noch breiterer Raum als in der ersten Auflage gegeben. So werden aus der Algebra proendliche Gruppen und unendliche Galoistheorie, Bewertungstheorie, algebraische Funktionenkörper einer Unbestimmten, der Chebotarevsche Dichtigkeitssatz und Grundlagen der algebraischen Geometrie dargestellt. Andererseits finden sich einführende Kapitel über Ultraprodukte, Rekursionstheorie und Entscheidbarkeit. Im Zentrum des Buches steht dann die Untersuchung pseudo-algebraisch-abgeschlossener Körper (PAC-Körper), Hilbertscher Körper und projektiver proendlicher Gruppen (dies sind genau die absoluten Galoisgruppen von PAC-Körpern).

M. Jarden gibt im Vorwort eine mathematisch detaillierte Beschreibung der Änderungen und Ergänzungen der 2. Auflage. Wir greifen einige zentrale Punkte heraus. In Kapitel 13 (Theorem 13.8.3) wird *Haran's Diamond Theorem* bewiesen: Sei K ein Hilbertscher Körper und M_1, M_2 Galoiserweiterungen von K. Ist $K \subset M \subset M_1M_2$ ein Erweiterungskörper von K, der weder in M_1 noch in M_2 enthalten ist, so ist M ein Hilbertscher Körper. In Kapitel 16 (Abschnitt 16.9) wurden Ergebnisse von Matzat über die Realisierung endlicher Gruppen als Galoisgruppen aufgenommen. In Kapitel 21 (Theorem 21.8.13) wird ein Beweis der Schurschen Vermutung (betr. Polynome f über einem globalen Körper K mit $\mathrm{char}(K) \nmid \deg(f)$) gegeben.

Fast jedes Kapitel schließt mit Übungsaufgaben, historischen Bemerkungen und aktuellen Literaturhinweisen. Im abschließenden Kapitel 32 werden zunächst alle offenen Probleme aus der 1. Auflage dargestellt, die Entwicklung seither gewürdigt und danach eine neue Liste offener Probleme vorgestellt.

Durch die sehr sorgfältigen Einführungen in die zum Teil oben erwähnten verschiedenen mathematischen Bereiche, die eine vom Hauptthema des Buches unabhängige Bedeutung haben, vermag dieses Werk sicherlich einen breiten Leserkreis anzusprechen. Insbesondere kann es allen, die an den erfolgreichen Entwicklungen der *Field Arithmetic* interessiert sind, wärmstens empfohlen werden.

A. Geroldinger (Graz)

Yu. I. Manin, A. A. Panchishkin: Introduction to Modern Number Theory. Fundamental Problems, Ideas and Theories. Second Edition. (Encyclopaedia of Mathematical Sciences, Vol. 49.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, xv+514 S. ISBN 3-540-20364-8 H/b € 104,95.

Das vorliegende Buch gibt einen sehr konzisen Blick auf die Zahlentheorie, beginnend mit den historischen Anfängen bis hin zu neuesten Resultaten und Sichtweisen. Daß bei einem solch weit gespannten Themenkreis nicht immer der Charakter einer „Einführung“ gewahrt werden kann, ist klar. Das Tempo der Darstellung ist in manchen Bereichen atemberaubend. Nichtsdestotrotz ist es den Autoren gelungen, eine beeindruckende Gesamtschau der Zahlentheorie bis hin zu den Entwicklungen der letzten Jahre zu geben.

Das Buch gliedert sich in drei Teile, deren Inhalte hier kurz referiert werden sollen, um einen Eindruck von der Fülle des behandelten Materials zu geben.

I. Problems and Tricks. In diesem Abschnitt wird in etwa der Inhalt einer einführenden Vorlesung über elementare Zahlentheorie behandelt: Teilbarkeit, Primzahlen, quadratisches Reziprozitätsgesetz, diophantische Gleichungen bis hin zu Minkowski-Hasse, diophantische Approximation einschließlich der Irrationalität von $\zeta(3)$ und schließlich Anwendungen der Zahlentheorie in der Kryptographie. Hier wird auch dem sehr aktuellen Primalitätstest von Agrawal, Kayal und Saxena ein ausführlicher Abschnitt gewidmet.

II. Ideas and Theories. Dieser Abschnitt beginnt mit einer ausführlichen Darstellung des Zusammenhangs der Arithmetik mit Problemen der Logik, also rekursive Funktionen, Matiyasevichs Behandlung des zehnten Hilbertschen Problems, bis hin zu Gödels Unvollständigkeitssatz. Es folgt eine sehr konzise Darstellung der algebraischen Zahlentheorie bis hin zur Klassenkörpertheorie. Ein weiterer Abschnitt ist der Arithmetik algebraischer Varietäten gewidmet; dieser führt bis zu Faltings' Lösung der Mordellschen Vermutung. Zwei weitere Abschnitte behandeln Zeta-Funktionen und modulare Formen bis hin zum Langlands-Programm und Wiles' Beweis der Shimura-Taniyama-Weil-Vermutung und der Fermatschen Vermutung.

III. Analogies and Visions. Der letzte Abschnitt beginnt mit einer Einführung in die Analogie zwischen Zahlkörpern und Funktionenkörpern und die daraus abgeleitete geometrische Sichtweise. Nach dieser Vorbereitung schließt das Buch mit einem Abschnitt über Arakelov-Geometrie und nichtkommutative Geometrie.

Insgesamt ist das Buch ein lohnender „Steilkurs“ durch die Zahlentheorie, wenn auch nicht auf einem einführenden Niveau, wie der Titel glauben machen könnte.

P. Grabner (Graz)

T. W. Müller (ed.): Groups. Topological, Combinatorial and Arithmetic Aspects. (London Mathematical Society Lecture Notes Series 311.) Cambridge University Press, 2004, XVI+587 S. ISBN 0-521-54287-1 P/b £ 55,–.

Dieser etwa 600 Seiten starke Band erwuchs aus den Beiträgen höchstrangiger Fachleute zu einer Konferenz im Jahr 1999 in Bielefeld. Wie man es von dieser Serie gewohnt ist, wäre eine Kategorisierung als Proceedings-Band aber bei weitem nicht zutreffend. Denn der Band bietet viel mehr.

17 verschiedene Artikel sehr unterschiedlicher Länge finden sich zusammen und zeigen in ihrer Gesamtheit auf eindrucksvolle Art, wie auch von relativ speziellen thematischen Vorgaben ausgehend sehr schnell Verbindungen kreuz und quer durch große Teile der Mathematik gezogen werden können. Der weite Horizont der Autoren garantiert, dass sich die Mathematik auch hier wieder in ihrer wun-

derbaren Einheit zeigt. Wie schon der Titel andeutet, aber auch weit darüber hinausgehend werden unzählige Teilgebiete der Mathematik durch das gruppentheoretische Band zusammengehalten. Explizit angesprochen werden etwa Algebra, Zahlentheorie, Topologie, Kombinatorik, die unterschiedlichsten geometrischen Teildisziplinen, Dynamik, Wahrscheinlichkeitstheorie, Formale Sprachen und Automaten sowie Logik, insbesondere Modelltheorie. Entsprechend ist das Werk bei weitem nicht nur für erlesene Spezialisten relevant. Fast jeder Mathematiker mit breitem Interesse wird darin für sich etwas finden.

Natürlich kann eine Kurzbesprechung der Breite und Tiefe des Inhaltes keinesfalls gerecht werden. Um dem potentiellen Käufer eine nützliche Information in die Hand zu geben, sehe ich daher keine bessere Möglichkeit als die Aufzählung der Titel, Autoren und Seitenzahlen der einzelnen Beiträge:

Reductive groups as metric spaces (H. Abels; 20 pp.), *Finiteness properties of groups acting on twin buildings* (P. Abramenko, 6), *Higher finiteness properties of S-arithmetic groups in the function field case I* (H. Behr; 16), *Controlled topology and group actions* (R. Bieri und R. Geoghegan; 21), *Finiteness properties of soluble S-arithmetic groups – a survey* (K.-U. Bux; 29), *Topology in permutation groups* (P. J. Cameron; 13), *Euler characteristics of discrete groups* (I. M. Chiswell; 149), *Intersections of Magnus subgroups of one-relator groups* (D. J. Collins; 42), *A minimality property of certain branch groups* (R. I. Grigorchuk and J. S. Wilson; 9), *Lattices with non-integral character* (H. Helling; 12), *Some applications of probability in group theory* (A. Mann; 9), *Parity patterns in Hecke groups and Fermat primes* (T. W. Müller; 48), *Automorphisms of the binary tree: state-closed subgroups and dynamics of 1/2-endomorphisms* (V. Nekrashevych und S. Sidki; 30), *The mapping class group of the twice punctured torus* (J. R. Parker and C. Series; 82), *Kac-Moody groups: split and relative theories. Lattices* (B. Remy; 55), *On the finite images of infinite groups* (D. Segal; 22) und *Pseudo-finite generalized triangle groups* (E. B. Vinberg und R. Kaplinsky; 24).

Reinhard Winkler (Wien)

G. van der Geer, B. Moonen, R. Schoof (eds.): Number Fields and Function Fields—Two Parallel Worlds. (Progress in Mathematics, Vol. 239.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2005, xiii+318 S. ISBN 0-8176-4397-4 H/b € 79,20.

Die Analogie zwischen Zahlkörpern und Funktionenkörpern über endlichen Körpern ist seit der Mitte des 19. Jahrhunderts bekannt. Die Ausarbeitung der frühen grundlegenden Theorie ist mit Forschern wie Dedekind, Kronecker und Weber verbunden. Seit Weils Beweis der Riemannschen Vermutung für Kurven über endlichen Körpern gibt es die Annahme, daß die Analoga vieler Vermutungen der klassischen Zahlentheorie im Funktionenkörperfall zugänglicher sind als im Zahlkörperfall. Dies zeigt sich etwa darin, daß die *ABC*-Vermutung über Funktionenkörpern als Masonsche Ungleichung bereits bewiesen ist. Weiters besteht die Hoffnung, daß die Beweise im Funktionenkörperfall Licht auf die Verhältnisse im Zahlkörperfall werfen, die eine der treibenden Kräfte bei der Entwicklung der Theorie der Funktionenkörper darstellt.

Das vorliegende Buch besteht aus eingeladenen Beiträgen zum Thema, die einen Einblick in den derzeitigen Stand der Forschungen besonders im Fall der Funktionenkörper geben. Die Beiträge sind im Umfeld der Tagung "The Analogy between Number Fields and Function Fields" in Texel im April 2004 entstanden. Eine Liste der Beiträge vermittelt einen Einblick in die behandelten Themen:

G. Böckle: Arithmetic over Function Fields: A Cohomological Approach
T. van der Bogaart and B. Edixhoven: Algebraic Stacks Whose Number of Points over Finite Fields is a Polynomial
H. Brenner: On a Problem of Miyaoka
F. Breuer and R. Pink: Monodromy Groups Associated to Non-Isotrivial Drinfeld Modules in Generic Characteristic
K. Conrad: Irreducible Values of Polynomials: A Non-Analogy
A. Deitmar: Schemes over $\mathbb{F}_1$
C. Deninger and A. Werner: Line Bundles and p-Adic Characters
G. Faltings: Arithmetic Eisenstein Classes on the Siegel Space: Some Computations
U. Hartl: Uniformizing the Stack of Abelian Sheaves
R. de Jong: Faltings' Delta-Invariant of a Hyperbolic Riemann Surface
K. Köhler: A Hirzebruch Proportionality Principle in Arakelov Geometry
U. Kühn: On the Height Conjecture for Algebraic Points on Curves Defined over Number Fields
J. C. Lagarias: A Note on Absolute Derivations and Zeta Functions
V. Maillot and D. Roessler: On the Order of Certain Characteristic Classes of the Hodge Bundle of Semi-Abelian Schemes
D. Roessler: A Note on the Manin-Mumford Conjecture

P. Grabner (Graz)

N. Bourbaki: Elements of Mathematics. Integration I. Chapters 1–6. Translated by S. K. Berberian. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2004, XV+472 S. ISBN 3-540-41129-1 H/b € 99,95.

N. Bourbaki: Elements of Mathematics. Integration II. Chapters 7–9. Translated by S. K. Berberian. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2004, VII+326 S. ISBN 3-540-20585-3 H/b € 99,95.

Jeder Liebhaber von Bourbaki wird die Neuauflage des monumentalen, legendären und klassischen Lehrbuchwerks aus den 50er- und 60er-Jahren begrüßen. Wie alle Bände von Bourbaki müssen auch jene beiden über Integration im Kontext des Gesamtkonzeptes gesehen werden. Dieses sieht vor, dass der Integration die Bände über Mengentheorie, Algebra, allgemeine Topologie, relle Funktionen und topologische Vektorräume vorausgehen. Aufbauend auf diesen mächtigen Fundamenten werden die topologischen und funktionalanalytischen Aspekte der Integration entsprechend stark betont.

Der erste Band über Integration enthält die Kapitel I bis VI. Kapitel I ist sehr kurz (8 Seiten) und bringt die klassischen Ungleichungen zur Konvexität. Auch Kapitel II (21 Seiten) über Rieszsche Räume hat noch eher vorbereitenden Charakter. Erst Kapitel III (62 Seiten) über Maße auf lokalkompakten Räumen dringt ins Zentrum des Themas vor. Die Integration wird zunächst aber noch auf stetige (auch vektorwertige) Funktionen beschränkt. Auch Träger von Maßen und Produktmaße werden behandelt. Typisch für den Geist des Buches ist beispielsweise die Definition eines Maßes als stetige Linearform. Das umfangreiche Kapitel IV (148 Seiten) ist der Erweiterung der Integrationstheorie auf größere Klassen von Funktionen gewidmet, insbesondere auf die L^p-Räume. Die in ziemlicher Allgemeinheit gehaltenen Kapitel V über die Integration von Maßen (136 Seiten) und VI über vektorielle Integration (71 Seiten) machen reichlich Gebrauch von der topologischen und funktionalanalytischen Struktur des Raumes aller Maße.

Inhalt des zweiten Bandes zur Integration sind die Kapitel VII bis IX. In Kapitel VII (94 Seiten) geht es ums Haarsche Maß. Nach den grundlegenden Konstruktionen ist ein Abschnitt homogenen Räumen gewidmet, ein weiterer Anwendungen auf zahlreiche wichtige spezielle Gruppen. Darauf aufbauend stehen in Kapitel VIII (82 Seiten) Faltungen und Gruppendarstellungen im Mittelpunkt. Das abschließende Kapitel IX (132 Seiten) erhöht den Grad der Allgemeinheit noch einmal und beschäftigt sich mit Maßen auf Hausdorff-Räumen, die nicht notwendig lokalkompakt sind.

So wie alle Bände von Bourbaki sind auch die vorliegenden keinesfalls als einführende Literatur für den Einsteiger gedacht, sondern vielmehr als Erweiterung des Horizontes für den bereits fortgeschrittenen Leser. Der hohe Grad an

Allgemeinheit und Abstraktheit der Darstellung macht den Einstieg nicht gerade leicht, kann aber vor allem dem Kenner der Materie wundervolle neue Perspektiven über die Vernetztheit zentraler Gebiete der Mathematik eröffnen.

R. Winkler (Wien)

D. Cerveau, É. Ghys, N. Sibony, J.-C. Yoccoz: Complex Dynamics and Geometry. With the collaboration of M. Flexor. (SMF/AMS Texts and Monographs, Vol. 10, Panoramas et Synthèses, No. 8, 1999). American Mathematical Society, Providence, Rhode Island und Société Mathématique de France, 2003, VII+197 S. ISBN 0-8218-3228-X P/b $ 59,–.

Das Buch ist eine Übersetzung aus dem Französischen und besteht aus einem Vorwort von Étienne Ghys und vier Übersichtsartikeln, welche auf Vorträge der Autoren bei der Tagung „État de la recherche“ an der ENS Lyon basieren.

Der erste Teil “Codimension-One Holomorphic Foliations, Reduction of Singularities in Low Dimensions, and Applications” von Dominque Cerveau beschäftigt sich mit polynomiellen Differentialgleichungen, inbesondere mit dem lokalen Verhalten bei singulären Punkten. Die Reduktion von Singularitäten für “foliations” in 2 oder 3 Dimensionen und die dabei entstehenden Singularitäten werden genau beschrieben. Der Text enthält Beispiele und Abbildungen und ist allgemein gut lesbar.

Im zweiten Teil “Riemann Surface Laminations” von Étienne Ghys werden die im Titel genannten Objekte von verschiedenen Seiten durchleuchtet. “Riemann surface laminations” sind Verallgemeinerungen von “foliations”. Im Text werden Analogien zu kompakten Riemannschen Flächen herausgearbeitet. Nach einer erstaunlichen Beispielliste beschäftigt sich der Autor mit der Konstruktion von Differentialformen, den Sätzen von Gauss-Bonnet und Riemann-Roch, der Uniformisierbarkeit und der Existenz von nicht-konstanten meromorphen Funktionen. Besonderer Wert wird auf die Erklärung der Ideen und Methoden gelegt.

Der dritte Teil “Dynamics of Rational Maps on $\mathbb{P}^k$” von Nessim Sibony gibt einen sehr schönen Überblick über die Iteration von rationalen Funktionen auf dem projektiven Raum $\mathbb{P}^k$. Zuerst werden die grundlegenden Begriffe eingeführt: periodische Punkte, kritische Menge, Julia-Menge, etc. Im Folgenden werden reguläre polynomielle Automorphismen von $\mathbb{C}^k$ sowie holomorphe Abbildungen des $\mathbb{P}^k$.

Der letzte Teil “Dynamics of Quadratic Polynomials” von Jean-Christophe Yoccoz ist der Iteration von Polynomen zweiten Grades gewidmet. Nach einer Wiederholung der allgemeinen Theorie widmet sich der Text später Jakobson’s Theorem und Folgerungen sowie der Quasiperiodizität und ihren Anwendungen auf “Siegel disks”.

E. Teufl (Bielefeld)

H. Garth Dales, P. Aiena, J. Eschmeier, K. Laursen, G. A. Willis: Introduction to Banach Algebras, Operators, and Harmonic Analysis. (London Mathematical Society Student Texts 57). Cambridge University Press, 2003, XI+324 S. ISBN 0-521-82893-7 H/b £ 60,–, ISBN 0-521-53584-0 P/b £ 24,99*.

Dieses Buch hat, was die Aufteilung des Stoffes auf fünf Teile angeht, die von verschiedenen Verfassern geschrieben wurden, den Charakter eines Sammelbandes, nicht aber, was die redaktionelle Aufbereitung betrifft: Die Abschnitte und Formeln sind durchgängig nummeriert, und am Ende des Bandes befindet sich ein (allerdings nicht sehr ausführliches) gemeinsames Sachverzeichnis sowie eine Liste der über alle Beiträge hin einheitlichen Bezeichnungen. Nur die Literaturverzeichnisse sind auf die einzelnen Beiträge aufgeteilt.

Der von Garth Dales sehr konzise geschriebene Überblick über wesentliche Sätze aus der Theorie der Banachalgebren kann wegen seines knappen Stils kaum als eine Einführung für den noch wenig Bewanderten angesehen werden, sondern eher als ein Brevier zum Nachschlagen beim Lesen des restlichen Buchs.

Der von Willis verfasste zweite Teil bringt einen kurzen, aber informativen Überblick über lokalkompakte Gruppen und umreißt dann die Faltungsalgebren von Maßen und Funktionen auf ihnen, invariante Mittel und grundlegende Aussagen zur harmonischen Analyse.

Hierauf widmet sich Eschmeier verschiedenen Arten invarianter Teilräume von geeigneten Klassen von Operatoren in Banachräumen, wonach Laursen unter dem Titel „Lokale Spektraltheorie", auf frühere Teile zurückgreifend, verschiedene Arten zerlegbarer Operatoren vorstellt und Invarianzaussagen über Teile ihrer Spektren ableitet. Der letzte, von Aiena verfasste Teil behandelt hauptsächlich neuere Ergebnisse über Semi-Fredholmoperatoren. Die Stärke des vorliegenden Werks liegt vor allem darin, dass es einen Einblick in die Motivierung der Fragestellungen und in neuere Ergebnisse der ab Teil 2 behandelten Sachgebiete bietet.

W. Bulla (Graz)

J. H. Davis: Methods of Applied Mathematics with a *Matlab* Overview. (Applied and Numerical Harmonic Analysis.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2004, XII+721 S. ISBN 0-8176-4331-1 H/b € 88,–.

Das vorliegende Werk entstand aus einem Semesterkurs über Methoden der Angewandten Mathematik für Ingenieure. Die Erweiterung des Materials deckt nun Stoff für einen Jahreskurs ab und richtet sich an Mathematiker und Anwender. Im Fokus des Buches steht die Anwendung der Fourier-Analyse, und zwar sowohl auf operationaler Ebene für die Lösung konkreter Probleme, als auch auf konzeptueller Basis für die Analyse und das Verständnis von Modellen, die in verschiedenen Anwendungsbereichen auftreten. Das behandelte Material gibt dem Leser ein Gefühl für die Vielfalt an Problemstellungen, die in der Besprechung spezifischer Probleme vor allem der mathematischen Physik und der Ingenieurmathematik näher gebracht werden und für deren Lösungen die dargelegten Methoden nützlich sind. Die Darlegung bringt auch die Grenzen und die zugrunde liegenden Annahmen der einzelnen Ansätze näher. Das Werk gliedert sich in neun Kapitel und drei Anhänge. Neben einem einleitenden Kapitel gibt es Abschnitte über Fourier-Reihen, elementare Randwertprobleme, Sturm-Liouville-Theorie, Funktionen einer komplexen Variablen, Laplace-Transformationen, Fourier-Transformationen, Transformationen diskreter Variablen sowie ein Kapitel über einige Spezialthemen. Die Anhänge umfassen einen Überblick über die lineare Algebra, über Software-Ressourcen und Transformationstabellen. Die einzelnen Teilabschnitte werden durch Aufgabenstellungen abgeschlossen, zu denen sich aber keine Lösungen oder Hinweise hierzu im Werk finden. Die Darstellung ist eine Mischung analytischer Techniken und Anwendungen, die die Ergebnisse illustrieren, inkl. zugehöriger Modellformulierungen und Analysen. Die Beispiele hätten reichhaltiger und teilweise ausführlicher ausfallen können, wie generell gesagt werden muss, dass das Material didaktisch wesentlich besser aufbereitete hätte werden können. Im Bereich der vermittelten Techniken kommt der Visualisierung von Lösungen und der grafischen Darstellung von speziellen Funktionen eine besondere Bedeutung zu. Daher konzentriert sich die Verwendung von *Matlab* (rel. 6.5) auf grafische Aspekte, entsprechende Codeblöcke sind im Text eingebaut. Generell muss gesagt werden, dass die Behandlung von *Matlab* sowohl im Anhang (sehr kurze Syntax-/Konzept-Darstellung) als auch im Text sehr dürftig ausgefallen ist und der Titel des Buches der Gewichtung im Inhalt keineswegs gerecht wird. Zusammenfassend darf bezweifelt werden, ob das Preis-/Leistungsverhältnis bei diesem Werk stimmt.

G. Haring (Wien)

C. Kanzow: Numerik linearer Gleichungssysteme: Direkte und iterative Verfahren. Mit 39 Abbildungen. (Springer-Lehrbuch). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XIII+349 S. ISBN 3-540-20654-X P/b € 39,95.

Das erste Kapitel präsentiert Grundlagen sowie die einfache Diskussion verschiedener Randwertprobleme bei partiellen Differentialgleichungen, die später zur Erzeugung von Testbeispielen dienen. Die nächsten beiden Kapitel behandeln direkte Methoden, namentlich die Gaußelimination, die Cholesky-Zerlegung, die Parlett-Reid-Aasen-Zerlegung sowie Orthogonalisierungs-verfahren wie etwa die QR-Zerlegung, den Householder-Algorithmus und Givens-Rotationen. Aus naheliegenden Gründen wurden direkte Methoden für großdimensionale Probleme nicht berücksichtigt. Die weiteren Kapitel dienen der Darstellung von iterativen Verfahren: Splitting-Verfahren, Conjugate Gradients-Methoden, GMRES (= Generalized Minimal Residual)-Methoden, weitere Krylow-Raum-Methoden, sowie schließlich Mehrgitterverfahren. Es sei noch bemerkt, dass für die besprochenen Verfahren auch die Algorithmen angegeben sind.

J. Hertling (Wien)

J. Stoer: Numerische Mathematik 1. Eine Einführung – unter Berücksichtigung von Vorlesungen von F. L. Bauer. Neunte Auflage. Mit 11 Abbildungen. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005, XI+383 S. ISBN 3-540-21395-3 P/b € 24,95.

Die Tatsache, dass diese schöne Buch nun seine neunte Auflage erfährt, spricht für sich selbst. Die Änderungen gegenüber der achten Auflage sind geringfügig. Neben der Beseitigung einiger Druckfehler wurde die Darstellung der diskreten Fouriertransformation überarbeitet. Dabei wurde auch ihre wichtige Rolle bei der Berechnung von Faltungsprodukten berücksichtigt. Die Berechnung der Faltungsprodukte benützt ja oftmals die Methoden der schnellen Fouriertransformation.

J. Hertling (Wien)

F. Colombo, I. Sabadini, F. Sommen, D. C. Struppa: Analysis of Dirac Systems and Computational Algebra. (Progress in Mathematical Physics, Vol. 39). Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2004, XIV+332 S. ISBN 0-8176-4255-2 H/b € 101,20.

The book presents a uniform treatment of some fundamental differential equations for physics. Maxwell and Dirac equations are particular examples that fall into this study. The authors concentrate on systems of linear partial differential equations with constant coefficients in the Clifford algebra setting. They achieve explicit constructions and computations of syzygies of resolutions for a large class of such systems. This is done with the use of Gröbner bases technique and the computational algebra software *CoCoA*.

The material is presented in a very accessible format. One third of the book is devoted to the explanation of notions and facts necessary for understanding the particular view on differential equations. It involves modules, syzygies, resolutions, sheaves of generalized functions, Gröbner bases, cohomology theory and Clifford analysis. The actual treatment of differential equations starts with the Ehrenpreis-Palamodov fundamental principle which extends the familiar Euler's principle. The discussion materializes in the study of Cauchy-Feuter systems which in turn generalize Cauchy-Riemann equations in the quaternionic realm. It continues in the general setup of Clifford algebras and Dirac operators. Finally, the authors investigate in detail Maxwell's equations and Dirac equation. The book ends with a list of open problems that pertain to the topic.

H. G. Feichtinger (Wien)

E. J. Dudewicz, B. L. Golden, Z. Govindarajulu (eds.): Modern Mathematical, Management, and Statistical Sciences, III. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 50).[1] American Sciences Press, Columbus, 2003, 200 S. ISBN 0-935950-54-0 P/b $ 235,–.

Die Bände dieser Reihe beschäftigen sich mit methodischen Fragen aus unterschiedlichen statistischen Forschungsgebieten sowohl aus theoretischer als auch anwendungsorientierter Sicht. Die acht Arbeiten dieses Bandes präsentieren neue Entwicklungen der aktuellen Forschung und sind demnach für Spezialisten empfehlenswert.

N. Kumar, G. P. Mehta und *V. Kumar* betrachten zwei neue Klassen von Prozeduren zur Selektion von Teilpopulationen für Lokationsparameter, berechnen die relativen asymptotischen Pitmaneffizienzen und geben Hinweise für Stichprobengrößen basierend auf einer Simulationsstudie. *T. Pham-Gia* und *N. Turkkan* untersuchen die Verfügbarkeit eines Systems bestehend aus zwei Einheiten, wo alternativ immer eine in Betrieb ist, und die andere im Reparatur- oder Standby-Zustand. Charakteristiken dieses Systems unter Benutzung von Gammaverteilungen werden hergeleitet und durch numerische Beispiele illustriert. Statistische Testprozeduren für die Erkennung von Ausreißern in multivariaten Daten mit korrelierter Fehlerstruktur werden von *M. Bhandary* vorgeschlagen. *Ş. Çabukoğlu* analysiert die Zuverlässigkeit von Systemen, bestehend aus hoch-zuverlässigen Subsystemen, für den parametrischen Fall mit Log-Gamma-Verteilungen sowie den nichtparametrischen Fall. Die Betrachtung fußt auf Bayes-Modellen und der Mellin-Transformation.

H. Singh et al. führen neue nichtparametrische Schätzer für die Entropie von Zufallsvektoren ein, welche die k-nächsten Nachbardistanzen zwischen n Stichproben mit $k \leq n-1$ benutzen. Die asymptotischen Eigenschaften werden hergeleitet und durch eine Simulationsstudie ergänzt. Als Anwendungsbeispiel wird die Entropy der internen Rotation im Methanolmolekül geschätzt. *P. Singh* und *A. N. Gill* konstruieren (konservative) Konfidenzintervalle für die Quotienten von geordneten Skalierungsparametern aus zensierten Daten. Für gleichverteilte und exponentialverteilte Stichproben werden entsprechende Tabellen angegeben. *M. Jain* und *S. Maheshwari* analysieren ein reparaturfähiges Mehrkomponenten-System, das aus operierenden Einheiten und Einheiten in kalter Reserve sowie einer permanenten Reparaturstation besteht. Ein numerischer Matlab-Algorithmus für die Berechnung von Systemparametern wird im Anhang zur Verfügung gestellt. *C. A. Coelho* zeigt, dass eine verallgemeinerte Gamma-Verteilung eine gute

[1] Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume 23 (2003), issue 3 and 4.

Approximation für die Verteilung des Produkts einer ungeraden Anzahl von unabhängigen Beta-verteilten Zufallsvariablen und der verallgemeinerten Wilks-Λ-Statistik darstellt.

E. Stadlober (Graz)

E. J. Dudewicz, B. L. Golden, S. N. Mishra, Z. Govindarajulu (eds.): Time-Dependent Birth and Death Process (BDP) Models. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 51).[2] American Sciences Press, Columbus, 2004, 215 S. ISBN 0-935950-55-9 P/b $ 235,–.

Geburts- und Todesprozesse (BDPs) sind weit verbreitete Modelle in vielen Anwendungen, wo zeitabhängige Ereignisse wie Geburt, Tod, Transformation, Evolution, Ankunft und Abfahrt betrachtet werden. Diese tauchen auf im Kontext von Warteschlangen- und Zuverlässigkeitssystemen, in der Kommunikation, im Produktionsmanagement, bei der Neutronenausbreitung und in chemischen Reaktionen sowie bei Epidemien und in der Populationsdynamik. In der vorliegenden Monographie wird das zeitabhängige Verhalten von BDPs studiert und eine breite Palette von Modellen mit Hilfe analytischer und numerischer Methoden behandelt.

Die 10 Kapitel des Bandes gliedern sich in 2 Teile. Die ersten 6 Kapitel behandeln die Theorie der BDPs mit Beispielen; in den letzten 4 Kapiteln findet man spezifische Anwendungen. Nach einer allgemeinen Einleitung und einer Literaturübersicht in Kapitel 1 werden in Kapitel 2 das System der Kolmogorov Differentialgleichungen, sowie Methoden zur Bestimmung der zeitabhängigen Lösung und der Übergangszeiten erörtert. In Kapitel 3 werden fundamentale Prozesse behandelt, mit Konzentration auf nicht so gebräuchliche, aber interessante Modelle. Die enge Verbindung zwischen Kettenbrüchen und BDPs wird in Kapitel 4 aufgegriffen und liefert für einige Modelle zeitabhängige Lösungen in geschlossener Form. Orthogonale Polynome sind wichtig für die Analyse von Übergangswahrscheinlichkeiten, was in Kapitel 5 eingehend diskutiert wird. Kapitel 6 behandelt numerische Techniken für die Lösung der Kolmogorov Gleichungen und behandelt auch das inverse Problem der Konstruktion von Geburts- und Todesraten aus der Kenntnis der Eigenwerte der zugrundeliegenden Matrix.

In Kapitel 7 werden transiente Lösungen für eine $M|M|1$-Warteschlange und zustandsabhängige Warteschlangen mit mehreren Schaltern hergeleitet, weiters ein Modell mit ungeduldigen Kunden und ein Verlustsystem analysiert. Kapitel 8 enthält zwei Anwendungen von Kommunikationssystemen: Flussmodelle und Multiprozessorsysteme. Zwei chemische Modelle, nämlich Reaktionen erster Ordnung und zweiatomige Systeme, bilden den Inhalt von Kapitel 9. Kapitel 10 behandelt schließlich drei Anwendungen aus der Biologie: ein epidemisches Modell, ein Superinfektionsmodell und ein logistisches Modell.

[2] Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume 24 (2004), issue 1 and 2.

Diese Monographie ist eine gelungene Einführung in Theorie und Anwendung von Geburts- und Todesprozessen, wobei das Schwergewicht in der Darstellung von spezifischen Resultaten und expliziten Lösungen liegt. Mathematiker und Statistiker finden eine große Auswahl von Anwendungen vor, die sie mit Fachleuten aus den in den Kapiteln angesprochenen Gebieten diskutieren können. Das Buch kann auch als Grundlage für Spezialvorlesungen und Seminare empfohlen werden.

E. Stadlober (Graz)

M. Falk, J. Hüsler, R.-D. Reiss: Laws of Small Numbers: Extremes and Rare Events. Second, revised and extended edition. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2004, XIII+376 S. ISBN 3-7643-2416-3 P/b € 41,80.

Die erste Auflage ging aus einer Reihe von Vorlesungen an der Universität Eichstätt im Jahre 1991 hervor. Nun liegt die zweite Auflage vor, welche revidiert und stark ergänzt ist.

Es geht um „seltene Ereignisse“ und auch um die „Extremwertverteilung“. In diesem Kontext ist die *Hellinger-Metrik* besser geeignet als die prominentere *Kolmogorov-Smirnov-Metrik*. Die Autoren beziehen sich im historischen Sinne auf Ladislaus von Bortkiewics (1868–1931), der bereits 1898 mit dem Buch *Das Gesetz der kleinen Zahlen* hervortrat. In diesem erscheint das populäre Beispiel der preußischen Kavalleristen, die durch Hufschlag zu Tode kommen, was selten aber doch vorkam.

Völlig neu ist der 2. Abschnitt „The IID Case: Multivariate Extrems“, der etwa 130 Seiten umfasst. Er fußt auf Entwicklungen, die erst in der jüngsten Vergangenheit erfolgt sind. Es gibt auch Software, die zum Buch passt. In der ersten Auflage gab es noch eine Diskette als Einlage. Da die Emphase der zweiten Auflage nun mehr auf den mathematischen Grundlagen liegt, wurde auf die CD verzichtet. Die Software wurde mittlerweise ergänzt, und es wird auf *Thomas Reiss: Statistical Analysis of Extreme Values* (Birkhäuser 2001) verwiesen.

Es sei noch erwähnt, daß *Aldous: Probability Approximations via the Poisson Clumping Heuristic* (1989) sowie *Barbour-Holst-Janson: Poisson Approximation* (1992) verwandte Themen behandeln. Das vorliegende Werk ist für fortgeschrittene Studenten und aktive Forscher geeignet, insbesondere für Seminare.

H. Prodinger (Univ. Stellenbosch)

E. Lesigne: Heads or Tails. An Introduction to Limit Theorems in Probability. Translated by A. Pierrehumbert (Student Mathematical Library, Vol. 28). American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2005, VIII+150 S. ISBN 0-8218-3714-1 P/b \$ 29,–.

Dieses Buch stellt eine sehr elementar gehaltene Einführung in die Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitstheorie dar. Lesigne geht vom Münzwurf (und damit von der Binomialverteilung) aus, den er im gesamten Buch als roten Faden weiterbenutzt, und führt so hin zu den grundlegenden Resultaten wie dem schwachen und starken Gesetz der großen Zahlen, dem zentralen Grenzwertsatz oder dem Arcussinus-Gesetz. Alle Beweise dieser Theoreme sind sehr elementar gehalten und benötigen lediglich die Grundlagen der Analysis, insbesondere asymptotische Eigenschaften von Folgen.

Nach einer kurzen Einführung in Zufallsvariablen, Unabhängigkeit und die Binomialverteilung wird das schwache Gesetz der großen Zahlen für den Erwartungswert beim Münzwurf bewiesen, sowie die asymptotische Wahrscheinlichkeit größerer Abweichungen. Nach dem zentralen Grenzwertsatz und dem lokalen Grenzwertsatz geht das Buch schließlich auf das Arcussinus-Gesetz für die Ausgeglichenheit von Head und Tail beim Münzwurf ein. Im Zuge dessen wird auch das in vielen Bereichen relevante Reflektionsprinzip erläutert. Nach dem starken Gesetz der großen Zahlen, den Borel-Cantelli-Lemmata und dem Gesetz vom iterierten Logarithmus geht Lesigne schließlich auch auf den *Random Walk* ein, den er als Summe der *Heads minus Tails* beim Münzwurf motiviert. Dabei wird unter anderem die Rekurrenz eines mehrdimensionalen Random Walks auf $\mathbb{Z}^N$ genauer untersucht.

Alles in allem ist dieses Büchlein ein sehr einfach zu lesender Überblick über die grundlegenden Sätze der Wahrscheinlichkeitstheorie, exemplarisch präsentiert am diskreten Beispiel des Münzwurfes und daraus abgeleiteter Fragestellungen.

R. Kainhofer (Wien)

S. N. Mishra, B. D. Sharma (eds.): Forum for Interdisciplinary Mathematics, Proceedings on Combinatorics, Statistics, Pattern Recognition and Related Areas. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 45).[3] American Sciences Press, Columbus, 2001, 196 S. ISBN 0-935950-49-4 P/b \$ 195,–.

Die 11 referierten Arbeiten, die aus Vorträgen von zwei Konferenzen in Indien (Banaras Hindu University, Varanasi, Dezember 1997, und University of Misore, Dezember 1998) ausgewählt wurden, widmen sich theoretischen Grundlagen und Methoden, die teils durch Simulationsstudien und Anwendungsbeispiele ergänzt

[3] Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume 21 (2001), issue 1 and 2.

werden. Die folgende Auflistung der Beitragstitel sollte einen ausreichenden Einblick in die behandelten Themen geben.

M. S. Pinkser. V. V. Prelov, E. C. van der Meulen: Asymptotic investigation of the information rates in certain stationary channels with and without memory. *S. N. Gupta, J. McDermott:* A two-step approach to estimating fractionally differenced ARIMA models. *A. K. Sinha, R. Kumar:* The zero-truncated symmetrical bivariate negative binomial distribution. *S. K. Srivastav, J. P. Morgan:* Constructions for generalized group divisible designs in settings admitting symmetry. *Shalabh:* Pitman closeness comparison of least squares and Stein-rule estimators in linear regression models with non-normal disturbances. *M. B. Malyutov, D. A. Stolyarenko:* On multisample multinomial mixture model. *N. Mishra, S. K. Sharma, A. N. Gill:* Estimating the true probability of correct selection: two exponential distributions. *J. M. Corcuera:* Prediction in first order autoregressive processes, a small sample simulation. *A. K. Sinha, V. Perez-Abreu, G. P. Patil, C. Taillie:* On the effectiveness of the Takahashi's ranked set sample estimator as compared with the regression estimator. *M. Carpenter, S. N. Mishra:* Fitting the generalized beta distribution to data. *S. Kumar, A. Kar:* Minimum variance unbiased estimation of quantile of a selected exponential population.

Für Mathematiker und Statistiker, die an methodischen Grundlagen interessiert sind, könnte die eine oder andere Arbeit von Interesse sein.

E. Stadlober (Graz)

S. N. Mishra (ed.): Forum for Interdisciplinary Mathematics, Proceedings on Statistics, Combinatorics, and Related Areas. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 47).[4] American Sciences Press, Columbus, 2002, 166 S. ISBN 0-935950-51-6 P/b $ 235,–.

Dieser Tagungsband ist dem Statistiker Shanti S. Gupta (gestorben im Jänner 2002) gewidmet. Er war der Begründer der Prozeduren für die Selektion von Teilpopulationen (statistisches Gebiet: ranking and selection) und hat jahrelang an der Purdue University, USA gewirkt. Einige seiner Schüler präsentieren entsprechende Forschungsergebnisse, so stammen zwei der 8 Originalarbeiten dieses Bandes aus diesem Forschungsbereich.

O. Moeschlin und *P. Vellaisamy* beschäftigen sich mit dem Problem aus mehreren gammaverteilten Populationen mit unbekanntem Skalen- und bekanntem Gestaltparameter eine Untermenge so auszuwählen, dass die Population mit dem größten unbekannten Parameter mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit enthalten ist. Es werden empirische Bayes-Schätzer für die simultane Schätzung der Parameter der gewählten Populationen hergeleitet und ihre Eigenschaften diskutiert. *H. Cho* und *Z. Govindarajulu* schlagen einen sequentiellen Schätzer mit qua-

[4] Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume 22 (2002), issue 1 and 2.

dratischer Verlustfunktion zur Schätzung der Anzahl gleichwahrscheinlicher Zellen einer gegebenen multinomialen Verteilung vor. Das asymptotische Verhalten für große Stichproben wird theoretisch analysiert, während die Eigenschaften für kleine Stichproben durch eine Simulationsstudie untersucht werden. *G. R. Tucker et al.* widmen sich dem Problem der Prozesskontrolle bei ordinalen Daten. Sie beschreiben eine robuste Kontrollprozedur und zeigen deren Vorteile gegenüber dem Standardansatz für ordinale Daten. *M. L. Green* verallgemeinert die Klasse von holomorphen stochastischen Prozessen zur Klasse von $L^{2,2}$ beschränkten Prozessen und zeigt einige charakteristische Eigenschaften dieser Prozessklasse.

Für die Beurteilung der Zuverlässigkeit eines Systems spielen die Konzepte der minimalen Pfadmengen und minimalen Schnittmengen eine große Rolle. *R. N. Ratihalli* und *A. R. Rao* studieren die Eigenschaften der Pfadmengen- und Schnittmengenkollektion auf mengentheoretischer Ebene. *R. Khattree* erweitert das Konzept des kleinsten Anti-Eigenwertes einer reellen positiv definiten Matrix zu einem verallgemeinerten Anti-Eigenwert der Ordnung r, der verknüpft ist mit einer Anti-Eigenmatrix der Ordnung r. Für Anti-Eigenwert und Anti-Eigenmatrix können geschlossene Darstellungen angegeben werden. *Z. Govindarajulu* betrachtet die beschleunigte sequentielle Schätzung des Erwartungswertes einer beliebigen Verteilung und illustriert asymptotische Resulate an Hand bekannter Verteilungen. *N. Mishra et al.* betrachten unabhängige Populationen mit unbekannten Lokationsparametern und gleichen Skalierungsparametern. Sie konstruieren simultane Konfidenzintervalle für bestimmte Funktionen der Lokationsparameter und wenden ihre Methode auf exponentialverteilte Populationen an.

Die behandelten Probleme sind zwar motiviert durch statistische Fragestellungen, aber die dabei benutzten mathematischen Methoden sind breit gefächert. Die potentiellen Leserschichten reichen vom Wahrscheinlichkeitstheoretiker bis zum methodenorientierten Statistiker.

E. Stadlober (Graz)

Einführungen

H. Amann, J. Escher: Analysis I. Translated from the German by G. Brookfield. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2005, XV+426 S. ISBN 3-7643-7153-6 P/b € 63,80.

Während ein Buch dieses Titels üblicherweise mit der Diskussion von reellwertigen Funktionen einer reellen Variablen beginnt, wird hier ein anderer Weg beschritten. So bietet das erste Kapitel neben dem üblichen Einführungsmaterial einige algebraische Konzepte wie Gruppen, Homomorhismen, Ringe, Korper und Polynome. Ferner werden Vektorräume, affine Räume und Algebren eingeführt.

Das zweite Kapitel über Konvergenz bietet neben Folgen und Reihen auch normierte lineare Vektorräume und Vollständigkeit. Das dritte Kapitel über stetige Funktionen enthält u.a. topologische Grundlagen, Kompaktheit und Zusammenhang. Erst das vierte Kapitel ist der Differentialrechnung von reellwertigen Funktionen einer reellen Variablen gewidmet. Das fünfte Kapitel schließlich behandelt Funktionenfolgen, punktweise und gleichmäßige Konvergenz sowie analytische Funktionen und polynomiale Approximation.

J. Hertling (Wien)

R. Godement: Analysis I. Convergence, Elementary functions. Translated from the French by P. Spain (Universitext). Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2004, XXI+430 S. ISBN 3-540-05923-7 P/b € 44,95.

Diese Buch ist die englische Übersetzung des ersten von insgesamt vier Bänden, die ab 1998 in französischer Sprache erschienen sind. Bei einem flüchtigen Blick auf das Inhaltsverzeichnis findet man erwartungsgemäß Begriffe wie Mengen, Funktionen, Folgen, Reihen, Differenzierbarkeit, elementare Funktionen. Bei der Lektüre des Buches bemerkt man allerdings sofort, dass es sich von anderen Analysisbüchern deutlich unterscheidet. In der 17seitigen Einleitung sowie in etlichen „Randbemerkungen“ (die zum Teil mehrere Seiten umfassen) erläutert der Autor seine persönliche Sicht von Mathematik und ihren fundamentalen Ideen, kommt aber auch auf Geschichte, Politik, Krieg, Atombombe, u.v.a.m. zu sprechen. Auch in der Darstellung der mathematischen Inhalte unterscheidet sich dieses Buch deutlich von anderen seiner Art: wichtige Begriffe (wie etwa die Ableitung) werden an verschiedenen Stellen aufgegriffen und von unterschiedlichen Gesichtspunkten beleuchtet.

Als Unterlage zu einer zielstrebigen Prüfungsvorbereitung würde ich dieses Werk einem Studienanfänger nicht unbedingt empfehlen (außer der Autor selbst ist Vortragender und Prüfer). Der fortgeschrittene Leser wird allerdings eine Fülle von Anregungen und interessanten Details finden.

M. Kronfellner (Wien)

Internationale Mathematische Nachrichten

Abel Prize for Lennart Carleson

The Norwegian Academy of Science and Letters has decided to award the 2006 Abel Prize to Lennart Carleson, Royal Institute of Technology, Sweden. This was announced by the president of the Norwegian Academy, Ole Didrik Lærum, in Oslo on 23 March. Carleson receives the Abel Prize "for his profound and seminal contributions to harmonic analysis and the theory of smooth dynamical systems", says Erling Størmer, the chairman of the international Abel Committee. His Royal Highness King Harald will present the Abel Prize to Lennart Carleson at an award ceremony in Oslo 23 May 2006. More information: *http://www.abelprisen.no/en/*

(IMU Net)

International Congress of Mathematicians 2006

The Spanish mathematical community is very pleased to host the International Congress of Mathematicians (ICM2006) in Madrid next August 22–30. This is the most important mathematical event ever celebrated in Spain, and is a natural continuation of the ICME 1996 in Sevilla and the Third European Congress of Mathematics 2000 in Barcelona.

The ICM2006 is a very special occasion for us. The last twenty years have seen a spectacular progress in Spanish mathematics; both production and quality have increased, opening up new horizons on the international mathematical scene. We are now in a position to meet new challenges by concentrating research on more ambitious goals, with the aim of arriving at the forefront of research on an international level and of participating more actively in the organizational side of mathematics. To this end, in August 2006, the Spanish mathematical community would like to extend the warmest welcome to our colleagues from all over the world, with the intention of strengthening our mutual bonds and encouraging them to visit us more assiduously in the future.

For decades, Spain has been a well known tourist destination, and in recent years has become a country that has opened its doors to immigrants from the Mediterranean area and Latin America. Spain is a thriving young democracy, a country with the desire to grow in a spirit of peace and freedom with all other countries. This is also the aim of the Spanish mathematical community. Though we are also young, we do not lack scope, and the ICM2006 represents our official début on the world scene.

We look forward to receiving our colleagues in Madrid and to extending to them our hospitality. It will provide them with the opportunity of getting to know this vibrant, changing, progressive city, as well as our mathematical community, which is also undergoing great changes. The ICM2006 is a turning point, the driving force for projects that only a few years ago would have been unimaginable. Spanish mathematicians have been greatly favoured by the celebration of the ICM2006, and it is our hope to give much back in return to all our friends in the world of mathematics who choose to visit us there.

Once again, we extend the most cordial welcome to all in Madrid in August!

Manuel de León

Special Development Fund of the International Mathematical Union

The Special Development Fund (SDF) helps IMU to fulfill the important obligation of helping developing and economically disadvantaged countries within the framework of mathematical research. The Fund is used primarily for travel grants to young mathematicians to make it possible for them to participate in the International Congresses of Mathematicians. The Executive Committee of IMU elects an international committee to distribute the grants.

Mathematical societies are asked to donate to the fund. The American Mathematical Society allows its members to make a donation to the SDF when paying their membership fees and subsequently has made a significant contribution to the fund every year since at least 1991. Other mathematical societies that have contributed since 2002 are: Unione Matematica Italiana, Italy, Mathematical Society of Japan, Japan, Het Wiskundig Genootschap, Netherlands, and the London Mathematical Society, UK.

Encouraging young mathematicians from the developing world is fundamental to the goal of IMU and these donations help IMU to fulfill its mission. Donations to the SDF can be sent at any time in any convertible currency to the following account. Individual contributions are also greatly appreciated.

IMU Account at the Institute for Advanced Study: PNC Bank / 76 Nassau Street, Princeton, NJ 08540 / ABA # 031207607 / Account # 8011913872.

(IMU net)

Ramanujan prize for young mathematicians from developing countries

The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP) is pleased to invite nominations for the 2006 Ramanujan Prize for young mathematicians from developing countries. The Prize is funded by the Niels Henrik Abel Memorial Fund. The Prize carries a US$ 10.000,– cash award and an allowance to visit ICTP for a meeting where the Prize winner will be required to deliver a lecture. The Prize will be awarded annually to a researcher from a developing country less than 45 years of age on 31 December of the year of the award, who has conducted outstanding research in a developing country. Researchers working in any branch of the mathematical sciences are eligible. The Prize will be awarded usually to one person, but may be shared equally among recipients who have contributed to the same body of work. The Prize winner will be selected by ICTP through a committee of five eminent mathematicians appointed in conjunction with the International Mathematical Union (IMU). The deadline for receipt of nominations is July 31, 2006. The first winner of the Prize for 2005 is Professor Marcelo A. Viana from IMPA, Brazil, and the award Ceremony was held at ICTP on December 15, 2005.

Please send nominations to *director@ictp.trieste.it* describing the work of the nominee in adequate detail. Two supporting letters should also be arranged.

(IMU Net)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Brief des Vorsitzenden

Am 1. Jänner dieses Jahres habe ich den Vorsitz der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft übernommen, und es freut mich, nunmehr erstmalig in dieser Funktion einige Worte an die Mitglieder unserer Gesellschaft richten zu können.

Zuerst möchte ich meinem Vorgänger, Heinz Engl, für seine zahlreichen Aktivitäten zum Wohle der österreichischen Mathematik danken, und ich hoffe, diesen Weg fortsetzen und einige persönliche Akzente hinzufügen zu können. In den kommenden Jahren sehe ich zwei Hauptaufgaben, die auf die Österreichische Mathematische Gesellschaft zukommen:

1. Die Beteiligung im Diskussionsprozess um Elitenbildungen in Wissenschaft und Forschung und

2. die Vertretung von grundlegenden Positionen im Zusammenhang mit dem Mathematikunterricht an Höheren Schulen.

In den letzten Monaten fand eine ausführliche Berichterstattung über Möglichkeiten zur Förderung von wissenschaftlicher Exzellenz in Österreich statt. Unmittelbar damit verbunden ist das Schlagwort Eliteuniversität, und es wurden öffentlich verschiedene Standorte im Nahbereich von Wien diskutiert. Diese Standortdiskussion habe ich immer für sekundär gehalten, denn es wäre viel wichtiger, ein klares Konzept für diese Spitzenuniversität zu haben, und zwar unter Einbindung vorhandener Exzellenzzentren und Forschungsgruppen. Insbesondere muss in diesem Zusammenhang wohl auch die Position des FWF gestärkt werden, wofür es in den letzten Wochen bereits deutliche Anzeichen gibt. Aufgabe der Mathematischen Gesellschaft muss es sein, darauf hinzuweisen, dass im Bereich der Mathematik verschiedene Forschungsgruppen auf höchstem internationalem Niveau tätig sind und in einem solchen Konzert von wissenschaftlichen Exzellenzzentren ihren würdigen Platz finden müssen. In der Öffentlichkeit werden meist Fachrichtungen wie Experimentalphysik oder Molekularbiologie in diesem Zusammenhang genannt. Als Mathematiker müssen wir aber allerorts darauf hinweisen, dass sehr häufig die großen Fortschritte in den modernen Naturwissenschaften auf der Anwendung substanzieller mathematischer Methoden beruhen. Ich sehe es als eine meiner Hauptaufgaben, auf den Stellenwert der Mathematik sowohl als grundsätzliche wissenschaftliche Methode zur Erkenntnis, als auch als wertvolles Hilfsmittel zur Lösung von Problemen in den Natur-, Ingenieur-, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften unermüdlich hinzuweisen. Hier möchte ich vielen Kolleginnen und Kollegen für ihre zahlreichen Aktivitäten zur öffentlichkeitswirksamen Darstellung der Mathematik danken. Gerade in den letzten beiden Wochen gab es fast täglich Radiosendungen aus Anlass des 100. Geburtstages von *Kurt Gödel*, eine unter Anwesenheit des Herrn Bundespräsidenten von hunderten Teilnehmern besuchte Eröffnung einer internationalen Gödel-Tagung und eine fantastische Ausstellung. Für diese Aktivitäten möchte ich meinen Kollegen Matthias Baaz, Karl Sigmund und Rudolf Taschner herzlich danken. Auch aus dem Bereich des FWF gibt es Erfolge für die Mathematik zu berichten und wir müssen versuchen, diese in der Öffentlichkeit entsprechend darzustellen. So wurde in den letzten Kuratoriumssitzungen eine Reihe von Projekten einschließlich eines nationalen Forschungsnetzwerks genehmigt.

Vom Standort Graz ist zu berichten, dass die Mathematik-Institute der Karl-Franzens-Universität und der Technischen Universität Graz gerade dabei sind, eine gemeinsame Doktoratsschule aufzubauen. Damit soll es nur mehr ein Doktoratsstudium für Mathematik am Standort Graz geben unter Einbindung aller Ressourcen beider Universitäten. Auch diese Entwicklung ist im Lichte von Exzellenzförderung zu sehen.

Um mathematische Forschung auf höchstem Niveau erfolgreich betreiben zu können, ist es unerlässlich, einen entsprechenden hochqualifizierten wissenschaftlichen Nachwuchs heranzubilden. Durch Wissenschaftskollegs und andere FWF-Projekte gelang es in den letzten Jahren, eine größere Zahl von Stellen für Doktoranden und Doktorandinnen zu schaffen. Weniger rosig ist allerdings die Situation im Bereich der Postdoc-Stellen. Hier herrscht ein dringender Nachholbedarf, und wir müssen unsere Universitätsleitungen davon überzeugen, vernünftige Karrieremodelle zu schaffen, da wir sonst in den nächsten Jahren unsere besten Nachwuchswissenschafterinnen und -wissenschaftler ans Ausland verlieren werden.

Damit sind wir bereits bei der zweiten wesentlichen Aufgabe der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft angelangt, nämlich bei dem Problemkreis der mathematischen Ausbildung. Wie bereits oben angesprochen, wird am Standort Graz gerade eine gemeinsame Doktoratsschule aufgebaut, und auch andernorts gibt es ähnliche Bestrebungen, etwa im Bereich von Wissenschaftskollegs. Aber ein noch so gutes Doktoratsprogramm kann nur dann gut funktionieren, wenn ausreichend viele, sehr gut vorgebildete und hoch motivierte Studierende daran interessiert sind. Natürlich kann man stets Doktorandenstellen international ausschreiben und auf Interessenten im Ausland zurückgreifen. Dennoch sehe ich es als wesentliche (auch gesellschaftliche) Aufgabe, den österreichischen Studierenden Studienbedingungen anzubieten, die nach mehreren Stufen ein Eintreten in ein Doktoratsstudium auf höchstem internationalen Niveau ermöglichen. Dazu sind entsprechende Bakkalaureats- und Magisterstudien an den verschiedenen Universitäten anzubieten, und ich sehe es auch als eine Aufgabe der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, bei Bedarf hier koordinierend mitzuwirken. Es macht wenig Sinn, wenn in einem kleinen Land wie Österreich völlig inkompatible Studienprogramme entstehen und ein Umstieg von Standort A zu Standort B unnütz erschwert wird.

Eines darf man hier aber niemals vergessen: Mathematik ist als Studienfach nur dann interessant, wenn es im Bereich der Höheren Schulen entsprechend gut vertreten und für die Schüler und Schülerinnen attraktiv dargestellt wird. Hier finden alle Aktivitäten meine Unterstützung, die zur Förderung der Mathematik als Unterrichtsfach beitragen. Ich meine hiermit sowohl Breitenförderung wie auch die gezielte Förderung von mathematischen Talenten unter den Schülerinnen und Schülern. Insbesondere sind dabei der Känguru-Wettbewerb und die Mathematische Olympiade zu nennen. Gerade im letzten Jahr hat sich die Österreichische Mathematische Gesellschaft der Anliegen der Mathematik-Olympiade angenommen und wir werden diese Aktivitäten auch fortführen, da aus diesem Bereich viele hochmotivierte Studienanfänger an unsere Universitäten kommen. Keinesfalls darf aber die Wechselwirkung zwischen Österreichischer Mathematischer Gesellschaft und Schulmathematik im Bereich des normalen Unterrichtsbetriebes vernachlässigt werden und ich danke hier insbesondere der Didaktikkommission unter der Leitung von Herrn Kollegen Schlöglmann. Ganz wesentlich ist in diesem Zusammenhang, dass die Mathematikausbildung für Lehrerinnen und Lehrer an Höheren Schulen an den Universitäten erhalten bleibt und nicht etwa an Fachhochschulen abwandert.

Ich habe mich bemüht, einige für mich wichtige Anliegen kurz darzustellen und würde mich über Ihre Rückmeldungen und Anregungen freuen. Für Hinweise und Ideen, was alles zur Förderung der Mathematik in Österreich getan werden könnte, bin ich Ihnen sehr dankbar und verbleibe mit den besten Grüßen

Robert Tichy

DMV-Mitteilungen für ÖMG-Mitglieder

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung stellt der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft ab diesem Jahr die *Mitteilungen der DMV* kostenlos zur Verfügung, die ab sofort allen ÖMG-Mitgliedern mit Adresse in Österreich gemeinsam mit den IMN zugesandt werden.

Die ÖMG bedankt sich ganz herzlich bei der DMV für dieses großzügige Angebot, das wir gerne angenommen haben.

Vorträge im Rahmen der ÖMG in Wien

7. 4. 2006 (TU Wien): Minikolloquium über Konvexe und Stochastische Geometrien.

Wolfgang Weil (Karlsruhe): Kontaktverteilungen und Boolesche Modelle.

Evgueni Spodarev (Ulm): Berechnung der Minkowski-Funktionale von deterministischen und zufälligen Mengen.

Werner Nagel (Jena): Zufällige Riss-Mosaike.

Karoly Böröczky Jr. (Budapest): Stability results for Rankin's inequality.

22. 4. 2006: *Martin Henk* (Magdeburg): Gitterpunkte konvexer Körper.

Stellenausschreibung

Am Institut für Industriemathematik der Technisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Linz gelangt vom 1. 10. 2006 bis 30. 9. 2010 die Stelle eines/r wissenschaftlichen Mitarbeiters/in mit Doktorat im Forschungs- und Lehrbetrieb gemäß im vollen Beschäftigungsausmaß zur Besetzung. (Anforderungen: ausgezeichnete Kenntnisse im Bereich der Angewandten Mathematik, insbesondere auf dem Gebiet der inversen Probleme, Mitarbeit und selbständige Durchführung von Forschungsprojekten, Abhaltung von Lehrveranstaltungen.)

Interessent/inn/en werden gebeten, sich bis 21. Juni 2006 unter Beibringung der üblichen Unterlagen bei der Personalabteilung der Zentralen Dienste der Johannes Kepler Universität Linz, 4040 Linz/Auhof, zu bewerben.

Nähere Auskünfte erteilt o.Univ.-Prof.Dipl.-Ing. Dr. Heinz Engl, Tel. 0732/2468/9219, e-mail *heinz.engl@jku.at*.

Aus der Redaktion

Seit März dieses Jahres verstärkt Frau a.o. Univ. Prof. *Monika Ludwig* von der TU Wien die Redaktion der IMN. Monika Ludwig arbeitet an verschiedenen Fragen der Konvexgeometrie, ist Leiterin mehrerer Forschungsprojekte und wurde u.a. im Jahr 1998 mit dem Hlawkapreis der Österreichischen Akademie der Wissenschaften und 2004 mit dem Förderungspreis der ÖMG ausgezeichnet.

Herzlich willkommen in der Redaktion der IMN!

Michael Drmota (Herausgeber der IMN)

Persönliches

Doz. *Martin Burger* vom Institut für Industriemathematik der JKU Linz hat einen Ruf auf eine W3-Professur für Angewandte Mathematik, insbesondere Numerik, an der Universität Münster erhalten.