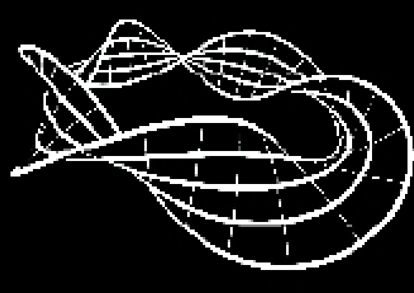
IMN

Internationale Mathematische Nachrichten
Nr. 189



M. Dehn, K. Gödel und die transsibirische Fluchtroute

Mathematik in Film und Bühne

Funktionalgleichungen

Österreichische Mathematische Gesellschaft

April 2002

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Die IMN wurden 1947 von R. Inzinger als „Nachrichten der Mathematischen Gesellschaft in Wien“ gegründet. 1952 wurde die Zeitschrift in „Internationale Mathematische Nachrichten“ umbenannt und war bis 1971 offizielles Publikationsorgan der „Internationalen Mathematischen Union“.

Von 1953 bis 1977 betreute W. Wunderlich, der bereits seit der Gründung als Redakteur mitwirkte, als Herausgeber die IMN. Die weiteren Herausgeber waren H. Vogler (1978–79), U. Dieter (1980–81, 1984–85), L. Reich (1982–83) und P. Flor (1986–99).

Herausgeber:

Österreichische Mathematische Gesellschaft, Wiedner Hauptstraße 8–10/1182, A-1040 Wien. e-mail *imn@tuwien.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/*

Bezug:

Die IMN erscheinen dreimal jährlich und werden von den Mitgliedern der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft bezogen.
Jahresbeitrag: 18,– EUR (250,– ATS)

Bankverbindung: Scheckkonto Nr. 229-103-892 der Bank Austria AG, Zweigstelle Wieden, oder PSK Kto. Nr. 7823-950, Wien.

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Grafisches Zentrum, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

ISSN 0020-7926

Österreichische Mathematische Gesellschaft

Gegründet 1903

Sekretariat:

TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8–10, Inst. 1182, A-1040 Wien.
Tel. (+43)1-58801-11823

Vorstand des Vereinsjahres 2002:

H. Engl (Univ. Linz): Vorsitzender.
R. Tichy (TU Graz): Stellvertretender Vorsitzender.
M. Drmota (TU Wien): Herausgeber der IMN.
W. Woess (TU Graz): Schriftführer.
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck): Stellvertretender Schriftführer.
W. Schachermayer (TU Wien): Kassier.
I. Troch (TU Wien): Stellvertretende Kassierin.

Vorsitzende der Landessektionen:

L. Reich (Univ. Graz)
M. Oberguggenberger (Univ. Innsbruck)
H. Kautschitsch (Univ. Klagenfurt)
J. B. Cooper (Univ. Linz)
P. Zinterhof (Univ. Salzburg)
H. Kaiser (TU Wien)

Beirat:

A. Binder (Linz)
H. Bürger (Univ. Wien)
C. Christian (Univ. Wien)
U. Dieter (TU Graz)
G. Gottlob (TU Wien)
P. M. Gruber (TU Wien)
P. Hellekalek (Univ. Salzburg)
H. Heugl (Wien)
E. Hlawka (TU Wien)
W. Imrich (MU Leoben)
M. Koth (Univ. Wien)
W. Kuich (TU Wien)
R. Mlitz (TU Wien)
W. G. Nowak (Univ. Bodenkult. Wien)
A. Plessl (Wien)
H.-C. Reichel (Univ. Wien): Vorsitzender der Didaktikkommission.
B. Rossboth (Wien)
N. Rozsenich (BMVIT Wien)
H. Sorger (Wien)
H. Stachel (TU Wien)
H. Strasser (WU Wien)
G. Teschl (Univ. Wien)
H. Troger (TU Wien)
H. K. Wolff (TU Wien)

Mitgliedsbeitrag:

Jahresbeitrag: 18,– EUR (250,– ATS).

Bankverbindung: Kto. Nr. 229-103-892 der Bank Austria AG, Zweigstelle Wieden, oder PSK Kto. Nr. 7823-950, Wien.

Wir bitten unsere ausländischen Mitglieder, bei Überweisungen die Zweckbestimmung „Mitgliedsbeitrag“ anzugeben und den Betrag so zu bemessen, dass nach Abzug der Bankspesen der Mitgliedsbeitrag der ÖMG in voller Höhe zufließt.

http://www.oemg.ac.at/

Internationale Mathematische Nachrichten

International Mathematical News

Nouvelles Mathématiques Internationales

Nr. 189 (56. Jahrgang) **April 2002**

Inhalt

Das Titelblatt zeigt einen Ausschnitt aus einer Minimalfläche in der 3-Sphäre mit der quaternionellen Parametrisierung $f(u,v) = \exp(2iu)\cos(v) + j\exp(5iu)\sin(v)$. Die Fläche trägt eine einparametrige Schar von geodätischen Linien, und der gezeigte Ausschnitt ist ein Möbiusband. Zur Visualisierung wurde eine lineare Perspektvie aus dem konformen Modell $S^3 = \mathbb{R}^3 \cup \infty$ verwendet.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 189 (2002), 1–13

Max Dehn, Kurt Gödel, and the Trans-Siberian Escape Route

John W. Dawson, Jr.
Penn State York

Abstract. The careers of Max Dehn and Kurt Gödel followed very different trajectories. Yet Dehn and Gödel were linked by one historical circumstance: They were the only mathematicians of stature to flee the scourge of Nazism via the trans-Siberian railway. The stories of their escapes and the contrasts in their situations, before and after their emigration, exemplify both the perils and the limited range of opportunities that confronted intellectual refugees of the Holocaust.

In 1940 Max Dehn and Kurt Gödel each left Europe, never to return. Dehn was then a distinguished topologist nearing the end of his academic career, while Gödel was a young *Privatdozent* who had only recently burst into prominence for his startling discoveries in mathematical logic. Dehn was a Jew; Gödel was not. And their personalities were starkly opposed: whereas Dehn was an outgoing, generous man, esteemed by students and colleagues alike for his humanity, his breadth of intellectual and cultural interests, and his love and knowledge of the outdoors, Gödel was a reclusive hypochondriac who had few close friends, worked in isolation, and suffered recurrent bouts of mental illness. Nevertheless, in a few respects their careers were similar: both solved problems on Hilbert's famous list (see Yandell, 2002); both published important papers on decision problems; and both, by force of circumstance, emigrated to America via the trans-Siberian railway.

The disparity between the situations of Dehn and Gödel prior to their emigration exemplifies the diversity of backgrounds among the mathematicians who fled Hitler. The circumstances of their escapes highlights the dislocations, difficulties and dangers such emigrés faced. And the contrasts in their subsequent careers in America is illustrative of the range of institutions in the United States that provided havens for intellectual refugees.

ISSN 0020-7926

1 Dehn's European career

As yet there is no full-length biography of Max Dehn, nor a collective edition of all of his published works. But several shorter articles provide details of his life and mathematical accomplishments. For the present brief survey I have drawn primarily on Siegel 1966, Stillwell 1999, and, especially, the chapter on Hilbert's third problem in Yandell 2002.

Dehn was born 13 November 1878 in Hamburg, one of eight children of a physician, Maximilian Moses Dehn. According to Max's son Helmut, the family were secularized Jews who "lived by principles that some ... would call 'good Christian' " and who did not think of themselves as Jewish until the Nazis came to power (Yandell, 2002, p. 118). After graduating from the *Gymnasium* in Hamburg Max went first to Freiburg and later to Göttingen, where he received his doctorate in 1900 under Hilbert's supervision. In his dissertation he established that the Archimedean postulate is essential in order to prove in neutral geometry that the sum of the angles of a triangle does not exceed 180° (Legendre's theorem).

Later that same year, soon after Hilbert's address on "Problems of Mathematics" at the International Congress of Mathematicians in Paris (and before the appearance of its printed version, in which the list of problems was expanded from ten to twenty-three), Dehn established a related result that solved the third of the published problems (one of those left unstated during the lecture; cf. Grattan-Guinness 2000): by exhibiting two tetrahedra with the same base and height that are neither equidecomposable into finite, congruent parts nor equicomplementable by such parts to produce two polyhedra that are equidecomposable, he demonstrated that the Archimedean postulate is also needed in order to prove that two tetrahedra of equal base and height have equal volumes.

For his solution of Hilbert's third problem Dehn was awarded his *Habilitation* at Münster, where he served as a *Privatdozent* from 1901 until 1911. In 1907 he was co-author with Poul Heegaard of the influential survey article "Analysis situs" in the *Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften*. In 1910 he introduced the notion of *Gruppenbilder* (known in English as "Dehn diagrams" for groups) and published a fundamental paper on the topology of 3- dimensional space, which included the result that has since come to be known as "Dehn's lemma" (though with a proof later seen to be faulty) and the technique now called "Dehn surgery". That paper also introduced the word and conjugacy (decision) problems for groups, which Dehn explored further in two subsequent papers, the second of which employed the algorithm now named after him.

From 1911–1913 Dehn was *Extraordinarius* at Kiel, and from 1913–1921 *Ordinarius* at Breslau. On 23 August 1912 he married Toni Landau, who bore him three children during their years in Breslau. In 1914 Dehn published a proof that a trefoil knot is not continuously deformable into its mirror image – an important early result in knot theory. Then, from 1915–1918, his work was interrupted by army service.

In 1921 Dehn succeeded Ludwig Bieberbach as *Ordinarius* at Frankfurt, and the following year he founded a seminar there on the history of mathematics, whose history and significance, as well as Dehn's leadership role in it, is poignantly recounted in Siegel's memoir. Dehn continued to direct the seminar until 1935, when, at age 56, the Nazis forced him to retire (later than most, due to his earlier war service).

After his removal from the university, Dehn continued to live in Frankfurt for another three years. For a time he received a pension and traveled to various European countries to lecture. He also continued to publish, including an important paper that appeared in 1938, in which he introduced the notion now referred to as "Dehn twists". By 1936, however, he had prudently sent his children out of reach of the Nazis, his son Helmut to the United States and his daughters Maria and Eva to a boarding school in Kent, England, where Dehn himself taught from January to April of 1938.

Later that spring Dehn returned to Frankfurt – a fateful act, as it turned out, for on 11 November 1938 (the morning after *Kristallnacht*) he was arrested by Nazi agents and taken to a local detention center. Providentially, however, he was released later that day, so many having been rounded up that there was no place to hold them all.

Subject to imminent re-arrest and deportation, Dehn and his wife immediately fled to Bad Homburg, where they were given shelter by his friend and colleague Willi Hartner; and there, in the company of Hartner and Siegel, Dehn celebrated his 60th birthday. Hartner recalled the occasion years later in a newspaper tribute to Dehn (Hartner, 1952): "Unforgettable for those who saw him at the time was his calmness, his philosophical composure. For the conversations centered not on the events of the day, but on the relationship of mathematics to art, on problems of archaeology, and finally on the concept of humanity of Konfutius."

Once the brutal initial phase of the pogrom in Frankfurt ended, Dehn and his wife, with the assistance of Albert Magnus (son of Dehn's student and colleague, Wilhelm Magnus), managed to escape by train through Frankfurt to Hamburg, where they hid for a few weeks at the home of one of Dehn's older sisters who had been left unmolested because of her age. From there, with further help from Siegel and "a Danish colleague and former student of Dehn's" (Stillwell, 1999) – perhaps Jakob Nielsen – a way was found for the Dehns to escape to Denmark, and from there to Norway. In January 1939 they reached Kopenhagen, and not long afterward Dehn secured a temporary position at the *Technische Hochschule* in Trondheim as a replacement for Viggo Brun, who was then on leave.

Until 1 March 1940, when the Nazis invaded Norway, the Dehns were relatively safe. Financially, however, their situation was precarious. Before leaving Germany, Dehn had been forced to sell his library and much of his furniture at great loss. He was, of course, paid by the *Hochschule* in Trondheim, and from the university in Frankfurt he somehow managed to obtain an official leave of absence, valid from 1 April 1939 until 30 June 1940, that enabled his pension payments to continue. They were credited, however, to an account in Hamburg from which disbursements could only be made to parties within the *Reich*, so that he was unable to pay storage charges on what little furniture and other personal effects he had been able to ship to London. Consequently, they too were lost.

When the Nazis invaded Trondheim the Dehns fled to the nearby countryside. But actions against the Jews there quickly subsided, so after a short time the Dehns moved back to the city, apparently with little effort at concealment. Indeed, correspondence preserved among Dehn's papers at the University of Texas includes a letter he wrote from Trondheim on 5 June 1940 requesting an extension of his leave of absence, and another dated 29 August 1940 informing the German authorities of his move to Hvalstad near Oslo.

Under the circumstances it seems extraordinary that Dehn continued to behave as "a good German", dutifully making his whereabouts known and seeking official permission to remain longer in Norway. Perhaps he knew how long it would take for the Nazi bureaucracy to respond. In the meantime, with the help of Ernst Hellinger and other former colleagues who had escaped to the United States, he was making preparations for his own long journey to America.

2 Gödel's life prior to emigration

Several sources provide details of Gödel's life and work. Dawson 1997 is a full-length biography, now available in German translation (Dawson 1999), while the introductory essay (Feferman, 1986) in the first volume of Gödel's *Collected Works* is an excellent shorter survey.

Briefly, Gödel was born 28 April 1906 in Brno, Moravia, where he spent his youth. After graduating from the Realgymnasium there he entered the University of Vienna in the autumn of 1924. Influenced especially by the lectures of Phillip Furtwängler and Hans Hahn, he soon switched from physics to mathematics and became active in the mathematical colloquium directed by Karl Menger. For a time he also attended meetings of Moritz Schlick's seminar, later to become famous as the *Wiener Kreis*.

Unusually for the time, Gödel never enrolled in courses at any other university. In 1929 he was granted Austrian citizenship and that same year he submitted his doctoral dissertation to Hahn. In it he established the semantic completeness of countable first-order theories. He was awarded the degree of Dr.phil. on 6 February 1930.

The following September, at a conference in Königsberg, Gödel gave the first, somewhat veiled, announcement of his first incompleteness theorem. The second followed soon thereafter, and both were published in his epochal paper (Gödel, 1931), which became his *Habilitationsschrift*. In 1933 he was granted his *Dozentur* and that fall he accepted an invitation to spend the academic year 1933–1934 in Princeton, at the newly founded Institute for Advanced Study.

Shortly after his return to Austria in the spring of 1934, Gödel suffered a serious bout of depression and was admitted to a sanatorium in Purkersdorf bei Wien. By 1935 he had recovered enough to prove the relative consistency of the axiom of choice with the axioms of Zermelo- Fraenkel set theory, but a subsequent relapse left him incapacitated until the spring of 1937, when he finally succeeded in proving the relative consistency of the generalized continuum hypothesis as well.

Gödel taught for the last time in Vienna during the summer of 1937. The following spring, not long after the *Anschluß*, his authorization to teach was withdrawn and the unpaid rank of Dozent was abolished and replaced by that of *Dozent neuer Ordnung* – a salaried rank, but one that required vetting by the Nazi authorities. Gödel applied for the new title, but by the time it was granted he had already emigrated. (Sigmund, 2001, p. 29, reproduces one of the letters evaluating Gödel's application.) In the meantime, while the financial situation in Austria deteriorated, Gödel was left unemployed.

Despite the uncertainty, in September of 1938 Gödel married and soon thereafter he returned once more to America. He lectured that fall at the Institute for Advanced Study, and went on in the spring of 1939 to the University of Notre Dame. He planned to return to the I.A.S. again the following autumn, but on his return to Vienna he was called up for a military physical and declared fit for Nazi military service.

Even then, Gödel seemed strikingly oblivious to what was happening around him: In a letter to John von Neumann of 17 September 1939 he wrote, "Bei mir gibt es nicht viel Neues; ich hatte in letzter Zeit eine Menge mit Behörden zu tun. Ende September hoffe ich wieder in Princeton zu sein." On 30 September, in a letter to Karl Menger that Menger thought "set a record for non-involvement on the threshold of historic events", Gödel wrote, "Ich bin seit Ende Juni wieder hier in Wien u. hatte in den letzten Wochen eine Menge Laufereien, so daß es mir bisher leider nicht möglich war, etwas für das Kolloquium zusammenzuschreiben." And after his emigration, when asked by Oskar Morgenstern how things were in Vienna, he offhandedly replied, "Der Kaffee ist erbärmlich."

At the same time, however, Gödel had begun trying to find a way out: He applied both for a leave of absence from the University and an exit visa from the *Reich*, on the grounds that he had no means of support in Austria but had been offered temporary employment by the I.A.S. Given his military status, the likelihood of his obtaining permission to return to the United States must have seemed remote; and there were difficulties on the American side as well. For although he had earlier possessed a U.S. immigration visa, he had forfeited it on his return to Austria in 1938, and thereafter U.S. policy stipulated that visas for those in teaching or research positions would be “granted only to applicants ... who ha[d] had such positions ...in the country they c[a]me from” in the “two years ... immediately preceding their application.”

In the end Gödel succeeded in obtaining the necessary documents, in large part due to the efforts of I.A.S. director Frank Aydelotte, who interceded on Gödel’s behalf with consular and immigration authorities in both Austria and the United States. (For details of the negotiations involved see Dawson 1997, chapter VII.) Exit permits for Gödel and his wife were finally issued in December 1939, and the two left Europe in mid-January. By then, however, crossing the Atlantic had become quite risky. The alternative – explicity stipulated by their exit permits – was to take the trans-Siberian railway, from whose terminus at Vladivostok they could cross the Sea of Japan and voyage from there across the Pacific.

3 The trans-Siberian escape route

Begun in 1891, the trans-Siberian railway was constructed in stages. From Moscow the tracks extended some 9200 km to Vladivostok, via one of two routes. The first, completed in 1901, crossed Manchuria. The second, following the course of the Amur river and lying entirely within Siberia, was built out of concern that the Japanese might take control of Manchuria (as they later did) and was completed in 1916. Always a route of last resort, during the early years of the Third Reich the trans-Siberian railway was nonetheless taken by thousands of Holocaust refugees, most of whom emigrated in large groups either to Kobe, Japan or Shanghai, China. (Among the former, the several thousand Polish Jews issued visas by the Japanese diplomat Chiune Sugihara are perhaps best known.) Later, after the last sea routes out of Europe were closed off in June 1940, it was the only avenue of escape available to Europe’s Jews (until June 1941, when Hitler violated the German-Soviet non-aggression pact by invading Russia).

The trip across the vast Russian taiga was long and grueling, especially during the winter, when there were long hours of darkness and temperatures sometimes fell to -50°C. Few emigrés left any account of their trans-Siberian experiences, and the Gödels were no exception. But from entries in Gödel’s passport (see Sigmund, 2001, p. 32) and other documents in his *Nachlass* we know that on 18 January he and his wife crossed from Latvia into Russia at Bigosovo and boarded a train for Moscow. Following the Manchurian route, they arrived in Yokohama on 2 February – too late for the ship they intended to take, and remained there until 20 February, when they were at last able to board the *President Cleveland*. After an intermediate stop in Hawaii they debarked in San Francisco on 4 March and went on to Princeton by train. Altogether, their emigration took nearly two months. Yet, remarkably, despite his hypochondria and earlier mental health crises, Gödel apparently came through the long journey in good physical and mental condition.

The Gödels' departure was precipitate. Dehn and his wife, however, planned their escape with deliberation. How they procured the necessary documents to emigrate to the U.S. is unclear, but it is known that Dehn secured an academic post in America – a prerequisite to his admission as an immigrant – through the efforts of Clare Haas, a physician the Dehns had known in Frankfurt. Haas had found a position as a psychiatrist in Pocatello, Idaho, and she was able to arrange a temporary appointment for Dehn at Idaho Southern University (now Idaho State), where he served as associate professor of mathematics and philosophy from February 1941 through the spring of 1942 (Yandell, 2002, p. 129).

The Dehns finally left Norway in late October, and Dehn chronicled their journey in a talk he gave at Idaho Southern not long after his arrival there, the text of which is preserved as an eight-page typescript among his papers at the University of Texas (Dehn, 1941). According to that narrative, a small group of friends saw them off at the station in Oslo. At the frontier between Norway and Sweden their luggage was "ransacked" and they were treated "extremely unkind[ly] and rough[ly]" by the border guards – actions that led Dehn to wonder how "young people could exult in [such] unkindness without any real profit for themselves or their community." They were delayed three weeks in Stockholm, allegedly because of an outbreak of plague in Manchukuo and Vladivostok (though actually, Dehn thought, for "obscure political" reasons). In the end they took the Amur River route, and so did not pass through Manchukuo. Meanwhile they found Stockholm a pleasant place to stay, not least because it was "splendidly illuminated", in contrast to the blackout throughout the rest of western Europe.

At last the necessary tickets and travel documents were issued, the Dehns were vaccinated against smallpox, typhoid, paratyphoid and plague and they flew on to Moscow, where Dehn found it necessary to consult a doctor. Three more days elapsed there before the departure of the next trans-Siberian train – an interlude that gave them time to explore the city and even attend the opera and ballet. Dehn noted that there were long lines in the stores, but that food was not rationed.

During the several days they spent crossing the "endless Russian plain" the temperature at times fell so low that the only liquid that could be used for bathing was cologne (though hot water was available in samovars for tea), and Dehn developed a life-threatening combination of influenza and pneumonia, for which he was treated in Urkutsk. Yet in his account he dwelt hardly at all on the hardships they experienced, describing instead the grand railway station in Novosibirsk, the great Siberian rivers, frozen Lake Baikal, and "the handsome settlements ... in the capital of the ... [nominally] Jewish state of Birobidjan", founded in 1934 as one of several "autonomous" states that were intended as ethnic havens for Russian minority groups, but that never succeeded in attracting many settlers.

When the Dehns finally reached Vladivostok they were forced to remain six more days while waiting for a ship to Kobe. Dehn took the opportunity to visit the

Pedagogical Institute there and was surprised to find a good mathematical library, whose holdings included a text by Courant.

The crossing to Japan proved to be very rough and cramped, but the gentle climate in Kobe offered welcome relief and a chance for Dehn to recover his health. He said nothing about the subsequent voyage to San Francisco, where he and his wife arrived on New Years Day, 1941.

4 Contrasting refuges: the Institute for Advanced Study and Black Mountain College

The subsequent careers of Dehn and Gödel were markedly different, yet also parallel in certain respects. Both had difficulty securing permanent appointments, and both were supported at first through funds for refugee scholars. Gödel remained at the IAS the rest of his life, but he was not made a permanent member there until 1946. He was named a professor only in 1953 (the same year he was elected to membership in the National Academy of Sciences), after the departure of Carl Ludwig Siegel, a close friend of Dehn's who had himself found sanctuary at the IAS but who resolutely opposed Gödel's advancement there. For the first six years Gödel's contract was renewed on an annual basis and at one point his name was sent to the University of Wyoming as one still seeking a permanent position. But Gödel seems never to have complained about his status. The Institute gave him freedom to pursue his intellectual interests as he saw fit, without any obligation to lecture. He was not under pressure to publish and he did so only occasionally. He also preferred not being obliged, as faculty were, to take part in matters of IAS governance; and even as a temporary member he was relatively well paid. (His annual stipend in 1940–1941 was $ 4000.)

Dehn, on the other hand, arrived penniless in Pocatello, where he was paid a salary of only $ 100 per month. His teaching duties at Idaho Southern were not excessive, and he enjoyed hiking in the nearby mountains, but Pocatello was an intellectual backwater, and his short-term appointment forced him to begin searching for a position elsewhere almost immediately. He went next to the Illinois Institute of Technology, where he served as a visiting professor of mathematics. The pay was better there, but the lecture duties were more onerous, and Dehn disliked the busy Chicago urban-industrial environment. So, after only a year at IIT, he accepted a position as tutor at St. John's College in Annapolis, Maryland.

One of the oldest colleges in the United States, St. John's was distinguished by its curriculum, which focused (as it still does today) on the Great Books of western culture (based on a list of one hundred such drawn up at the University of Chicago). It was Dehn's task to teach mathematics directly from the texts of Euclid, Apollonius, Newton, etc., ending with *Principia Mathematica* (!), but he quickly realized that his students were young (most of those over eighteen having been called up for military service) and their preparation weak. Frustrated by the attempt to uphold an absurd pretense, he therefore sought yet another position.

Despite his eminence, Dehn's age (66) made it difficult for him to obtain a permanent appointment at an established institution. The Depression years, however, had spawned the creation of a few experimental academic enterprises. The Institute for Advanced Study, which began operations in 1933, was one such. Another, founded that same year, was Black Mountain College, located outside the community of Black Mountain, North Carolina, a few miles northeast of Asheville. There, in March of 1944, Dehn delivered a pair of guest lectures. And there, from 1945 until his death in 1952, he served as the sole faculty member in mathematics.

Black Mountain College was a unique institution, about which much has been written. (Duberman, 1972, provides a detailed history of the college, Lane, 1990, is a collection of reminiscences by former students and faculty, and Sher, 1994, describes Dehn's career there.) Founded by dissident faculty who had resigned or been fired from Rollins College in Winter Park, Florida, BMC was an experimental college of the arts that began life in rented quarters (as did the IAS) and moved six years later (as did the IAS) to a permanent location nearby (in the forest on the site of a former summer camp). Like the IAS, it served as a haven for many refugees of the Holocaust, including, besides Dehn, the artists Anni and Josef Albers and Willem de Kooning, the musicians Heinrich and Johanna Jalowetz, Stefan Wolpe and Erwin Bodky, the musicologist Edward Lowinsky, the psychiatrist Erwin Straus, the physicist Peter Bergmann and the anthropologist Paul Leser. Also like the IAS, BMC was founded on the principle of faculty governance, which (in both cases) all too often led not to consensus but to clashes and changes of leadership. Unlike the IAS, however, BMC had no endowment, so its finances were always precarious. Students and faculty collaborated in the construction of campus facilities and the growing of crops for food, and faculty received little (and sometimes nothing at all) beyond their room and board. Dehn's initial salary there was $ 40 per month. Moreover, whereas the IAS was authorized to offer degrees (but never has), BMC was never accredited. Instead, its graduates were certified through examinations conducted by outside scholars.

BMC was, in effect, an educational commune, which attracted self-reliant students seeking an alternative to a traditional college education. It was an environment in which Gödel could not have survived. Dehn, however, thrived there. In addition to mathematics he taught philosophy, Latin and Greek, and as several student memoirs attest, he became a revered and beloved figure, remembered especially for his love of the outdoors, the impromptu natural history lessons he gave on hikes in the nearby mountains, his unorthodox approach to the teaching of philosophy (via the Socratic method), and his friendly attitude toward students, among whom were two (Peter Nemenyi and Trueman MacHenry) who went on to receive Ph.D.s in mathematics. (For their graduation from BMC, Nemenyi was examined by Emil Artin and MacHenry by Ruth Moufang.) Nemenyi later taught statistics in Mississippi and Nicaragua, while MacHenry became a professor at York University in Canada (Yandell, 2002, p. 133). One might expect Dehn to have been frustrated by the paucity of serious mathematics students at Black Mountain; yet when queried about that he replied, "not at all. In fact, I have been very fortunate. In my sixty years of teaching I have had at least fifteen real students" (Lane, 1990, p. 298).

Dehn's intellectual isolation at BMC was mitigated by two leaves of absence (for the fall semester of 1946–1947 and the academic year 1948–1949) that he spent at the University of Wisconsin in Madison. Nevertheless, he retained his attachment to Black Mountain. Indeed, among the documents preserved in the archives of the College is a letter Dehn wrote from Chicago on 13 July 1946 thanking the board of BMC for granting his upcoming leave. In it he lamented that he would "miss the flaming October and the dark and cozy time before Xmas" at Black Mountain, and he expressed the hope that when he returned there later that summer there would be "some nice work" for him to do, such as "geometry for artists or hoeing potatoes."

Remarkably, during his leaves at Wisconsin Dehn directed one final doctoral student: Joseph Engel, who later became prominent in the operations research community. In an unpublished memoir about Dehn (Engel, 1997), Engel describes him as "small and frail", "an idealistic man" distinguished by "his inner peace, ... good humor, and innocence." Engel recalls how, on one occasion, following a very informal final examination that took place at the University of Wisconsin Ratskeller, Dehn suggested they walk across the frozen Lake Mendota. As they did so, Engel "noticed that the wind had built up a small ice barrier bordering the shoreline," and he warned Dehn to "be careful crossing that ice." Dehn, however, ignored the warning. "He fell through the ice ... [and] was in water up to his waist." His small size enabled the accompanying students to "grab ... him under the armpits and yank.... him out," but he was soaked and it was bitterly cold. "To keep him from freezing" the students "made him walk briskly back to the nearest building" – and all the while Dehn "continued to chat ... in his usual cheery and benevolent manner."

Engel goes on to say that "Working under [Dehn's] kind and understanding guidance was a joy and a privilege. ... Looking back at that wondrous time, I still love him, and am in awe of his wisdom and humanity and humor and compassion."

5 Final years

By the time of their emigrations, the greatest works of both Gödel and Dehn were behind them. Both, however, continued to publish works of substance. Gödel's interests turned increasingly to philosophy and, for a time, to relativity theory. During the 1940s he contributed important essays on Russell's mathematical logic and Cantor's continuum problem, and in 1949 he published the first of three papers in which he described his discovery of radical solutions to Einstein's field equations of gravitation (rotating universes, in some of which time travel was possible). In December 1951 he delivered the prestigious Gibbs Lecture to the American Mathematical Society (concerning some philosophical implications of his incompleteness theorems), and in 1958 he outlined a consistency proof for arithmetic (originally obtained in the period 1938–1941) based on the notion "computable functional of finite type." After that, apart from revisions to earlier papers, he published no more and became increasingly reclusive. During the 1960s and early 1970s he was awarded several honorary degrees and memberships, and in 1975 he received the National Medal of Science. By then, however, his physical and mental deterioration had progressed to an alarming degree. He retired from the IAS in 1976 and died two years later of self-starvation.

As for Dehn, in the years 1943 and 1944 he published a series of five historical articles in the *American Mathematical Monthly*. In 1947 he contributed a short paper "On the approximation of a function by power series" to the pedagogical journal *The Mathematics Student*. And in 1950 his last publication, "Über Abbildungen geschlossener Flächen auf sich" appeared in a Norwegian journal.

According to the obituary memoir (Hartner, 1952), "after the end of the war, [Dehn] immediately resumed his contacts with his German friends" and "inaugurated a magnanimous relief program for his former Frankfurt colleagues." In June of 1952 he retired from Black Mountain College as Professor Emeritus, with the expectation that he would continue to "serve as an advisor and ... live on the campus" (Sher, 1994). Hartner reports that he also "planned [to] return to the University of Frankfurt" in the winter of 1953. But it was not to be. For on 27 July 1952, apparently as the result of his overstrenuous efforts the previous day to protect some beloved trees from being cut down by loggers, Dehn developed a coronary embolism and died. He was buried in the woods at a spot marked by a stoneware tablet made in the college's pot shop. (His wife Toni lived on to become a centenarian and following her death in 1996 her ashes were buried at the same site.)

Black Mountain College itself survived only four years beyond Dehn's death. Unable to raise funds for its continued operation, it closed abruptly in 1956. Its buildings were sold to pay its debts, and the site reverted again to a summer camp.

Acknowledgments. I am indebted to Dr. Dallas Webster of Austin, Texas, for assistance in obtaining documents from the Archives of American Mathematics at the University of Texas; to Professor John Stillwell for providing copies of Dehn materials from Idaho State University; to Dr. Joseph H. Engel of Bethesda, Maryland, for his recollections of Dehn; and to Mrs. Maria Peters, daughter of Max Dehn, for her reply to my inquiries about her father.

References

Primary.

Max Dehn's papers are held by the Archive of American Mathematics at the Center for American History in the library of the University of Texas at Austin. Some additional materials are held in a file at Idaho State University, Pocatello, in the care of Professor Linda Hill. Correspondence concerning Dehn's employment at Black Mountain College is included among records of the college held by the North Carolina State Archives, Raleigh.

Kurt Gödel's *Nachlass* is held by the Institute for Advanced Study, Princeton, and is available to scholars as Collection 282 in the manuscript division of the Firestone Library at Princeton University. A microfilm edition of the papers, excluding correspondence, is available for purchase from IDC Publishers, Inc., 350 Fifth Avenue, Suite 1801, New York, NY 10118 (web address: *http://www.idc.nl*). A catalog of the papers will appear in volume V of Gödel's *Collected Works*.

Secondary.

1. Dawson, John W., Jr. (1997), *Logical Dilemmas. The Life and Work of Kurt Gödel* (Wellesley, Mass.: A K Peters, Ltd.).

2. Dawson, John W., Jr. (1999), *Kurt Gödel: Leben und Werk*. German translation by Jakob Kellner of Dawson 1997. Computerkultur, Band XI, ed. Rolf Herken. (Wien and New York: Springer-Verlag).

3. Dehn, Max (1941), Untitled account of trans-Siberian emigration. 8 p. typescript. (Dehn papers, Archive of American Mathematics, University of Texas at Austin).

4. Dehn, Max (1987), *Papers on Group Theory and Topology*. Translated by John Stillwell. (New York et al.: Springer-Verlag).

5. Duberman, Martin (1972), *Black Mountain, An Exploration in Community*. (New York: E.P.Dutton).

6. Engel, Joe (1997), Professor Dehn. (5 p. unpublished typescript).

7. Feferman, Solomon (1986), Gödel's life and work. In *Kurt Gödel: Collected Works*, vol. I, ed. Solomon Feferman, John W. Dawson, Jr., Stephen C. Kleene, Gregory H. Moore, Robert M. Solovay, and Jean van Heijenoort,1-36. (New York and Oxford: Oxford University Press).

8. Gödel, Kurt (1931) Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I. *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38: 173–198.

9. Grattan-Guinness, Ivor (2000), A sideways look at Hilbert's twenty-three problems of 1900. *Notices of the American Mathematical Society* 47 (7): 752–757.

10. Hartner, Willi (1952) "In memory of Max Dehn." *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 8 July 1952.

11. Lane, Mervin (ed.) (1990), *Black Mountain College: Sprouted Seeds – An Anthology of Personal Accounts*. (Knoxville: University of Tennessee Press).

12. Magnus, Wilhelm and Ruth Moufang (1954), Max Dehn zum Gedächtnis. *Mathematische Annalen* 127: 215–227.

13. Sher, R.B. (1994) Max Dehn and Black Mountain College. *The Mathematical Intelligencer* 16 (1): 54–55.

14. Siegel, C.L. (1966), Zur Geschichte des Frankfurter mathematischen Seminars. In *Gesammelte Abhandlungen*, 462–474. (Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag).

15. Sigmund, Karl (2001) *„Kühler Abschied von Europa" – Wien 1938 und der Exodus der Mathematik* (Ausstellungskatalog). (Wien: Österreichische Mathematische Gesellschaft).

16. Stillwell, John (1999) Max Dehn. In *History of Topology*, ed. I.M. James, 965–978. (Amsterdam et al.: Elsevier).

17. Yandell, Benjamin H. (2002), *The Honors Class: Hilbert's Problems and Their Solvers*. (Natick, Mass.: A K Peters, Ltd.).

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 189 (2002), 15–19

Auf Leinwand und Bühne

Karl Sigmund
Universität Wien

Früher waren die Filmhelden Großwildjäger, Bankräuber oder ähnliches: Kerle, die zupacken können. Heute sind es zunehmend Mathematiker. Die Abenteuer im Kopf haben Saison. Jedenfalls drängt sich dieser Schluss auf, wenn man sich kurz nacheinander „Enigma“ und „A Beautiful Bind“ im Kino anschaut. Ob da ein neues Filmgenre entsteht, „Mathematiker am Rande des Nervenzusammenbruchs“? Außerdem feiert das Theaterstück „Proof“ von David Auburn Triumphe. In diesem Stück sind gleich drei der vier Darsteller Mathematiker. Ein Kollege aus Princeton, dem es monatelang nicht möglich gewesen war, Karten für die umjubelte Broadway-Aufführung zu erhalten, konnte kürzlich die europäische Erstaufführung im Vienna English Theater sehen, und ein paar Tage später eine Tourneevorstellung in San Francisco. Übersetzungen in zahlreiche Sprachen sind in Vorbereitung.

Was ist da eigentlich los? Die Mathematik scheint einen Kultstatus zu erreichen. „Mathe wird Kult“ – das war auch der Titel eines Vortrags, den der Wissenschaftsjournalist Thomas von Randow, damals noch bei der ZEIT, vor vier Jahren während des Internationalen Mathematikerkongresses hielt. Ob er ahnte, wie schnell seine Voraussagen bestätigt werden sollten?

1 „Enigma“

„Enigma“ ist allerdings insgesamt ein etwas enttäuschender Film. Es ist ein Spionagefilm, in Bletchley Park angesiedelt, wo die Briten während des Zweiten Weltkriegs den Wehrmachtscode knackten. Der Film basiert auf einem Bestseller von Robert Harris, der sehr um Detailtreue bemüht ist; der Drehbuchautor ist niemand geringerer als Tom Stoppard (der Schöpfer von „Shakespeare in Love“); der Regisseur und die Darsteller sind auch vom Feinsten, was nicht verwundern kann, ist doch der Produzent Mick Jagger höchstpersönlich. Und doch, irgendwie packt einen der Film nicht richtig, er bleibt jedenfalls weit hinter seinen Möglichkeiten zurück.

ISSN 0020-7926

Der Held der Geschichte ist Tom Jericho, ein junger Mathematiker aus Cambridge, Schüler von Alan Turing. Tom, der als Kryptanalyst in Bletchley Park tätig war, hatte Anfang 1943 einen Zusammenbruch erlitten und war ans King's College nach Cambridge zurückgeschickt worden. Jetzt aber holt man ihn zurück: er soll in einer verzweifelten Lage helfen. Denn die deutsche Marine hatte ihr Codebuch gewechselt und der verschlüsselte Funkverkehr, der die U-Boote auf die Geleitzüge hetzte, konnte von den Engländern nicht mehr entziffert werden. Neben diesem Problem hat Tom noch ein zweites: seine ehemalige Geliebte, ebenfalls angestellt in Bletchley Park, war spurlos verschwunden, und unter den Brettern des Fußbodens entdeckt Tom unentschlüsselte Nachrichten der Armeegruppe Mitte aus der Ukraine. Vielleicht hat die Handlung, die sich daraus entwickelt, ein paar Windungen zuviel. Jedenfalls fällt der Plot flach, sogar dort, wo er auf ausgesprochen cleveren Einfällen beruht. (So liefern einmal die Buchstabengruppen nach der Entschlüsselung eine scheinbar ebenso sinnlose Buchstabenreihe, von der sich erst später herausstellt, dass es eine Auflistung polnischer Eigennamen ist).

Immerhin kommt der Film mit einem Minimum an Schlägereien und Verfolgungsjagden aus, und stellt die faszinierenden Probleme der Kryptographie in den Vordergrund: aber den wahren Reiz dieser Geschichte lernt man wohl erst schätzen, wenn man sich mit einem Buch wie „Seizing the Enigma“ von David Kahn oder „The Codebreakers“ von Simon Singh zurückzieht, die es tatsächlich schaffen, einige der erstaunlichsten Leistungen der polnischen Mathematiker um Marjan Rejewski und der Briten um Alan Turing glasklar darzustellen. Die deutsche Wehrmachtsführung vermochte sich nie vorzustellen, dass „Enigma“ geknackt werden konnte. Denn jede Nachricht hatte ihren eigenen Schlüssel, der seinerseits mit einem täglich wechselnden Code verschlüsselt wurde. Interessanterweise waren es oft die zusätzlichen Sicherheitsmaßnahmen der Deutschen, die den Entzifferern ihre Aufgabe einfacher machten. Die drei Rotoren der „Enigma“-Maschine wurden täglich nach einem Zufallsprinzip vertauscht, aber es gab eine Regel, wonach kein Rotor zwei Tage nacheinander an derselben Stelle sein durfte. Das war gut gemeint, aber vereinfachte die Aufgabe der Kryptanalysten. Auch wiederholten die Deutschen – jedenfalls anfangs – das erste Codewort des Tages, um Übertragungsfehler zu vermeiden. Auch das erwies sich als fatal. Die Wehrmacht hatte mit zweierlei nicht gerechnet: erstens, dass die Polen im großen Maßstab Mathematiker auf die Aufgabe ansetzen würden – praktisch das gesamte Institut der Universität von Poznań – und zweitens, dass die Briten Computer verwendeten. Turing konnte seine abstrakten Überlegungen über universelle Computer dazu verwenden, elektronische Rechner zu bauen, um die ungeheurere Vielfalt der kombinatorischen Möglichkeiten durchzutesten.

2 „A Beautiful Mind“

Auch in „A Beautiful Mind“ spielt die Kryptanalyse eine wesentliche Rolle, obwohl John Nash, die tragische Hauptgestalt dieses Film, kein Codebreaker war. Der Film beruht auf der gleichnamigen, sehr genau recherchierten Biografie der Wissenschaftsjournalistin Sylvia Nasar, die vom Direktor des Institute for Advanced Study in Princeton ein Jahresstipendium erhalten hatte, um ihr Buch zu schreiben. Ihre Beschreibung der vertraulichen Sitzungen des Nobelkomitees, oder des exklusiven Kreises der amerikanischen Spitzenmathematiker, sind Glanzpunkte der wissenschaftlichen Reportage.

Der Film musste natürlich einiges vereinfacht zeigen und vieles auslassen. Er ist für ein Millionenpublikum gedacht und erreicht es auch. Die Filmindustrie von Hollywood hat oft einen schlechten Ruf, und produziert meistens einen Schwall von Unsäglichem; aber bei „A Beautiful Mind“ muss man anerkennen, dass die Entscheidung, die Biografie eines schizophrenen Mathematikers zu verfilmen, eine ungewöhnlich kühne ist. Hätten die europäischen Filmförderungen so ein Projekt unterstützt? Jedenfalls war Ron Howard genau der richtige Regisseur: schon in „Apollo 13“ hatte er bewiesen, dass er es versteht, aus eher spröden Sujets Werke zu machen, die das Gemüt packen und ordentlich durchmassieren. Der Hauptdarsteller Russell Crowe ist offensichtlich wieder auf einen Oscar aus[1] – einen hat er ja schon für den „Gladiator“ bekommen – und liefert eine erstaunliche Leistung. Er besitzt zwar weder das gute Aussehen des jungen Nash, noch die intensive Präsenz des alten, kopiert aber seine Sprechweise und seine Manierismen ganz hervorragend. John Nash erklärte anerkennend, dass dieser Russell Crowe nicht nur Gladiatoren spielen kann.

Nash hatte die Biografie von Nasar abgelehnt, und sich geweigert, daran mitzuarbeiten, was nicht weiter erstaunt: an den oft herzzerreißenden Äußerungen seines Wahns wurde in dem Buch nichts beschönigt. Aber mit dem Film scheint Nash zufrieden zu sein, vielleicht auch deshalb, weil er sein Sexualleben weitaus diskreter behandelte, als das die Buchvorlage tat.

Auch anderes wird im Drehbuch zwecks größerer Publikumswirkung stark simplifiziert und auf eine moderne Version der Hiobslegende hingetrimmt. So entdeckte der wirkliche Nash sein spieltheoretisches Gleichgewicht schon bald nach seiner Ankunft in Princeton und nicht erst nach Jahren des fruchtlosen Suchens; doch es dauerte einige Zeit, bis die Bedeutung dieses Begriffs allgemein anerkannt wurde. Nash hatte eine voreheliche Beziehung, aus der ein Sohn hervorging. Er hatte einige Sommer lang für die RAND Corporation gearbeitet (einen “think tank” des Kalten Krieges), bis er als Sicherheitsrisiko eingestuft wurde, weil die Behörden fürchteten, dass er wegen seiner homosexuellen „Experimente“ erpressbar wäre.

[1] Tatsächlich erhielt der Film „A Beautiful Mind“ einige Oscars, unter anderem für den besten Film (aber nicht für den besten Hauptdarsteller).

Seine Frau ließ sich scheiden, zog aber später wieder zu ihm. Den Nobelpreis erhielt Nash gemeinsam mit zwei anderen Spieltheoretikern, nämlich Reinhard Selten und John Harsanyi.

Völlig daneben geht im Film der Versuch, an Hand einer eleganten Blondine das Nash-Gleichgewicht zu erklären. Aber zur mathematischen Volksbildung sind ja Hollywoodfilme auch gar nicht da. Dem Drama des Schicksals von John Nash wird der Film voll gerecht. Das ist eine großartige Leistung, um nichts weniger bewundernswert wie das zähe Ringen von Nash um sein seelisches Gleichgewicht, sowie die Tapferkeit seiner Frau Alicia, und die scheinbar selbstverständliche Toleranz der akademischen community von Princeton, ohne die John Nash nie wieder auf seine Beine gefunden hätte.

3 „Proof"

Was „Proof" betrifft, so handelt es sich schlichtweg um ein Meisterwerk, das alle Auszeichnungen, die es bereits eingeheimst hat (so den Pulitzer-Preis und den Tony-Award), absolut verdient. Das Stück ist ungemein ökonomisch gebaut: nur ein Schauplatz (ein vernachlässigter Vorgarten in einer Vorstadt von Chicago) und nur vier Personen, (von denen eine vor kurzem verstorben ist und bloß in „flashbacks" auftritt). Da ist Robert, der berühmte Mathematiker, der in seiner Jugend Bahnbrechendes geleistet hatte (und zwar, genau wie Nash, in drei Gebieten – Spieltheorie, Einbettungssätze, Angewandte Mathematik). Seit seinem fünfundzwanzigsten Lebensjahr litt Robert, mit Ausnahme einer kurzen Besserung, an einer schweren Geisteskrankheit. Seine jüngere Tochter Catherine vermutet zu Beginn des Stücks, seinen Wahnsinn geerbt zu haben und beweist am Ende, dass sie sein Genie geerbt hat. Catherine hatte ihr Mathematikstudium frühzeitig unterbrochen, um ihren Vater zu pflegen. Ihre Schwester machte derweil als Finanzanalytikerin in Manhattan Karriere und bezahlte die Rechnungen. Sie ist zum Begräbnis zurückgekehrt und will nun mit gewohnter Effizienz auch das Leben von Catherine in die Hand nehmen, was diese nicht zulässt. Und dann ist da schließlich noch der achtundzwanzigjährige Hal, Mathematiker an der Universität von Chicago, der damit fertig werden muss, *kein* Genie zu sein. Hal hat es sich zur Aufgabe gemacht, die Hinterlassenschaft von Catherines Vater durchzusehen. Unter Bergen von Notizheften voll krassem Unsinn findet er schließlich einen genialen Beweis – wovon, wird nicht gesagt, aber die Riemannsche Vermutung ist ein heißer Tipp. Zunächst ist es nicht klar, wem der Beweis zuzuschreiben ist – Catherine oder ihrem Vater.

Die Frage der Urheberschaft scheint denkbar ungeeignet als Thema einer Komödie – und um eine Komödie handelt es sich, obwohl die Zuseher wohl beraten sind, ihre Taschentücher griffbereit zu halten. Aber das Stück läuft ohne jeden Leerlauf ab, von einer überraschenden Wendung zur nächsten und bleibt dabei behutsam und leicht – ein Geschenk an die Schauspieler.

Der Autor David Auburn ist knapp dreißig. Dies ist sein zweites Stück. Bevor er sich dem Theater zugewandt hat, studierte er in Chicago Politikwissenschaft. Von Mathematik steht in seiner Lebensbeschreibung nichts: anscheinend hat er sich aus einer Handvoll Mathematikerbiografien (Nash, Erdős, Ramanujan) alles notwendige angelesen. Offenbar aber kennt und schätzt Auburn die lebhafte Subkultur der jungen amerikanischen Mathematiker. Mit Ausnahme einer etwas überraschenden Passage über den häufigen Gebrauch von Amphetaminen klingt alles stimmig, von den Debatten über den Leistungsabfall ab dreiundzwanzig bis zur unerwiderten Zuneigung zum Rock-and-Roll. Auch die Stellung der Mathematikerinnen wird eifrig diskutiert. Das große Vorbild der jungen Catherine ist Sophie Germain, die mit Gauss brieflich verkehrt hatte und sich dabei zunächst als Mann ausgab, in der Sorge, dass Gauss sonst ihre zahlentheoretischen Ergebnisse nicht ernst nehmen würde. Und so zog sich Catherine Nacht für Nacht in die Ruhe ihrer Dachkammer zurück (richtig, wie Andrew Wiles), um bei den Zahlen Trost und Halt zu finden.

Einige meiner Kollegen äußerten die Befürchtung, dass in den Augen des Publikums die Verbindung von Mathematik und geistigem Zusammenbruch eine unauslöschliche wird. Ich kenne keine Statistiken zu diesem Thema, vermute aber, dass Mathematiker nicht gefährdeter sind als andere schöpferisch tätige Menschen, ob in der Dichtkunst, der Malerei oder der Physik.

Im Gegensatz zu den üblichen Klischees vom “mad scientist” werden in dem Stück und den beiden Filmen die Mathematiker sehr sympathisch dargestellt – die Sekretärinnen in meinem Institut behaupten, die Mathematiker seit „A Beautiful Mind“ viel besser zu verstehen als vorher.

Die wichtigste Wirkung wird aber sein, dass eine breitere Öffentlichkeit die mathematische Tätigkeit als etwas Schöpferisches zu schätzen beginnt. Wir kennen alle die naive Frage: „Ja gibt es denn in der Mathematik noch etwas Neues zu entdecken?“ Diese offensichtlich bereits in den Schuljahren entstandene Überzeugung, dass alles mathematische schon längst bekannt sei, zumindest der Lehrperson, ist eine große Gefahr für unser Bild in der Öffentlichkeit. Jetzt wird dieses Bild in den Kinos und Theatersälen zurechtgerückt. Mathematik mag manchem den Verstand kosten – aber langweilig ist sie bestimmt nicht.

PS: Catherine behauptet, dass $92305 \cdot 2^{16.998} + 1$ die größte bekannte Germainsche Primzahl ist. Von verlässlicher Seite wurde ich informiert, dass inzwischen $109433307 \cdot 2^{66452} - 1$ den Rekord hält. Wir dürfen zuversichtlich hoffen, dass „Proof“ noch so lange läuft, dass auch diese Zahl noch mehrfach übertroffen wird.

Internat. Math. Nachrichten
Nr. 189 (2002), 21–31

Funktionalgleichungen und Gruppen*

Y. S. Brodsky, A. K. Slipenko

Wahrscheinlich sind Sie mit Funktionalgleichungen vertraut, auch wenn Sie von diesem Begriff noch nie etwas gehört haben. Funktionalgleichungen werden etwa dafür verwendet, gerade, ungerade oder periodische Funktionen zu definieren.

Allgemein ist eine Funktionalgleichung eine Gleichung, die eine unspezifizierte Funktion beschreibt. Einige Beispiele dafür sind

$$f(x+1)+f(x)=x,$$
$$2f(1-x)+1=xf(x),$$
$$xf(x)+f\left(\frac{4}{2-x}\right)=x.$$

Mathematiker haben bereits vor über 200 Jahren damit begonnen, Funktionalgleichungen zu studieren, da diese in mechanischen Problemen auftauchten. Augustin-Louis Cauchy (1789–1857) hat hierzu wesentliches beigetragen; tatsächlich wird die Gleichung $f(x+y)=f(x)+f(y)$ nach Cauchy benannt.

In diesem Artikel werden wir uns auf eine spezielle Methode zur Lösung von Funktionalgleichungen konzentrieren, die einen der wichtigesten Begriffe der moderner Mathematik verwendent – den der *Gruppe*.

1 Zusammensetzung von Funktionen

Im Schulunterricht wird nur eine kleine Zahl von grundlegenden Funktionen besprochen. Darunter sind lineare Funktionen, Potenzen, Exponentialfunktionen

*Von M. Drmota ins Deutsche übersetzter Nachdruck des Artikels: Y. S. Brodsky and A. K. Slipenko, *Functional Equations and Groups*, Quantum, Nov./Dec. 1998, pp. 14–17, mit freundlicher Genehmigung des Springer-Verlages.

ISSN 0020-7926

und trigonometrische Funktionen. Weitere Funktionen erhält man aus der Zusammensetzen (Komposition) dieser Funktionen und aus algebraischen Operationen.

Beispielsweise ist die Funktion $f(x) = \sin(2x+1)$ die Zusammensetzung der linearen Funktion $g(x) = 2x+1$ und der trigonometrischen Funktion $h(x) = \sin(x)$, also $f(x) = (h \circ g)(x)$.

Die Funktion $f(x) = \log_{10} \arcsin(x)$ ist die Zusammensetzung der Funktionen $g(x) = \arcsin(x)$ und $h(x) = \log_{10} x$. Man beachte, dass der Definitionsbereich der Zusammensetzung $h \circ g$ alle x aus $D(g)$ enthält, für die $g(x) \in D(h)$ gilt. Im letzten Beispiel war $D(g) = [-1,1]$ und $D(h) = (0,\infty)$. Da für alle $x \in (0,1]$ $\arcsin(x) > 0$ gilt, ergibt sich hier $D(f) = (0,1]$.

Die Zusammensetzung der selben Funktionen in der anderen Reihenfolge – $f(x) = \arcsin(\log_{10} x)$ – hat einen anderen Definitionsbereich: $D(f) = [1/10, 10]$. Die Zusammensetzung der gebrochen linearen Funktionen

$$g(x) = \frac{-2x+1}{3x+2}$$

und

$$h(x) = \frac{3x-2}{-x+4}$$

ergibt die Funktion

$$f(x) = h(g(x)) = \frac{3\dfrac{-2x+1}{3x+2} - 2}{-\dfrac{-2x+1}{3x+2} + 4} = \frac{-12x-1}{14x+7}, \quad x \neq \frac{2}{3},$$

mit Definitionsbereich

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2} \right\}.$$

Während im allgemeinen $f \circ g \neq g \circ f$ gilt, ist die Regel

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

immer gültig; sie folgt direkt aus der Definition der Zusammensetzung von Funktionen.

Beispiel 1. Man berechne die Zusammensetzungen $f_1 \circ f_2$ und $f_2 \circ f_1$ der folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = \frac{x-2}{3x+4}, \quad f_2(x) = \frac{2x+3}{5x-1}.$$

Beispiel 2. Man bestimme den Definitionsbereich der Zusammensetzung der Funktionen $1 - x^2$ und $\sqrt{x}$.

Beispiel 3. Es sei
$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$
Man bestimme die n-fache Zusammensetzung
$$f \circ f \circ f \circ \ldots \circ f.$$

2 Funktionalgleichungen

Wir wollen das folgende Problem lösen.

Problem 1. Man bestimme alle Funktionen $y = f(x)$, die die Funktionalgleichung
$$2f(1-x) + 1 = xf(x) \tag{1}$$
erfüllen.

Lösung. Man nehme zunächst an, dass es überhaupt eine Lösung gibt. Indem man in (1) x durch $1-x$ substituiert, erhält man
$$2f(x) + 1 = (1-x)f(1-x). \tag{2}$$
Aus (1) ergibt sich auch
$$f(1-x) = \frac{1}{2}\left(xf(x) - 1\right).$$
Ersetzt man diesen Wert für $f(1-x)$ in der Gleichung (2), erhält man
$$2f(x) + 1 = (1-x) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(xf(x) - 1\right),$$
woraus man unmittelbar
$$f(x) = \frac{x-3}{x^2 - x + 4}$$
erhält.

Direktes Nachrechnen zeigt umgekehrt, dass diese Funktion tatsächlich die Gleichung (1) erfüllt.

In dieser Gleichung dienten die Funktionen $f_1(x) = x$ und $f_2(x) = 1-x$ als Argumente der unbekannten Funktion. Die Substitution von x durch $1-x$ führt die Funktionen f_1 und f_2 ineinander über (und umgekehrt) und liefert damit eine weitere Gleichung, in der $f(x)$ und $f(1-x)$ vorkommen. Damit ist das Lösen der ursprünglichen Funktionalgleichung auf das Lösen eines Systems von zwei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten zurückgeführt worden.

Betrachten wir nun ein etwas komplizierteres Problem.

Problem 2. Man löse die folgenden Funktionalgleichung:

$$x f(x) + 2 f\left(\frac{x-1}{x+1}\right). \tag{3}$$

Lösung. Wir gehen in der selben Weise vor wie vorhin. Indem wir die Substitution

$$x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$$

verwenden, erhalten wir

$$\frac{x-1}{x+1} f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + 2 f\left(-\frac{1}{x}\right) = 1. \tag{4}$$

Zusammen mit $f(x)$ und

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

kommt eine neue „Unbekannte“

$$f\left(-\frac{1}{x}\right)$$

ins Spiel. Durch Einsatz einer weiteren Substitution:

$$x \mapsto -\frac{1}{x}$$

in der ursprünglichen Gleichung (3) ergibt sich nun

$$-\frac{1}{x} f\left(-\frac{1}{x}\right) + 2 f\left(\frac{x+1}{1-x}\right) = 1. \tag{5}$$

Zusätzlich zu

$$f\left(-\frac{1}{x}\right)$$

entsteht hier ein weitere Unbekannte

$$f\left(\frac{x+1}{1-x}\right).$$

Schließlich, durch Anwendung einer dritten Substitution:

$$x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$$

erhält man aus (3) noch die Gleichung

$$\frac{x+1}{1-x} f\left(\frac{x+1}{1-x}\right) + 2f(x) = 1. \tag{6}$$

Damit haben wir ein System von vier linearen Gleichungen (3) – (6) in den vier Unbekannten

$$f(x), \quad f\left(\frac{x-1}{x+1}\right), \quad f\left(-\frac{1}{x}\right), \quad \text{und} \quad f\left(\frac{x+1}{1-x}\right).$$

Durch sukzessive Elimination der Unbekannten

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right), \quad f\left(-\frac{1}{x}\right), \quad \text{und} \quad f\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$$

erhält man

$$f(x) = \frac{4x^2 - x + 1}{5x(x-1)},$$

(wobei $x \neq -1$, $x \neq 0$ und $x \neq 1$). Wie bei der Gleichung (1) haben wir angenommen, dass eine Lösung der Gleichung (3) existiert. Es kann nun auch leicht nachgerechnet werden, dass die gewonnene Funktion f die Gleichung (3) tatsächlich erfüllt.

3 Wie die Gruppen entstehen

Versuchen wir nun zu verstehen, wie es uns gelungen ist, die beiden Gleichungen (1) und (3) des vorigen Abschnitts zu lösen. Betrachten wir eine weitere Gleichung:

$$f(x+1) + f(x) = x.$$

Diese schaut nicht viel komplizierter aus als die Gleichung (3). Jedoch sind alle Lösungsversuche, die auf der selben Idee wie vorhin basieren, zum Scheitern verurteilt. Wenn wir die Substitution $x \mapsto x+1$ verwenden, tritt die neue Unbekannte $f(x+2)$ auf usw. Die Kette der Substitutionen schließt sich nie, und wir erhalten nie ein lineares Gleichungssystem.

Erinnern wir uns, dass wir beim Lösen der ersten Gleichung die Substitution $x \mapsto 1-x$ verwendet haben. Bei dieser Substitution wird $1-x$ in $1-(1-x) = x$ übergeführt. Das bedeutet, dass die zwei Funktionen $g_1(x) = x$ und $g_2(x) = 1-x$ bezüglich der Zusammensetzung die Relationen $g_1 \circ g_2 = g_2 \circ g_1 = g_2$ und $g_2 \circ g_2 = g_1 \circ g_1 = g_1$ erfüllen.

Dazu betrachte man die folgende „Multiplikationstafel“ (in der im Schnittpunkt der i-ten Zeile und j-ten Spalte $g_i \circ g_j$ eingetragen wird):

$\circ$	g_1	g_2
g_1	g_1	g_2
g_2	g_2	g_1

Jede Zeile und Spalte dieser Tabelle besteht besteht genau aus den Eintragungen g_1 und g_2.

Wenn man nun die Gleichung

$$a(x)f(x)+b(x)f(1-x)=c(x) \tag{7}$$

lösen muss, wobei a, b und c beliebige Funktionen bezeichnen, so erkennt man, dass man mit Hilfe der Substitution $x \mapsto 1-x$ eine weitere Gleichung

$$a(1-x)f(1-x)+b(1-x)f(x)=c(1-x) \tag{8}$$

erhält, die zusammen mit der Gleichung (7) ein lineares Gleichungssystem in den Unbekannten $f(x)$ und $f(1-x)$ bildet.

Im Problem 2 wurden die folgenden Substitutionen verwendet:

$$x \mapsto \frac{x-1}{x+1}, \quad x \mapsto -\frac{1}{x}, \quad x \mapsto \frac{x+1}{1-x}.$$

Das heißt, wir haben die Funktionen

$$g_1(x)=x, \quad g_2(x)=\frac{x-1}{x+1}, \quad g_3(x)=-\frac{1}{x}, \quad g_4(x)=\frac{x+1}{1-x}$$

betrachtet. Beobachten wir nun, wie sich die Funktionen g_1, g_2, g_3 und g_4 bezüglich der Zusammensetzung verhalten. Die folgenden Tabelle wurde analog zur ersteren erstellt:

$\circ$	g_1	g_2	g_3	g_4
g_1	g_1	g_2	g_3	g_4
g_2	g_2	g_3	g_4	g_1
g_3	g_3	g_4	g_1	g_2
g_4	g_4	g_1	g_2	g_3

Diese Tabelle ist symmetrisch bezüglich ihrer Diagonale, d.h. für alle i und j gilt $g_i \circ g_j = g_j \circ g_i$. Weiters treten alle Funktionen g_i in jeder Zeile und jeder Spalte (wieder) genau einmal auf. Schließlich zeigt man ganz einfach $g_3 = g_2^2$, $g_4 = g_2^3$ und $g_1 = g_2^3$ (wobei g_2^i die i-fache Hintereinanderausführung $g_2 \circ g_2 \circ \ldots \circ g_2$ bezeichnet).

Damit hat das System von Funktionen $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ folgende Eigenschaften:

(a) Es ist abgeschlossen bezüglich der Zusammensetzung $\circ$;

(b) die identische Abbildung $g_1(x) = x$ ist eine dieser Funktionen;

(c) zu jeder Funktion g_i ist auch die inverse Funktion g_i^{-1} in G enthalten: $g_1^{-1} = g_1$, $g_2^{-1} = g_4$, $g_3^{-1} = g_3$ und $g_4^{-1} = g_2$.

Die Funktionen $G = \{g_1, g_2\}$ vom Problem 1 haben übrigens die selben Eigenschaften.

Wenn man nun eine Funktionalgleichung der Form

$$a(x)\,f(x) + b(x)\,f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + c(x)\,f\left(-\frac{1}{x}\right) + d(x)\,f\left(\frac{x+1}{1-x}\right) = h(x) \qquad (9)$$

lösen muss, verwendet man die drei Substitutionen $x \mapsto g_2(x)$, $x \mapsto g_3(x)$ und $x \mapsto g_4(x)$; schreiben wir beispielsweise das Resultat für die Substitution $x \mapsto g_2(x)$ auf. Bei dieser Substitution wird $g_2(x)$ in $g_3(x)$, $g_3(x)$ in $g_4(x)$ und $g_4(x)$ in $g_1(x)$ übergeführt, und man erhält die Gleichung

$$\begin{aligned} a\left(\frac{x-1}{x+1}\right) f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + b\left(\frac{x-1}{x+1}\right) f\left(-\frac{1}{x}\right) \\ + c\left(\frac{x-1}{x+1}\right) f\left(\frac{x+1}{1-x}\right) + d\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad f(x) \quad &= h\left(\frac{x-1}{x+1}\right). \end{aligned}$$

Wir formulieren nun die folgende Definition.

Definition. Eine beliebige Menge von Funktionen G, die alle auf einer Menge M definiert sind, heißt *Gruppe*, wenn sie bezüglich der Operation $\circ$ die folgenden Eigenschaften besitzt:

1. Für je zwei Funktionen $f \in G$ und $g \in G$ liegt auch deren Zusammensetzung $f \circ g$ in G.
2. Die Funktion $e(x) = x$ gehört zu G.
3. Zu jeder Funktion $f \in G$ existiert auch die inverse Funktion f^{-1}, die auch in G enthalten ist.

Diese Definition ist ein Spezialfall der allgemeinen Definition einer Gruppe, einem der wichtigsten Begriffe der modernen Mathematik.

Wir haben bereits zwei Beispiele für Gruppen angegeben. Es sollen nun weitere folgen.

(a) Die Menge G der linearen Funktionen $f(x) = ax + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

(b) Die Menge von Funktinen $G = \left\{ g_1(x) = x,\ g_2(x) = \dfrac{1}{1-x},\ g_3(x) = \dfrac{x-1}{x} \right\}$ mit Definitionsbereich $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(c) Die Menge der Funktionen $f(x) = x + a$.

Wie wollen beispielsweise zeigen, dass die Menge der linearen Funktionen eine Gruppe bildet. Diese Funktionen sind für alle reellen Zahlen definiert. Seien nun $f_1(x) = a_1 x + b$ und $f_2(x) = a_2 x + b_2$ zwei lineare Funktionen, dann ist die Zusammensetzung

$$(f_1 \circ f_2)(x) = a_1(a_2 x + b_2) + b_1 = a_1 a_2 x + a_1 b_2 + b_1$$

wieder eine lineare Funktion. Die Funktion $e(x) = x$ ist ebenfalls linear. Schließlich ist die Funktion

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{a} - \frac{b}{a}$$

die zu $f(x) = ax + b$ inverse Funktion.

Beispiel 4. Man beweise, dass die Mengen aus den Beispielen (b) und (c) auch Gruppen bilden.

Beispiel 5. Bildet die Menge der Funktionen

$$G = \left\{ x,\ \frac{1}{1-x},\ \frac{x-1}{x},\ 1-x,\ \frac{1}{x},\ \frac{x}{x-1} \right\}$$

mit Definitionsbereich $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ bezüglich der Zusammensetzung eine Gruppe?

4 Zusammenfassung

Wir können nun eine allgemeine Methode zum Lösen gewisser Funktionalgleichungen präsentieren. Diese Methode basiert auf dem Konzept einer Gruppe von Funktionen.

In der Funktionalgleichung

$$a_1 f(g_1) + a_2 f(g_2) + \cdots + a_n f(g_n) = b \tag{10}$$

seien die Argumente der unbekannten Funktion $f(x)$ Elemente einer Gruppe G von n Funktionen $g_1(x) = x, g_2(x), \ldots, g_n(x)$, und die Koeffizienten $a_1, a_2, \ldots, a_n$ und b beliebige Funktionen in x. Man nehme nun an, dass die Gleichung (10) eine Lösung hat und führe die Substitution $x \mapsto g_2(x)$ durch. Dabei werden die Funktionen $g_1, g_2, \ldots, g_n$ in die Funktionen $g_1 \circ g_2, g_2 \circ g_2, \ldots, g_n \circ g_2$ übergeführt. Es stellt sich wieder heraus, dass in dieser Folge jedes Gruppenelement genau einmal vorkommt. (Diese Eigenschaft ist wichtig, aber sehr einfach nachzuweisen; der Beweis wird daher dem Leser überlassen.) Daher besteht die neue Folge aus allen Gruppenelementen, allerdings in einer anderen Reihenfolge.

Die „Unbekannten" $f(g_1), f(g_2), \ldots, f(g_n)$ werden daher nur umgeordnet, und wir erhalten eine neue lineare Gleichung von der selben Form wie (10). Danach führen wir in der Gleichung (10) die Substitutionen $x \mapsto g_3(x), x \mapsto g_4(x), \ldots, x \mapsto g_n(x)$ durch und erhalten insgesamt ein System von n linearen Gleichungen. Von jeder Lösung dieses Systems muss natürlich noch überprüft werden, ob sie die Gleichung (10) tatsächlich erfüllt.

Betrachen wir noch als Beispiel die folgende Gleichung:

$$2xf(x) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = 2x. \tag{11}$$

Die Menge der Funktionen

$$g_1(x) = x, \quad g_2(x) = \frac{1}{1-x}, \quad g_3(x) = \frac{x-1}{x}$$

bildet eine Gruppe mit der Gruppentafel:

$\circ$	g_1	g_2	g_3
g_1	g_1	g_2	g_3
g_2	g_2	g_3	g_1
g_3	g_3	g_1	g_2

Substituiert man nun in (11) für x einmal $\dfrac{1}{1-x}$ und dann $\dfrac{x-1}{x}$, gewinnt man das folgende System von Gleichungen:

$$\begin{aligned}
2xf_1 + f_2 &= 2x, \\
\frac{2}{1-x} f_2 + f_3 &= \frac{2}{1-x}, \\
\frac{2(x-1)}{x} f_3 + f_1 &= \frac{2(x-1)}{x}
\end{aligned}$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned}
f_1 &= f(x), \\
f_2 &= f(g_2(x)) = f\left(\frac{1}{1-x}\right), \\
f_3 &= f(g_3(x)) = f\left(\frac{x-1}{x}\right).
\end{aligned}$$

Als Lösung dieses Systems erhält man die Funktion

$$f_1 = f(x) = \frac{6x-2}{7x}$$

(für $x \neq 0$ und $x \neq -1$). Man kann auch leicht verifizieren, dass diese Funktion die Gleichung (11) erfüllt.

Zum Abschluss listen wir noch einige Beispiele von Gruppen von Funktionen auf, die zum Lösen von Funktionalgleichungen geeignet sind (a bezeichnet immer eine reelle Zahl ungleich 0):

$$\begin{aligned}
G_1 &= \{x,\ a-x\},\\
G_2 &= \{x,\ a/x\},\\
G_3 &= \left\{x,\ \frac{a}{x},\ -x,\ -\frac{a}{x}\right\},\\
G_4 &= \left\{x,\ \frac{1}{x},\ -x,\ -\frac{1}{x},\ \frac{x-1}{x+1},\frac{1-x}{x+1},\frac{x+1}{x-1},\frac{x+1}{1-x}\right\},\\
G_5 &= \left\{x,\ \frac{a^2}{x},\ a-x,\ \frac{ax}{x-a},\ \frac{ax-a^2}{x},\ \frac{a^2}{a-x}\right\},\\
G_6 &= \left\{x,\ \frac{x\sqrt{3}-1}{x+\sqrt{3}},\ \frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1},\ -\frac{1}{x},\frac{x+\sqrt{3}}{1-x\sqrt{3}},\ \frac{x\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-x}\right\}.
\end{aligned}$$

Beispiel 6. Man löse die folgenden Funktionalgleichungen:

(a) $xf(x)+2f\left(-\frac{1}{x}\right)=3,$

(b) $f\left(\frac{x}{x-1}\right)+xf\left(\frac{1}{x}\right)=2,$

(c) $f(x)+f\left(\frac{x-1}{x}\right)=1-x.$

Beispiel 7. Man finde die Lösungen $f(x)$ der Gleichung

$$af(x^n)+f(-x^n)=bx,$$

wobei $a \neq 1$ und n eine ungerade Zahl ist.

Beispiel 8. Man finde eine Funktion $f(x)$, die für alle $x \neq$ definiert ist und die Gleichung

$$(x-2)f(x)+f\left(-\frac{2}{x}\right)-xf(2)=5$$

erfüllt.

Beispiel 9. Man finde wenigstens eine Funktion, die die Gleichung $f(f(f(x))) = -1/x$, aber nicht die Gleichung $f(f(x)) = -x$ erfüllt.

Beispiel 10. Es sei $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_n\}$ eine endliche Gruppe von Funktionen (bezüglich der Zusammensetzung) und $\Phi(x)$ eine beliebige invertierbare Funktion. Man beweise, dass dann auch die Menge

$$G_\Phi = \left\{\Phi^{-1} \circ g_1 \circ \Phi,\ \Phi^{-1} \circ g_2 \circ \Phi, \ldots, \Phi^{-1} \circ g_n \circ \Phi\right\}$$

eine Gruppe (bezüglich der Zusammensetzung) bildet.

Dieser Artikel hat nur eine von zahlreichen Methoden zur Lösung von Funktionalgleichungen behandelt, die bisher entwickelt wurden. Viele Gleichungen können nicht auf diese Weise behandelt werden, und man benötigt andere Begriffe, wie z.B. den Grenzwert oder die Stetigkeit. Aber der Aufsatz zeigt, wie ein einfacher „Trick“, der bei gewissen Beispielen funktioniert, zu einer *mächtigen* Methode verallgemeinert werden kann.

Bemerkungen zur Zeitschrift „Quantum“

Die Zeitschrift „Quantum“ wurde von 1990 bis 2001 von der “National Science Teachers Association” in Zusammenarbeit mit der Springer-Verlag New York herausgegeben.

Der Name „Quantum“ ist die Übersetzung des Namens des russischen Schwestermagazins „Kvant“, das 1970 vom Mathematiker A. N. Kolmogorov und dem Physiker I. K. Kikoyin gegründet wurde. Diese Zeitschrift wendet sich vor allem an interessierte Schüler, wobei die Artikel von Wissenschaftlern verfasst werden.

Die ÖMG hat auf Grund einer Initiative von Peter Michor die Möglichkeit, ausgewählte (und ins Deutsche übersetzte) Artikel von „Quantum“ nachzudrucken. Diese Redaktion der IMN möchte damit in vermehrtem Maß Schüler und AHS- und BHS-Lehrer ansprechen.

Buchbesprechungen

Allgemeines und Geschichte — General and History — Généralités, histoire

H.-J. Bartsch: Kleine Formelsammlung Mathematik. 2., neu bearbeitete Auflage. Mit 150 Bildern. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 256 S. ISBN 3-446-21811-4 P/b DM 19,80.

Die „Kleine Formelsammlung Mathematik“ des bekannten Autors, die hier in der 2. Auflage vorliegt, bietet in kompaktem Taschenformat eine sehr übersichtlich gegliederte Zusammenstellung wesentlicher Aussagen und Formeln der wichtigsten Stoffgebiete der Mathematik, von der elementaren Logik und Algebra bis hin zu Integraltransformationen und Stochastik. Besonders erwähnenswert ist der sehr ausführliche Index.

Die neue deutschsprachige Rechtschreibung ist offenbar konsequent angewendet. Dies wird dazu beitragen, dass wir uns mit eigenartigen mathematischen Objekten wie Gewöhnlichen Differenzialgleichungen anfreunden.

Zitat aus dem Vorwort: „Die kleine Formelsammlung ist ... als sehr handliches Buch immer griffbereit, um auch in unvorhergesehenen Situationen gewappnet zu sein ...“ (was immer das bedeuten mag). Für die Praxis wichtig ist auch die hohe Qualität des Druckes und die robuste Buchbindung.

W. Auzinger (Wien)

A. Burdman Feferman: From Trotsky to Gödel. The Life of Jean van Heijenoort. A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 1993, XV+415 S. ISBN 1-56881-148-9 P/b $ 24,95.

Wir kennen und schätzen Jean van Heijenoort als den Herausgeber von *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, das uns die wichtigsten Originalarbeiten aus der Frühzeit der modernen mathematischen Logik zugänglich macht. Dieses Buch erschien 1967 nach siebenjähriger Arbeit. Zu diesem Zeitpunkt war van Heijenoort 55 Jahre alt und Philosophieprofessor an der Brandeis University in Waltham, Massachusetts, nachdem er kurz zuvor eine Stelle als Mathematikprofessor an der New York University gekündigt hatte. Van Heijenoort hatte seine Karriere nicht als Mathematiker begonnen. Er arbeitete von 1932 bis zum November 1939, neun Monate vor dessen Ermordung, als Trotzkis

Sekretär. Er sagte daß nichts in seinem Leben mit der Leidenschaft vergleichbar sei, die er für Politik gehegt hatte (p. 271), aber auch, daß das gesamte Unternehmen seines politischen Lebens ein fürchterlicher Fehler gewesen sei (p. 292). Van Heijenoort hat sich um das Trotzki-Archiv in Harvard verdient gemacht, das 1980 eröffnet wurde. Zuletzt hatte er an der Gesamtausgabe der Gödelschen Werke mitgearbeitet, die bei der Oxford University Press erscheinen.

Van Heijenoort war mit vier verschiedenen Frauen fünfmal verheiratet. Während seiner Zeit mit Trotzki in Mexiko hatte er eine Affäre mit Frida Kahlo. Am 29.3.86 wurde er im Schlaf von seiner letzten Frau erschossen.

Die Autorin, A. B. Feferman, war mit Jean van Heijenoort befreundet und hat viele Interviews mit ihm geführt. Entstanden ist ein elegant geschriebenes einzigartiges Dokument.

R. Schindler (Wien)

J. H. Conway: On Numbers and Games. Second Edition. A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 2001, XI+242 S. ISBN 1-56881-127-6 H/b $ 39,-.

Beim vorliegenden Buch handelt es sich um eine Neuauflage des Conwayschen Klassikers, der 1975 erschienen war.

Der erste Teil des Buches führt die sogenannten surrealen Zahlen ein. Surreale Zahlen sind von der Gestalt $\{L \mid R\}$, wobei L und R Mengen surrealer Zahlen sind, für die gilt, daß kein Element von L größer oder gleich ($\geq$) einem Element von R ist. Die Konstruktion surrealer Zahlen ist daher rekursiv und wird simultan mit der Einführung von $\geq$ vorgenommen. Es werden die Operationen $+$, $-$, $\cdot$ und : eingeführt. Es wird gezeigt, daß die Klasse der surrealen Zahlen einen Körper bildet. Der Autor versteht seinen Zahlbegriff als Verallgemeinerung sowohl des Dedekindschen als auch des Cantorschen Zahlbegriffs: "We may say that Cantor was only interested in moving ever rightwards, whereas Dedekind stopped to fill the gaps, so that R was *always* empty for Cantor, *never* empty for Dedekind. It is remarkable that by dropping these restrictions we obtain a theory that is both more general and more easy to work with." (p. 13)

Im zweiten Teil des Buches werden die surrealen Zahlen für eine Analyse von Spielstrategien verwendet. Der Autor erreicht seinen Spielbegriff, indem er von der Forderung absieht, daß in $\{L \mid R\}$ kein Element von $L \geq$ einem Element von R ist. Ein Spiel ist offiziell von der Gestalt $\{L \mid R\}$, wobei L und R Mengen von Spielen sind. Die Spiele werden von zwei Spielern gespielt, *Links* und *Rechts*, die abwechselnd an der Reihe sind. Die Position eines Spiels ist von der Gestalt $\{L \mid R\}$, wobei L die Menge der Spieloptionen für *Links* und R diejenige für *Rechts* ist. Wenn *Links* $\{L' \mid R'\} \in L$ spielt, dann ist dies die neue Spielposition, etc. Da die Konstruktion der Spiele wieder rekursiv ist, sind alle betrachteten Spiele endlich: nach endlicher Zeit hat einer der beiden Spieler keine Spieloptionen mehr und hat verloren. Alle Spiele besitzen Gewinnstrategien. Es werden die Operationen $+$,

– für Spiele eingeführt.

Der Autor betrachtet eine Fülle von Beispielen von Spielen und beweist eine ebensolche Fülle abstrakter Resultate. Beides hat dieses Buch bahnbrechend gemacht. Es ist aus der modernen mathematischen Spieltheorie nicht mehr wegzudenken. Es ist auch nach einem Vierteljahrhundert seit seinem ersten Erscheinen weiter mit großem Gewinn und Vergnügen zu lesen.

R. Schindler (Wien)

L. Schwartz: A Mathematician Grappling with His Century. Translated from the French by L. Schneps. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2001, VIII+490 S. ISBN 3-7643-6052-6 P/b sFr 58,-.

Ein Buch der Spitzenklasse, spannend und interessant. Welcher Mathematiker war schon wegen seiner „rassischen“ Zugehörigkeit und wegen seiner politischen Überzeugungen mehrfach in höchster Lebensgefahr, mußte deswegen ein Kidnapping seines Sohnes erleiden und ist von der Aura des mathematischen Genius umgeben? Das Buch ist interessant

(a) für Mathematiker:

Ungemein anregend die Schilderung der Entdeckung der Distributionentheorie (Chap. IV: “The invention of distributions”, “The most beautiful night of my life”). Kürzere Versionen davon sind: “Notice sur les travaux scientifiques de Laurent Schwartz” (in Mathematical Analysis and Applications, Part A, 1–25, ed. by L. Nachbin, Academic Press, New York, 1981), “Historical Roots and Basic Notions in the Theory of Distributions” (Proc. General Math. Seminar Univ. of Patras, 1982) oder J. Lützen “The Prehistory of the Theory of Distributions” (Springer, New York, 1982).

Die Darstellung zeigt einen leidenschaftlichen Forscher, dessen Entdeckung internationale Anerkennung durch Verleihung der Fields-Medaille 1950 fand: Das Kap. VIII „Eine internationale Anerkennung“stellt die Verbreitung der Distributionentheorie dar. Sie wurde Grundlage der Theorie linearer partieller Differentialgleichungen in der 1963 erschienenen Monographie von L. Hörmander (Fields-Medaille 1962) und in der Folge selbstverständliches Werkzeug dieser Theorie und der Euklidischen harmonischen Analysis — nachzuvollziehen etwa in Hörmanders vier Grundlehrenbänden 1983, 1985.

Daß Schwartz ein genialer Mathematiker ist, ist auch schon zu sehen in seiner Dissertation, in der klassische Approximationssätze für Exponentialreihen durch neuartige Anwendungen von Methoden der Funktionalanalysis gewonnen werden (Kap. IV: “A researcher in the war”); oder daran, daß er die Originalversion der Bourbakischen Liegruppentheorie und der Theorie der differenzierbaren Mannigfaltigkeiten schrieb. In den Abschnitten “Research” und “Alexandre Grothendieck” werden u.a. die bei ihm verfaßten Dissertationen von J. L. Lions, B. Malgrange, F. Trèves, M. Berger, P. Malliavin, S. Mizohata und J. Bourguignon erwähnt. In den ersten drei zeigte sich, daß Schwartz mit seiner Voraussage, die Theorie der Distributionen werde in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen *mit konstanten Koeffizienten* bedeutende Ergebnisse liefern, recht hatte. Was Schwartz nicht voraussah, wohl aber die Fields-Medaillenkommission von 1950: daß dies auch für Differentialoperatoren *mit nicht konstanten Koeffizienten* gilt (das zeigen die bei ihm angefertigten Dissertationen von J. Bokobza-Unterberger und A. Unterberger über Pseudodifferentialoperatoren 1964) und daß mit der Distributionentheorie auch die Quantenfeldtheorie korrekt formuliert werden konnte (Wightman, 1965): "How it was learned that quantized fields are operator-valued distributions", Fortschr. Phys. 2 (1996), 143–178). Die Tatsache, daß Math. Reviews der Distributionentheorie die Zahl 46F zugeordnet haben, stellt sie heute außerhalb jede Diskussion.

(b) für Mathematiker mit Interesse an Politik und Zeitgeschichte:

Schwartz war von 1934 bis 1947 Trotzkist und schildert viele seiner marxistischen Analysen — auch ihre heutige Sicht. Nebenbei bemerkt: Bezüglich des 2. Weltkrieges können manche Meinungen einer kritischen historischen Betrachtung wohl nicht standhalten. (So war die Wannseekonferenz nur eine sekundäre Etappe in der Planung der „Endlösung“— und nicht die entscheidende; oder: Die Bombardierung Dresdens forderte nicht 300.000, sondern zwischen 100.000 und 120.000 Toten.)

Weiters sind die französischen und amerikanischen Kolonialkriege in Vietnam 1946–1954, 1963–1975 und in Algerien 1954–1962 ausführlich, packend und einfühlsam dargestellt (nicht jedoch systematisch) — aus der Sicht eines intellektuellen Kämpfers. Ein beredtes Zeugnis dafür ist:

"And I am deeply convinced that a single individual overflowing with relentless activity, I was a non-negligible factor in the peace in Algeria, while working on modernizing the Ecole Polytechnique at the same time. A factor, only a factor, but more than a drop of water in the ocean" (p. 376).

Schließlich ist das Buch interessant

(c) für Mathematiker, denen praktizierter Humanismus und Einsatz für eine bessere Gesellschaft essentielle Anliegen sind.

Verwoben mit den Darstellungen zu a) und b) beschreibt Schwartz seinen leidenschaftlichen Kampf gegen die Folter und seinen Kampf für die Durchsetzung der Menschenrechte: im Comité Audin und im Comité des mathématiciens. Hier erlebte er Niederlagen und Erfolge — er krönt seine Darstellung durch "Many people nowadays seem to consider scientists, mathematicians and others, like people uninterested in moral questions, locked away in their ivory towers and indifferent to the outside world. The Committee of Mathematicians is a brillant illustration of the contrary." (p. 490)

Lassen Sie mich noch auf gewisse Unterschiede zwischen der englischen Übersetzung und dem französischen Original hinweisen. Die Übersetzung ist optisch besser: der Druck größer, die Formeln besser gedruckt, viele Fotos lockern den Text zusätzlich auf. Leider wurde die ursprüngliche Gliederung in 3 Teile (Jugendjahre, im Glanz der Wissenschaft, im Herzen des politischen Kampfes) mit 13 Unterkapiteln aufgegeben, zu Gunsten einer linearen Aufzählung von 12 Chapters — der größte Nachteil der Übersetzung ist nämlich das Weglassen von Chap. X, in dem Schwartz den Kampf um eine Reform der école polytechnique beschreibt und dessen Erfolg: "Je crois avoir fondamentalement réussi à rénover le département et l'enseignement en ce qui concerne les mathématiques pures." (p. 354) In diesem Abschnitt erscheint Schwartz auch als leidenschaftlicher Lehrer: „Das Glück zu unterrichten" ist Überschrift eines Unterabschnitts: "Lorsque j'ai compris quelque chose, je désire, parce que je le trouve beau, le faire comprendre aux autres." (p. 345) "Quand j'ai eu la joie d'enseigner devant mes élèves un beau théorème, je prolonge le plaisir en me l'exposant pour moi seul, éventuellement à voix haute, de retour à la maison. Quelle sensualité !" (p. 346)

Daneben gibt es auch noch kleinere Übersetzungsfehler (z.B.: p. 244 "drying up" ist nicht "la sèche", p. 255: "solemn interview" ist nicht "entrevue solennelle", p. 257 "become militant" ist nicht "militer").

Sowohl in der englischen wie in der französischen Ausgabe wäre ein Namensindex von Vorteil.

Welchen Werten ist Schwartz verpflichtet? Über eine seiner Sekretärinnen schreibt er: "Elle est très catholique et je suis athée, mais nous partageons les mêmes grandes valeurs. <Pour moi, servir la science est une manière de servir Dieu>, m'a-t-elle dit un jour. J'aurais dit : <Pour moi, servir la science est une manière de servir l'humanité.>" (p. 365)

Mit 19.000 Schmetterlingsarten hat L. Schwartz eine der bedeutendsten Schmetterlingssammlungen Europas.

N. Ortner (Innsbruck)

G. Schuppener: Jesuitische Mathematik in Prag im 16. und 17. Jahrhundert (1556–1654). Leipziger Universitätsverlag, 1999, 220 S. ISBN 3-934565-08-5 P/b DM 58,–.

Im Jahr 1556 wurde in Prag im Auftrag von Kaiser Ferdinand I. das Jesuitenkolleg als erstes dieser Art in Böhmen gegründet. Aus diesem entstand dann eine jesuitische Akademie (Hochschule). Diese Akademie sollte als Gegeneinrichtung zur Karls-Universität (gegr. 1348) dienen, die einerseits unter dem Einfluss der mehrheitlich protestantischen Bevölkerung stand, aber andererseits sich damals in einem eher schlechten Zustand befand. So war die Aufgabe der jesuitischen Akademie, die Wissenschaft in Böhmen zu erneuern und wiederzubeleben, aber auch eine der katholischen (und damit der kaiserlichen) Sache verpflichtete Bildungsinstanz im Kronland Böhmen als Gegengewicht zur hussitisch beeinflussten

Karls-Universität zu sein. Die Geschichte dieser jesuitischen Akademie ist sehr wechselhaft, teils bedingt durch den Dreißigjährigen Krieg, teils durch die auch innerhalb der katholischen Kirche oft umstrittene Position der Jesuiten. Diese wurden 1618 aus Prag vertrieben, 1620 wieder eingesetzt, erwarben sich nach 1630 Ansehen, indem sie bei der Verteidigung von Prag aktiv mithalfen, wobei die Mathematiker (etwa durch ballistische Berechnungen) besonders hervortraten. Schlussendlich wurde im Jahre 1654 die Akademie (auch *Ferdinandea* oder *Clementinum* genannt, nach ihrem Standort im ehemaligen Kloster der Dominikaner St. Klemens) mit der Carolina vereinigt.

Der Autor der vorliegenden Studie widmet sich in aller wissenschaftlichen Strenge der Zeitperiode des Clementinums von 1556 bis 1654, insbesondere der Pflege der Mathematik in Ausbildung und Forschung. Nach einem knapp gehaltenen geschichtlichen Exkurs (mit vielen Querverweisen auf die vorhandene Literatur) folgen Beiträge über die Zielsetzung der jesuitischen Lehre und die Rolle der Mathematik darin, die Situation der Mathematik an der Prager Ferdinandea, die Mathematikprofessoren an der Ferdinandea und Inhalte der mathematischen Lehre an der Ferdinandea. Ein Anhang enthält Kurzbiographien der Prager Jesuiten-Mathematiker, ein weiterer Anhang gibt Inhaltsbeschreibungen einiger Druckwerke von Prager Jesuiten-Mathematikern wieder. Ein naturgemäß sehr umfangreiches Literaturverzeichnis und ein Orts-, Personen- und Sachregister runden das Werk ab.

D. Gronau (Graz)

H. Walser: The Golden Section. Translated from the original German by P. Hilton, with the assistance of J. Pedersen. The Mathematical Association of America, 2001, XVI+142 S. ISBN 0-883-85534-8 P/b £ 17,95.

Das Buch *Der Goldene Schnitt* ist bereits in zwei deutschsprachigen Auflagen erschienen (1993 und 1996). Nun liegt eine von Peter Hilton und Jean Pedersen erstellte englischsprachige (und etwas ergänzte) Übersetzung vor. Es enthält ein Mosaik von Informationen über den Goldenen Schnitt in verschiedensten Gebieten der Mathematik (Fraktale, ebene und räumliche Geometrie, Zahlenfolgen). Das Auftreten des Goldenen Schnitts beim Abspielen einer Musikkassette mag sicher überraschen. Die zahlreichen Illustrationen und achtzig Übungsaufgaben (mit kurz dargestellten Lösungen) seien hervorgehoben. Für historische oder kunstgeschichtliche Aspekte wird auf die Literatur verwiesen. Kurz gesagt, es ist eine Fundgrube, aber man vermisst manchmal eine kohärente Darstellung.

F. Schweiger (Salzburg)

Logik und Mengenlehre — Logic and Set Theory — Logique et théorie des ensembles

J.-C. Birget, S. Margolis, J. Meakin M. Sapir (Eds.): Algorithmic Problems in Groups and Semigroups. (Trends in Mathematics.) Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2000, X+307 S. ISBN 0-8176-4130-0, 3-7643-4130-0 H/b sfr 128,–.

This volume contains papers with are based primarily on talks given at the conference on Algorithmic Problems in Groups and Semigroups (Lincoln/Nebraska, 1998). In particular, this Conference provided an opportunity for the exchange of ideas between researchers in semigroup theory and group theory, where still a lot of interaction can be expected. Algorithmic problems in these theories mean — in the broadest sense — questions on decidability and undecidability of certain problems. Four papers deal with algorithmic aspects of free groups. Another four are concerned with Rhodes complexity and simulation of finite semigroups. Two papers explore the circuit complexity and the simulation of finite monoids. Four more discuss algorithmic properties of finite semigroup presentations, string rewriting systems, and finitely presented monoids. Finally two papers study asymptotic functions of groups and semigroups. Several of the papers in this volume are either expository or have large expository components. So the book can be used both as an introduction to the subject and as a reflection of its current state.

N. Ortner (Innsbruck)

F. W. Lawvere, St. H. Schanuel: Conceptual Mathematics. A first introduction to categories. Cambridge University Press, 1997, XVI+358 S. ISBN 0-521-47817-0 P/b £ 24,95* ISBN 0-521-47249-0 H/b £ 65,00.

Das Ziel dieses Buches ist es, den in der Mathematik unerfahrenen Leser mit der Sprache der Kategorientheorie und einigen ihrer grundlegenden Konzepte vertraut zu machen.

Tatsächlich werden so gut wie keine schulmathematischen Kenntnisse vorausgesetzt, sogar Begriffe wie „injektive Funktion“ werden ausführlich erklärt. Auch die Anforderungen an die mathematische Reife des Lesers sind sehr gering; einfachste Konzepte, wie etwa das der Verknüpfung von Funktionen, oder der Begriff des Isomorphismus werden an Hand von Beispielen aus dem Alltag illustriert. Sätze werden gelegentlich formuliert, ein Beweis wird oft als Übungsaufgabe dem Leser überlassen.

Im der zweiten Hälfte des Buches sehen wir ein ambitionierteres Programm: universelle Konstruktionen (insbesondere Produkte oder Summen) werden formal definiert und in den einfachsten Kategorien (wie der Kategorie der Mengen oder

der Kategorie der Mengen mit einer unären Funktion) auch durchgerechnet. Fiktive Fragen von Studenten sowie 5 Rückblicke in Form von Prüfungsfragen geben den Autoren die Möglichkeit, Erklärungen zu wiederholen oder Verallgemeinerungen anzudeuten.

Eine Schwierigkeit bei der Durchführung des Programms könnte darin liegen, dass die Studenten, denen der Beginn des Buches nicht zu trivial ist, mit den recht komplexen Begriffen am Ende des Buches nicht zurechtkommen werden — insbesondere dann, wenn ihnen die geläufigen Kategorien (Gruppen, topologische Räume etc.) nicht vertraut sind. Auch werden viele Begriffe (z.B. “fullness” oder “universal”) nur en passant eingeführt und sind im Index nicht zu finden.

Zum Selbstlesen scheint mir das Buch somit nicht geeignet; als Grundlage einer einführenden Vorlesung kann ich es aber empfehlen.

M. Goldstern (Wien)

B. Poizat: A Course in Model Theory. An Introduction to Contemporary Mathematical Logic. Translated by M. Klein. (Universitext.) Springer, New York u.a. 2000, XXXI+443 S. ISBN 0-387-98655-3 H/b DM 119,–.

Mindestens drei Gründe sind zu nennen, von denen jeder hinreicht, das Buch zu empfehlen.

Der erste und konventionellste besteht vor allem für den Logiker oder sonst der Modelltheorie Nahestehenden schlicht darin, dass es sich um ein Standardwerk zur Modelltheorie handelt, welches nun — etwa 15 Jahre nach seiner Erstveröffentlichung im Eigenverlag, in geringer Auflage und in französischer Sprache — endlich in englischer Übersetzung bei Springer erschienen ist. Hinsichtlich des Umfanges liegt es zwischen den beiden Büchern von Hodges und kann, je nach Geschmack, als Ergänzung oder Alternative betrachtet werden.

Der zweite Grund betrifft einen weit größeren Leserkreis, nämlich die meisten Mathematiker unterschiedlichster Spezialisierung außerhalb der Logik. Der Untertitel deutet bereits an, dass sich das Buch nämlich durchaus auch als Einführung in die mathematische Logik generell versteht. Und als solche ist es aus folgendem Grund in höchstem Maße empfehlenswert. Die ziemlich radikal modelltheoretische, d.h. semantisch und nicht syntaktisch orientierte Darstellungsweise kommt sicherlich den meisten eher „platonistisch“ und nicht „formalistisch“ vorgehenden Mathematikern wesentlich besser entgegen als viele einschlägige Lehrbücher, wo über viele Seiten hinweg prädikatenlogische Kalküle entwickelt werden. Diese werden hier auf ein Mindestmaß beschränkt. Die Relevanz zentraler Gegenstände der mathematischen Logik (Beweistheorie, Vollständigkeit, Arithmetik der natürlichen Zahlen, Gödelsche Sätze, Ordinal- und Kardinalzahlarithmetik etc.), die in den ersten Kapiteln abgehandelt werden, wird hierdurch auch für den in der mathematischen Logik wenig vorgebildeten Leser deutlich.

Der dritte Grund, dieses Buch zu empfehlen, besteht im originellen, kurzweiligen, mit viel Subjektivem und oft geradezu Polemischem gewürzten Stil der Darstellung, auf den eine Beprechung dieses Buches wenigstens hinzuweisen verpflichtet ist.

R. Winkler (Wien)

J. R. Shoenfield: Mathematical Logic. Association for Symbolic Logic — A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 1967, VII+344 S. ISBN 1-56881-135-7 P/b $ 35,-.

Es handelt sich um eine Neuauflage des erstmals 1967 erschienenen klassischen Lehrbuches der mathematischen Logik. Seine Besonderheit besteht darin, dass die wesentlichsten Teilgebiete der mathematischen Logik in — gemessen am relativ begrenzten Rahmen von nur knapp 350 Seiten — beeindruckender Breite abgehandelt werden. Obwohl das Werk über 30 Jahre alt ist und daher nicht an die Front der Forschung der Jahrtausendwende führen kann, bietet es einen sehr tiefen Einblick in die für die behandelten Themen wesentlichen Denkweisen. Nach drei eher einführenden Kapiteln (Die Natur der mathematischen Logik, Theorien erster Ordnung, Theoreme in Theorien erster Ordnung) wird jedem der folgenden sechs Hauptthemen jeweils ein Kapitel gewidmet: Das Charakterisierungsproblem (Beweistheorie, Vollständigkeitssatz), Modelltheorie, Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit, Rekursionstheorie, die natürlichen Zahlen (Peano-Arithmetik) und Mengentheorie (bis hin zu forcing, Unabhängigkeitsresultaten und großen Kardinalzahlen).

In den Genuss des gesamten Reichtums des Buches kommt der Leser aber erst dann, wenn er sich auch durch die zahllosen Probleme durcharbeitet, welche jedes Kapitel abschließen. Dies setzt freilich auch die Aneignung der sicher nicht überformalisierten, aber dennoch nicht immer ganz leicht zu lesenden Notation voraus.

Auch wenn einzelne Teilgebiete der mathematischen Logik sicher in spezialisierteren Büchern jüngeren Datums ausführlicher, aktueller und hin und wieder auch leserfreundlicher aufbereitet sind, so gilt Shoenfields Buch immer noch als das Standardlehrbuch der mathematischen Logik. Die Neuauflage ist deshalb sehr zu begrüßen.

R. Winkler (Wien)

Kombinatorik und Graphentheorie — Combinatorics and graph theory — Combinatoire, théorie des graphes

P. Gritzmann, R. Brandenberg: Das Geheimnis des kürzesten Weges. Ein mathematisches Abenteuer. Mit Illustrationen von J. Poelz. Springer, Berlin u.a. 2002, 356 S. ISBN 3-540-42028-2 P/b DM 39,90.

Auf spielerische Weise wird in Form eines Romans für Jugendliche auf aktuelle Themen der algorithmischen Graphentheorie eingegangen. U.a. werden durch Beispiele aus dem Leben kürzeste Wege, minimale Gerüste, Zuordnungsprobleme, das Königsberger Brückenproblem, das Rundreiseproblem u.a. behandelt. Zahlreiche im Text eingestreute Hinweise auf interessante Web-Seiten, viele nette Abbildungen und Anekdoten lockern die Mathematik auf und machen dieses Bändchen zu einem Vorreiter im Bemühen, die Mathematik der Jugend näherzubringen und ihr ungeheures Anwendungspotential aufzuzeigen. Ein Band, wie er nur von einem intimen Kenner der Materie geschrieben werden kann! Sehr empfehlenswert ab etwa 15 Jahren!

R. Burkard (Graz)

J. W. P. Hirschfeld (ed.): Surveys in Combinatorics, 2001. (London Mathematical Society Lecture Notes Series 288.) Cambridge University Press, 2001. Mit 43 Abbildungen, X+301 S., ISBN 0-521-00270-2 P/b £ 27,95.

Dieses Buch enthält die (referierten) Ausarbeitungen aller neun Hauptvorträge der “18th British Combinatorial Conference”, die im Juli 2001 in Brighton stattfand. Diesen vorangestellt ist ein Nachruf auf den langjährigen Vorsitzenden des British Combinatorial Committee, C. Nash-Williams. Die Beiträge im Einzelnen: *J. Sheehan,* Crispin Nash-Williams; *M. Aigner,* The Penrose polynomial of graphs and matroids; *I. Anderson,* Some cyclic and 1-rotational designs; *A. R. Calderbank and A. F. Naguib,* Orthogonal designs and third generation wireless communication; *L. A. Goldberg,* Computation in permutation groups: counting and randomly sampling orbits; *B. Mohar,* Graph minors and graphs on surfaces; *M. Molloy,* Thresholds for colourability and satisfiability in random graphs and boolean formulae; *J. Oxley,* On the interplay between graphs and matroids; *J. A. Thas,* Ovoids, spreads and *m*-systems of finite classical polar spaces; *D. R. Woodall,* List colourings of graphs.

Die Artikel geben in bewährter Manier einen ausgezeichneten Überblick über aktuelle Themen der Kombinatorik und Graphentheorie unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung. Jeder an dem einen oder anderen der genannten Themen Interessierte wird die Lektüre dieses Sammelbandes als Gewinn betrachten.

A. R. Kräuter (Leoben)

G. E. Martin: Counting: The Art of Enumerative Combinatorics. (Undergraduate Texts in Mathematics.) Springer, New York u.a. 2001, XI+250 S. ISBN 0-387-95225-X H/b DM 96,19.

Das Buch gibt eine Einführung in die Grundlagen der enumerativen Kombinatorik. In den drei einleitenden Kapiteln werden elementare Abzählaufgaben, das Inklusions-Exklusionsprinzip sowie eine (recht elementare) Einführung in die Benützung von Erzeugenden Funktionen behandelt. Daran schließt sich einerseits eine Behandlung der Grundlagen der Gruppentheorie sowie der Pólyaschen Abzählungstheorie, andererseits Kapitel über das Lösen von Rekursionen, vollständige Induktion (mit dem Heiratssatz) sowie eine kurze Einführung in die Graphentheorie. Das Buch kann interessierten Schülern oder Studierenden der ersten Semester als elementare Einführung in kombinatorische Aufgabenstellungen empfohlen werden.

P. Kirschenhofer (Leoben)

W. D. Wallis: A Beginner's Guide to Graph Theory. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, XVIII+230 S. ISBN 0-8176-4176-9, 3-7643-4176-9 H/b sFr 68,–.

The present textbook is an introduction to graph theory intended for mathematics majors at the senior level. Due to the brevity and lack of motivation, especially in the first chapter, I feel that the title (which was proposed by the publisher) is misleading. Moreover, there are some errors which might confuse beginners. Otherwise the book is well written.

The first chapters cover the basic concepts of graph theory (walks, paths and cycles, cuts and connectivity, trees). Subsequent chapters deal with linear spaces, one-factorizations, colorings, planarity, Ramsey theory, directed graphs, critical paths, and flows in networks. A final chapter on graph-theoretic algorithms and computational considerations conclude the book. Every chapter contains several exercises (with hints or solutions to key problems).

G. Teschl (Wien)

Algebra und Zahlentheorie — Algebra and Theory of Numbers — Algèbre et théorie des nombres

D. Bressoud, S. Wagon: A Course in Computational Number Theory. CD-ROM included. Key College Puglishing, Emeryville, in cooperation with Springer, New York, 2000, XII+367 S. ISBN 1-930190-10-7 H/b DM 129,–.

Die beiden Autoren verfolgen mit diesem Buch das Ziel, einen (in etwa einsemestrigen) Kurs über elementare Zahlentheorie zu präsentieren, der sich zum einen stark an algorithmischen Problemen orientiert und zum anderen ein Hauptaugenmerk auf die Illustration und Motivation anhand von *Mathematica*-Code-Beispielen legt. Die der Ausgabe beiliegende CD-Rom enthält alle im Buch beschriebenen zahlentheoretischen Funktionen und Implementationen.

Das in 9 Kapitel unterteilte Buch deckt dabei unter anderem folgende Grundlagenthemen ab: Fundamentalsatz der Arithmetik, Kongruenzen, Chinesischer Restsatz, Satz von Fermat-Euler und Primitivwurzeln. Die Beweise sind, soweit möglich, immer konstruktiv geführt. Des weiteren wird die Verteilung von Primzahlen behandelt, das quadratische Reziprozitätsgesetz, Kettenbrüche, die Darstellung einer Zahl als Summe zweier Quadrate und Gaußsche Primzahlen. Sachverhalte, die tieferliegende Zahlentheorie benötigen würden, werden durch Computerexperimente hinreichend motiviert. Anwendungen der erarbeiteten Theorie werden anschaulich präsentiert wie z. B. RSA-Verschlüsselung, Fehlersuchcodes, das archimedische Problem der Rinder des Helios, etc. Eine sehr genaue und ausführliche Behandlung wird Primzahltests und Faktorisierungen ganzer Zahlen zuteil; dabei sind die zertifizierbaren Primzahltests mit Lucas-Folgen besonders hervorgehoben. Am Ende des Buches findet sich auch noch eine knappe Einführung in *Mathematica* sowie der Beweis, dass Lucas-Zertifikate immer existieren. Die interessanten Übungsaufgaben jedes Kapitels teilen sich in „klassische“ Theorieaufgaben und rechnergestützte Fragestellungen.

Die beiden erfahrenen Autoren haben mit diesem Buch eine motivierende Einführung in die elementare Zahlentheorie unter Zuhilfenahme von *Mathematica* verfasst, die den Studenten auch zum Experimentieren mit dem Computeralgebrasystem einlädt. M. Lamberger (Graz)

J. P. Escofier: Galois Theory. Translated by L. Schneps. With 48 Illustrations. (Graduate Texts in Mathematics 204.) Springer, New York u.a. 2001, XIV+280 S. ISBN 0-387-98765-7 H/b DM 119,–.

Dieses aus dem Französischen übersetzte Buch bietet eine solide Einführung in die Grundlagen der klassischen Galoistheorie und eignet sich sowohl zum Selbststudium für interessierte Mathematikstudenten und -lehrer (wegen der vielen, auch großteils gelösten Übungsbeispiele) als auch als Leitfaden für eine entsprechende Einführungsvorlesung (wegen der sehr sauberen und genauen Darstellung).

Um dem Leser allzuviel abstrakte Algebra zu ersparen, werden großteils nur Teilkörper des algebraisch abgeschlossenen (dies wird in Aufgabe 7.4 bewiesen) Körpers $\mathbb{C}$ betrachtet. Dafür werden sehr ausführlich, und auch historisch beleuchtet, die Methoden zur Berechnung der Nullstellen von Polynomen vom Grad ≤ 4, symmetrische Polynome sowie die Konstruierbarkeit mit Zirkel und Lineal dargestellt. Weitere behandelte Themen sind Einheitswurzeln, zyklische Erweiterungen samt Lagrangescher Resolvente, Auflösbarkeit durch Radikale sowie endliche Körper (hier wird sehr locker von $\mathbb{C}$ auf Körper mit Charakteristik > 0 gewechselt — hoffentlich unterliegt hier nicht so mancher Anfänger bösen Trugschlüssen!). Ein eigenes Kapitel mit 7 Seiten ist dem Leben Évariste Galois' gewidmet.

Insgesamt ist das Buch leicht lesbar und immer wieder mit historischen Kommentaren oder passenden konkreten Beispielen gewürzt. Der logisch einwandfreie Stil sowie die ausgesuchten Beispiele lassen erkennen, daß der Autor die behandelte Materie wohl gut beherrscht. Wenn Textpassagen unlogisch formuliert sind (z.B. die Beispiele auf S.181), dürfte dies eher an der Übersetzerin liegen. Unmittelbar nach dem Hauptsatz der Galoistheorie hat sich ein böser Übersetzungsfehler eingeschlichen: „Verband" wurde aus dem Französischen (*treillis*) mit *trellis* statt mit *lattice* übersetzt. Auch in "*The group dihedral* D_n" auf S.128 schlägt das Französische durch.

Abgesehen von diesen Kleinigkeiten dürfte sich dieses Buch aufgrund seines ansprechenden Stils und verständlichen Inhalts wohl gut verkaufen.

G. Lettl (Graz)

A. van den Essen: Polynomial Automorphisms and the Jacobian Conjecture. (Progress in Mathematics, Vol. 190.) Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2000, XVIII+329 S. ISBN 3-7643-6350-9 H/b sfr 98,–.

Der Titel bezieht sich auf das "Jacobian Problem": *Besitzt jede polynomiale Abbildung von k^n in sich (k ein Körper), dessen Jacobi-Determinante konstant und ungleich 0 ist, eine polynomiale Inverse?* Die Fragestellung geht auf O. H. Keller (1939) zurück, Ansätze finden sich schon im "Scottish Book" (Problem von Mazur und Orlicz, 1935). Es gibt viele Teilergebnisse, aber auch legendäre Fehlversuche dazu. Das vorliegende Buch gibt eine konzise Einführung in die Problemstellung und führt den Leser bis an den derzeitigen Stand der Forschung heran. Es ist von einem Fachmann geschrieben, der selbst einen bedeutenden Beitrag dazu geliefert hat. Er gab ein notwendiges und hinreichendes Kriterium dafür an, wann ein polynomialer k-Algebrahomomorphismus ein Isomorphismus ist (verallgemeinertes Jacobi-Problem). Dies unter Zuhilfenahme des Algorithmus aus der Theorie der Gröbner-Basen. Das Buch selbst ist logisch klar aufgebaut. Die benötigten Definitionen und Sätze aus der kommutativen Algebra, algebraischen Geometrie und Modultheorie werden in einem Anhang angeführt, so dass auch fortgeschritteneren Studierenden das Buch zum Selbststudium empfohlen werden kann. Exkurse in andere Gebiete, wie etwa Anwendungen von polynomialen Abbildungen in dynamischen Systemen, machen das Buch besonders interessant.

D. Gronau (Graz)

W. M. Kantor, Á. Seress (eds.): Groups and Computation III. Proceedings of the International Conference at The Ohio State University, June 15–19, 1999. (Ohio State University Mathematical Research Institute Publications 8.) Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2001, VIII+368 S. ISBN 3-11-016721-2 H/b DM 248,00.

Im Juni 1999 fand in Columbus, Ohio, die 3. Tagung über "Groups and Computation" statt. Dieses Buch ist der diesbezügliche Proceedings-Band. Zur Sprache kommen alle wesentlichen Teile der Computational Group Theory, z.B. Algorithmen für Permutationsgruppen, polyzyklische Gruppen, Berechnungen von Automorphismen- und von Matrixgruppen, etc. Ein exzellenter Überblick über den Stand der Theorie.

G. Pilz (Linz)

S. V. Konyagin, I. E. Shparlinski: Character Sums with Exponential Functions and their Applications. (Cambridge Tracts in Mathematics 136.) Cambridge University Press, 1999, VIII+163 S. ISBN 0-521-64263-9 H/b £ 30,–.

Das Buch beschäftigt sich mit Charaktersummen, insbesondere mit deren Abschätzungen, sowie mit Anwendungen in verschiedenen Gebieten der Mathematik. In kompakter Form werden dem Leser aktuelle Methoden nähergebracht und deren Verwendung bei unterschiedlichen Problemen vorgeführt.

In den ersten Kapiteln werden Schranken von Charaktersummen im allgemeinen Kontext eines algebraischen Zahlkörpers $\mathbb{K}$ hergeleitet. Im speziellen Fall $\mathbb{K} = \mathbb{Q}$ werden somit Summen der Form $\sum_v \chi(av)$ betrachtet, wobei χ ein additiver Charakter von $\mathbb{F}_p$ ist, und v eine Untergruppe von $\mathbb{F}_p^\times$ durchläuft.

Die restlichen Teile widmen sich den Anwendungen. Dabei werden unter anderem Probleme bei der Erzeugung von Zufallszahlen, aus der Kodierungstheorie und im Bereich der endlichen Körper studiert. Die Resultate beziehen sich meist auf die Verteilung gewisser Größen, wie etwa der Potenzen einer Primitivwurzel. Die breite Themenwahl zeigt einerseits die vielseitige Anwendbarkeit der Zahlentheorie und ermöglicht es andererseits, je nach Geschmack tiefer in die Materie einzudringen.

Das Buch richtet sich vor allem an Spezialisten, die die Theorie der Charaktersummen anwenden wollen oder die sich mit dem neuesten Stand der Technik vertraut machen wollen. Jedes Kapitel enthält sowohl Übungsaufgaben als auch offene Fragen und Anregungen für weitere Forschung. Viele Verweise zu neueren Veröffentlichungen im Text machen dieses Buch zu einer Bereicherung für jede mathematische Bibliothek.

E. Teufl (Graz)

H. Niederreiter, C. Xing: Rational Points on Curves over Finite Fields: Theory and Applications. (London Mathematical Society Lecture Note Series 285.) Cambridge University Press, 2001, X+245 S. ISBN 0-521-66543-4 P/b £ 27,95.

Dieses Buch berichtet über den aktuellen Stand der Forschung zur Suche nach algebraischen Kurven über endlichen Körpern mit „vielen" rationalen Punkten sowie Anwendungen, die solche Kurven benötigen.

Die ersten drei Kapitel behandeln einen Überblick über die Theorie der algebraischen Funktionenkörper in einer Variablen, die Klassenkörpertheorie globaler Funktionenkörper sowie spezielle Typen von Körpererweiterungen (Kummer, Artin-Schreier, Einheitswurzeln und Drinfeld-Moduln vom Rang 1).

Im vierten Kapitel, dem „Herzstück" dieses Buches, wird gezeigt, wie die Klassenkörpertheorie dazu benützt werden kann, zu einem gegebenen globalen Funktionenkörper eine Erweiterung mit „vielen" rationalen Stellen zu erhalten. Zahlreiche explizite Beispiele dokumentieren diese Methode, die teilweise sogar „optimale" Funktionenkörper (d.h. mit maximal möglicher Punkteanzahl $N_q(g)$ bei gegebenem Geschlecht g und Konstantenkörper $\mathbb{F}_q$) ergibt. In Kapitel 5 werden nicht abbrechende Klassenkörpertürme verwendet, um untere Schranken für $A(q)$, den Limes superior von $N_q(g)/g$ für $g \to \infty$, herzuleiten.

Die weiteren Kapitel des Buches beschreiben aktuelle Anwendungen solcher globaler Funktionenkörper mit „vielen" rationalen Stellen. Die von den Autoren entwickelten NXL- und XNL-Codes verallgemeinern Goppas Konstruktion geometrischer Codes, indem sie u.a. auch Funktionen an nicht-rationalen Stellen auswerten, und werden in Kapitel 6 beschrieben. Kapitel 7 zeigt die Anwendung im Bereich der Stromchiffren sowie zur Konstruktion perfekter Hash-Familien, und Kapitel 8 stellt die Bedeutung solcher Funktionenkörper für die Konstruktion von Folgen mit geringer Stern-Diskrepanz vor.

Das Buch richtet sich an einen mathematisch vorgebildeten Leserkreis, der über Grundkenntnisse der Funktionenkörper von Kurven sowie der Codierungstheorie verfügt, und kann jedem an der behandelten Thematik Interessierten sehr empfohlen werden.

G. Lettl (Graz)

B. Perrin-Riou: *p*-adic *L*-Functions and *p*-adic Representations. (SMF/AMS Texts and Monographs, Vol. 3) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island 2000. Translated by L. Schneps from Astérisque, Numéro 229 (Société Mathématique de France, 1995), XX+150 S. ISBN 0-8218-1946-1 P/b $ 49,–.

Daß die Werte analytischer Objekte, nämlich Zeta- bzw. allgemeiner L-Funktionen (von Zahlkörpern, elliptischen Kurven, Varietäten, Motiven,...), arithmetische Informationen (Klassenzahl, Rang bzw. Ordnung von Punktgruppen,...) enthalten, ist wohl eines der faszinierendsten Phänomene in der Mathematik und verknüpft mit vielen noch offenen Vermutungen (von Birch und Swinnerton-Dyer, Deligne, Beilinson, Bloch, Kato,...). Um diese Beziehungen besser analysieren zu können, bedient man sich seit Kubota-Leopoldt (1964) p-adischer Methoden. Die verschiedenen Zugänge zu p-adischen L-Funktionen und die dabei aufgetretenen Probleme werden durch die neue allgemeine Konstruktion in diesem Buch verallgemeinert bzw. gelöst.

Ist V der $\mathbb{Q}_p$-Vektorraum einer p-adischen, kristallinen Darstellung der absoluten Galoisgruppe eines absolut unverzweigten Zahlkörpers und T ein Gitter in V, so konstruiert die Autorin einen Modul $\mathbb{I}(T)$ über der Iwasawa-Algebra Λ, den „Modul der p-adischen L-Funktionen von T“, wofür sie eine Exponentialabbildung verwendet, die invers zum Coleman-Isomorphismus ist und die Exponentialabbildung von Bloch-Kato interpoliert. Unter geeigneten Annahmen (z.B. schwache Leopoldt-Vermutung, explizites Reziprozitätsgesetz[1]) ist $\mathbb{I}(T)$ frei vom Rang 1 über Λ, und $\mathbb{I}(T)$ ist mit dem Modul $\mathbb{I}(T^*(1))$ des getwisteten dualen Gitters durch eine Funktionalgleichung gekoppelt.

Unter gewissen Regularitätsvoraussetzungen wird für einen Erzeuger von $\mathbb{I}(T)$ am trivialen Charakter die Verschwindungsordnung bzw. der führende Term bestimmt. Schließlich wird noch gezeigt, welche Vermutungen benötigt werden, um aus der entsprechenden Theorie für eine Motivstruktur über $\mathbb{Q}$, deren p-adische Realisierung kristallin ist, die erhofften Ergebnisse zu erhalten.

Die englische Übersetzung dieses Werkes ist wohl für jeden Mathematiker, der im Bereich der arithmetischen algebraischen Geometrie arbeitet, von unschätzbarem Wert. G. Lettl (Graz)

A. M. Robert: A Course in *p*-adic Analysis. (Graduate Texts in Mathematics 198.) Springer, New York u.a. 2000, XV+437 S. ISBN 0-387-98669-3 H/b DM 109,–.

Der Autor stellt sich in diesem Buch die Aufgabe, eine Einführung in das Gebiet der p-adischen Analysis zu geben, die einerseits zu einem hohen Grad selbständig

[1] Dieses wurde inzwischen unabhängig auf drei verschiedene Weisen von Kato, Kurihara und Tsuji, von Colmez und von Benois bewiesen.

gelesen werden kann, andererseits elaboriertere Themen miteinbezieht, die in anderern elementaren Darstellungen bislang unbehandelt blieben.

So finden sich im einleitenden Kapitel über die Konstruktion und die elementaren Eigenschaften von $\mathbb{Z}_p$ und $\mathbb{Q}_p$ hinaus auch ein Abschnitt über lineare euklidische Modelle von $\mathbb{Z}_p$, die eine Visualisierung anhand von Fraktalen erlauben. Die Kapitel 2 und 3 widmen sich nicht-archimedischen Absolutbeträgen, den algebraischen Erweiterungen des Körpers $\mathbb{Q}_p$ sowie der Konstruktion des p-adischen Äquivalents der komplexen Zahlen. Diesen Themen wird auf etwa 100 Seiten große Aufmerksamkeit geschenkt; hervorzuheben ist etwa die Konstruktion von *sphärisch vollständigen* Erweiterungen nach Diarra.

Wie in allen anderen Kapiteln versteht es der Autor sehr gut, die nötige Theorie entweder in konsistenter Weise einzubauen oder in Anhängen bereitzustellen, sodass nur ein moderates Vorwissen an Algebra und Topologie vonnöten ist. Im Weiteren orientiert sich der Autor, der übrigens mit einem angenehm erfrischenden Stil zu Werke geht, am Aufbau der klassichen Analysis. In Kapitel 4 werden stetige Funktionen von $\mathbb{Z}_p$ nach $\mathbb{Q}_p$, deren Charakterisierung nach Mahler, die Sätze von Mahler, van der Put und van Hamme besprochen. Die benötigten Techniken werden sehr klar entwickelt (Umbraler Kalkül, formale Potenzreihen). Weiterführend widmet sich Kapitel 5 der Differentiation, der Integration (nach Volkenborn) und der Behandlung der p-adischen Exponentialfunktion sowie des p-adischen Logarithmus. Die Darstellung von analytischen Funktionen und Funktionselementen nach Krasner in Kapitel 6 ist die erste dieser Art auf einem elementaren Niveau. Als Höhepunkte werden die Sätze von Mittag-Leffler, Motzkin, Christol-Robba und Amice-Fresnel bewiesen. Im 7. und letzten Kapitel wird die aufgebaute Theorie auf spezielle Funktionen angewandt (p-adische Gammafunktion, Artin-Hasse-Exponentialfunktion, Dwork-Exponentialfunktion) und interessante Kongruenzen hergeleitet. Die Formel von Gross-Koblitz und der Satz von Hazewinkel bilden zusammen mit Anwendungen der im Buch hergeleiteten Ideen auf klassische Fragestellungen (die auf den Autor und seine Schüler zurückgehen) den Abschluss des Buches. Es bleibt noch anzumerken, dass jedes Kapitel mit einer Vielzahl von Übungsaufgaben unterschiedlichster Schwierigkeit versehen wurde. Das vorliegende Buch dient meiner Meinung nach als hervorragendes Nachschlagewerk für p-adische Analysis und kann aufgrund seiner konsistenten Ausführungen mit großem Gewinn gelesen werden.

M. Lamberger (Graz)

A. Terras: Fourier Analysis on Finite Groups and Applications. (London Mathematical Society Student Texts 43.) Cambridge University Press, 1999, X+442 S. ISBN 0-521-45108-6 H/b £ 50,–, ISBN 0-521-45718-1 P/b £ 18,95.

Die Darstellungstheorie endlicher Gruppen wird (zu) oft ausschließlich als Gebiet der reinen Algebra betrieben. Im vorliegenden Buch ist das nicht so, was schon durch die ersten Worte des Titels („Fourieranalyse“ statt „Darstellungstheorie“)

klar gemacht wird: die Denkweise orientiert sich mehr an klassischen analytischen Fragestellungen. Die letzteren werden hier für diskrete, endliche Strukturen betrachtet.

Das Werk ist in zwei annähernd gleich große Hälften aufgeteilt, in der ersten geht es um kommutative und in der zweiten um nichtkommutative Gruppen. Der innere Aufbau orientiert sich an der großen Anzahl von Beispielen und Anwendungen, welche den eigentlichen Zweck und größten Wert des Buches bilden. Diese umfassen die folgenden Themen: Konstruktion von „Expander"- und Ramanujan-Graphen, Spektra von (Cayley-) Graphen und die Frage nach isospektralen Graphen ("can one hear the shape of a group?"), Irrfahrten auf Cayleygraphen und Approximation der Gleichverteilung, das quadradische Reziprozitätsgesetz, fehlerkorrigierende Codes, endliche symmetrische Räume, die Spurformel auf endlichen Graphen und homogenen Bäumen und die Zetafunktion von Ihara, vibrierende Systeme und die Chemie von Molekülen, schnelle Fouriertransformation usw.

Naturgemäß ist der Theorieanteil im zweiten Teil gewichtiger als im ersten. Speziell werden hier z.B. die endliche $(ax+b)$-Gruppe, die endliche Heisenberggruppe, endliche „obere Halbebenen" und Matrixgruppen über endlichen Körpern behandelt. Die Theorie wird immer durch Beispiele und Anwendungen motiviert und diesen sozusagen untergeordnet. Man findet viele historische Querverweise, die Lektüre ist interessant und anregend, wenn auch vielleicht letzten Endes manchmal eine leichte Oberflächlichkeit spürbar wird.

Auch wenn es in der Regel unüblich ist, im Rahmen einer Buchbesprechung für ein anderes Buch „Werbung" zu machen, möchte der Rezensent auf P. Diaconis, "Group representations in Probability and Statistics" (IMS Lect. Notes, Hayward, 1988) hinweisen, das von der Autorin als wichtige inspirierende Quelle genannt wird and als Ergänzung dienen kann.

Insgesamt ist das vorliegende Buch gut gelungen, nützlich und insbesondere als Grundlage für Seminare oder Spezialvorlesungen sehr gut geeignet.

W. Woess (Graz)

Geometrie — Geometry — Géométrie

T. Aubin: A Course in Differential Geometry. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 27.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2001, XI+184 S. ISBN 0-8218-2709-X H/b $ 35,–.

This book provides a good introduction to differential geometry considered as the theory of differentiable manifolds. The reader is assumed to have a good knowledge of multidimensional calculus and point-set topology. Differing from a state-ment in the Preface, I think it is helpful to think of surfaces in three-space while studying the book. After basic definitions, the theorems of Whitney and Sard are proved in the first chapter. In chapter II the concepts of vector fields and differential forms are introduced. Chapter III deals with the integration of vectorfields and gives a proof of the Frobenius theorem. Chapter IV develops the concept of linear connections, parallel transport and geodesics. Chapter V specializes to Riemannian manifolds by deducing global properties from local properties of curvature. Chapter VI is devoted to the Yamabe problem: "On a compact Riemannian manifold (M_n, g) of dimension $n \geq 3$ there always exists a metric with constant scalar curvature." This assertion was finally proved by the author. Many exercises (with solutions) make this book a readable one for everyone interested in differential geometry with emphasis on differentiable manifolds.

F. Manhart (Wien)

Ch. Bär: Elementare Differentialgeometrie. (de Gruyter Lehrbuch.) Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2001, XII+281 S. ISBN 3-11-015519-2 P/b DM 48,-, ISBN 3-11-015520-6 H/b.

Differentialgeometrie, wie sie (abgesehen von der Physik) in technisch-naturwissenschaftlichen Disziplinen angewendet wird, benutzt Parametrisierungen von Kurven und Flächen und deren koordinatenmäßigen Darstellungen. Es ist daher äußerst begrüßenswert, wenn sich ein Autor der Aufbereitung klassischer Differentialgeometrie in der Tradition von W. Blaschke annimmt und Studenten, die erst die üblichen mathematischen Grundvorlesungen hinter sich gebracht haben, eine gut verständliche, anwendungsorientierte Einführung in Differentialgeometrie zur Hand gibt.

Das 1. Kapitel schließt dabei etwaige Bildungslücken aus der elementaren affinen und euklidischen Geometrie. Das 2. Kapitel ist der Kurventheorie gewidmet, im Wesentlichen unter Beschränkung auf ebene Kurven und 3-Raum-Kurven. Dabei werden allerdings auch Probleme globaler und topologischer Natur angesprochen und an Beispielen vorgeführt.

Im 3. Kapitel werden differentialgeometrische Begriffe der klassischen Flächentheorie im 3-Raum vorgeführt und an besonderen Flächenklassen erprobt. Das 4. Kapitel widmet sich der inneren Geometrie der Flächen und führt so in die Riemannsche Denkweise ein. Mit globalen, metrikunabhängigen Aussagen leitet der Autor methodisch geschickt zum abschießenden Kapitel zu topologischen Aspekten und dem Satz von Gauß-Bonnet über.

Das empfehlenswerte Buch verfügt, sozusagen als Anhang, über einen knappen Abschnitt „Ausblicke“, ein Symbolverzeichnis und einen ausführlichen Index. Das Literaturverzeichnis befremdet zunächst, es enthält unter nur 14 Einträgen bloß zwei Differentialgeometrie-Bücher, aber kein einziges weiterführendes Werk. Dies ist aber für den vom Autor angesprochenen Leserkreis (siehe oben) durchaus akzeptabel.

G. Weiß (Dresden)

D. E. Blair: Inversion Theory and Conformal Mapping. (Student Mathematical Library, Vol. 9.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2000, X+118 S. ISBN 0-8218-2636-0 P/b $ 19,–.

Blairs schmales Bändchen dreht sich um den (differentialgeometrischen) Satz von Liouville-Nevanlinna, nämlich dass in Räumen der Dimension größer 3 außer Ähnlichkeiten und Inversionen, also Möbius-Transformationen, keine weiteren konformen Abbildungen existieren.

Um heutige Studenten überhaupt für ein solches Problem zu sensibilisieren, hält Blair eine sehr ausführliche elementargeometrische Einführung in die ebene euklidische Möbius-Geometrie für nötig, der er auch mehr als zwei Drittel des Buches widmet. Dieser Standpunkt ist durchaus begrüßenswert und macht das Buch zu einer brauchbaren Grundlage für Seminar- und Proseminarthemen und Einstiegsvorlesungen. Die ersten beiden Kapitel („klassische ebene Inversion“, „linear-rationale Transformationen“) sind samt den zugehörigen “Exercises” vielleicht sogar Schülern zugänglich.

Das Buch verdient daher einen Platz im Bücherregal vor allem derjenigen, die mit der Mathematiklehrer-Ausbildung betraut sind, und natürlich der Mathematik/Geometrie-Lehrer selber. Den gelungen umgesetzten didaktischen Intentionen des Autors laufen die Visualisierungsversuche Fig. 2.3 und Fig. 6.3 entgegen. Außerdem könnte verwirren, wenn die Gaußsche Zahlenebene als komplexe *Ebene* statt als komplexe *Gerade* angesprochen wird.

G. Weiß (Dresden)

D. L. Johnson: Symmetries. With 60 Figures. (Springer Undergraduate Mathematics Series.) Springer, London u.a. 2001, XI+198 S. ISBN 1-85233-270-0 P/b DM 64,09.

Das Buch ist eine ideale Ergänzung für jeden, sei er Lektor oder interessierter Leser, der die enge Verbindung von Gruppentheorie und Geometrie kennenlernen will. Die Darstellung ist sehr ausführlich und setzt nur wenige Vorkenntnisse voraus (allerdings in der textlichen Gestaltung etwas unübersichtlich). Im Mittelpunkt stehen die diskreten Untergruppen der Bewegungsgruppe der Ebene. Die ebenen kristallographischen Gruppen werden ausführlich untersucht, ebenso die Parkettierungen der Ebene. Es gibt auch Ausflüge zur Kugel und zu den Coxetergruppen. Das Buch schließt mit einem Beweis des Satzes von Schläfli über die möglichen regulären Polytope im n-dimensionalen Raum. Das Buch deckt nicht alle zum verheißungsvollen Titel Symmetrie möglichen und wichtigen Themen ab, aber es könnte ein guter Einstieg in das Gebiet sein.

F. Schweiger (Salzburg)

W.-D. Klix: Konstruktive Geometrie — darstellend und analytisch. Unter Mitwirkung von Dipl.-Math. K. Nestler. Mit 394 Bildern, 54 Beispielen, CD-ROM mit Aufgaben und Lösungen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 291 S. ISBN 3-446-21566-2 H/b DM 59,80.

Das vorliegende Buch stellt eine überarbeitete Fassung des vom Autorenduo Klix/Nickel stammenden Werkes mit dem Titel „Darstellende Geometrie“ dar. Dabei sind zu den darstellend-geometrischen Inhalten die Methoden der analytischen Geometrie dazugekommen. So wie im genannten Ausgangswerk wurde wieder eine Art Bausteinprinzip gewählt, in dem der algorithmische Aspekt der konstruktiven Geometrie besonders gut zu erkennen ist. Eine CD-ROM mit Aufgaben und Lösungen macht das Buch auch zum Selbststudium ausgezeichnet geeignet.

Der Reihe nach finden sich Kapitel mit folgenden Themen in dem ausgezeichneten Buch:

Geometrische Grundlagen (neben planimetrischen Grundkonstruktionen werden Projektionen sowie elementare Kegelschnittseigenschaften vorgestellt), Abbildungsverfahren der Darstellenden Geometrie (Axonometrie, Normalrisse, Perspektive), Prinzipien der analytischen Geometrie (homogene und inhomogene Koordinaten, Schnittaufgaben, affine und projektive Abbildungen, Kurven und Flächen), spezielle Verfahren sowie besondere Kurven und Flächen (Böschungskonstruktionen und Dachausmittlungen, Kugel, Prismen und Pyramiden, Zylinder und Kegel, Bewegflächen und Quadriken).

Das Buch gibt in den genannten Abschnitten eine gut lesbare und ausgezeichnet verständliche Darstellung der genannten Stoffauswahl. Für alle Interessierten stellt es eine wahre Fundgrube von Anregungen für eigene Lehrveranstaltungen dar. Insgesamt ist das Buch daher sowohl den Studierenden der ersten Semester als auch deren Lehrern und Lehrerinnen wärmstens zu empfehlen.

O. Röschel (Graz)

S. Lang: Fundamentals of Differential Geometry. With 22 Illustrations. (Graduate Texts in Mathematics 191.) Springer, New York u.a. 1999, XVII+535 S., ISBN 0-387-98593-X H/b DM 109,–.

Der Altmeister der Analysis, Serge Lang, folgt in den vorliegenden “Fundamentals of Differential Geometry” einer Konzeption von Dieudonné und Bourbaki, nämlich einer möglichst allgemeinen und weitestgehend koordinatenfreien Behandlung differenzierbarer Mannigfaltigkeiten. Der Anwendungsbereich dieses geometrisch-begrifflichen Kalküls ist gleichermaßen in Differentialtopologie, Differentialgeometrie und im Gebiet der Differentialgleichungen zu sehen. Dennoch ist es überraschend, dass sich das Buch trotz des Titels “Differential Geometry” bloß unter der MSClass 58-01 einordnet.

Der Leser sollte bereits einige Vertrautheit mit differentialgeometrischen Begriffsbildungen und Methoden haben; andernfalls muss er sich die hier vorgestellte Begriffswelt, angefangen von Kategorien und Funktoren, „trocken" ohne Beispielsbezug erarbeiten. Auf der Grundlage einiger Beispiele differenzierbarer Mannigfaltigkeiten erschließt sich aber die Prägnanz und Eleganz der Langschen Darstellung in vollem Umfang.

Lang gelingt es, mit minimalem Aufwand ein Maximum an inhaltlicher Spannweite der Resultate zu erzielen. Wenn nur irgend möglich, sind die Schauplätze unendlichdimensional; nichtsdestoweniger sind die angegebenen Beweise stets übersichtlich und einsichtig. Für Lang sind auch pseudo-Riemannsche Metriken „natürlicher", weil allgemeiner als Riemannsche. Im Sinne eines vereinheitlichenden Ansatzes werden z.B. (pseudo-)Riemannsche Räume, Räume mit Kähler-Metrik und Teichmüller-Räume als Untermannigfaltigkeiten von Cartan-Hadamard-Räumen bzw. schlussendlich von Banach-Räumen aufgefasst. Einzig der von Volumina und Integralgeometrie handelnde Teil III des Buches muss naturgemäß von endlich-dimensionalen Mannigfaltigkeiten handeln. Hier kommt Lang auch dem an Koordinaten gewöhnten Leser entgegen.

Das Buch ist aus meiner Sicht hervorragend geeignet, dem Leser die Entwicklungstrends moderner Differentialgeometrie, wie sie insbesondere von mathematischer Physik stimuliert werden, zu erschließen. Bei der Fülle an Material und Details hält Lang stets die Balance an ausreichender Motivation und Erklärung und Kürze im Kalkülmäßigen, bei dem Lang mit einer erstaunlich geringen Zahl von Symbolen auskommt. (Dennoch hätte ein Symbolverzeichnis dem Buch nicht geschadet.)

G. Weiß (Dresden)

Analysis — Analysis — Analyse

H. Bauer: Measure and Integration Theory. Translated from the German by R. B. Burckel. (de Gruyter Studies in Mathematics 26.) Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2001, XVI+230 S. ISBN 3-11-016719-0 H/b DM 79,90.

Like the German original, the present textbook is a very readable and concise introduction to measure theory and integration. It is intended to provide the necessary background for the book on *Probability Theory* by the same author. The first three chapters cover the basic results, whereas the last chapter gives an introduction to measure theory on topological spaces including Radon measures, Lusin's theorem, and convergence of measures. Personally, I would have liked to see also some material on the connections between measure theory and harmonic analysis as well as complex functions. In any case, it definitely is a valuable resource for both students and teachers.

G. Teschl (Wien)

C. Foias, O. Manley, R. Rosa, R. Temam: Navier-Stokes Equations and Turbulence. (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications 83.) Cambridge University Press, 2001, XIV+347 S. ISBN 0-521-36032-3 H/b £ 60,00.

The authors Foias, Manley, Rosa, and Temam are well known in the theory of the Navier-Stokes equation. In the monograph they address the theory of turbulence from the point of view of several disciplines. On the one hand, mathematicians may learn here what physical turbulence is, and on the other hand, the book informs physicists and engineers about existing mathematical tools from which they might benefit. The level of mathematical preparation necessary for understanding this material is an elementary knowledge of partial differential equations; terms and concepts beyond this level are presented in detail as needed. Mathematically oriented readers are assumed to be familiar with elementary physics and continuum mechanics. It is written in an excellent way, the structure is clear. Thus, the book can be recommended for physicists and mathematicians.

E. Hausenblas (Salzburg)

A. Jensen, A. la Cour-Harbo: Ripples in Mathematics. The Discrete Wavelet Transform. Springer, Berlin u.a. 2001, IX+246 S. ISBN 3-540-41662-5 P/b DM 79,00.

This is an algorithm based, completely elementary introduction to the discrete wavelet transform (DWT) and wavelet packet transform, easy to read and easy to understand, well suited for an introductory course on wavelets for undergraduate students of applied sciences or mathematics. Starting with the lifting approach to the DWT, the reader is lead to the mathematical foundations of the one- and two-dimensional wavelet and wavelet packet transform, supported by basic examples. The connections to filter theory are presented, and the theory underlying the implementation of the DWT is explained. Implementations and examples using basic *Matlab* (TM) as well as the public domain ubi-wave wavelet toolbox help to further a deeper understanding of the algorithms.

C. Cenker (Wien)

J. Kigami: Analysis on Fractals. (Cambridge Tracts in Mathematics 143.) Cambridge University Press, 2001, VIII+226 S. ISBN 0-521-79321-1 H/b £ 35,-.

Analysis on fractals is a new area of mathematics dealing with dynamical aspects on fractal structures. Prominent examples are heat diffusion problems on fractals or vibration of fractal objects. The dynamics dealt with in this book is, however, restricted to processes taking place on fractals which do not change in time. Dynamics of evolution of fractals in time is not treated; thus the title of the book "Analysis on Fractals" is too general and might be misleading.

The monograph requires only basic knowledge of topology, measure theory and advanced analysis, and can be used as a very useful introduction to this new field.

Starting with basic definitions and results for self-similar sets and measures, the second chapter deals with Dirichlet forms and Laplacians on networks together with appropriate limit procedures, which aims at the construction of Laplacians on self-similar structures. This part together with a chapter on eigenvalues and eigenfunctions of Laplacians form the central part of the book. Finally heat kernels are constructed and some results on their asymptotic behavior are given.

The author gives many helpful examples throughout the whole text, which together with the appendices makes this book quite self-contained and useful for graduate courses.

G. Eder (Linz)

Tan Lei (Ed.): The Mandelbrot Set, Theme and Variations. (London Mathematical Society Lecture Note Series 274.) Cambridge University Press, 2000, XX+365 S. ISBN 0-521-77476-4 P/b £ 27,95.

This interesting book offers a series of papers devoted to the topic of Mandelbrot sets. The articles are written by prominent researchers in this field and cover the following chapters: Part one is devoted to historical developments and to the universality of the Mandelbrot set. The ensuing parts give some insight into quadratic Julia sets and the Julia sets of rational maps. Further articles outline the techniques used in complex dynamics.

The book offers an excellent overview of the development in this interesting and topical field. It can be warmly recommended to become familiar with the realm of Mandelbrot sets and related topics.

O. Röschel (Graz)

E. H. Lieb, M. Loss: Analysis. Second Edition. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 14.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2001, XXII+346 S. ISBN 0-8218-2783-9 H/b $ 39,-.

Dieses Buch, dessen Inhalt aus ausgewählten Kapiteln der höheren Analysis besteht, ist mit seiner originellen Stoffzusammenstellung nicht ohne Grund nach vier Jahren in einer zweiten, erweiterten Auflage erschienen. Neu hinzugekommen sind in der Integrationstheorie der übliche Weg über wachsende Folgen einfacher Funktionen und neben ein paar Ergänzungen am Ende des Kapitels über Distributionen ein neues 12. Kapitel, das verschiedene Zugänge zu Schranken und Abschätzungen für Eigenwerte des Laplaceoperators mit Dirichlet-Randbedingungen sowie von Schrödingeroperatoren enthält, wobei hier auch eine relativistische Variante der letzteren betrachtet wird. Die Beschränkung auf Eigenwerte ist dadurch vorgegeben, dass die Spektraltheorie von Operatoren mit der üblichen Definition des Spektrums nicht gebracht wird.

W. Bulla (Graz)

W. McLean: Strongly Elliptic Systems and Boundary Integral Equations. Cambridge University Press, 2000, XIV+357 S. ISBN 0-521-66332-6 H/b, ISBN 0-521-66375-X P/b £ 20,95.

Im Rahmen einer Theorie elliptischer Randwertprobleme werden in Lehrbüchern üblicherweise das Dirichlet- und das Neumannproblem für lineare partielle Operatoren der Ordnung $2m$ behandelt. Im vorliegenden Werk werden — dazu im Gegensatz — *gemischte* Randwertprobleme stark elliptischer *Systeme* gelöst — und zwar einheitlich durch Lösung äquivalenter Fredholmscher Randintegralgleichungen *1. Art* (auf Lipschitz-Rändern).

Neben der präzisen Darstellung ist ein besonderer Vorzug des Buches seine Gliederung: In den Kapiteln 6 (surface potentials) und 7 (boundary integral equations) mit ca. 50 Seiten wird die Lösungstheorie dargestellt. Kap. 1 bringt eine historische Einleitung (Randintegralgleichungen 1. Art für Potentialprobleme bei Green und Gauß), während 130 Seiten (mehr als ein Drittel) den Vorbereitungen aus der abstrakten Funktionalanalysis (lineare Operatoren in Banach- und Hilberträumen, kompakte Operatoren, Spektraltheorie), der konkreten Funktionalanalysis (Faltung, Fouriertransformation, Sobolewräume, Spursätze für Lipschitz-Gebiete) und der Distributionentheorie (homogene Distributionen) gewidmet sind. Exemplifiziert wird die Theorie in drei Schlußkapiteln: Laplace-, Helmholtzgleichung, zuletzt das Gleichungssystem der linearen, isotropen und homogenen Elastizitätstheorie.

Die systematische Verwendung von Integralgleichungen 1. Art geht auf Arbeiten von Nedelec, Costabel, Dauge und Wendland zurück — ihre Behandlung in einem Lehrbuch zur Lösung elliptischer Randwertprobleme stellt eine bemerkenswerte Weiterentwicklung der Theorie von J. L. Lions und E. Magenes aus den 60er Jahren dar.

N. Ortner (Innsbruck)

Funktionalanalysis — Functional analysis — Analyse fonctionelle

E. M. Alfsen, F. W. Shultz: State Spaces of Operator Algebras. Basic Theory, Orientations, and C*-products. (Mathematics: Theory & Applications.) Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, XII+350 S. ISBN 0-8176-3890-3, 3-7643-3890-3 H/b sFr 128,00.

This is an almost self-contained, fundamental book on the state spaces of operator algebras, suited for graduate students of mathematics as well as for scientists. After presenting selected results from functional analysis, the author introduces the elementary theory of $C^\star$-algebras and von Neumann algebras in a short but concise way. Later on, projections, ideals, faces, and compression are studied in detail. After a discussion of the normal state space of bounded operators on Hilbert spaces, the study of state spaces of general $C^\star$-algebras leads to the correspondence between global orientations of the state space and Jordan compatible associative products of the algebra. Finally, some interesting technical results for von Neumann algebras are treated, such as structure theory, symmetries, reflections, rotational derivations, and last but not least the previously mentioned correspondence, now for von Neumann algebras.

C. Cenker (Wien)

M. I. Kadets, V. M. Kadets: Series in Banach Spaces. Conditional and Unconditional Convergence. Translated from the Russian by A. Iacob. (Operator Theory, Advances and Applications, Vol. 94.) Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 1997, VIII+156 S. ISBN 3-7643-5401-1, 0-8176-5401-1 H/b sfr 98,–.

Mikhail I. Kadets (der Name wird auch als Kadec transkribiert) ist seit bald 40 Jahren einer der bekanntesten Forscher in der Strukturtheorie von Banachräumen. Mit seinem Sohn Vladimir M. Kadets arbeitet er seit mehr an zehn Jahren an vielen speziellen Problemen vor allem in dem vom Untertitel dieses Buches angegebenen Bereich. Das Buch führt von den Anfangsgründen der Reihenlehre in Banachräumen über tiefe, aber heute schon klassische Sätze (wie beispielsweise die Sätze von Bessaga-Pełczyński und von Dvoretzky-Rogers) bis zu Ergebnissen jüngeren Datums. Mit dem Buch "Rearrangements of Series in Banach Spaces" derselben Autoren aus dem Jahr 1991 bestehen beträchtliche Überschneidungen; als Grund, jenem ein weiteres Buch folgen zu lassen, geben die Verfasser die seither durch Forscher wie Pecherskiĭ, Chobanyan und Banaszczyk erzielten großen Fortschritte an. Beide Bücher arbeiten ausgiebig mit zum Teil äußerst schwierigen Übungsaufgaben, von denen ein Teil durch ein abschließendes Kapitel "Comments" einer Lösung nähergebracht wird.

Eine ungewohnte Formulierung fällt dem westlichen Leser auf: Ergebnisse „gehören" ihrem jeweiligen Entdecker ("this result belongs to . . . ", womit gemeint ist: der Satz stammt von . . .) — eine wörtliche Übernahme einer russischen Redewendung. Auch sonst leidet die Übersetzung gelegentlich an kleineren Mängeln (z.B. werden Artikel falsch verwendet), ohne daß dies aber das Verständnis wesentlich erschweren würde. Das interessante Buch dürfte sich bestens als Seminarvorlage eignen.

P. Flor (Graz)

A. Pietsch, J. Wenzel: Orthonormal Systems and Banach Space Geometry. (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications 70.) Cambridge University Press, 1998, IX+553 S. ISBN 0-521-62462-2 H/b £ 55,–.

Es handelt sich um ein Handbuch zu dem Thema, das in zwei dem Text vorangestellten Motti verdeutlicht wird: "Which Banach spaces can be distinguished with the help of orthonormal systems? Which orthonormal systems can be distinguished with the help of Banach spaces?" Ziel ist eine einheitliche Darstellung der Theorie, die vor allem aus den Forschungen von James, Kwapień, Maurey, Pisier, Burkholder und Bourgain sowie des von den Verfassern geleiteten Seminars über Operatorenideale in Jena erwachsen ist. Wegen des überreichen Inhaltes und der meist sehr knapp formulierten Beweise scheint es dem Referenten zum Lehrbuch ungeeignet, aber als Nachschlagewerk oder für das Erlernen spezieller neuer Zweige der Theorie wahrscheinlich äußerst wertvoll.

P. Flor (Graz)

Dynamische Systeme — Dynamical Systems — Systèmes dynamiques

M. B. Bekka, M. Mayer: Ergodic Theory and Topological Dynamics of Group Actions on Homogeneous Spaces. (London Mathematical Society Lecture Note Series 269.) Cambridge University Press, 2000, X+200 S. ISBN 0-521-66030-0 P/b £ 24,95.

Das vorliegende Buch gibt den Inhalt von Vortragsreihen der Autoren über Ergodentheorie und topologische Dynamik wieder. Das Ziel ist es nach einer kurzen Einführung in das Thema möglichst schnell neue Resultate behandeln zu können. Als Höhepunkt und Abschluß wird der Beweis von Dani und Margulis für die Oppenheimsche Vermutung über die Dichtigkeit der Werte von indefiniten irrationalen quadratischen Formen wiedergegeben.

Das einleitende Kapitel gibt einen sehr konzise gehaltenen Grundkurs in Ergodentheorie und der Theorie der unitären Darstellungen und stellt die wesentlichen Begriffe und Zusammenhänge zur Verfügung.

Kapitel II stellt den geodätischen Fluß auf einer Riemannschen Mannigfaltigkeit negativer Gaußscher Krümmung vor. Hier werden besonders die Poincarésche Halbebene und Fuchssche Gruppen studiert. Darüber hinaus wird die Ergodizität des geodätischen Flusses auf lokal symmetrischen Räumen untersucht.

Kapitel III gibt einen vollständigen Beweis des Verschwindungssatzes von Howe und Moore aus der Theorie der Lieschen Gruppen. Dieser Satz wird dann unter anderem verwendet, um Gitterpunktprobleme im hyperbolischen Raum zu studieren.

Kapitel IV ist dem Studium des Horozykel-Flusses auf Riemannschen Flächen gewidmet. Hier werden klassische Resultate von Hedlund und neuere von Dani und Smillie über die Ergodizität dieses Flusses wiedergegeben.

Kapitel V ist der technischen Vorbereitung auf den Beweis der Oppenheimschen Vermutung in Kapitel VI gewidmet.

Das Buch ist ein weiterer Beleg für das fruchtbringende Zusammenspiel von Ergodentheorie und Zahlentheorie. Es ist trotz der Fülle des behandelten Stoffes auf nur 188 Seiten gut lesbar.

P. Grabner (Graz)

Angewandte und numerische Mathematik — Applied Mathematics, Numerical Analysis — Mathématiques appliquées, analyse numérique

R. B. Banks: Towing Icebergs, Falling Dominoes, and Other Adventures in Applied Mathematics. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1998, XIII+328 S. ISBN 0-691-05948-9 H/b $ 29,95.

Dieses unorthodoxe Buch könnte man der „Unterhaltungsmathematik“ zurechnen. Es illustriert, wie Dinge unseres täglichen Lebens, beispielsweise aus dem Sport, der Wirtschaft, der Bevölkerung, dem Verkehr, der Statistik usw. von der Mathematik „durchdrungen“ sind. In 24 Kapiteln geht der Autor von allgemein verständlichen Problemen aus — wie etwa *„Wie schnell können Läufer sein?“* oder *„Wie groß können Menschen werden?“* Zu jedem der präsentierten Probleme werden ein bzw. meist mehrere mathematische Modelle diskutiert. Sodann wird versucht, die eingangs skizzierten Probleme zu behandeln.

Dem Leser soll dadurch ein Einblick in verschiedene mathematische Begriffsbildungen, Modelle und Lösungsmethoden vermittelt werden. Grundkenntnisse der Analysis sind erforderlich; zusätzlich benötigte Vorkenntnisse sind unterschiedlich und problemspezifisch. Beispielsweise wird in Kap. 16 (‘*How to reduce the population with differential equations*’) ein interessanter einfacher Ansatz zur Beeinflussung der demographischen Entwicklung durch die Umweltbelastung präsentiert, der auf eine Lösung einer Integro-Differentialgleichung führt. Für das Verständnis der Kapitel 13 und 14 sind einige Kenntnisse der Mechanik nützlich, weil es sonst bei einer „rezeptartigen“ Darstellung bleibt.

Die Lektüre des Buches kann anwendungsorientierten Mathematikern empfohlen werden. Manche der Beispiele eignen sich gut für einen Kurs über mathematische Modellierung. Bemerkenswert — und typisch für die angelsächsische Mathematik — die Diskussion der Validierung der diversen Modelle, d.h. der Schätzung der Modellparameter. Und mit einigen der Probleme (und ihren Lösungen) wird man als Mathematiker im Freundeskreis wohl auch für seine Profession punkten können.

G. Feichtinger (Wien)

J. Buchmann: Einführung in die Kryptographie. Zweite, erweiterte Auflage. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, XVI+231 S. ISBN 3-540-41283-2 P/b DM 53,90.

Diese von einem Mathematiker geschriebene „Einführung in die Kryptographie" fällt sofort durch ihren präzisen und logisch einwandfreien Stil auf. Die verwendeten Begriffe (Verschlüsselungsverfahren, perfekte Sicherheit, Hashfunktion, ...) werden mathematisch sauber und kurz definiert, und es wird sehr wohl unterschieden, was „bewiesen" ist (etwa: wenn es eine kollisionsresistente Hashfunktion gibt, so gibt es auch eine kollisionsresistente Kompressionsfunktion) und was „allgemeiner Glaube der Experten" ist (etwa: welche Hashfunktionen gelten als effizient).

Trotz dieser mathematischen Genauigkeit ist dieses Buch insbesondere für Anfänger und speziell auch für Nicht-Mathematiker sehr verständlich gehalten. Das nötige mathematische Werkzeug (Restklassenringe, Matrizen und lineare Abbildungen, Wahrscheinlichkeit, Erzeugung von Primzahlen, Faktorisierungsverfahren, Ausblick auf elliptische Kurven) wird vor der jeweiligen Anwendung vorgestellt. Dann wird der Themenkreis prägnant, sehr verständlich und mit Beispielen illustriert, besprochen, wobei der Geübte die dahinterliegende mathematische Idee schnell erkennen kann. Dabei werden im wesentlichen alle Basistechniken der modernen Kryptographie erfaßt. Soweit möglich bzw. üblich, wird das englische Fachvokabular der Kryptographie in die deutsche Sprache übersetzt.

Ich hoffe, daß die Freude des Rezensenten beim Lesen dieses Buches auch von vielen anderen Lesern ebenfalls empfunden werden kann.

G. Lettl (Graz)

E. J. Dudewicz, B. L. Golden, Z. Govindarajulu (Eds.): Modern Mathematical, Management, and Statistical Sciences, I: Advances in Theory and Application. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 41.) American Sciences Press, Columbus, 1998, 210 S. ISBN 0-935950-45-1 P/b \$ 195,–[2] .

Im vorliegenden Sammelband werden in 7 Artikeln verschiedene Fragestellungen aus der stochastischen Modellbildung, Entscheidungstheorie, Stichprobentheorie und statistischen Test- und Schätztheorie diskutiert.

N. G. Hall stellt eine heuristische Methode für die Minimierung des maximalen Lagerbestands in einem NP-schweren Lagerhaltungsproblem vor und zeigt, dass

[2] Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume 18 (1998), Nos. 3 & 4.

dieses Verfahren über einen weiten Bereich von zufällig erzeugten Problemen gute empirische Resultate liefert. *E. M. Nigm* widmet sich der grundlegenden Frage, unter welchen Bedingungen zwei Funktionen von Ordnungsstatistiken, welche die Spannweite einer Verteilung charakterisieren (*quasi range* und *random quasi range*), die gleiche asymptotische Verteilung besitzen. Das einfachste Warteschlangenmodell mit einer Bedienstation ($M|M|1$-System) geht von exponentialverteilten Zwischenankunfts- und Bedienzeiten aus. *P. R. Parthasarathy* und *V. Vijayalakshmi* ermitteln für dieses Modell eine Approximation der Dichte der Länge der *busy period* und berechnen damit Übergangswahrscheinlichkeiten der Warteschlange.

N. Misra et al. behandeln ein Selektionsproblem, bei dem aus k exponentialverteilten Populationen mit unbekannten Lokationsparametern eine Untermenge so ausgewählt wird, dass in ihr mit hoher Wahrscheinlichkeit die Population mit dem maximalen Lokationsparameter enthalten ist. Es werden dabei Eigenschaften verschiedener Schätzer für den Mittelwert der Lokationsparameter der selektierten Populationen erörtert. Die sequentielle Schätzung des Minimums und Maximums von mehreren zwei-parametrigen Exponentialverteilungen mit gemeinsamen Skalierungs-, aber unterschiedlichen Lageparametern steht im Mittelpunkt des Artikels von *D. M. Carpenter* und *N. Pal*. Die Autoren *K. Govindaraju* und *C. D. Lai* zeigen, dass eine Modifikation eines Stichprobenplans von Dodge durch die Hinzunahme von Information über die Qualität bereits geprüfter Lose in vielen Fällen einen geringeren Bedarf an Stichproben nach sich zieht. Einer klassischen Frage der Statistik — dem Behrens-Fisher-Problem — wenden sich *E. J. Dudewicz* und *S. U. Ahmed* in der letzten Arbeit zu. Sie geben eine zweistufige Prozedur an, die das vorliegende Problem — Test auf Gleichheit der Erwartungswerte zweier unabhängiger normalverteilter Stichproben bei unbekannten Varianzen — exakt löst (das vorgegebene Niveau α wird eingehalten) und die außerdem asymptotisch optimal ist. Für die Implementierung werden umfangreiche Tabellen angegeben, die einen möglichst weiten Parameterbereich abdecken.

Für die im Band behandelten Themen kommen als Leser vor allem jene Mathematiker und Statistiker in Frage, die sich einerseits für Modellierungsfragen begeistern können und andererseits an der Verbesserung vorhandener Methoden interessiert sind.

E. Stadlober (Graz)

E. J. Dudewicz, B. L. Golden, Z. Govindarajulu (Eds.): Modern Digital Simulation Methodology, IV. (Advances in Theory & Application of Distribution Fitting, Econometric Cointegrated Regression in Panel Data, System Reliability, and Behrens-Fisher Problems. American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 40). American Sciences Press, Columbus, 1999, 180 S. ISBN 0-935950-44-3 P/b $ 195,–[3].

[3]Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Manage-

Diese Artikelsammlung besteht aus drei statistischen Arbeiten und zwei Arbeiten, die sich mit der Zuverlässigkeit von Systemen auseinandersetzen, wobei Lösungen überwiegend mit Hilfe von Simulationsmethoden ermittelt werden.

E. J. Dudewicz und *Z. A. Karian* geben eine Schätzmethode für die verallgemeinerte (vierparametrige) Lambda-Verteilung an, die aus einer gegebenen Stichprobe vier auf Perzentilen basierende Statistiken schätzt. Für den praktischen Gebrauch werden umfangreiche — mit *Maple* berechnete — Tabellen zu Verfügung gestellt. In einer Monte-Carlo-Studie von *B. Chen et al*. werden die endlichen Stichprobeneigenschaften eines bestimmten Kleinste-Quadrate-Schätzers und der t-Statistik bei kointegrierter Regression in Umfragedaten untersucht. Es stellt sich heraus, dass die untersuchten Schätzer systematische Fehler aufweisen, deren Größenordnung sich auch durch Korrekturmethoden nicht wesentlich verbessern lässt. In einem Anhang werden die in *GAUSS* realisierten Simulationsprogramme aufgelistet.

M. Mazumdar et al. entwickeln eine Monte-Carlo-Prozedur für die Evaluierung der Zuverlässigkeit eines Systems mit unabhängigen Komponenten, indem sie die Ausfallsverteilung jeder binären Komponente durch eine Markov-Kette darstellen. Diese Vorgangsweise ist effizienter als die rohe MC-Methode. Es zeigt sich, dass die relative Effizienz der vorgeschlagenen Prozedur mit höherer Zuverlässigkeit des Systems ansteigt. Der Beitrag wird durch ein numerisches Beispiel aus der Stromversorgungsindustrie abgerundet. Ein Mehrkomponentensystem mit identischen Komponenten bzgl. der Ausfälle und gesteuert durch eine Ersetzungsstrategie, die auf Alterung basiert, wird von *P. L'Ecuyer et al*. studiert. Die erwarteten Kosten für den Betrieb des Systems werden als Funktion der Ersetzungsstrategie dargestellt und mittels Simulation geschätzt. Numerische Illustrationen demonstrieren die Brauchbarkeit dieses Ansatzes aus praktischer Sicht. *E. J. Dudewicz* und *S. U. Ahmed* greifen auf eine von ihnen in *Amer. Journal of Math. and Manag. Sci*. Vol. 18, Nos. 3&4, 359–426 (s. die vorangehende Besprechung) publizierte Arbeit zurück, in der eine exakte zweistufige Prozedur für das Behrens-Fisher-Problem vorgestellt wird. Hier ergänzen sie diese Arbeit durch Tabellen für den Verwerfungsbereich in Abhängigkeit vom Niveau α und der Güte β, zeigen die asymptotische Optimalität der Testprozedur und greifen Probleme aus numerischer und programmtechnischer Sicht auf.

Dem Rezensenten gefällt, dass die numerischen Ergebnisse und Resultate der Simulationsstudien nachprüfbar und nachvollziehbar sind, da sämtliche Details, die dafür notwendig sind (Parametereinstellungen, Startwert von Zufallszahlengeneratoren etc.) explizit angegeben werden. Damit wird angewandten Mathematikern und Statistikern der Einstieg in eigene Fragestellungen aus den eingangs angeführten Bereichen bedeutend erleichtert.

E. Stadlober (Graz)

---

ment Sciences, Volume 19 (1999), Nos. 1 & 2.

A. Fasano (Ed.): Complex Flows in Industrial Processes. With 102 Figures. (Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, X+338 S. ISBN 0-8176-4087-8, 3-7643-4087-8 H/b sFr 138,–.

This book consists of ten chapters written by various authors from Italy and The Netherlands dealing with problems from three categories: flow of non-linear materials, flow accompanied by thermal processes and non-linear flow in porous media.

The industrial applications and models treated cover a broad range of materials and processes. After an introduction to molecular theories of polymer viscosity a few problems from the following fields are treated: Sedimentation in coal-water slurry pipelining, non-linear fluid dynamics in industrial plants, spurt formation in polymer melt extrusion, polymer crystallization, glass sintering, polymerization processes, espresso coffee brewing processes, infiltration in composite materials manufacturing and, finally, liquid flow in porous media with hydrophilic granules.

Since this book forms a collection of real industrial problems together with ways to find solutions using quite a large set of mathematical concepts, it can serve as a good source for seminars on mathematical solving of flow problems. Most constributions start with a brief description of the mathematical equations to be solved. However, they usually do not emphasize modeling aspects. This could be viewed as a weak point in some of the contributions, since an industrial mathematician should also be able to give input for better modeling of these complex problems, whose description in terms of mathematical equations is very often of poor quality.

G. Eder (Linz)

J. O. Koo (ed.): Mathematical, Management and Statistical Satistical Sciences — The Index to the 20th Century — Prologue to the 21st Century. (American Series in Mathematical and Management Sciences, Vol. 42. American Sciences Press, Columbus, 1999, 240 S. ISBN 0-935950-46-X P/b \$ 195,–[4].

Dieser Band enthält den kumulativen Index der bisher erschienenen 19 Bände, Vol. 1 (1981) bis Vol. 19 (1999), des *American Journal of Mathematical and Management Sciences*. Die darin angegebenen Indizes erlauben die Suche nach den gewohnten Suchkategorien. Die Auflistung beginnt mit einem alphabetischen Autorenindex. Dann folgen jeweils chronologische Indizes der Buchbesprechungen, der Artikel mit Autoren und Titelangabe, der Computerprogramme und der Corrigenda. Dann findet man einen umfangreichen, alphabetischen Index der Schlüssel- und Schlagwörter und einen alphabetischen Titelindex. Daran schließen noch chronologisch die Angaben über die Thomas L. Saaty- und Jacob

[4]Dieses Werk ist gleichzeitig erschienen als: American Journal of Mathematical and Management Sciences, Volume 19 (1999), Nos. 3 & 4.

Wolfowitz-Preise an, die jedes Jahr für die besten Arbeiten, die in diesem Journal erschienen sind, vergeben werden. E. Stadlober (Graz)

R. Korn, E. Korn: Option Pricing and Portfolio Optimization. Modern Methods of Financial Mathematics. (Graduate Studies in Mathematics, Vol. 31.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2001, XIV+253 S. ISBN 0-8218-2123-7 H/b $ 39,–.

Es handelt sich bei diesem Buch um die Übersetzung des 1999 im Vieweg-Verlag erschienenen Werkes *Optionsbewertung und Portfolio-Optimierung*. Geboten wird eine fundierte Einführung in moderne Methoden der Finanzmathematik, die aufzeigt, wie anspruchsvoll die eingesetzten mathematischen Werkzeuge sind. Besonders wichtig erscheint dem Referenten, daß der Einsatz dieser Mittel nicht Selbstzweck ist (was ja in manchen Anwendungen der Mathematik vorkommen soll), sondern tatsächlich wesentlich. Der didaktische Aufbau ist gut gewählt. Zunächst werden ökonomische Fragestellungen mathematisch modelliert. Dann werden, wenn nötig, in Exkursen die zugehörigen mathematischen Begriffe, Resultate und Theorien referiert.

Das Buch ist aufgrund der Komplexität des behandelten Stoffes nicht ganz einfach zu lesen. Dennoch werden die Kernaussagen auch für Nichtspezialisten erkennbar und verständlich. Einen Wermutstropfen stellt die Sprache dar. Man merkt durchgehend, daß die Übersetzung aus dem Deutschen von Deutschsprachigen angefertigt wurde. Ein zusätzlich eingesetzter native speaker hätte sicherlich nicht geschadet. J. Schwaiger (Graz)

J. A. Sethian: Level Set Methods. Evolving interfaces in geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science. (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics 3.) Cambridge University Press, 1996, XVIII+218 S. ISBN 0-521-57202-9 geb. £ 27,95.

Level-Set-Formulierungen zur numerischen Lösung geometrischer Evolutionsprobleme wurden Mitte der Achtzigerjahre von Osher und Sethian entwickelt und haben seither beträchtliches Interesse in unterschiedlichsten Forschungsgebieten erregt. So etwa findet man 96 Einträge zum Schlagwort "level-set method" in den Mathematical Reviews, und die grundlegende Arbeit von Osher und Sethian aus 1988 wurde seither 493 mal zitiert. Trotzdem ist das vorliegende Buch, sieht man von seiner erweiterten Neuauflage aus dem Jahr 1999 ab, nach wie vor die einzige Monographie, in der Level-Set-Methoden als universelle Technik zur Behandlung geometrischen Evolutionsprobleme darstellt werden.

Die zentrale Idee, die unter dem Schlagwort *Level-Set-Methode* im vorliegenden Buch dargestellt und untersucht wird, ist die Verwendung der Null-Niveaumenge einer zeitabhängigen Funktion (im Folgenden *Level-Set-Funktion* genannt) zur numerischen Darstellung und analytischen Untersuchung einer propagierenden geometrischen Variable. Diese geometrische Größe ist im betrachteten Kontext die Randkurve, -Fläche oder -Hyperfläche einer beschränkten offenen Menge im zwei-, drei- oder n-dimensionalen Raum. Jeder Punkt des Randes propagiert zeitlich, wobei angenommen wird, dass der Geschwindigkeitsvektor ein Vielfaches des Einheitsnormalenvektors an den Rand im betrachteten Punkt ist. Es ist nun möglich, die Dynamik des propagierenden Randes auf die Level-Set-Funktion umzulegen. Man erhält die *Level-Set-Gleichung*, eine Evolutionsgleichung vom Hamilton-Jacobi-Typ für die Level-Set-Funktion. Anstatt den Rand zu parametrisieren und die Trajektorien der Randpunkte direkt zu verfolgen, betrachtet man also den zeitlichen Verlauf der Level-Set-Funktion und verfolgt deren Null-Niveaumenge. Diese Formulierung hat diverse Vorteile: Topologieänderungen der Null-Niveaumenge während des zeitlichen Verlaufs werden auf natürliche Weise (ohne das Modell zu ändern) realisiert, die Level-Set-Funktion kann auf einem festen, geometrieunabhängigen Gitter diskretisiert werden und für die numerische Lösung der Level-Set-Gleichung stehen stabile und effiziente Schemata (Godunov-artige finite Differenzen-Verfahren) zur Verfügung.

Das Buch bietet im ersten Teil eine Einführung in die Level-Set-Formulierung geometrischer Evolutionsprozesse, einen Überblick über die numerische Behandlung von hyperbolischen Erhaltungsgleichungen und Hamilton-Jacobi-Gleichungen, welche wiederum die wesentlichen Ideen zur numerischen Approximation der Level-Set-Gleichung liefern. Für den Spezialfall eines beständig wachsenden (oder schrumpfenden) propagierenden Randes kann die Level-Set-Gleichung in eine stationäre, zeitunabhängige Form gebracht werden. In dieser Form ist eine besonders effiziente numerische Lösung möglich. Die zweite Hälfte des Buchs bietet eine Fülle von Beispielen aus diversen Anwendungsgebieten. Erwähnt seien so unterschiedliche Probleme wie Gittererzeugung auf komplexen Geometrien, Berechnung von Minimalflächen, Simulation von Verbrennungs- und Kristallisationsvorgängen, Strömungvorgänge in mehreren Phasen, automatische Objekterkennung in digitalen Bildern, lithografische Entwicklung oder optimale Navigation eines sperrigen Körpers durch ein Labyrinth von Hindernissen.

Die Darstellung des mathematischen Sachverhalts ist eher exemplarisch und auf das Vermitteln der wichtigsten Ideen und Techniken beschränkt. Tiefschürfende Analysis findet man nicht. Das gilt sowohl für die Analyse der betrachteten partiellen Differentialgleichungen als auch für deren numerische Approximation. Die Bibliographie ist sehr ausführlich und gibt einen umfassenden Überblick über die zum Erscheinenszeitpunkt erhältliche Literatur. Manche Inkonsistenz in der Notation und ungenaue Beschreibung eines Algorithmus stellt ein Hindernis für die praktische Verwertung der beschriebenen numerischen Verfahren dar. Dennoch ist das Buch nach wie vor die wichtigste Referenz zum Thema Level-Set-Methoden und ein guter Einstieg, um sich mit den grundlegenden Ideen vertraut zu machen.

W. Ring (Graz)

Optimierung, Kontrolltheorie — Optimization, Optimal Control — Théorie de l'optimisation et du réglage

K. H. Borgwardt: Optimierung, Operations Research, Spieltheorie. Mathematische Grundlagen. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2001, XX+622 S. ISBN 3-7643-6519-6 P/b sFr 68,-.

Dieses Buch handelt von mathematischen Grundlagen wichtiger Teile des Operations Research. Neben den Kernbereichen der Linearen und Nichtlinearen Optimierung enthält das Werk Teile über Kombinatorische Optimierung sowie über Spieltheorie.

In der Linearen Programmierung werden — anknüpfend an die Lineare Algebra — das Lemma von Farkas, die Theorie der Polyeder und die Dualitätstheorie vorgestellt. Danach werden zwei Varianten des Simplexverfahrens entwickelt. Es folgt eine Erläuterung der Ellipsoidmethode sowie des Inneren-Punkte-Verfahrens von Karmarkar. Im zweiten Teil über Nichtlineare Programmierung werden zunächst Optimalitätskriterien für Probleme ohne und mit Nebenbedingungen entwickelt. Sodann erfolgt eine Erläuterung der Dualitätstheorie, auf welche wesentliche Lösungsalgorithmen aufbauen. Eingeleitet von einem knappen Abschnitt generell über Lösungsalgorithmen für nichtlineare Optimierungsaufgaben, wird eindimensionale Optimierung (Liniensuche) sowie unrestringierte und restringierte mehr-dimensionale Optimierung betrieben. Daran schließt sich Karmarkars Algorithmus aus nichtlinearer Sicht sowie eine Erläuterung von Pfadverfolgungs-Methoden an. Der dritte Teil des Buches diskutiert Verfahren der ganzzahligen Optimierung. Querbeziehungen zur Graphentheorie und zur Komplexitätstheorie werden ausgeleuchtet. Flüsse in Netzwerken sowie Heuristiken zum Rucksack- und Traveling-Salesman-Problem runden diesen Teil ab.

Während die ersten drei Teile der mathematischen Programmierung gewidmet sind, bei der ein Entscheidungsträger die Entscheidungsvariablen so setzt, daß eine Zielfunktion — meist unter gewissen Nebenbedingungen — optimal wird, geht es im vierten Teil um die strategische Interaktion von zwei oder mehr Entscheidungsträgern. Dieser Teil enthält Grundbegriffe der Spieltheorie. Insbesondere werden Rolle und Existenz von Gleichgewichtspunkten, Zwei-Personen-Nullsummen- und Nicht-Nullsummen-Spiele diskutiert. Das Buch schließt mit einem Abschnitt über n-Personenspiele.

Man merkt dem Buch an, daß es in Vorlesungszyklen gereift ist. Die Darstellung ist durchwegs klar und auch für Anfänger wohlgeeignet. Die dargebotenen mathematischen Methoden werden solide begründet und adäquat, d.h. im richtigen Maß, dargestellt. Das Buch kann sowohl als Vorlesungsunterlage als auch zum Selbststudium für mathematische Methoden des OR empfohlen werden.

G. Feichtinger (Wien)

P. D. Christofides: Nonlinear and Robust Control of PDE Systems. With 80 Figures. (Systems & Control: Foundations & Applications.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2001, XVII+248 S. ISBN 0-8176-4156-4, 3-7643-4156-4 H/b sFr 128,-.

The merit of this book is twofold: it provides insight into the field of feedback control of PDE systems and it presents new techniques for the design of robust controllers. The main focus of the book is to present methods for the synthesis of nonlinear and feedback controllers for quasi-linear hyperbolic and parabolic PDE systems for which the inputs and controlled outputs are distributed in space. The techniques involved are geometric and control methods based on Lyapunov stability. The aim is to define robust controllers that use a finite number of measurement sensors and control actuators to achieve stabilization of the closed-loop system, output tracking, and attenuation of the effect of model uncertainty. In particular, the book contains a chapter dedicated to nonlinear robust time-varying output feedback controllers for parabolic PDE systems with time-dependent spatial domains. The controllers are successfully applied to convection-reaction and to diffusion-reaction processes of industrial interest.

A. Borzi (Graz)

K.-H. Hoffmann, R. H. W. Hoppe, V. Schulz (eds.): Fast Solution of Discretized Optimization Problems. Workshop held at the Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics, Berlin, May 8–12, 2000. (International Series of Numerical Mathematics, Vol. 138.) Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2001, VIII+283 S. ISBN 3-7643-6599-4 H/b sFr 148,00.

The ultimate aim of modelling and simulating application problems is to achieve a better understanding of real world systems, eventually with the purpose of being able to influence these systems in a desired way. Therefore, especially in current practical applications there is the need to solve accurately large-scale nonlinear optimization problems in a computationally efficient way.

It is the merit of this book to sustain the exchange of expertise between specialists in the field of optimization and in the area of numerical analysis of differential equations to support the development of fast solvers for optimization problems.

The book is the refereed proceedings volume of an international workshop held at the Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics (Berlin, 2000). It contains twenty selected articles dealing with shape and topology optimization, process optimization, and optimal control. Many advanced solution techniques are considered like multigrid methods, adaptivity, proper orthogonal decomposition and preconditioning. The articles are carefully written and provide a good overview of recent developments in this emerging field of scientific computing.

A. Borzi (Graz)

Mathematische Physik — Mathematical Physics — Physique mathématique

St. H. Davis: Theory of Solidification. (Cambridge Monographs on Mechanics.) Cambridge University Press, 2001, XIV+385 S. ISBN 0-521-65080-1 H/b £ 50,00.

This monograph deals with liquid-solid transformations for the group of materials showing atomistically rough interfaces, which are mainly formed by metals and semiconductors. Thus the title 'Theory of Solidification' is too general, since problems of crystallization for the large material classes of polymers and composites, where the formation of morphologies is as important as with metals and whose modeling is quite different from those presented in this work, are not even mentioned. The book starts, after a short phenomenological introduction into the problems of morphology formation, with basic models for solidification of pure substances, treating Stefan problems and instability problems at growing interfaces. With binary systems, where one has mass and heat diffusion simultaneously, instabilities in directional solidification are considered, leading to the basic understanding of the formation of morphologies for these materials. With bifurcation and long-scale theories one is led to nonlinear models developed during the last two decades. Further chapters deal with anisotropy effects, solidification far from thermodynamic equilibrium, dendrite formation and eutectic systems. After dealing with fluid flow phenomena on micro- and mesoscale during solidification, the book ends with a short chapter on phase-field models, in which the assumption of a sharp solid/liquid-interface is removed. For readers with sufficient background in mathematical methods and under the restrictions mentioned above, this book can be highly recommended as a systematic guide from the most basic theoretical descriptions to the frontiers of current scientific knowledge in (metal) solidification modeling.

G. Eder (Linz)

R. H. Enns, G. C. McGuire: Nonlinear Physics with *Mathematica* for Scientists and Engineers. CD-ROM included. Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, XIII+691 S. ISBN 0-8176-4223-4, 3-7643-4223-4 H/b sFr 158,00.

The present textbook gives a well-written introduction to nonlinear physics suitable for science or engineering students. One of its main merits is the large variety of interesting topics, some of which are planar ordinary differential equations (pendulum, Volterra-Lotka, etc.), soliton equations, iterated maps, forced oscillations, and numerical methods. The theoretical results are always illustrated by completely solved examples, problem sets, and suggestions for experimental activities.

The examples are usually solved using *Mathematica* (a *Maple* version is available as well); there is also an accompanying CD-ROM with additional *Mathematica* code. A brief introduction to *Mathematica* is included, but here seems to be room for improvement. In summary, it is definitely a useful resource for both students and teachers.

G. Teschl (Wien)

K. Markov, L. Preziosi (Eds.): Heterogeneous Media. Micromechanics Modeling Methods and Simulations. (Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2000, XIV+477 S. ISBN 0-8176-4083-5, 3-7643-4083-5 H/b sFr 148,–.

This monograph consists of five contributions from six authors forming quite an extensive volume on problems occurring in heterogeneous media.

The book starts with a very useful chapter on elementary micromechanics of heterogeneous media, which together with the comprehensive list of references gives a good introduction to the field. The homogenization problem with basic results and the single inclusion problem with approximations are treated in detail.

The following chapters cover diffusion-absorption and flow processes in disordered porous media, self-consistent methods in the problem of wave propagation through heterogeneous media, deformable porous media and composites manufacturing and, finally, micromechanics of poroelastic rocks.

This volume can be highly recommended as an excellent source for newcomers in the field of heterogeneous media, in particular for readers who are also interested in getting a sound basis in modeling of porous media.

G. Eder (Linz)

St. F. Singer: Symmetry in Mechanics. A Gentle, Modern Introduction. Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2001, XII+193 S. ISBN 0-8176-4145-9, 3-7643-4145-9 P/b sFr 58,–.

Diese Buch ist eine sehr verdaulich gehaltene Einführung in das Gebiet „Klassische Mechanik, symplektische Geometrie, Symmetriegruppen und symplektische Reduktion“, wobei das Kepler-Problem als Leitlinie dient. Die eingeführten Strukturen werden durch zahlreiche Rechnungen erläutert, die an niedrig- (meist zwei-) dimensionalen Beispielen durchgeführt werden. Weiters sind viele Übungsaufgaben, die zum Teil Zwischenschritte der Darlegungen enthalten, in den Text eingestreut; die Lösungen einer Teilmenge von ihnen sind samt Rechengängen gegen Ende des Buchs angegeben. Ein weiterer Vorzug ist ein kommentiertes Schrifttumsverzeichnis, das man bei uns allerdings im Bereich der ein- und weiterführenden Literatur auf den Gebieten Symmetrie, klassische Mechanik und symplektische Geometrie durch einige neuere deutschsprachige Werke zu erweitern weiß.

Zwei Mängel seien am Schluss angeführt: Auch in einem einführenden Werk sollte das Bestehen der umfassenderen $SO(4)$-Symmetrie im Kepler-Problem nicht nur als “even more symmetry” am Ende des o.a. Schrifttumsverzeichnisses versteckt sein; ferner wird in einem Werk, das gerade auch Bezüge zur Geschichte des Problemkreises herstellt, Lie auf S. 2 als französischer Mathematiker bezeichnet. Dies soll aber dem Gesamteindruck keinen Abbruch tun, dass das Buch Lust darauf macht, selbst einmal eine einführende Vorlesung zu diesem Thema zu halten.

W. Bulla (Graz)

Wahrscheinlichkeistheorie und Statistik — Probability Theory and Statictics — Théorie des probabilités, statistique

Z. Brzeźniak, T. Zastawniak: Basic Stochastic Processes. A Course Through Exercises. With 21 Figures. (Springer Undergraduate Mathematics Series.) Springer, London u.a. 1999, X+225 S. ISBN 3-540-76175-6 P/b DM 49,–.

Das vorliegende Buch bietet eine unorthodoxe Einführung in die Theorie stochastischer Prozesse. Einer knappen Darstellung der Theorie anhand von Beispielen, Definitionen und Sätzen (Propositions) folgt jeweils eine Vielzahl von Übungsbeispielen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades. Daran schließen sich Lösungshinweise an. Am Ende eines jeden Kapitels werden die vollständigen Lösungen zu diesen Übungen präsentiert.

Um das Buch gewinnbringend zu studieren, d.h. vor allem, die Übungsbeispiele zu lösen, benötigt man solide Kenntnisse aus der Wahrscheinlichkeitstheorie (Wahrscheinlichkeitsmaße, Zufallsvariable, Erwartungsrate, Unabhängigkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit und Gesetze der großen Zahlen) sowie aus der Analysis (Grenzwerte, Differentialrechnung, Riemann-Integral). Das erste Kapitel bringt auf zehn Seiten eine „Auffrischung“ der Wahrscheinlichkeitstheorie. Bedingte Erwartungen werden im zweiten Kapitel behandelt. Kapitel 3 diskutiert Martingale in diskreter Zeit. In Kapitel 4 werden Ungleichungen und asymptotische Eigenschaften von Martingalen untersucht. Im längsten Kapitel des Buches (Nr. 5) werden Markoff-Ketten diskutiert. Kapitel 6 beschäftigt sich mit Zufallsprozessen in stetiger Zeit, vor allem mit dem Poisonsprozeß und der Brownschen Bewegung. Kapitel 7 führt in den Itô-Kalkül für stochastische Differentialgleichungen ein.

Während die ersten vier Kapitel eher grundlegenden Charakter aufweisen, behandeln die nächsten beiden Kapitel Typen von Zufallsprozessen, welche in den ökonomischen und biologischen Anwendungen, etwa im Operations Research, in der Populationsdynamik und in der Epidemiologie (Warteschlangen, Zuverlässigkeitstheorie) von zentraler Bedeutung sind. Itôs stochastische Integrale und Differentiale spielen in der Finanzmathematik eine wichtige Rolle. So wird auch ein anwendungsbezogener Theoretiker in diesen Gebieten zum vorliegenden Buch greifen.

G. Feichtinger (Wien)

M. Capiński, E. Kopp: Measure, Integral and Probability. With 23 Figures. (Springer Undergraduate Mathematics Series.) Springer, London u.a. 1999, XI+227 S. ISBN 3-540-76260-4 P/b DM 59,–.

Das Buch bietet eine gut lesbare und didaktisch geschickt aufgebaute Einführung in die Maß- und Integrationstheorie mit zahlreichen Beispielen und Übungsaufgaben. Einige Abschnitte sind der Wahrscheinlichkeitstheorie gewidmet, wobei das Schlußkapitel mit dem Beweis des Zentralen Grenzwertsatzes mathematisch wesentlich anspruchsvoller ist. Ärgerlich ist, wenn auf Seite 120 der Eindruck erweckt wird, dass Konvergenz in der 1-Norm Konvergenz fast überall nach sich ziehe.

F. Schweiger (Salzburg)

J. Glaz, N. Balakrishnan (Eds.): Scan Statistics and Applications. (Statistics for Industry and Technology.) Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 1999, XXI+324 S. ISBN 0-8176-4041-X, 3-7643-4041-X H/b öS 1227,–.

Scan-Statistiken werden in vielen Bereichen der Wissenschaft benutzt, um das Auftreten von beobachteten Clustern von Ereignissen bezüglich Zeit und Raum zu analysieren. Die Frage ist, ob ein beobachtetes Cluster nur als zufällige oder als signifikante Abweichung von einem zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsmodell anzusehen ist. Dabei unterscheidet man zwischen *diskreten* und *stetigen* Scan-Statistiken. Im diskreten Fall beobachtet man eine geordnete Folge von N nicht-negativen, ganzzahligen Zufallsvariablen. Für einen bestimmten Wert von m ($2 \leq m \leq N-1$) werden die gleitenden Summen von jeweils m aufeinanderfolgenden Zufallsvariablen gebildet. Die größte dieser Summen bezeichnet man dann als diskrete Scan-Statistik S_m. Mit dieser Statistik testet man z.B. die Nullhypothese, dass die N Zufallsvariablen unabhängig identisch verteilt sind, gegen die Alternativhypothese, dass ein Cluster von m auf einander folgenden Zufallsvariablen aus einer anderen Verteilung stammt als die restlichen Zufallsvariablen der Folge. Im stetigen Fall betrachtet man einen homogenen Poisson-Prozess über der Zeit und definiert die stetige Scan-Statistik analog zur diskreten, indem man ein Fenster fester Länge dem Prozess entlang verschiebt und die maximale Anzahl von Ereignissen im Fenster registriert. Beide Typen können auf den mehrdimensionalen Fall erweitert werden.

Das Buch ist in vier Teile gegliedert. Im ersten Teil geben die Herausgeber eine kurze Einführung in den Problemkreis der Scan-Statistiken und ergänzen diese durch eine umfangreiche Referenzliste. Auf Grund der Komplexität der Fragestellung liegen kaum exakte Ergebnisse über die Verteilung von Scan-Statistiken unter der Nullhypothese vor. Daher konzentrieren sich die Bemühungen der Autoren im zweiten (diskrete Scan-Statistiken) und dritten Teil (stetige Scan-Statistiken) vor allem auf die Untersuchung von guten und praktikablen Approximationen. Im vierten Teil werden unterschiedliche Anwendungen vorgestellt: ein Beitrag beschäftigt sich mit dem Testen von Bauteilen, zwei Beiträge setzen sich mit der Analyse von DNA-Sequenzen auseinander, wo es vor allem um die Frage der Übereinstimmung von Mustern geht. Im letzten Beitrag werden räumliche Scan-Statistiken in der Epidemiologie, Tumorforschung, Astronomie, Archäologie und Städteplanung erörtert. In diesem Zusammenhang möchte ich die unter der aktuellen Adresse *http://www3.cancer.gov/prevention/bb/satscan.html* frei erhältliche Software *SaTScan* (Kulldorf et al.) für mehrdimensionale Scan-Statistiken erwähnen.

Diese Sammlung gibt den aktuellen Forschungsstand auf dem Gebiet der Scan-Statistiken wieder und kann als wertvolle Grundlage und Referenz sowohl für theoretisch als auch angewandt arbeitende Forscher angesehen werden. Für den Theoretiker enthält es genug offene Fragen und Anregungen für eigene Forschungsaktivitäten. Der Anwender findet interessante Einsatzbereiche dieser Methodik in verschiedenen Disziplinen. E. Stadlober (Graz)

N. Henze: Stochastik für Einsteiger. (Vieweg Mathematik für Schüler und Studenten.) Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1997, IX+294 S. ISBN 3-528-06894-9 P/b DM 29,80.

Dem Vorwort gemäß ist dieses Buch als Lehrbuch zwischen gymnasialem Mathematikunterricht und Universität konzipiert, wendet sich aber auch an Quereinsteiger aus Industrie und Wirtschaft. Deren mannigfaltige Bedürfnisse und Wünsche machen die Beurteilung schwierig. Lernzielkontrollen und Übungsaufgaben mit Lösungen wie ein Symbol- und ausführliches Sachwortverzeichnis werden ebenso allgemein willkommen sein wie die geradezu ausnahmslosen biographischen Hinweise und einige Internet-Adressen. Weniger allgemeinen Beifall dürfte ein häufiger Wechsel zwischen einem nicht selten recht wortreichen Prosastil und dem in der Mathematik gewohnten Satz-Beweis-Schema finden. Unerklärlich bleibt auch — trotz des Versuches einer Erklärung —, wie und wo Leibniz glaubte, dass beim Werfen mit zwei Würfeln die Augensummen 11 und 12 mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten; oder warum d'Alembert glaubte, dass beim gleichzeitigen Werfen zweier Groschen die Wahrscheinlichkeiten, daß zwei verschiedene Symbole oben liegen, 1/3 sei.

Trotz dieser und ähnlicher Fragen wird der Einsteiger in die vorliegende „Stochastik“ zwar nicht reichlich beschenkt, wohl aber durch die Fülle des Gebotenen wohlbereichert aussteigen. H. Gollmann (Graz)

G. F. Lawler, L. N. Coyle: Lectures on Contemporary Probability. (Student Mathematical Library, IAS/Parc City Mathematics Subseries, Vol. 2.) American Mathematical Society, Institute for Advanced Study, Providence, Rhode Island, 1999, XII+99 S. ISBN 0-8218-2029-X P/b $ 17,–.

Das vorliegende Büchlein beschäftigt sich vorwiegend mit Markovketten: Grundlegende Theorie, Verbindungen zu anderen Teilgebieten der Mathematik und insbesondere Anwendungen werden beleuchtet. Dabei soll keineswegs eine umfassende Darstellung geboten werden, vielmehr wird ein grober Überblick gegeben. Bei der Auswahl der einzelnen Themen wurde auf Aktualität Wert gelegt. Um den Umfang des Buches kurz zu halten, werden vom Leser Grundkenntnisse über Wahrscheinlichkeitstheorie erwartet. In den beiden ersten Kapiteln wird die einfache Irrfahrt auf dem ein- und mehrdimensionalen Gitter studiert. Daran schließen Kapitel über "self-avoiding walks" und die Brownsche Bewegung an. Motiviert durch das Mischen von Karten — "Seven Shuffles are Enough" — werden im Mittelteil Markov-Ketten eingeführt. Dabei wird auch die Verbindung zu elektrischen Netzwerken aufgezeigt. Schließlich werden Markov-Ketten zur Simulation verwendet ("Markov Chain Monte Carlo"). So wird erklärt, wie verschiedene Größen mit Hilfe von Markov-Ketten approximiert werden können. Die Aufgabenstellungen der Simulationen kommen sowohl von offenen Problemen der vorigen Kapitel als auch von anderen Fachrichtungen, wie etwa das Erzeugen von gleichverteilten Spannbäumen und Optionspreisberechnungen.

In allen Kapiteln wurde auf technische und langwierige Rechnungen verzichtet. Am Ende der Kapitel wird mehrfach gezeigt, wie aus den gelösten Problemen durch kleine Modifikationen ungelöste Fragen der aktuellen Forschung werden. Dieser Bezug zur Forschung und die Aufgabensammlung am Ende machen das Buch auch für die Lehre interessant. Es kann für Interessenten aus allen mathematischen Gebieten eine kurzweilige und gewinnbringende Lektüre sein und ist daher eine Bereicherung für jede Bibliothek.

E. Teufl (Graz)

D. Plachky: Mathematische Grundbegriffe und Grundsätze der Stochastik. Springer, Berlin u.a. 2001, X+164 S. ISBN 3-540-42029-0 P/b DM 39,90.

Die ersten beiden Kapitel dieses Buches von insgesamt nur etwas mehr als 150 Seiten behandeln die vollständige Induktion bzw. den Mengen- und Funktionsbegriff. Das dritte Kapitel über kombinatorische Grundbegriffe bringt Permutationen und Kombinationen samt einigen Beispielen. Sodann werden die begrifflichen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Gewande endlich additiver Wahrscheinlichkeitsverteilungen samt Erwartungswert und Varianz — vorwiegend auf endlichen Mengen — bereitgestellt und anhand einiger wichtiger Verteilungen illustriert. Weitere Kapitel sind dem Inklusions-Exklusionsprinzip gewidmet, gewissen Berechnungsmethoden für Wahrscheinlichkeiten, sodann einigen Bespielen von Schätzern und schließlich dem Messbarkeitsproblem auf der Potenzmenge einer unendlichen Menge.

Die Vorzüge des Buches bestehen vor allem in einer sauberen Darstellung elementarer kombinatorischer Sachverhalte. Damit ist das Buch auch für Leser ohne höhere mathematische Bildung geeignet. Dementsprechend bleibt das Niveau elementar, so dass keine tiefen Sätze der Stochastik erreicht werden können. Dennoch enthält das Buch einige Überraschungen, z.B. den Approximationssatz von Weierstraß und einige Ergebnisse der Elementargeometrie. Jedem Kapitel ist eine Serie von Übungsbeispielen angeschlossen, deren Lösungen im Anschluss an den Haupttext ausgeführt sind. Ein anregendes Buch für den Hobbymathematiker!

R. Winkler (Wien)

R. B. Schinazi: Probability with Statistical Applications. Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Berlin, 2001, XII+218 S. ISBN 0-8176-4247-1, 3-7643-4247-1 P/b sFr 85,00.

This concise introduction to the concepts of probability is well suited for courses introducing undergraduate students of applied sciences to probability. It does not focus too much on theory; all fundamental concepts are in fact introduced, such as the central limit theorem, transformation of random variables, and moment generating functions, but additionally the book provides many examples and exercises which help understanding probability, probability concepts, and statistics: for example estimation, hypothesis testing, and linear regression. The only drawback of this textbook is the excessive price per page. Thus, the book may be more a thread for the lecturer than a textbook for students.

C. Cenker (Wien)

Einführungen — Introductory — Ouvrages introductoires

S. Bosch: Lineare Algebra. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, X+284 S. ISBN 3-540-41853-9 P/b DM 49,90.

Zur Linearen Algebra gibt es eine große Zahl von Lehrbüchern sehr unterschiedlicher Natur. Die Unterschiede liegen dabei im Ausmaß der Anwendungsorientierung, in der Wahl des Weges vom „Rechnen“ (Matrizen, Gleichungssysteme, etc.) zur mathematischen Struktur oder umgekehrt, im Grad der Allgemeinheit, im Ausmaß der geometrischen Grundlegung, u.a. Das vorliegende Werk kann so beschrieben werden, dass zuerst die abstrakt-allgemeinen Strukturen bereitgestellt werden und erst dann sozusagen als innermathematische Anwendung die Verfahren abgeleitet und beschrieben werden. Die Vektorraum- (oder Modul-)Sprache bleibt dabei durchgehend der Darstellungsrahmen und das Begründungsmittel (so bei Gleichungen, Matrizen, Determinanten, Normalformen). Dadurch wird große Geschlossenheit und Exaktheit erreicht, was die Darstellung mathematisch sehr befriedigend macht. Der Inhalt umfasst im wesentlichen den klassischen Standardstoff einer zweisemestrigen Einführungsvorlesung. Auch wenn es ein Buch für Mathematiker ist, so fällt doch das vollständige Fehlen (außermathematischer) Anwendungen auf, was auch nicht durch die Vorbemerkungen zu jedem Kapitel wettgemacht werden kann. Zu jedem einzelnen Abschnitt gibt es zahlreiche Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades.

W. Dörfler (Klagenfurt)

M. Brill: Mathematik für Informatiker. Einführung an praktischen Beispielen aus der Welt der Computer. Carl Hanser Verlag, München, 2001, 447 S. ISBN 3-446-21733-9 P/b DM 59,80.

Die Informatik stellt in vielen ihrer Teilgebiete durchaus unterschiedliche Ansprüche an die einzusetzenden mathematischen Kenntnisse und Verfahren, die dann in Summe aber sowohl in Tiefe wie Breite beachtlichen Umfang annehmen. Das vorliegende Lehrbuch bemüht sich, eine breite Basis an in diesem Sinne grundlegenden Inhalten anzubieten und zwar aus Diskreter Mathematik (Graphentheorie, Kombinatorik, u.a.), Zahlentheorie, Linearer Algebra, Algebra und Analysis (aber nicht Stochastik). Dabei wird ausschließlich Standardstoff elementar, klar und anhand vieler, auch praktischer Beispiele behandelt. Allerdings scheinen so manche (technischen) Beweise für die intendierte Zielgruppe verzichtbar; demgegenüber kommen in der Graphentheorie manche Themen (binäre Bäume) vielleicht zu kurz. Die zahlreichen Aufgaben sind teilweise recht anspruchsvoll und theoretisch orientiert und so nicht ganz nach dem Geschmack (und den Bedürfnissen) von Informatikstudenten. Dafür sind die Lösungen im Internet zu finden. Das Buch bietet somit einerseits dem Dozenten eine gute Orientierung zur Gestaltung entsprechender Vorlesungen und dem Studenten einen gut verständlichen, aber durchaus anspruchsvollen Text zur Bearbeitung der mathematischen Grundkenntnisse.

W. Dörfler (Klagenfurt)

G. Engeln-Müllges, W. Schäfer, G. Trippler: Kompaktkurs Ingenieurmathematik. Mit Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. 2., verbesserte Auflage. Mit 205 Bildern, 304 Beispielen und 151 Aufgaben mit Lösungen sowie zahlreichen Zusatzaufgaben mit ausführlichem Lösungsweg im Internet. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 376 S. ISBN 3-446-21595-6 P/b DM 39,80.

Das Buch wendet sich in erster Linie an Studierende ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge an Fachhochschulen und Universitäten. Auf annähernd 400 Seiten wird ein breites Basiswissen vermittelt, von Analytischer Geometrie und Linearer Algebra über Differential- und Integralrechnung, komplexwertige Funktionen, Gewöhnliche Differentialgleichungen bis hin zur Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. Die wichtigsten numerischen Verfahren sind kurz angedeutet.

Auswahl und Umfang des Stoffes sind als sehr gelungen zu bezeichnen. Motivation und Illustration anhand zahlreicher Beispiele geht vor strenger Beweistechnik; letzteres könnte man auch als Schwäche des Buches auslegen, was die Autoren aber wohl bewusst in Kauf genommen haben. Davon abgesehen ergibt sich vom didaktischen Standpunkt aus betrachtet ein nicht ganz einheitliches Bild: manches ist gut motiviert, etwa der Begriff der Determinante im Zusammenhang mit der Lösungsdarstellung bei linearen Gleichungssystemen; andere Begriffe wie z.B. Matrixprodukt oder Stammfunktion sind nur unzureichend motiviert.

Die Kapitel über Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik sind besonderer Erwähnung wert.

W. Auzinger (Wien)

Ch. Horn, I. O. Kerner, P. Forbrig (Hrsg.): Lehr- und Übungsbuch Informatik. Band 2: Theorie der Informatik. 2., bearbeitete Auflage. Mit 83 Bildern, 43 Tabellen, 65 Beispielen, 82 Aufgaben, 48 Kontrollfragen, 30 Referatsthemen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 309 S. ISBN 3-446-21511-5 H/b DM 69,80.

Dies ist Band 2 einer vierbändigen Lehrbuchreihe zur Informatik und behandelt mathematische Grundlagen und Theorien der Informatik in Form von Kapiteln verschiedener Autoren.

Als Zielgruppe werden zwar primär Fachhochschulen genannt, jedoch ist das Buch auch für universitäre Lehrveranstaltungen empfehlenswert. Allerdings mit der Einschränkung, dass über große Abschnitte der Text vorwiegend deskriptiv ist und auf Formalisierungen verzichtet wie auch auf zahlreiche Beweise. Es wird also viel Information angeboten, aber es darf bezweifelt werden, dass auf diesem Wege die Fähigkeit erworben werden kann, die beschriebenen oder skizzierten Verfahren auch tatsächlich einzusetzen. Man weiß bestenfalls, dass es sie gibt.

Viele Beispiele und Hinweise auf reale praktische Anwendungen sind sicher motivierend auch für eine weitergehende Auseinandersetzung und Vertiefung. Diese ist auch notwendig, weil vieles nur kurz angeschnitten wird (im Sachwortverzeichnis finden sich fast 1000 Einträge!). Inhalt: Logik, Turing-Maschinen, Formale Sprachen, Algorithmen und Komplexität, Programmiersprachen und Übersetzung, Graphen, Fuzzy-Systeme und Kryptographie. Jedes Kapitel hat zahlreiche Literaturhinweise.

W. Dörfler (Klagenfurt)

K. Jänich: Mathematik 1. Geschrieben für Physiker. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, XVIII+560 S. ISBN 3-540-41976-4 P/b DM 59,90.

Der Autor legt den ersten Teil eines Mathematik-Kurses vor, welcher den Stoff in der von den Physikern benötigten Reihenfolge behandelt. Er beginnt mit Funktionen, und nach Differentiation und Integration kommen frühzeitig die für die Physik so wichtigen Differentialgleichungen. Die Darstellung erfüllt alle Anforderungen der Mathematik; der Hörer kann sich noch für ein Mathematikstudium entscheiden. Geboten wird eine Simultanübersetzung in die Ausdrucksweise der Physiker verbunden mit einer Diskussion der Unzulänglichkeiten und der stillschweigend getroffenen Annahmen und Voraussetzungen. Der Autor erreicht sein didaktisches Ziel in bewährter Meisterschaft; ebenso wie die vor zwanzig Jahren erschienene „Analysis für Physiker und Ingenieure“ welche den dritten und abschließenden Teil des oben erwähnten Kurses bildet, wird auch das vorliegende Werk viele Auflagen erreichen.

U. Gamer (Wien)

W. J. Kaczor, M. T. Nowak: Problems in Mathematical Analysis II. Continuity and Differentiation. (Student Mathematical Library, Vol. 12.) American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2001, XIV+398 S. ISBN 0-8218-2050-8 P/b $ 49,00.

The book is an enlarged and revised English edition of a Polish version published by the Publishing House of Maria Curie-Sklodowska University, Lublin, Poland. It is the second volume of a planned series of books of problems in mathematical analysis. The first volume covers the topics: real numbers, sequences and series. This second volume deals with real functions of one real variable, except for one section where functions in metric spaces are discussed. The book is divided into two parts: the first part is a collection of exercises and problems, the second part contains their solutions. Although often various solutions of a given problem are possible, only one solution is presented. Many problems were collected from problem sections of journals like the American Mathematical Monthly, Mathematics Today (Russian) and Delta (Polish), and from many textbooks and problem books. The complete list of books is given in the bibliography. In the preface the authors remark that it was beyond their scope to trace all original sources. While each section starts with relatively simple examples, one can find quite challenging problems. Although the book is intended mainly for students, it covers material that can be used by teachers for lectures and seminars. It can be warmly recommended for practice in mathematical analysis.

Ch. Nowak (Klagenfurt)

E. Maor: Trigonometric Delights. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1998, XIV+236 S. ISBN 0-691-05754-0 H/b $ 24,95.

Die Trigonometrie hat eine lange und interessante Geschichte, die in diesem schönen Buch in ausgewählten Kapiteln ansprechend dargelegt wird. Es handelt sich dabei jeweils um eine gute zusammengestellte Mischung aus Mathematik, Geschichte und biographischen Abrissen. Behandelt wird allerdings nur die ebene Trigonometrie. Die erforderlichen mathematischen Kenntnisse sind minimal; Gymnasialwissen ist ausreichend. Natürlich kommen auch Anwendungen der Trigonometrie in anderen Wissenschaften wie zum Beispiel in der Astronomie und Kartographie nicht zu kurz.

Beschrieben werden auch einige historische mechanische Apparate, die im Zusammenhang mit der Trigonometrie stehen. Der Bogen der Themen spannt sich von den alten Ägyptern und Babyloniern ausführlich weiter über die alten Griechen und neben verschiedenen Stationen dazwischen bis in die neuere Zeit. Acht Zusatzkapitel, hauptsächlich biographischer Natur, ergänzt mit verschiedenen fachlichen Hinweisen, runden die Hauptkapitel ab.

Jedes der gut ausgesuchten Kapitel und Zusatzkapitel ist mit ausführlichen Anmerkungen und Quellenangaben versehen. Das Buch ist sehr gut geschrieben, ist unterhaltsam und interessant und kann mit Gewinn gelesen werden, da viele Details sicher nicht allgemein bekannt sein dürften.

H. G. Kopetzky (Leoben)

K. Meyberg, P. Vachenauer: Höhere Mathematik 1. Differential- und Integralrechnung, Vektor- und Matrizenrechnung. Sechste, korrigierte Auflage. Mit 450 Abbildungen. Mit CD-ROM. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, XVI+529 S. ISBN 3-540-41850-4 P/b DM 65,90.

Wenn ein Lehrbuch wie dieses bereits zehn Jahre nach seinem ersten Erscheinen die sechste Auflage erlebt, so kann es getrost als „Klassiker“ auf seinem Gebiet bezeichnet werden. Der hier zu besprechende erste Band enthält die Differential- und Integralrechnung für Funktionen in einer und mehreren reellen Veränderlichen, Vektoranalysis, Integralsätze und (endlichdimensionale) Vektor- und Matrizenrechnung.

In ihrer Präsentation verstehen es die Autoren, neben dem für eine Einführungsvorlesung über Höhere Ingenieurmathematik üblichen Stoff auch zahlreiche weiterführende Anregungen zu geben. Viele eindrucksvolle Abbildungen, praxisbezogene Beispiele und Übungsfragen tragen zur Veranschaulichung der theoretischen Sachverhalte bei. Besonders gekennzeichnete Rechenschemata eigenen sich hervorragend zur Prüfungsvorbereitung. Am Ende des Bandes findet man ein Literaturverzeichnis, welches vorrangig weitere Lehrbücher sowie Formel- und Aufgabensammlungen enthält, einige Pascal-Programme und ein ausführliches Namen- und Sachverzeichnis, welches beim gezielten Suchen von Begriffen im Buch kaum Wünsche offen lässt. Gegenüber der Vorgängerauflage wurden einzelne Druckfehler berichtigt sowie eine völlige Konvertierung des Drucksatzes vorgenommen, während sich am Aufbau des Buches nichts geändert hat.

Als Besonderheit ist die neuerdings dem Buch beigelegte und dem Thema „Integration in der Ingenieuranalysis“ gewidmete CD-ROM zu erwähnen. Diese enthält neben einer Kurzeinführung einen theoretischen und einen anwendungsorientierten Teil. Das dort Erlernte kann im Rahmen interaktiv gestalteter Übungsbeispiele im Selbsttest erprobt werden. Den Abschluss bilden Biographien von Mathematikern, die wichtige Beiträge zur Integralrechnung geleistet haben. Die CD stellt eine wertvolle Ergänzung zum Buch dar.

Die Neuauflage kann Studierenden der Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften und Informatik, aber auch Lehrenden der Mathematik für diese Zielgruppen wärmstens empfohlen werden.

A. R. Kräuter (Leoben)

K. Meyberg, P. Vachenauer: Höhere Mathematik 2. Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Fourier-Analysis, Variationsrechnung. Vierte, korrigierte Auflage. Mit 496 Abbildungen. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, XIII+457 S. ISBN 3-540-41851-2 P/b DM 65,90.

Das vorliegende Buch stellt eine gründliche Einführung in fünf zentrale Bereiche der Mathematik für Ingenieurwissenschafter, Naturwissenschafter und Informatiker dar: gewöhnliche Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Fourier-Analysis, partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung.

Besondere Erwähnung verdienen die zahlreichen Abbildungen sowie die äußerst vielseitigen, sorgfältig ausgewählten Beispiele und Aufgaben aus Physik, Chemie, Biologie, Mechanik und Elektrotechnik, die in hervorragender Weise die Theorie zu illustrieren oder zu vertiefen vermögen. Die Autoren haben sich mit Erfolg bemüht, Mathematik bei aller ihr vielfach nachgesagten „Trockenheit“ mitunter auch (ohne Zugeständnisse bei der Exaktheit!) in heiterer Form darzustellen. Ich verweise diesbezüglich nur auf die „Verfolgungskurve der vier verliebten Hunde“ (S. 31) oder auf die „funktionentheoretische Auswertung einer Schatzkarte“ (S. 184).

Im Übrigen gelten die anlässlich meiner Besprechung des ersten Bandes (s.o.) getroffenen allgemeinen Feststellungen, mit dem der hier rezensierte Band ein einheitliches Lehrwerk bildet. Insbesondere ist auch diesem Band größtmögliche Verbreitung unter der angesprochenen Zielgruppe zu wünschen.

A. R. Kräuter (Leoben)

V. P. Minorski: Aufgabensammlung der höheren Mathematik. Bearbeitet von Prof. K. Dibowski und Dr. H. Schlegel. 14., neubearbeitete Auflage. Mit 68 Bildern und 2670 Aufgaben mit Lösungen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 299 S. ISBN 3-446-18918-1 P/b DM 39,80.

Diese Aufgabensammlung (mit Lösungen) enthält neben einer Wiederholung der grundlegenden Begriffe in der Mathematik umfassende Beispiele aus dem Bereich der ein- und mehrdimensionalen Differential- und Integralrechnung, sowie zu (einfachen) Differentialgleichungen. Der Abschnitt über die Lineare Algebra ist leider etwas zu kurz geraten, wenn ihre tragende Rolle in der Ingenieursmathematik berücksichtigt werden soll. Neben den Beispielen enthält jeder Abschnitt auch eine kurze Erklärung aller Begriffe und eine kurze Einführung in die Materie, sodass dieses Buch gut zur Prüfungsvorbereitung für Ingenieurstudien geeignet scheint. Einige Kapitel dienen auch der Wiederholung des Schulstoffes, sodass dieses Buch allen Studierenden empfohlen werden kann, die grundlegende mathematische Kenntnisse im Studium benötigen. Ein etwas übersichtlicherer und besser gegliederter Satz würde jedoch das Lesen erheblich erleichtern, da man in dem zwei- und drei-spaltigen Layout schnell den Faden verliert.

C. Cenker (Wien)

W. Preuß, G. Wenisch (Hrsg.): Lehr- und Übungsbuch Mathematik. Band 3. Lineare Algebra — Stochastik. 2., durchgesehene Auflage, mit 102 Bildern, 133 Beispielen und 249 Aufgaben mit Lösungen. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 355 S. ISBN 3-446-21682-0 H/b DM 55,80.

Dieser dritte Band aus der Reihe „Lehr- und Übungsbuch Mathematik“ richtet sich an Fachhochschüler aus dem ingenieurwissenschaftlichen Bereich. Es besteht aus den zwei Teilen Lineare Algebra (ein Drittel) und Stochastik (zwei Drittel), die von verschiedenen Autoren verfaßt wurden. Der erste Teil behandelt den Standardstoff Matrizen, Determinanten, Lineare Gleichungssysteme, Eigenwerte (mit einem kleinen Ausblick auf lineare Optimierung) anhand einer großen Anzahl durchgerechneter Beispiele. Die Darstellung ist klar und leicht lesbar, die Beispiele könnten aber etwas anwendungsorientierter sein. Auch wäre mir der Einsatz eines Computeralgebrasystems als sinnvoll erschienen. Der zweite Teil über Stochastik ist sehr ausführlich und praxisorientierter. Er behandelt die klassischen Verteilungsfunktionen, den zentralen Grenzwertsatz, mehrdimensionale Verteilungen bis hin zur deskriptiven Statistik und die Anwendungen von statistischen Tests, wieder unterstützt durch viele Beispiele. In einigen Beispielen wird auf den Einsatz des Softwarepaketes *Derive* eingegangen.

G. Teschl (Wien)

W. Preuß, G. Wenisch (Hrsg.): Lehr- und Übungsbuch Numerische Mathematik. Mit 181 Bildern, 163 Beispielen sowie 68 Aufgaben mit Lösungen, Zusatzsoftware und ausführlichen Lösungen im Internet. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2001, 393 S. ISBN 3-446-21375-9 H/b DM 69,80.

Dieses Buch ist sowohl für die Numerik-Ausbildung an Fachhochschulen und Technischen Universitäten als auch als praktisches Nachschlagewerk für den Ingenieur konzipiert. Der Stoff umfasst die klassischen Grundlagen der Numerik bis hin zu Gewöhnlichen Differentialgleichungen. Letzteres Thema dient den Autoren auch zur Einführung in die Methode der Finiten Elemente.

Die meisten der vorgestellten Verfahren werden vernünftig motiviert und anhand von Beispielen veranschaulicht. Manches ist jedoch gar nicht oder nur unzureichend begründet, wie z.B. cg-Verfahren oder Extrapolation.

Dem Thema „Software" ist ein eigenes Kapitel gewidmet. Hier wird insbesondere auf die Systeme *Matlab* und *Mathematica* und die NAG-Bibliothek eingegangen. Die einzelnen Kapitel enthalten eine große Anzahl von Übungsbeispielen, deren Lösungen im Anhang zusammengefasst sind. Viele dieser Beispiele sind praxisorientiert und erfordern den Einsatz der oben genannten Softwarepakete. Zusätzlich stellen die Autoren per Internet das Programm *MatheDemo* zur Verfügung, das der praktischen Einübung der einzelnen Verfahren dient.

W. Auzinger (Wien)

H. Schröder: Wege zur Analysis. Genetisch — geometrisch — konstruktiv. (Springer-Lehrbuch.) Springer, Berlin u.a. 2001, 255 S. ISBN 3-540-42032-0 P/b DM 39,90.

Dieses Buch ist in mehrfacher Hinsicht bemerkenswert. Grundbegriffe der modernen Analysis werden vielfältig vernetzt und erfahren dadurch eine große Erweiterung und Bereicherung ihrer Bedeutung im Verständnis durch die Lernenden. Dies erfolgt: durch die Darlegungen historischer Wurzeln für die Begriffsentwicklungen; durch die Einbettung in Kontexte, die in den Standardvorlesungen nicht beachtet werden; durch exemplarische und detaillierte Behandlungen einzelner Themen oder auch Beweise; durch Kontrastierung mit konkurrierenden oder alternativen Zugängen (z.B. konstruktive Analysis); durch Behandlung faszinierender Anwendungen (besser vielleicht von Praxisproblemen aus Geometrie, Mechanik, Astronomie, Kartographie und das alles wieder auch in historischer Darstellung). Um allerdings alle Vorzüge des Buches genießen zu können, sind doch recht weitreichende Grundkenntnisse aus der Analysis und ein breites allgemeines mathematisches Methodenarsenal Voraussetzung. Der Text ist öfters knapp gehalten und erfordert eigenständiges Arbeiten, das aber lohnt. Ferner gibt es Portraits von bedeutenden Mathematikern, (anspruchsvolle) Aufgaben (mit Lösungshinweisen) und kommentierte Literaturhinweise.

W. Dörfler (Klagenfurt)

T. Westermann, W. Buhmann, L. Diemer, E. Endres, M. Laule, G. Wilke: Mathematische Begriffe visualisiert mit Maple. Für Lehrer und Dozenten. Zweite, erweiterte Auflage. (Mit CD-ROM.) Springer, Berlin u.a. 2001, XV+129 S. ISBN 3-540-42132-7 P/b DM 49,90.

Beeindruckend ist vor allem die Fülle des Materials an Grafik und Animation. Hier muss jeder Benutzer etwas für ihn Verwendbares finden.

Gut ist auch die technische Einrichtung: Auch ohne aktuelle Version von *Maple* — die eine Größenordnung mehr als das Buch kostet — bleiben die Darstellungen verwendbar und auch die Animationen funktionieren durch die auf der CD gespeicherten Bildfolgen. Dies gilt selbst für die vom Besprecher gewählte Minimalinstallation, die die Festplatte kaum belastet, aber an einigen Stellen deutlich mehr Zeit benötigt.

Wir wissen: alles kann man auch anders machen. Ich beschränke mich auf einen Alternativvorschlag bei der Analytischen Geometrie: Eine Scherung wird besser durch das Bild eines Quadrats vor und nach der Scherung veranschaulicht, als durch das Bild eines Vektors. Auch hätte ich bei einem Buch für Lehrer und *Dozenten* nicht auf homogene Koordinaten und Perspektive verzichtet. Einige volkstümliche Ausdrücke wie den unendlich kleinen Punkt würde ich ebenfalls beseitigen.

Bestehen bleiben die eingangs angesprochene mathematische Fülle und das faire Verhältnis von Leisung und Preis.

W. Knödel (Stuttgart)

Internationale Mathematische Nachrichten

Leopold Vietoris: 1891–2002

Die Innsbrucker Mathematiker haben einen herausragenden Kollegen, die Österreichische Mathematische Gesellschaft ihr Ehrenmitglied verloren:

em. O. Univ.-Prof. Dr. phil. DDr. techn.h.c. Leopold Vietoris

ist am 9. April 2002 im 111. Lebensjahr, kurz nach dem Tod seiner Gattin verstorben.

Die österreichische Mathematik wird ihm stets ein ehrendes Gedenken in Hochachtung seiner Leistungen und seiner menschlichen Größe bewahren.

Der Text des Video-Interviews, das anlässlich seines 103. Geburtstages mit ihm geführt wurde, sowie ein ausführlicher Nachruf folgen in den nächsten Ausgaben der IMN.

(M. Oberguggenberger, Innsbruck)

Math-Net

The International Mathematical Union (IMU) has just released Math-Net, a worldwide electronic information and communication system for mathematics; see *http://www.math-net.org*.

Why is Math-Net needed? Today, almost every mathematics department or research institute offers information on the World Wide Web. But the content, structure, and presentation of these pages vary widely, making it difficult for users to navigate and find information. Math-Net is an alternative way for academic departments and research institutes to present information about themselves and their programs consistently. Math-Net has been designed to facilitate access to high quality mathematical information worldwide, both by human users and search engines.

A special feature of Math-Net is the Math-Net Page, a web portal for mathematics departments and institutes that presents information in a standardized, well-structured and easy-to-use format.

The Math-Net Page is an additional entry point to institutional information, immediately accessible from the department's homepage, and not meant to replace it. Using this secondary homepage, mathematicians, scientists, students but also the news media can easily find relevant data, such as staff, student programs, colloquia, seminars and publications.

The Math-Net Page is an enhanced version of a web page that originated in a project in Germany, targeted at establishing a nation-wide information and communication system for mathematics departments. A tool for generating Math-Net Pages as well as assistance is available at no charge at *http://www.math-net.org/Math-NetPageHelp.html*. Mathematics departments around the world are currently setting up Math-Net Pages.

Math-Net paves the way towards open and free exchange of information within and for the international mathematics community. In May 2000, the IMU adopted the Math-Net Charter, see *http://www.math-net.org/Charter/*. The IMU's Committee on Electronic Information and Communication (CEIC) has issued a recommendation that universities and institutes worldwide install a Math-Net Page.

Contact: Martin Grötschel, Konrad-Zuse-Zentrum, Takustr. 7, D-14195 Berlin, Germany, e-mail: *math-net@zib.de*.

Special Semester on Inverse Problems

The Special Semester on *Inverse Problems: Computational Methods and Emerging Applications*, will be held at IPAM, UCLA, Los Angeles from September 8 – December 13, 2003, and will focus on new challenges that have appeared recently in the field of inverse problems (e.g. Imaging Science including Image Processing or Computer Graphics and Computer Vision). The Special Semester is intended to bring together scientists and engineers with applied and pure mathematicians interested in inverse problems. A central part of the Special Semester, will be several workshops distributed over the whole semester focussing on the emerging challenges in this field. The workshops will be organized in two series in such a way that participants who are interested in two related topics can attend two consecutive workshops.

The Chair of the Program Committee is Prof. Heinz W. Engl (Industrial Mathematics Institute, Johannes Kepler Universität Linz, Austria). He would welcome suggestions concerning topics and participants for the workshops, contacts to industry for study group problems, and expressions of interest for long-term participation at the Special Semester: e-mail: *engl@indmath.uni-linz.ac.at*.

(H. Engl, Linz)

Gauß-Vorlesungen

Die DMV hat eine eigene Vortragsreihe initiiert, die Gauß-Vorlesungen. Sie wenden sich an die mathematisch interessierte Öffentlichkeit und finden bis zu zweimal jährlich in festlichem Rahmen an verschiedenen Orten statt. Fakultäten, Institute etc. können sich um die Ausrichtung (und die damit verbundene finanzielle Foerderung in Höhe von 3000 Euro) bei der DMV bewerben. Die genauen Details werden nach Durchführung der ersten Pilotveranstaltungen auf der Homepage der DMV *http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/DMV/* zur Verfügung gestellt.

(DMV)

Medienpreis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung

In diesem Jahr wird erstmalig der Medienpreis der DMV vergeben. Er ist für ein haerausragendes journalistisches Werk bestimmt, das das Ansehen der Mathematik in der breiten Öffentlichkeit fördert.

(DMV)

Fermat-Preis 2001

Den Fermat-Preis 2001 erhielten *Richard Taylor* (Harvard University) und *Wendelin Werner* (Université de Paris-Sud). Der Fermat-Preis wird alle zwei Jahre vergeben.

(Notices AMS)

Von Neumann-Preis 2001

Ward Whitt (AT&T Laboratorie) wurde mit dem John von Neumann-Preis 2001 ausgezeichnet und zwar für seine Arbeiten aus der Queuing-Theorie, der angewandten Wahrscheinlichkeitstheorie und der stochastischen Modellierung.

(Notices AMS)

Leibniz-Preis 2002

Der Leibniz-Preis 2002 der Deutschen Forschungsgemeinschaft wurde an *Wolfgang Dahmen* (Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen) und an *Bruno Eckhardt* (Universität Marburg) vergeben.

(Notices AMS)

8. Internationale Tagung über Schulmathematik an der TU Wien

Vom 17. bis 20. Dezember 2001 fand an der Technischen Universität Wien die 8. Internationale Tagung über Schulmathematik statt. Neben dem offiziellen Thema der Veranstaltung im engeren Sinn, *Unterhaltungsmathematik im Unterricht/Recreational Mathematics in the Instructional Program*, wurden in Haupt- und Plenarvorträgen auch zusätzliche Aktivitäten für interessierte Schüler, Begabtenförderung und Themen für das Wahlpflichtfach Mathematik angesprochen.

Plenarvorträge wurden gehalten von:

Prof.Dr. *Albrecht Beutelspacher* (Gießen)
Steven.R. Conrad (New York)
Dr. *Robert Geretschläger* (Graz)
Prof.Dr. *Walther Jank* (Wien)
Daniel Jaye (Brooklyn)
Dr. *Gert Kadunz* (Klagenfurt)
Dr. *Ingmar Lehmann* (Berlin)
Prof.Dr. *Istvan Lenart* (Budapest)
Dr. *Gerhard Lindbichler* (Wien)
Dr. *Richard Mischak* (Wien)
Prof.Dr. *Alfred Posamentier* (New York)
Iftimie Simion (New York)
Prof. *David Singmaster* (London)
Dr. *Julianna Szendrei* (Budapest)

Außerdem wurden – neben einigen Sektionsvorträgen – auch 2 Workshops angeboten.

(Manfred Kronfellner)

Nachrichten der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Mitteilungen des ÖMG-Vorsitzenden

Ich möchte mich zunächst als neuer Vorsitzender der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft vorstellen:

Ich bin Professor für Industriemathematik an der Johannes Kepler Universität Linz; Informationen über unsere Tätigkeit finden Sie am Internet unter *http://www.indmath.uni-linz.ac.at.*

Wie jeder neue Vorsitzende führe ich einerseits Aktivitäten meines Vorgängers weiter und versuche andererseits, neue Schwerpunkte zu setzen. Zu Beginn meiner Tätigkeit möchte ich Herrn Prof. Karl Sigmund herzlich für alles danken, was er für die ÖMG in den letzten vier Jahren geleistet hat; er hat die ÖMG in diesen Jahren entscheidend vorangebracht und seine Tätigkeit durch den höchst erfolgreichen Kongress im September 2001 gekrönt; die von ihm gestaltete Ausstellung „Mathematik und Emigration“ wird wohl allen, die sie gesehen haben, unvergesslich bleiben.

Eine wichtige Aktivität jeder wissenschaftlichen Gesellschaft sind Kongresse. Während der „große Kongress“ weiterhin in Kooperation mit der DMV durchgeführt werden soll, wollen wir den bisherigen „innerösterreichischen Tagungen“ eine neue Funktion geben, nämlich die eines Nachbarschaftstreffens mit Mathematikern eines anderen Nachbarlands. Wie Sie an anderer Stelle dieses Hefts sehen können, veranstalten wir von 22. bis 26. September 2003 in Bozen ein solches Nachbarschaftstreffen und kooperieren dabei mit UMI und SIMAI; diese Tagung wird großzügig von der Freien Universität Bozen unterstützt werden. Ich habe gemeinsam mit den Kollegen Oberguggenberger und Woess den vorgesehenen Tagungsort, die Europäische Akademie Bozen, besucht; die Europäische Akademie bietet geradezu ideale Möglichkeiten für unseren Kongress. Das wissenschaftliche Programm wird von einem entscheidungsbefugten Programmkomitee unter Vorsitz von Prof. Oberguggenberger (und mit Beteiligung von UMI und SIMAI) gestaltet und hat seine Arbeit eben aufgenommen. Ich bin überzeugt, dass diese Tagung sowohl vom wissenschaftlichen als auch vom Rahmenprogramm her sehr attraktiv werden wird und bitte Sie jetzt bereits, sich diesen Termin vorzumerken. Der Tradition der ÖMG entsprechend, wird im Rahmen der Tagung auch ein Lehrerfortbildungstag (insbesondere für deutschsprachige Südtiroler Lehrer) stattfinden. Ferner planen wir eine öffentliche Veranstaltung, die voraussichtlich dem Thema der Beziehung zwischen Mathematik und Informatik gewidmet sein wird, das für die Entwicklungen im Raum von Innsbruck über Bozen bis Trient von besonderem Interesse ist.

Die „große“ Tagung wird 2005 in Klagenfurt stattfinden. Wir sind dabei auch mit der American Mathematical Society über eine mögliche Beteiligung im Gespräch.

Die ÖMG wird sich weiterhin und möglicherweise sogar verstärkt um die Beziehung zum mathematischen Schulunterricht kümmern. Neben der bewährten Didaktikkommission überlegen wir die Gründung einer Lehrersektion, um Mathematiklehrern ein selbstorganisiertes Forum zur Diskussion von sie interessierenden inhaltlichen und organisatorischen Fragen zu bieten. Kontaktperson dafür ist Herr Dr. Robert Geretschläger, der sich über Anregungen und insbesondere Mitarbeitsangebote von Mathematiklehrern freuen würde (e-mail *robert.geretschlaeger @brgkepler.at*). Im Rahmen dieser Lehrersektion denken wir an eine erste Veranstaltung in Graz (voraussichtlich am 4. Oktober 2002) für Lehrer und Schüler, bei der es um den Stellenwert der Mathematik in Wirtschaft und Industrie gehen soll; meinem persönlichen Eindruck nach besteht hier ein besonderer Nachholbedarf im Schulunterricht: Schülern, gerade denen, die nicht Mathematik oder ein mathematisch orientiertes Fach studieren, muss in der Schule auch die Bedeutung der Mathematik für die technologische und wirtschaftliche Entwicklung vermittelt werden. Dies ist langfristig für das Image der Mathematik in der Gesellschaft wichtig und mir ein besonderes Anliegen. In diesem Zusammenhang bin ich auch mit dem Vorsitzenden der DMV und der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft, den Kollegen Gritzmann (TU München) und Jeltsch (ETH Zürich) im Gespräch über eine mögliche gemeinsame Öffentlichkeitsarbeit im deutschsprachigen Raum.

Eine weitere Gruppe von Mathematikern, der sich die ÖMG verstärkt annehmen will, sind Fachhochschullehrer. Aufgrund des dezentral organisierten Fachhochschulsektors besteht hier unseres Erachtens besonderer Koordinationsbedarf in inhaltlichen Fragen des Mathematikunterrichts an Fachhochschulen; Kontaktperson ist hier Prof. Teschl (e-mail *gerald.teschl@esi.ac.at*).

Eine wichtige Frage, die die Diskussion in der ÖMG in den letzten Monaten vielleicht mehr als angemessen dominiert hat, ist die einer möglichen österreichweiten Evaluierung der Mathematik an den Universitäten. Anstatt hier den aktuellen Diskussionsstand wiederzugeben, verweise ich auf die Homepage der ÖMG (*http://www.oemg.ac.at*), auf der alle wesentlichen Dokumente in diesem Zusammenhang zu finden sind. Das Ziel einer solchen Evaluierung könnte es nur sein, die österreichische Mathematik insgesamt zu stärken oder zumindest gegen Gefahren zu wappnen, indem dafür gesorgt wird, dass für alle künftigen die Mathematik betreffenden Entscheidungen unangreifbare objektive Grundlagen vorhanden sind. Aus meiner neunjährigen Tätigkeit im FWF kenne ich die hohe internationale Reputation der österreichischen Mathematik und ich bin sicher, dass wir uns vor einer Evaluierung durch kompetente internationale Gutachter nicht zu fürchten brauchen. Natürlich wird die ÖMG eine etwaige Evaluierung in keiner Weise inhaltlich beeinflussen, sondern nur organisatorisch betreuen und insbesondere dafür sorgen, dass ein hervorragendes Gutachtergremium zusammengestellt wird (ohne aber auf die Auswahl der konkreten Personen Einfluss zu nehmen). Natürlich spricht auch einiges gegen eine Beteiligung der ÖMG bei einer möglichen Evaluierung, auch im Zusammenhang mit der bevorstehenden Universitätsreform, die es fraglich erscheinen lässt, ob die erhofften positiven Auswirkungen in absehbarer Zeit auch wirklich eintreten können. Jedenfalls wird sich die ÖMG nur dann, wenn dies überwiegend als Dienst an der Mathematik gesehen wird, an einer Mathematikevaluierung beteiligen. Und angesichts des enormen Aufwands muss auch die Erwartung gerechtfertigt sein, dass sich dieser Aufwand lohnt. Bitte sehen Sie sich die die Evaluierung betreffenden Dokumente auf der Homepage an und beteiligen Sie sich an der laufenden Diskussion in Ihrer Landessektion. Am 5. April 2002 haben sich der Beirat und der Vorstand der ÖMG positiv zu weiteren Schritten in Richtung einer Evaluierung geäußert; eine endgültige Entscheidung über eine Beteiligung der ÖMG an einer solchen Evaluierung wird auf Basis einer Diskussion in den Landessektionen voraussichtlich in der Vorstandssitzung am 7. Juni fallen.

Ich schließe mit der Bitte, mir Anregungen für die Tätigkeit der ÖMG, aber auch Kritik, per e-mail *(engl@indmath.uni-linz.ac.at)* zukommen zu lassen.

Mit besten Grüßen

Heinz Engl

Vortäge im Rahmen der ÖMG in Wien

15. 3. 2002. Mathematisches Festkolloquium aus Anlass des 60. Geburtstages von ao.Univ.Prof. Dr. Gerhard Ramharter.

Werner Georg Nowak (Univ. f. Bodenkultur, Wien): Wie gut ist das Gedächtnis von Gitterresten?.

Maximilian Thaler (Univ. Salzburg): Grenzverteilungssätze für Transformationen mit unendlichem invarianten Maß.

12. 4. 2002.

Stefan Porubsky (Prague Institute of Chemical Technology, Department of Mathematics): The Multiplicative Group generated by the Lehmer Numbers.

19. 4. 2002. Mathematisches Kolloquium.

Keith Ball (University College London): There are infinetely many irrational values of zeta at the odd numbers.

Siegfried Graf (Univ. Passau): Asymptotics in the quantisation of probability distributions.

Boris Kashin (RAS, Steklov-Institut Moskau): On some links between the geometry of convex bodies and the theory of orthogonal series.

Neue Mitglieder

Martin Baumgartner, Dipl.Ing. Dr.techn. Dr.med.univ. — Grabeng. 4, 1170 Wien. geb. 1959. 1985 Dipl.Ing. Technische Mathematik TU Wien, Promotion zum Doktor der gesamten Heilkunde Univ. Wien, 1986 Programm- und Systementwicklung Fa. Siemens, Unternehmensbereich Medizin, Präsenzdienst, 1989 Beginn der Ausbildung zum Facharzt fuer diagnostische Radiologie (Pulmologisches Zentrum Baumgartner Höhe, Krankenhaus Lainz, 1990 Promotion zum Doktor der techn. Wiss. TU Wien, 1996 Oberarzt und Bereichsleiter im Zentralröntgeninstitut/Schnittbildzentrum im Krankenhaus Lainz. e-mail *Martin. Baumgartner@t-online.at*.

Ronald Benedik — Hauptstr. 142, 2273 Hohenau a.d. M.. geb. 1978. seit 1996 Studium der Technischen Mathematik, 2002 Präsenzdienst, projektbezogen Tätigkeit im IT-Bereich. e-mail *rbededik@fsmat.htu.tuwien.ac.at*.

Martin Burger, Dipl.Ing. Dr. — Mannheimstr. 6/8/49, 4040 Linz. geb. 1976. 1994–1998 Studium Technische Mathametik in Linz und Mailand, Doktorand Inst. f. Industriemath. und im SFB F 013 *Numerical and Scientific Computing*, Univ. Linz, 2000 Dissertation (Engl, Linz und Capasso, Mailand), Post-Doc im SFB F 013, 2001/02 Zivildienst. e-mail *burger@indmath.uni-linz.ac.at*.

Manfred Einsiedler, Ao.Univ.Prof. Dr. — Penn State Math. Department, University Park, 218 McAllister State College, PA 16802, USA. geb. 1973. 1992 bis 1996 Diplomstudium Univ. Wien, 1999 Doktorat (K.Schmidt), 1994–1999 Studien- später Vertragsass. Univ. Wien, 2000 Post-Doc UEA, Norwich, England, 2001 Vertrags- und Forschungsass. Univ. Wien, derzeit Schrödingerstipendium für den Aufenthalt am Dynamical System Center PSV, State College. e-mail *manfred.einsiedler@univie.ac.at*.

Martin Henk, Ao.Univ.Prof. Dr. — Institut für Analysis und Technische Mathematik, TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8–10/1142, 1040 Wien. geb. 1963. 1983–1988 Studium Mathematik Univ. Siegen, 1991 Promotion, 1994 Habilitation Siegen, 1994–1996 wiss. Mitarbeiter TU Berlin, 1996–1998 wiss. Mitarbeiter Konrad-Zuse-Zentrum, Berlin, 1998–2001 Oberass. Otto-von-Guericke Univ. Magdeburg, SS 2001 Gastprof. Univ. of Crete, Iraklio, seit Okt. 2001 ao.Univ.Prof., TU Wien, Abteilung für Analysis. e-mail *henk@tuwien.ac.at*.

Bert Jüttler, o.Univ.Prof. Dr. — Institut f. Analysis, Abt. f. Angew. Geometrie, Univ. Linz, Altenbergerstr. 69, 4040 Linz. geb. 1969. 1994 Promotion Univ. Darmstadt, 1995/96 Post-Doc Univ. Dundee, 1996–2000 wiss. Ass. TU Darmstadt, 1998 Habilitation f. Mathematik, TU Darmstadt, seit 2000 Univ. Prof. Univ. Linz. e-mail *bert.juettler@jku.at*.

Reinhard Pöllabauer, Mag. — BG/BRG/BORG Hartberg, Edelseeg. 13, 8230 Hartberg. geb. 1970. Studium Mathematik/Physik Lehramt, seit 1994 am BG/-BRG/BORG in Hartberg. e-mail *Reinhard.Poellabauer@gym-hartberg.ac.at*.

Susanne Teschl, Dr. Mag., Fachhochschullektorin — Augasse 13, 1090 Wien. geb. 1971. Studium Mathematik/Physik Univ. Graz und Univ. Missouri, USA, wiss. Mitarbeiterin im SFB *Optimierung und Kontrolle*, Univ. Graz, Lektorin für Mathematik am Campus Graz und Technikum Wien, wiss. Sachbearbeiterin f. Mathematik, Informatik u. Geomwissenschaften beim FWF. e-mail *susanne.teschl@technikum-wien.at*.

8. Treffen der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Vorankündigung:

Das 8. Treffen der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft wird vom 22. bis 26. September 2003 als Nachbarschaftstagung in Kooperation mit den italienischen Partnergesellschaften SIMAI und UMI in Bozen stattfinden. Vorinformationen können unter der E-Mail-Adresse *oemg2003@uibk.ac.at* erhalten werden.

Preliminary announcement:

The 8th meeting of the Austrian Mathematical Society will be held in Bolzano from September 22 to 26, 2002, as a joint neighborhood conference in cooperation with the Italian partner societies SIMAI and UMI. Preliminary information can be obtained in writing to *oemg2003@uibk.ac.at.*

Annuncio preliminare:

L'ottavo convegno della Societa' Matematica Austriaca avra' luogo a Bolzano dal 22 al 26 Settembre 2003 nella forma di un convegno-incontro in cooperazione con le societa' italiane UMI e SIMAI. Informazioni preliminari si possono ottenere scrivendo a *oemg2003@uibk.ac.at*.