Herausgeber: Österreichische Mathematische Gesellschaft in Wien
Schriftleitung: Prof. Dr. W. Wunderlich, Technische Hochschule Wien
Druck: R. Spies & Co., Wien V.

NACHRICHTEN

DER

ÖSTERREICHISCHEN
MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT

BEILAGE ZU
„INTERNATIONALE MATHEMATISCHE NACHRICHTEN"

*

SONDERNUMMER

BERICHT ÜBER DEN
IV. ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATIKERKONGRESS
WIEN, 17. — 22. IX. 1956

NR. 47/48 APRIL 1957

WIEN

NACHRICHTEN

DER

ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT

SEKRETARIAT: WIEN IV, KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)

TELEPHON U-46-5-30 — POSTSPARKASSENKONTO 82.395

11. Jahrgang	April 1957	Nr. 47/48

ZUM IV. ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATIKERKONGRESS

WIEN, 17. BIS 22. SEPTEMBER 1956

Es scheint, daß sich die österreichischen Mathematikerkongresse in kurzer Zeit im Kreise der Mathematiker bereits einen festen Platz erobert haben. Und wir Österreicher stellen mit großer Freude und Befriedigung fest, daß der Ruf unserer Kongresse ein recht guter ist. Das zeigt nicht nur die von Mal zu Mal steigende Zahl der Teilnehmer, sondern auch jede der vielfältigen offiziellen und inoffiziellen Kundgebungen der Zustimmung und der Zufriedenheit.

Ein solcher Kongreß besteht bekanntlich aus zwei Teilen: einem Hauptteil, das ist die Wissenschaft, und einem Nebenteil, das ist die Geselligkeit und Unterhaltung — wobei das Gewicht, das der einzelne den Wörtern „Hauptteil“ und „Nebenteil“ beimißt, recht verschieden sein mag. Boshafte — nein, nicht boshafte (wie könnte es das bei Mathematikern überhaupt geben): aufrichtige — Leute sagen, daß sich in manchen Fällen das Verhältnis sogar umkehrt, daß der Hauptteil zum Nebenteil wird und vice versa.

Ob der Hauptteil gelingt, das hängt ausschließlich von den Teilnehmern selbst ab, von ihrer Bereitschaft, Vorträge zu halten und so einen Überblick über den augenblicklichen Stand der wissenschaftlichen Arbeit und Forschung zu geben. Und darum gilt unser herzlichster Dank allen, die unserer Einladung gefolgt sind und durch ihre Mitwirkung zum Gelingen des Hauptteiles des IV. Österreichischen Mathematikerkongresses beigetragen haben.

Für den Nebenteil zeichnet allein verantwortlich die Kongreßleitung. Sie hat es diesmal verhältnismäßig leicht gehabt, aus zwei Gründen: erstens, weil die bewährten Vorbilder von Innsbruck (1949) und Salzburg (1952) bereits eine Art Tradition für das Nebenprogramm entwickelt haben, und zweitens, weil in der großen Stadt Wien alles — Behörden, Fremdenverkehrsorganisation usw. — schön beisammen und bequem erreichbar ist.

Zwei weitere Dinge sind notwendig, damit ein Kongreß gelingt. Einmal die Organisation, die dann am besten ist, wenn man sie nicht merkt und trotzdem alles klappt. Ich weiß nicht, ob uns das wirklich gelungen ist — bestimmt haben der gute Wille und die liebenswürdige Bereitschaft unserer Gäste über manche Mängel und Enttäuschungen (wie etwa die Wiener Stadtrundfahrt) großzügig hinweggesehen: Herzlichen Dank auch dafür!

Die letzte Voraussetzung aber ist das leidige Geld. Es ist üblich, von den Gästen Kongreßbeiträge einzuheben, weil es offenbar einfach nicht anders geht. Aber wenn das Wort „Gast" noch einen Rest von Sinn haben soll, so muß man doch wenigstens ein bißchen mehr zu bieten versuchen als den bloßen Gegenwert des Beitrages. Und da wissenschaftliche Vereine in der Regel kein Geld haben, kann dieser Versuch nur gelingen, wenn sie Mäzene im Lande selbst finden, die bereit sind, die Gastfreundschaft zu finanzieren. Das Bundesministerium für Unterricht, die Gemeinde Wien, die Generaldirektion der Österreichischen Bundesbahnen, der Verband der Österreichischen Versicherungsgesellschaften, die Generaldirektion der Österreichischen Tabakregie und eine Reihe weiterer, aus der Spenderliste zu ersehender Mäzene haben Verständnis für die Bedeutung des Kongresses gezeigt und durch zum Teil sehr namhafte Subventionen und Sachspenden die Veranstaltung ermöglicht und wesentlich zum Gelingen beigetragen. Ihnen allen gebührt unser verbindlichster Dank!

Bei der Eröffnung habe ich namens der Kongreßleitung dem Wunsch Ausdruck gegeben, daß der Kongreß ein Erfolg werde und daß unsere Gäste sich in Wien wohl fühlen und befriedigt wieder in ihre Heimat zurückkehren mögen. Wir freuen uns, feststellen zu können, daß dieser Wunsch allem Anschein nach in Erfüllung gegangen ist, und wir knüpfen daran die Hoffnung, daß alle, die diesmal in Wien waren — und noch viele mehr —, im Jahre 1960 unserer Einladung zum V. Österreichischen Mathematikerkongreß gern folgen werden. *A. Duschek.*

AUSZUG AUS DEM KONGRESSPROGRAMM

Sonntag, 16. September: Anreisetag

16—21 Uhr:	Anmeldung der Kongreßteilnehmer im Kongreßbüro an der Technischen Hochschule, Wien IV, Karlsplatz 13
Abends:	Zwanglose Zusammenkunft im Restaurant „Gösser-Bräu", Wien I, Friedrichstraße 4

Montag, 17. September: Eröffnung

11 Uhr:	Eröffnung des Kongresses durch den Herrn Bundesminister für Unterricht Dr. H. D r i m m e l und den Herrn Vizebürgermeister K. H o n a y im Rahmen eines Festaktes im Auditorium maximum der Universität, Wien I, Dr.-Karl-Lueger-Ring 1
12 Uhr:	Mittagessen im Wiener Rathauskeller, Wien I, Rathausplatz
14.30—18 Uhr:	Stadtrundfahrt, veranstaltet von der Gemeinde Wien

Dienstag, 18. September: 1. Arbeitstag

9—12 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
15—18 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
	D a m e n p r o g r a m m:
9—11 Uhr:	Stadtrundgang
16—18 Uhr:	Modejause im Palais Rasumofsky, Wien III, Rasumofskygasse 23-25

Mittwoch, 19. September: 2. Arbeitstag

9—12 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
15—18 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
	D a m e n p r o g r a m m:
15—17 Uhr:	Besichtigung von Schloß Schönbrunn

Donnerstag, 20. September: Ausflug auf den Semmering

8.10 Uhr:	Abfahrt des Sonderzuges vom Wiener Südbahnhof
10.40 Uhr:	Ankunft auf dem Semmering
11 Uhr:	Begrüßung durch den Bürgermeister Komm.-Rat A. P u r k h a r d t im Runden Saal des Hotels Panhans, anschließend Kurzvortrag über Geschichte und Bedeutung der Semmeringbahn
12—14 Uhr:	Mittagessen im Hotel Panhans in zwei Gruppen
Nachmittags:	Fahrt mit dem Sessellift auf den Hirschenkogel (1350 m)
17.50 Uhr:	Abfahrt des Sonderzuges von der Station Semmering
19.45 Uhr:	Ankunft in Wien-Südbahnhof

Freitag, 21. September: 3. Arbeitstag

9—12 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
15—17 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
17 Uhr:	Abfahrt mit Autobussen vom Karlsplatz auf den Leopoldsberg (423 m). Kurze Promenade mit Blick auf das abendliche Wien. Anschließend Weiterfahrt zu einem gemütlichen Heurigenabend mit Schrammelmusik im Weingut Nußdorf des Schottenstiftes, Wien XIX, Hackhofergasse 17

Samstag, 22. September: 4. Arbeitstag und Abschluß

9—12 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
15—18 Uhr:	Sitzungen in den Sektionen
20 Uhr:	Empfang im Festsaal des Rathauses, Wien I, Rathausplatz 1. Schlußwort des Vorsitzenden der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Prof. Dr. A. D u s c h e k

EINDRÜCKE VOM WIENER KONGRESS

Der IV. Österreichische Mathematikerkongreß vereinte in Wien in der Zeit vom 17. bis 22. September 1956 rund 500 Personen aus fast 30 europäischen und außereuropäischen Ländern. Sie folgten dem Rufe der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, deren treffliche Organisationskunst sich schon 1949 beim Innsbrucker Kongreß und 1952 in Salzburg aufs höchste bewährt hatte. Die meisten der deutschen Gäste hatten unmittelbar vorher an der Tagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Würzburg (9. bis 14. September 1956) teilgenommen.

Wie seine Vorgänger, zeichnete sich auch der Wiener Kongreß durch ein sehr reichhaltiges wissenschaftliches und gesellschaftliches Programm aus. In fünf Sektionen (Algebra und Zahlentheorie, Analysis, Geometrie und Topologie, Angewandte Mathematik, Philosophie und Geschichte der Mathematik) wurden über

200 Vorträge von je 20 Minuten Normaldauer geboten, die durchwegs auf hohem wissenschaftlichem Niveau standen und ein sehr eindrucksvolles Bild der gegenwärtigen mathematischen Forschung vermittelten. Hatte eine Woche zuvor in Würzburg fast ausschließlich die jüngere Generation die Vortragssäle beherrscht, so bestand in Wien ein wohlausgewogenes Gleichgewicht der jüngeren und älteren Mathematiker. Mit starken Kräften traten dabei auf dem nunmehr neutralen österreichischen Boden erstmals die Mathematiker der östlichen Länder hervor: neben der Sowjetunion, Polen und Rumänien vor allem Österreichs Nachbarn Ungarn, Jugoslawien und die Tschechoslowakei. Man sah so nach langen Jahren der Trennung manchen älteren Kollegen wieder und lernte manchen jüngeren kennen. Auch die jüngeren Vertreter des Gastlandes Österreich taten sich wissenschaftlich in Vorträgen bedeutungsvoll hervor.

Nach den Vorträgen war reichlich Zeit zu Diskussionen, von denen ausgiebig und durch alle Sprachen hindurch Gebrauch gemacht wurde. Viele der gehörten Vorträge hätten es verdient, in diesen Eindrücken erwähnt zu werden; ich muß jedoch darauf verzichten, weil es unmöglich war, alles zu hören, und daher jede Auslese ungerecht wäre. Vielleicht könnte man darum das nächste Mal daran denken, einige große Vorträge von aller Konkurrenz zu befreien.

Wurde so der wissenschaftliche Zweck des Wiener Kongresses voll erreicht, so bot sein schöner gesellschaftlicher Rahmen noch viele zusätzliche Möglichkeiten der Aussprache, des Erinnerns und Kennenlernens, und gemeinsame Mittags- und Abendunterhaltungen gaben reichliche Gelegenheit zu wissenschaftlichen und persönlichen Gesprächen. Ein wichtiger Schnittpunkt im Getriebe des Kongresses war dabei die große, im Festsaal der Technischen Hochschule eingerichtete Kongreßhalle, die (samt einer vielbewunderten falschen figuralen Darstellung des pythagoreischen Lehrsatzes) unter Denkmalschutz steht. Hier walteten auf der einen Seite die Organisatoren des Kongresses, die Professoren A. Duschek, N. Hofreiter und W. Wunderlich, unterstützt von ihren unermüdlichen Assistenten und den flotten, sprachgewandten Sekretärinnen, auf der anderen Seite fand man die internationale Atmosphäre eines Wiener Kaffeehauses.

Nach einem anregenden Begrüßungsabend im Gösser-Bräu wurde der Kongreß am Montag, dem 17. September 1956, im Auditorium maximum der Universität durch eine polyglotte Begrüßung seines Präsidenten Prof. A. Duschek und herzliche Willkommensgrüße des Vizebürgermeisters K. Honay von Wien eingeleitet und durch eine feinsinnige Ansprache des österreichischen Unterrichtsministers H. Drimmel eröffnet, der die mathematischen Wissenschaften mit den Künsten, vor allem der Musik, verglich und dabei an die Laudatio bei der Ernennung Anton Bruckners zum Ehrendoktor der Wiener Universität anknüpfte. Zwei wunderbare Musikstücke von Mozart und Schubert in seltener Besetzung (Gitarre, Geige, Cello) umrahmten diesen stimmungsvollen Auftakt des Kongresses. Nach einer Stärkung in den interessanten Räumen des Wiener Rathauskellers versprach das Programm eine von der Gemeinde Wien gebotene „Rundfahrt durch Wien". Daraus wurde dann (zur Überraschung auch der Kongreßleitung) bloß eine Rundfahrt zu zahlreichen älteren und neueren Sozial- und Wohnbauten der Gemeinde Wien, die zudem vielfach unter der sprachlichen Unzulänglichkeit der Führer litt. Die zahlreichen Ausländer hatten dabei Gelegenheit, die entsprechenden modernen Einrichtungen ihres Landes mit den Wiener Verhältnissen zu vergleichen.

Ein glänzend gelungener abendlicher Empfang durch Bundesminister Dr. Drimmel in den stilvollen Räumen des Unterrichtsministeriums auf dem Minoritenplatz ließ jedoch manche Teilnehmer den Nachmittag bald vergessen und sah überall frohgestimmte Mienen.

Während die Mathematiker in den nächsten Tagen ihren Problemen nachhingen, war für ihre Damen durch die Kongreßleitung ein abwechslungsreiches

kulturelles Programm bereitgestellt. Auf Führungen durch das wunderbare alte Wien und durch Schönbrunn folgte eine Wiener Modejause im schönen Rasumofskyschen Palais, über die dann mit viel Sachverständnis berichtet wurde.

Der Donnerstag war einer interessanten Fahrt aller Kongreßteilnehmer auf den Semmering gewidmet, dessen landschaftliche Schönheiten sich im herrlichsten Sonnenschein darboten. Nach dem Mittagessen im Hotel Panhans fuhr man mit dem Sessellift auf den Hirschenkogel, genoß die klare Sonne und die weite Fernsicht über Stuhleck, Rax und Schneeberg. Man trennte sich nur schwer von dieser schönen Landschaft — manchen fiel der Abschied so schwer, daß der kulante Bahnhofsvorstand den schmucken Sonderzug ihretwegen zurückhalten mußte. Angeregt und, wie schon bei der Hinfahrt, nicht ganz ohne leibliche Labung, ging es schließlich nach Wien zurück.

Der Freitagabend gehörte dann der Wiener Landschaft und dem Genius loci. In langer Buskolonne ging es über Neuwaldegg auf der Höhenstraße durch den Wienerwald über den Kahlenberg auf den Leopoldsberg, diesen östlichsten Eckpfeiler der Alpenkette, von dem aus man bei untergehender Sonne eine herrliche Rundsicht über Wien und die Donaulandschaft genoß, die schon von den ersten Lichtern der Stadt belebt wurde, als es aufzubrechen galt, um in Nußdorf im Weingut des Schottenstiftes den Heurigen mit seiner volkstümlichen Wiener Gemütlichkeit kennenzulernen. Bei Schrammelmusik war alles erstaunlich bald ein Herz und eine Seele, man sang wienerisch, neapolitanisch und in den Zungen anderer Städte, und ließ Wien und Österreich und den Kongreß und seine Organisatoren leben.

Der Schlußempfang durch die Stadt Wien im prächtigen Festsaal des Wiener Rathauses am Samstagabend gab dann den Gästen Gelegenheit, durch ihre Vertreter den Veranstaltern des Kongresses für die herzliche Gastfreundschaft, die man in Wien genossen hatte, und die zahlreichen Eindrücke, die alle empfangen hatten, aufrichtig zu danken. Die Herren A. Denjoy (Paris), E. Bompiani (Rom), J. Plemelj (Laibach) und E. Ullrich (Gießen) hoben in ihren Worten die völkerverbindende Bedeutung gerade der österreichischen Mathematikerkongresse hervor, erinnerten dabei insbesondere an die Treffen in Innsbruck und Salzburg und würdigten in warmen Worten die intensive Organisationsarbeit des Wiener Kongreßkomitees. Die Schlußworte des Vorsitzenden der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Prof. A. Duschek, entwarfen ein Bild der geschichtlichen Situation Österreichs und seiner augenblicklichen Bestimmung und faßten nochmals deutlich die Intentionen des Kongresses zusammen. Der schöne, überaus harmonisch verlaufene Abend, mit Straußschen Weisen eingeleitet, schloß aber nicht mit Reden, sondern mit Tanz nach österreichischen Walzermelodien; er wird, wie der ganze Kongreß, allen Teilnehmern unvergessen bleiben.

Unversehens ist nun aus der beabsichtigten Schilderung einiger Eindrücke doch fast ein Bericht geworden, allerdings nur ein sehr lückenhafter. Man hätte fürchten können, daß sich 500 Mathematiker in einer Stadt von 1,750.000 Einwohnern verlieren würden. Das war, dank der geschickten Vorsorge der Wiener Kollegen, glücklicherweise nicht der Fall. Tatsächlich konnte jeder täglich jeden treffen. Insgesamt war der Kongreß nicht nur wissenschaftlich ein bedeutendes Ereignis, er knüpfte durch seine glücklich gewählten Veranstaltungen ein festes, aber angenehmes Band um alle Teilnehmer.

Gewiß würde es von allen Seiten dankbar begrüßt werden, wenn unsere österreichischen Kollegen und Freunde in vier Jahren wieder ein ähnliches Fest der wissenschaftlichen Verständigung veranstalteten, wie es uns nun schon dreimal, in Innsbruck, Salzburg und zuletzt in Wien, geschenkt wurde.

K. Strubecker (Karlsruhe).

SPENDERLISTE

Die nachstehend angeführten Stellen, Verbände und Unternehmungen haben durch Barsubventionen oder Sachleistungen entscheidend zum Gelingen des IV. Österreichischen Mathematikerkongresses beigetragen, wofür ihnen hier nochmals der aufrichtige Dank ausgesprochen sei.

Bundesministerium für Unterricht
Bundesministerium für Verkehr und Elektrizitätswirtschaft
Gemeinde Wien
Verband der Freunde der Technischen Hochschule Wien
Verband der Versicherungsanstalten Österreichs
Austria Tabakwerke A.G.
Kakao- und Schokoladenfabrik Bensdorp Ges. m. b. H., Wien
Weingroßhandlung L. Grün und Bruder, Wien
Großbrennerei L. Hofkirchner, Klosterneuburg
Weingroßhandlung A. Keidel, C. J. Schrauth & Co., Wien
Kakao- und Schokoladenfabrik J. Manner & Co. A.G., Wien
Essig-, Likör- und Senffabrik Th. u. G. Mautner Markhof, Wien
Julius Meinl Großhandels-Aktiengesellschaft, Wien
Marzipan- und Schokoladefabrik Neisse & Co., Wien
Weingroßhandlung Novacek & Co., Wien
Zwieback- und Backwarenfabrik Dr. J. Zach, Feldbach
Weingroßhandelshaus Brüder Zeilinger, Wien

TEILNEHMERLISTE

BELGIEN

Van Bouchout Vincent, Prof. Univ. Leuven
Godeaux Lucien, Prof. Univ. Liège, Frau Marie Godeaux
Hirsch Guy, Prof. Rijkslandbouwhogeschool Gent, Frau Jacqueline Hirsch
Simonart Fernand, Prof. Univ. Louvain, Frau F. Simonart

DÄNEMARK

Fenchel Werner, Prof. Univ. Kopenhagen
Tvermoes Helge, Lektor Univ. Kopenhagen

DEUTSCHLAND

Albrecht Rudolf, Ass. T. H. München
André Johannes, Wiss. Mitarb. Univ. Würzburg
Asser Günther, Oberass. Humboldt-Univ. Berlin
Aumann Georg, Prof. Univ. München, Frau Liddy Aumann
Baer Reinhold, Prof. Univ. Frankfurt/Main, Frau Marianne Baer
Barner Martin, Doz. Univ. Freiburg/Br.
Barthel Woldemar, Oberass. Univ. Saarbrücken
Bauer Friedrich L., Doz. Univ. München
Bauer Friedrich Wilhelm, Dr., Frankfurt/Main, Frau Ilse Bauer, Frl. Johanna Vielhauer
Baumann Volker, Dr., Frankfurt/Main
Behrens Ernst-August, Doz. Univ. Frankfurt/Main, Frau Dorothea Behrens
Benz Walter, Ass. Univ. Mainz, Frau Christa Benz
Blaschke Wilhelm, Prof. emer. Univ. Hamburg, Frau Meta Blaschke
Boerner Hermann, Prof. Justus-Liebig-Hochschule Gießen, Frau Lou Boerner
Bögel Karl, Prof. Elektrot. Hochsch. Ilmenau, Frau Frieda Bögel

Boll Ludwig, Red. D. Verl. Wissensch., Berlin
Bräuning Günter, Ass. Elektrot. Hochsch. Ilmenau, Frau Ruth Bräuning
Brentano Peter, Student, Wiesbaden
Burau Werner, Prof. Univ. Hamburg
Dinghas Alexander, Prof. Freie Univ. Berlin
Dolinsky Rostislaw, Stud. Rat, Grevenbroich-Elsen
Endler Otto, Stipendiat, Bonn
Erwe Friedhelm, Doz. Univ. Bonn
Fischer Günther, Physiker, Limburg/Lahn, Frau Marianne Fischer
Fladt Kuno, Oberstudiendir. i. R., Doz. Univ. Freiburg/Br.
Franz Wolfgang, Prof. Univ. Frankfurt/Main, Frau Ruth-Ingeborg Franz
Grell Heinrich, Prof. Humboldt-Univ. Berlin
Grunsky Helmut, Prof. Univ. Mainz, Frau Irma Grunsky
Haack Wolfgang, Prof. Techn. Univ. Berlin-Charlottenburg, Frau Marianne Haack
Habicht Walter, Prof. Univ. Heidelberg
Hahn Wolfgang, Doz. T. H. Braunschweig, Frau Irmgard Hahn
Hasse Helmut, Prof. Univ. Hamburg, Frau Clara Hasse
Hasse Maria, Prof. T. H. Dresden, Frau Charlotte Hasse
Heinhold Josef, Prof. T. H. München, Frau Renate Heinhold
Heinrich Helmut, Prof. T. H. Dresden, Frau Liselotte Heinrich
Hermes Johann, Prof. Univ. Münster/Westf., Frau Hedwig Hermes
Herrmann Oskar, Dr., Göttingen
Hesse Kurt, Dr., Böblingen
Hölder Ernst, Prof. Univ. Leipzig, Frau Ragna Hölder
Huppert Bertram, Ass. Univ. Tübingen
Iglisch Rudolf, Prof. T. H. Braunschweig, Frau Irmgard Iglisch
Jurkat Wolfgang, Assoc. Prof., Tübingen
Kähler Erich, Prof. Univ. Leipzig, Frau Luise Kähler
Kaluza Theodor, Prof. T. H. Hannover, Frau Ingemarie Kaluza
Kanold Hans-Joachim, Prof. T. H. Braunschweig, Frau Hermine Kanold
Kappe Wolfgang, Ass. Humboldt-Univ. Berlin
Karzel Helmut, Doz. Univ. Hamburg
Keller Ott-Heinrich, Prof. Univ. Halle/Saale
Kellerhals Gerhard, Ass. T. H. Stuttgart
Knobloch Hans-Wilhelm, Ass. Univ. Würzburg
Koecher Max, Doz. Univ. Münster/Westf., Frau Hansi Koecher
König Heinz, Dr., Würzburg, Frau Helga König
König Robert, Prof. emer. U. München, Frau Charlotte König
Köthe Gottfried, Prof. Univ. Mainz
Lamprecht Erich, Doz. Univ. Würzburg, Frau Anita Lamprecht
Laugwitz Detlef, Ass. Univ. Erlangen
Lehmann N. Joachim, Prof. T. H. Dresden
Lense Josef, Prof. T. H. München, Frau Eugenie Lense
Lenz Hanfried, Doz. T. H. München, Frau Helene Lenz
Leptin Horst, Ass. Univ. Hamburg
Lietzmann Walther, Prof. Univ. Göttingen, Dipl.-Ing. Horst Lietzmann
Lippmann Horst, Dipl. Math., Zwickau
Lösch Friedrich, Prof. T. H. Stuttgart, Frau Elsa Lösch
Maier Wilhelm, Prof. Univ. Jena
Nöbeling Georg, Prof. Univ. Erlangen
Peschl Ernst, Prof. Univ. Bonn
Petersson Hans, Prof. Univ. Münster/Westf., Frau Margarete Petersson
Peyerimhoff Alexander, Doz. Justus-Liebig-Hochschule Gießen
Pinl Maximilian, Prof. Univ. Köln, Frau Hanna Pinl, Frl. Claudia Pinl

Pöschl Klaus, Dipl. Math., München, Frau Lore Pöschl
Reichardt Hans, Prof. Humboldt-Univ. Berlin
Rembs Eduard, Prof. Techn. Univ. Berlin-Charlottenburg, Frau Marianne Rembs
Remmert Reinhold, Ass., München
Richert Hans-Egon, Doz. Univ. Göttingen
Ringel Gerhard, Doz. Univ. Bonn, Frau Isolde Ringel
Röhrl Helmut, Doz., München
Roquette Peter, Doz. Univ. Hamburg
Rößler Alfred, Prof. T. H. Aachen, Frau Grete Rößler
Rühs Fritz, Ass. Univ. Rostock
Schieferdecker Eberhard, Ass. Univ. Münster
Schiek Helmut, Ass. Univ. Bonn
Schmeidler Werner, Prof. Techn. Univ. Berlin-Charlottenburg, Frau Else Schmeidler
Schmid Wilhelm, Prof. Bergak. Freiberg, Frau Sophia Schmid
Schmidt Friedrich Karl, Prof. Univ. Heidelberg
Schmidt Hermann, Prof. Univ. Würzburg
Schneider Hubert, Ass. Univ. Münster/Westf., Frau E. Schneider
Schoeneberg Bruno, Doz. Univ. Hamburg
Schottlaender Stefan, Stipendiat, Würzburg, Frau Ruth Schottlaender, Frl. Wally Schottlaender
Schröder Kurt, Prof. Humboldt-Univ. Berlin, Frau Ruth Schröder
Schröter Karl, Prof. Humboldt-Univ. Berlin
Schwarz Eleonore, Wiss. Mitarb. D. Akad. Wiss. Berlin
Sommer Friedrich, Doz. Univ. Münster/Westf., Frau Irene Sommer
Sperner Emanuel, Prof. Univ. Hamburg, Frau Antonie Sperner
Stein Karl, Prof. Univ. München, Frau Dora Stein
Steuerwald Rudolf, Hon. Prof. Univ. München, Frau Therese Steuerwald
Strubecker Karl, Prof. T. H. Karlsruhe, Frau Hildegard Strubecker
Thiele Helmut, Ass. Humboldt-Univ. Berlin
Thoma Elmar, Ass., München, Frau Helga Thoma
Tietze Heinrich, Prof. emer. Univ. München, Frau Leontine Tietze, Frl. Anna Mandl
Tillmann Heinz Günther, Ass. Univ. Mainz
Tolle Henning, Dr., Berlin, Herr Rolf Kramer
Ullrich Egon, Prof. Justus-Liebig-Hochschule Gießen, Frau Dorothea Ullrich
Ullrich Rudolf, Doz. Univ. Kiel
Unbehauen Rolf, Ass. T. H. Stuttgart
Vogel Walter, Ass. T. H. Karlsruhe
Voss Konrad, Ass. Univ. Freiburg/Br.
Weise Karl Heinrich, Prof. Univ. Kiel, Frau Annemarie Weise
Witt Ernst, Prof. Univ. Hamburg
Wolff Georg, Oberstudiendirektor, Düsseldorf-Oberkassel, Frau Hilde Wolff
Zeller Karl, Doz. Univ. Tübingen
Zuse Konrad, Dipl.-Ing., Neukirchen/Hünfeld

FINNLAND

af Hällström Gunnar, Prof. Åbo Akademi

FRANKREICH

Bourion Georges, Prof. Univ. Alger, Frau Ida Bourion
Brelot Marcel, Prof. Univ. Paris, Frau Alice Brelot
Choquet Gustave, Prof. Univ. Paris
Croisot Robert, Prof. Univ. Besançon, Frau Gisèle Croisot

Decuyper Marcel, Prof. Univ. Lille, Frau Claire Decuyper, Herr Maurice Decuyper, Herr Etienne Decuyper
Deheuvels René, Prof. Univ. Lille, Frau France Deheuvels
Denjoy Arnaud, Prof. hon. Univ. Paris
Dequoy Nicolle, Dr., Paris
Destouches Jean-Louis, Prof. Univ. Paris
Destouches-Février Paulette, Paris, Frl. Jeanette Destouches
Dolbeault Pierre, Chef de travaux Univ. Bordeaux
Dolbeault-Lemoine Simone, Dr., Malakoff/Seine
Ehresmann Charles, Prof. Univ. Paris
Endl Kurt, Dr., Paris
Fourès Léonce, Prof. Univ. Marseille, Frau Yvonne Fourès
Garnier René, Prof. Univ. Paris, Frau R. Garnier
Lichnérowicz André, Prof. Collège de France, Paris
Lutz Elisabeth, Prof. Univ. Grenoble
d'Orgeval Bernard, Prof. Univ. Dijon
Poitou Georges, Maître de conf. Univ. Lille
de Possel René, Prof. Univ. Alger
Renaudie Josette, Agrégée rép., Paris, N. Guillaume, M. N. Renaudie
Riguet Jacques, Ingén. C. N. R. S., Paris
Vincensini Paul, Prof. Univ. Marseille, Frau Henriette Vincensini

GOLDKÜSTE

Blaney Hugh, Prof. Univ. College Achimota

GRIECHENLAND

Kappos Demetrios, Prof. Univ. Athen
Michalopoulos Nikolaos, Prés. Conseil Sup. Educ., Athen, Frau Anastasia Michalopoulos
Passas Theodoros, Inspecteur gén., Athen
Sarantopoulos Spyridon, Prof. Univ. Athen
Varelas Georg, Directeur, Athen, Frau V. Varelas

GROSSBRITANNIEN

Cartwright Mary Lucy, Lecturer Girton Coll. Cambridge
Dirac Gabriel Andrew, Dr., dzt. Wien
Erdös Paul, Prof. Univ. Birmingham
Fröhlich Albrecht, Reader King's Coll. London, Frau Ruth Fröhlich
Goddard Laurence Stanley, Statistician, Walsall
Hirsch K. A., Reader Univ. London, Frau Elsa Hirsch
Hoffman Alan J., Liaison Officer Off. Naval Res., London
Post Heinz R., Lecturer Chelsea Polyt. London
Ruse Harold Stanley, Prof. Univ. Leeds
Schirmer Helga, Ass. Lecturer Univ. Coll. Cardiff
Sneddon Ian Naismith, Prof. Univ. Glasgow
Stein Elisabeth, Sen. Lecturer Chelsea Polyt. London
Taunt Derek Roy, Lecturer Jesus Coll. Cambridge, Frau Angela Mary Taunt
Vajda Stefan, Dr., Epsom/Surrey, Frau Eva Vajda
Walker Arthur Geoffrey, Prof. Univ. Liverpool
Weston Jeffrey D., Lecturer Univ. Durham, Frau Mary Weston

ITALIEN

Agostinelli Cataldo, Prof. Univ. Torino, Frau Angiola Agostinelli
Bisotti Nicolina, Torino
Bompiani Enrico, Prof. Univ. Roma
Cambria Maria, Ass. Univ. Torino

Castelli Elda, Torino
Colucci Antonio, Ordin. Accad. Aeron., Incar. Univ. Napoli
Cugiani Marco, Doc. Univ. Milano
Dalla Volta Vittorio, Ass., Prof. incar. Univ. Roma, Frau Renata Dalla Volta, Frl. Luciana Dalla Volta, Frl. Rosa Ragno
Fava Franco, Ass. Politecnico Torino
Ghizzetti Aldo, Prof. Univ. Roma, Frau Maria Ghizzetti
De Giorgi Ennio, Ass. Univ. Roma
Graffi Dario, Prof. Univ. Bologna, Frau Lina Graffi, Frl. Mariella Graffi
Manfredi Bianca, Ass. Univ. Parma, Frl. Elsa Manfredi
Mantellino Giuliana, Torino
Marchionna Ermanno, Prof. Univ. Ferrara
Marchionna-Tibiletti Cesarina, Doc. Univ. Milano
Mesturini Camilla, Torino
Miranda Carlo, Prof. Univ. Napoli, Frau Ersilia Miranda, Frl. Elena Miranda
Nardini Renato, Doc. Univ. Bologna
Piazzolla-Beloch M., Prof. Univ. Ferrara
Pignedoli Antonio, Prof. Univ. Bologna, Frau Maria Luisa Pignedoli
Pomilio Isabella, Ass. Univ. Roma, Frau Emma Pomilio
Ricci Giovanni, Prof. Univ. Milano, Herr Edoardo Ricci, Frl. Maria Lavinia Ricci
Rosati Mario, Ass. Univ. Roma
Rosina Bellino Antonio, Prof. incar. Univ. Ferrara
Scafati Maria, Ass. Univ. Roma, Frau Pia Scafati
Scorza Dragoni Giuseppe, Prof. Univ. Padova
Sestini Giorgio, Prof. Univ. Parma
Succi Francesco, Ass. Univ. Roma
Vacca Maria Teresa, Ass. Politecnico Torino
Vaccaro Michelangelo, Doc. Univ. Roma, Frau Hedwig Vaccaro-Frehner
Vota Laura, Ass. Univ. Torino, Frau Luisa Vota
Zeuli Tino, Prof. incar. Univ. Torino, Frau Gemma Zeuli

JAPAN

Kawaguchi Michiaki jun., Univ. Hokkaido

JUGOSLAWIEN

Aljančić Slobodan, Doz. Univ. Beograd, Frau Ivanka Aljančić
Andjelić Tatomir, Prof. Univ. Beograd
Avakumović Vojislav, Mat. Inst. SAN Beograd, Prof. Univ. Sarajevo
Bilinski Stanko, Prof. Univ. Zagreb
Blanuša Danilo, Prof. Univ. Zagreb, Frau Sofija Blanuša
Bojanić Ranko, Doz. Univ. Skoplje
Devidé Vladimir, Ass. T. H. Zagreb
Dočkal Ljerka, Ass. T. H. Zagreb
Kurepa Djuro, Prof. Univ. Zagreb
Mamuzić Zlatko, Doz. Univ. Beograd
Marić Vojislav, Ass. Univ. Novi Sad
Marković Dragoljub, Prof. Univ. Beograd
Matan Ivana, Ass. T. H. Zagreb
Niče Vilko, Prof. Univ. Zagreb
Okiljević Lazo, Ass. Univ. Beograd
Orloff Constantin, Doz. Univ. Beograd
Plemelj Josef, Prof. Univ. Ljubljana, Frau Nada Kavčič
Radojčić Miloš, Prof. Univ. Beograd, Frau Vojna Radojčić
Saltykow N., Prof. Univ. Beograd

Stanojević Časlav, Ass. Univ. Beograd
Vakselj Anton, Prof. Univ. Ljubljana
Vučović Vladeta, Prof., Beograd

KANADA

Butzer Paul L., Ass. Prof. McGill Univ. Montreal, derzeit Univ. Mainz

NIEDERLANDE

Beth Evert Willem, Prof. Univ. Amsterdam, Frau Cornelia Petronella Christina Beth
Braun Günther, wiss. Mitarb. Philips, Eindhoven, Frau Ingeborg Braun
Bruins Evert Marie, Prof. Univ. Amsterdam, Frau Cornelia Bruins
Lekkerkerker C. Gerrit, wiss. Mitarb. Math. Centrum Amsterdam
Loonstra Frans, Prof. T. H. Delft, Frau Wimke Loonstra
Meulenbeld Barend, Prof. T. H. Delft, Frau Cornelia Meulenbeld
Mullender Pieter, Prof. Freie Univ. Amsterdam, Frau Fina Mullender, Frl. Gezina Mullender
Peremans Wouter, wiss. Mitarb. Math. Centrum Amsterdam
Verhoeff Jacobus, wiss. Mitarb. Math. Centrum Amsterdam

NORWEGEN

Riiber Ågot, cand. real., Oslo
Selberg Sigmund, Prof. T. H. Trondheim, Frau Jenny Selberg, Herr Hans Selberg
Skolem Thoralf Albert, Prof. Univ. Oslo, Frau Edith Skolem, Frl. Elisabeth Skolem

ÖSTERREICH

Adam Adolf, Konsulent f. Statistik u. Mathematik, Wien
Aigner Alexander, Doz. Univ. Graz
Basch Alfred, Prof. emer. T. H. Wien, Frau Laura Basch
Bereis Rudolf, Doz. T. H. Wien, Frau Ortrud Bereis
Berger Erich, Dipl.-Ing., Wien, dzt. München
Bomze Josef, Ass. T. H. Wien
Brauner Heinrich, Doz. T. H. Wien
Brommer Alois, Landesschulinspektor i. R., Wien
Bukovics Erich, Doz. T. H. Wien, Frau Brigitte Bukovics
Dintzl Erwin, Prof. i. R., Wien-Kritzendorf
Duschek Adalbert, Prof. T. H. Wien, Frau Fritzi Duschek
Florian August, Ass. T. H. Graz
Florian Helmut, Prof., Graz
Frank Wilhelm, Min.Sekr., Wien
Fries Lambert, Prof. i. R., Wien
Frisch Erich, Ass. T. H. Wien, Frau Dorothea Frisch
Fuhs Wilhelm, Ass. T. H. Wien
Funk Paul, Prof. T. H. Wien
Götz Herbert, Dr., Wien, dzt. Hamburg
Gröbner Wolfgang, Prof. Univ. Innsbruck
Hadwiger Alois, Prof., Wien
Hauer Friedrich, Prof. T. H. Wien, Frau Mathilde Hauer
Hauswirth Emmy, Dolmetsch, Wien
Hofbauer Anton, Prof., Wien
Hofmann Ludwig, Prof. Hochsch. Bodenkultur Wien, Frau Hertha Hofmann
Hofreiter Nikolaus, Prof. Univ. Wien, Frau Margarete Hofreiter
Hohenberg Fritz, Prof. T. H. Graz
Hornich Hans, Prof. T. H. Graz
Huka Richard, Min.Rat., Wien

Inzinger Rudolf, Prof. T. H. Wien, Frau Grete Inzinger
Kantz Georg, Prof. Univ. Graz
Kautny Walter, Ass. T. H. Wien
Klingst Anna, Angest. AKA, Linz
Knödel Walter, Doz. T. H. Wien
Koch Alois, Prof. Montan. Hochsch. Leoben
Kruppa Erwin, Prof. T. H. Wien, Frau Ria Kruppa
Leicht Johann, Ass. Univ. Innsbruck
Lochs Gustav, Prof. Univ. Innsbruck
Machan Karl, Oberbaurat i. R., Wien
Neustein Erwin, Prof., dzt. Wien
Nöbauer Wilfried, Doz. Univ. Wien
Prachar Karl, Doz. Univ. Wien
Reuschel Arnulf, Chefmath. Reichert-Werke, Wien, Frau Anny Reuschel
Roháček Jan, Buchhändler, Wien
Rybarz Josef, Prof. T. H. Wien, Frau Martha Rybarz
Schnitzer Franz, Dr., Leoben
Scholz Heinrich, Ass. T. H. Wien
Skarvan Fritz, Ing., Wien
Souczek Ernst, Dr.-Ing., Wien
Ströher Wolfgang, Doz. T. H. Wien, Frau Hedwig Ströher
Vietoris Leopold, Prof. Univ. Innsbruck, Frau Maria Vietoris
Wunderlich Walter, Prof. T. H. Wien, Frau Johanna Wunderlich
Zaubek Othmar, Prof. i. R., Wien

POLEN

Bielecki Adam, Prof. Univ. Lublin
Gołab Stanisław, Prof. Univ. Kraków
Łoś Jerzy, Prof. Inst. Mat. Akad. Nauk Warszawa, Toruń
Marczewski Edward, Prof. Univ. Wrocław
Orlicz Władysław, Prof. Univ. Poznań

RUMÄNIEN

Nicolescu Miron, Prof., Akad., Bucureşti, Frau Elena Nicolescu
Popovici Tiberiu, Prof. Univ. Bucureşti
Stoilov Simion, Prof., Akad., Bucureşti, Frau Paula Stoilov
Teodorescu Nicolae, Prof., Akad., Bucureşti

SCHWEDEN

Bergström Harald, Prof. T. H. Göteborg, Frau Ann-Marie Bergström
Ganelius Tord, Doz. Univ. Lund, Frau Aggie Ganelius
Kjellberg Bo, Lab. Univ. Uppsala

SCHWEIZ

Eckmann Beno, Prof. T. H. Zürich, Frau Doris Eckmann
Fischer Hans Rudolf, Ass., Aarau
Jecklin Heinrich, Prof. Univ. Zürich
Leung Kam Tim, Student, Zürich
Seibert Peter, Wiss. Mitarb., Zürich
Strebel Kurt, Prof. Univ. Freiburg
Trost Ernst, Prof. Technikum Winterthur
Zbornik Josef., Prof., Abt.Leiter Calanda S.A., Chur

SOWJETUNION

Alexandroff Paul, Prof. Univ. Moskva
Leontjev A., Prof. Univ. Moskva

Miščenko Eugen, Doz. Univ. Moskva
Postnikov M., Prof. Univ. Moskva

SPANIEN

Ancochea Germán, Prof. Univ. Madrid, Frau Guadalupe Ancochea
Rios Sixto, Prof. Univ. Madrid
San Juan Ricardo, Prof. Univ. Madrid

SUDAN

Pedoe Daniel, Prof. Univ. Khartoum

TSCHECHOSLOWAKEI

Borůvka Otakar, Prof. Univ. Brno
Fiedler Miroslav, Wiss. Mitarb. Akad., Praha
Novotný Miroslaw, Doz. Univ. Brno
Piska Rudolf, Prof. T. H. Brno
Pták Vlastimil, Wiss. Mitarb. Akad., Praha
Schwarz Stefan, Prof. T. H. Bratislava
Vejvoda Otto, Wiss. Mitarb. Akad., Praha

TÜRKEI

Biran Lutfi, Prof. Univ. Istanbul
Kabakçioglu Tewfik Okyay, Prof. Techn. Univ. Istanbul
Terzioglu Nazim, Prof. Univ. Istanbul
Uluçay Cengiz, Prof. Univ. Ankara

UNGARN

Adler Georg, Budapest
Alexits György, Prof. T. H. Budapest
Arató Mátyás, Budapest
Békéssy András, Abt.Leiter Math. Inst. Akad., Budapest
Bihari Imre, Adjunkt T. H. Budapest
Csukás Margit, Dr., Budapest
Egerváry Jenő, Prof. T. H. Budapest, Frau Ida Egerváry
Freud Géza, Abt.Leiter Math. Inst. Akad., Budapest
Hajós György, Prof. Univ. Budapest
Kővári Tamás, Kand. math., Budapest
Lovass-Nagy Viktor, Doz. T. H. Budapest
Palásti Ilona, Wiss. Mitarb. Akad., Budapest
Pataki Kató, Adjunkt T. H. Budapest
Rédei László, Prof. Univ. Szeged
Rényi Alfréd, Univ.Prof., Dir. Math. Inst. Akad., Budapest
Rényi Kató, Ass. Univ. Budapest
Sarkadi Károly, Wiss. Mitarb. Akad., Budapest
Seres Iván, Budapest
Surányi János, Doz. Univ. Budapest
Szabó János, Doz. T. H. Budapest
Szász Pál, Doz. Univ. Budapest
Takács Lajos, Wiss. Mitarb. Akad., Budapest
Varga Ottó, Prof. Univ. Debrecen
Ziermann-Lénárd Margit, Wiss. Mitarb. Akad., Budapest

VEREINIGTE STAATEN

Bremermann Hans J., Member Inst. Adv. Study Princeton, Frau Maria Isabel Bremermann
Chung K. L., Prof. Univ. Syracuse
Jaeger Arno, Assoc. Prof. Univ. Cincinnati

L a d n e r George, Kansas
L a n g e r Rudolf E., Dir. Math. Res. Center U.S. Army, Wisconsin
P ó l y a George, Prof. emer. Stanford Univ., Frau Stella Pólya
S c h m i d Josef, Vis. Fellow Univ. Princeton

VIETNAM

P h a m Mâu Quân, Saigon, dzt. Paris

ÜBERSICHT

Die nachstehende Zusammenstellung gibt einen Überblick über die Verteilung der 495 Kongreßteilnehmer auf die 27 vertretenen Nationen sowie eine Aufgliederung der 207 gehaltenen Vorträge auf die fünf Sektionen I (Algebra und Zahlentheorie), II (Analysis), III (Geometrie und Topologie), IV (Angewandte Mathematik), V (Philosophie und Geschichte der Mathematik).

Land	Teilnehmer			Vorträge					
	aktive	Begl.	zus.	I	II	III	IV	V	zus.
Belgien	4	3	7	—	1	3	—	—	4
Dänemark	2	—	2	1	1	—	—	—	2
Deutschland	111	58	169	13	20	14	6	3	56
Finnland	1	—	1	—	1	—	—	—	1
Frankreich	24	13	37	3	5	8	2	—	18
Goldküste	1	—	1	—	—	—	—	—	—
Griechenland	5	2	7	—	1	1	—	—	2
Großbritannien	16	5	21	5	2	4	1	—	12
Italien	33	18	51	3	2	5	6	—	16
Japan	1	—	1	—	—	—	—	—	—
Jugoslawien	22	4	26	1	9	4	3	—	17
Kanada	1	—	1	—	1	—	—	—	1
Niederlande	9	7	16	4	—	1	—	1	6
Norwegen	3	4	7	1	—	—	—	1	2
Österreich	53	15	68	4	3	8	7	—	22
Polen	5	—	5	1	3	1	—	—	5
Rumänien	4	2	6	—	3	—	—	—	3
Schweden	3	2	5	—	1	—	1	—	2
Schweiz	8	1	9	—	2	—	—	—	2
Sowjetunion	4	—	4	—	3	1	—	—	4
Spanien	3	1	4	—	1	1	1	—	3
Sudan	1	—	1	—	—	—	—	—	—
Tschechoslowakei	7	—	7	2	2	1	1	—	6
Türkei	4	—	4	—	2	1	—	—	3
Ungarn	24	1	25	4	5	2	5	—	16
Vereinigte Staaten	7	2	9	—	—	2	1	—	3
Vietnam	1	—	1	—	—	—	1	—	1
Summen	357	138	495	42	68	57	35	5	207

VORTRAGSBERICHTE

Im Verlauf des IV. Österreichischen Mathematikerkongresses wurden im Rahmen der fünf vorgesehenen Sektionen

I. Algebra und Zahlentheorie
II. Analysis
III. Geometrie und Topologie
IV. Angewandte Mathematik
V. Philosophie und Geschichte der Mathematik

insgesamt 207 wissenschaftliche Vorträge von je 20 Minuten Normaldauer gehalten. Die der Kongreßleitung zur Verfügung gestellten Vortragsauszüge werden anschließend sektionsweise wiedergegeben. Innerhalb der Sektionen wurde hier die alphabetische Reihenfolge der Vortragenden eingehalten. — Ein Gesamtverzeichnis der Vortragenden und der von ihnen behandelten Themen findet sich am Schluß.

SEKTION I: ALGEBRA UND ZAHLENTHEORIE

A. A i g n e r (Graz): *Über zahlentheoretisch genaue Lösungen in der Rangkorrelationsrechnung.*

Es ist der Idealfall der völligen Unabhängigkeit zweier Reihenfolgen derselben n Elemente, wenn der S p e a r m a n sche Rangkorrelationskoeffizient verschwindet. Dies kann aber, genau genommen, nicht bei jeder beliebigen Elementezahl eintreten: Es ist unmöglich für $n = 3$ und $n = 4k + 2$ und möglich in den übrigen Fällen, wie dies schon elementare Rechnungen und Schlüsse ergeben. Auch lassen sich nach gruppentheoretischen Gesichtspunkten einige bemerkenswerte Spezialfälle davon angeben, sowie Anordnungen mit gleichem oder entgegengesetzt gleichem Rangkorrelationskoeffizienten zusammenfassen.

E. A. B e h r e n s (Frankfurt/Main): *Über den Verband der Ideale in Algebren endlichen Ranges.*

$\mathfrak{o}$ sei eine Algebra endlichen Ranges über ihrem Grundkörper K. Die Multiplikation in $\mathfrak{o}$ braucht nicht assoziativ zu sein, auch werden keine Voraussetzungen über das Radikal von $\mathfrak{o}$ gemacht. Jedes Ideal $\mathfrak{a}$ aus $\mathfrak{o}$ läßt sich in der Form $\mathfrak{a} = \mathfrak{o} \cdot E$ darstellen, wobei E eine geeignete idempotente lineare Transformation von $\mathfrak{o}$ über K ist. Der Verfasser beschäftigt sich mit denjenigen unter diesen Algebren, die folgender „Voraussetzung“ genügen: $\mathfrak{o}$ besitzt mindestens eine maximale Kette (zweiseitiger) Ideale, deren sämtliche Ideale sich durch bereits in $\mathfrak{T}(\mathfrak{o})$ liegende Idempotente darstellen lassen, dabei ist $\mathfrak{T}(\mathfrak{o})$ nach A l b e r t die von allen Multiplikationen von links und von rechts mit Elementen aus $\mathfrak{o}$ und der identischen Transformation erzeugte (assoziative) Transformationsalgebra von $\mathfrak{o}$ über K. Unter dieser Voraussetzung kann man sich einen Überblick über alle Ideale von $\mathfrak{o}$ verschaffen und zeigen, daß sie einen endlichen distributiven Verband bilden. Auch umgekehrt läßt sich zu jedem derartigen Verband V eine Algebra angeben, deren Idealverband zu V isomorph ist. Die „Voraussetzung über $\mathfrak{o}$“ ist sicher dann erfüllt, wenn $\mathfrak{o}$ mindestens eine maximale Idealkette enthält, unter deren Restklassenringen der Nullring nicht auftritt oder, äquivalent damit, wenn jedes Ideal in $\mathfrak{o}$ idempotent ist. Letzteres zieht in assoziativen Algebren deren Halbeinfachheit nach sich, doch kann man sehr leicht Beispiele assoziativer, nicht halbeinfacher Algebren anführen, die der „Voraussetzung über $\mathfrak{o}$“ genügen.

R. Croisot (Besançon): *Sur certaines équivalences régulières définies dans un demi-groupe.*

L'étude des équivalences régulières susceptibles d'être définies d'une manière naturelle dans un demi-groupe a été inaugurée par P. Dubreil qui s'est d'abord occupé des équivalences dites principales à droite (ou à gauche) associées à un complexe du demi-groupe. Une équivalence principale à droite est régulière à droite, une équivalence principale à gauche est régulière à gauche. Pour certains complexes, notamment les complexes dits symétriques, l'équivalence principale à droite et l'équivalence principale à gauche coïncident et constituent donc une équivalence régulière.

On peut considérer des équivalences définies d'une manière voisine que j'appelle équivalences principales bilatères et qui sont toujours régulières. Ces équivalences ont déjà été utilisées dans des cas particuliers par R. S. Pierce, M. Yamada et M. P. Schützenberger. Leur étude met en lumière les notions de complexes bilatèrement fort et bilatèrement parfait pour lesquels elles sont particulièrement intéressantes. Les équivalences principales bilatères permettent de résoudre complètement le problème de la recherche des semi-groupes à noyau homomorphes à un demi-groupe donné.

M. Cugiani (Milano): *Approssimazioni diofantee non lineari.*

Si studia la distribuzione sull'asse reale dell'insieme $I_n(a)$, costituito dai punti di ascissa $p^n - q^n a$ (n intero positivo fisso; a irrazionale positivo fisso; p, q interi variabili).

I risultati più importanti sono riassunti nei seguenti enunciati (dove abbiamo chiamato di tipo J ogni insieme della potenza del continuo, di misura nulla, denso sull'insieme dei numeri reali):

1. per quasi tutti i numeri a, $I_2(a)$ è ovunque denso sull'asse reale;
2. per un insieme di numeri a di tipo J, $I_2(a)$ non è ovunque denso ma ammette infiniti punti di accumulazione;
3. per quasi tutti i numeri a, $I_n(a)$ non ammette alcun punto di accumulazione al finito se $n \geqq 3$;
4. per un insieme J di numeri a, $I_n(a)$ è ovunque denso sull'asse reale e per un altro insieme J di numeri a, $I_n(a)$ ammette infiniti punti di accumulazione, ma non è ovunque denso, sempre per $n \geqq 3$;
5. quando n è pari l'insieme $I_n(a)$ può avere un comportamento diverso sul semiasse positivo e su quello negativo (per esempio essere denso a destra dell'origine, e non ovunque denso a sinistra).

Considerazioni analoghe sono svolte anche nei domini di integrità e nei campi p-adici, nel caso $n = 2$, per un primo p dispari.

E. Egerváry (Budapest): *Über die basische Faktorisation von Matrizen und ihre Anwendungen.*

Viele Sätze und Algorithmen der elementaren Matrizentheorie gestatten eine einheitliche Darstellung, wenn man folgenden Satz zum Ausgangspunkt wählt: Jede Matrix läßt sich — bis auf triviale Umformungen eindeutig — als Produkt darstellen, dessen linker (rechter) Faktor von links (rechts) invertierbar ist. Der linke (rechte) Faktor ist dann notwendig eine Spalten- (Zeilen-) Basis der gegebenen Matrix.

Zur wirklichen Durchführung der basischen Faktorisation eignet sich am besten ein Reduktionsverfahren, bei welchem geeignete Dyaden (Matrizen ersten Ranges) sukzessive aus der gegebenen Matrix substrahiert werden. Spezielle Fälle: 1. Zerlegung in dreieckige Faktoren (Banachiewicz) und ihre Verallgemeinerung. 2. Methode der konjugierten Richtungen (Stiefel-Hestenes). 3. Kanonische und polare Faktorisation.

Anwendungen: 1. Verallgemeinerung der Jacobischen Transformation der bilinearen (und quadratischen) Formen. 2. Diskussion eines allgemeinen homogenen linearen Gleichungssystems. 3. Verallgemeinerte Inverse einer beliebigen Matrix (Bjerhammar, Penrose). 4. Die Matrixfunktionalgleichung von Kolmogoroff usw.

O. Endler (Bonn): *Über abelsche Körpererweiterungen vom Grad p^n bei Charakteristik p.*

Analog zu den Kummerschen Körpererweiterungen hat E. Witt (Journ. f. Math. 176/1937) die über einem vorgegebenen Körper k der Charakteristik p $(p^{m_1},.., p^{m_r})$-abelschen Körper K gekennzeichnet: Sie entsprechen eineindeutig den Gruppen w zwischen $yv(k)$ und $v(k)$ mit $(p^{m_1},.., p^{m_r})$-abelscher Faktorgruppe $w/yv(k)$ [wobei $v(k)$ = additive Gruppe aller Wittschen Vektoren der Länge $m = \max(m_1,.., m_r)$ über k; $y(\beta_1,.., \beta_m) = (\beta_1^p,.., \beta_m^p) - (\beta_1,.., \beta_m)$].

Wir behandeln folgendes Problem: Es sei k/k_0 endlich-galoissch; die über k $(p^{m_1},.., p^{m_r})$-abelschen und über k_0 von vorgeschriebenem Typus galoisschen Körper K sollen durch Bestimmungsstücke von k/k_0 gekennzeichnet werden, und es sind Bedingungen für die Existenz von Körpern K dieser Art anzugeben.

Für jeden Teilkörper L von K bildet die Menge $v(L)^*$ aller r-Tupel $a^* = (a_1,.., a_r)$ von Elementen a_i aus $v(L)$ mit $p^{m_i} a_i = 0$ $(i = 1,.., r)$ eine abelsche Gruppe; insbesondere ist $v(P)^*$ $(p^{m_1},.., p^{m_r})$-abelsch (P Primkörper von K). Erzeugen die Elemente $a_1,.., a_r$ von a^* [aus $v(k)^*$] zusammen mit $yv(k)$ eine Gruppe w der obengenannten Art, so heißt a^* ausgezeichnet, insbesondere w-erzeugend. Zu jeder Gruppe w dieser Art gibt es w-erzeugende a^*, und w ist dann sogar direkte Summe von $(a_1),.., (a_r), yv(k)$.

Es sei G_0 bzw. g_0 die Galoisgruppe von K/k_0 bzw. k/k_0, t der kanonische Homomorphismus von G_0 auf g_0. Die Erweiterung (G, f) einer Gruppe A durch g_0 heißt Galoisgruppentypus von K über k_0, wenn (G, f) fastäquivalent zu (G_0, t) ist, d. h. wenn für einen Isomorphismus j von G_0 auf G $f \cdot j = t$ ist. (Q, h) bezeichne das zu (G, f) gehörige Invariantenpaar, bestehend aus einer Operation Q von g_0 auf A (d. h.: einem Homomorphismus von g_0 in die Automorphismengruppe von A) und einem Element h der zweiten Kohomologiegruppe $H_Q^2(g_0, A)$. Wir können ersichtlich ohne Beschränkung der Allgemeinheit $A = v(P)^*$ wählen; mit Hilfe der natürlichen Darstellung der Automorphismen von $v(P)^*$ durch gewisse Matrixklassen läßt sich jede Operation Q von g_0 auf $v(P)^*$ in kanonischer Weise zu einer (ebenso bezeichneten) Operation von g_0 auf $v(k)^*$ ausdehnen.

Damit läßt sich unsere Lösung des Problems formulieren:

a) Die über k_0 vom Typus (G, f) galoisschen Körper K entsprechen eineindeutig denjenigen Gruppen w, für die es ein w-erzeugendes a^* gibt, so daß

$$\partial_Q\, y^{-1}\, \partial_Q\, a^* = h \quad (\partial_Q = \text{Korand bez. } Q). \tag{I}$$

b) Es gibt mindestens einen über k_0 vom Typus (G, f) galoisschen Körper K, genau wenn ein ausgezeichnetes a^* existiert derart, daß (I) gilt.

c) Die Menge aller a^* aus $v(k)^*$, für die (I) gilt, bildet eine Nebenschar von $H_Q^0(g_0, v(P)^*) + yv(k)^*$ in $v(k)^*$.

Es sei noch bemerkt, daß die im Kummerschen Fall mögliche Kennzeichnung durch abelsche Faktorensystemklassen (H. Hasse) sich auf unseren Fall nicht übertragen läßt, da die entsprechende Summandensystemklasse stets zerfällt.

A. Fröhlich (London): *A reciprocity relation between pairs of quadratic forms.*

A reciprocity relation will be given, holding between pairs of binary quadratic forms with integral coefficients which satisfy certain congruence conditions. This relation is based on the decomposition law for rational primes in normal fields of degree 8. It arises by comparing the explicit rational decomposition criteria which are associated with the several principal series of the Galois group of such a field.

H. Grell (Berlin): *Die Struktur der Ringe algebraischer Zahl- und Funktionenkörper.*

Auf Grund eines allgemeinen Erhaltungssatzes der Idealtheorie ist es möglich, in endlichen algebraischen Zahl- und Funktionenkörpern einer Veränderlichen die arithmetische und algebraische Struktur aller (das Einselement bzw. den Konstantenkörper enthaltender) Ringe zu übersehen. Durch einen verallgemeinerten Quotientenbildungsprozeß werden zunächst beliebige solche Ringe auf ganzalgebraische zurückgeführt: jeder beliebige Ring ist in eindeutiger Weise Quotientenring eines eindeutig bestimmten ganzalgebraischen Ringes. Weiterhin wird die Untersuchung dieser letzten Ringe völlig geklärt durch die Betrachtung gewisser mit ihnen verbundener Modulgruppen; ihre Kenntnis liefert eine vollständige Übersicht über die zwischen zwei ganzalgebraischen Ringen gelegenen Zwischenringe. — Eine ausführliche Darstellung wird in den „Mathematischen Nachrichten" (Berlin) erscheinen.

H. Hasse (Hamburg): *Eine explizite Reziprozitätsformel.*

Für den 2^n-ten Potenzcharakter der Zahl 2 im Körper der 2^n-ten Einheitswurzeln wird aus der Theorie der Gaußschen und Jacobischen Summen eine allgemeine explizite Formel hergeleitet, die in den Spezialfällen $n = 2, 3, 4$ die bekannten Ergebnisse von Gauß, Western, Aigner über den 2^n-ten Potenzcharakter von 2 nach einer Primzahl $p \equiv 1 \bmod 2^n$ im rationalen Zahlkörper liefert.

K. A. Hirsch (London): *Neuere Ergebnisse in der Gruppentheorie.*

Kurzer Bericht über einige in letzter Zeit erzielte Ergebnisse in der allgemeinen Gruppentheorie.

Unter den Themen, die berührt werden, sind die folgenden: Assoziative Operationen an Gruppen; Klassifikation der abzählbaren torsionsfreien abelschen Gruppen; die einfachsten Typen der polyzyklischen Gruppen; lokal-nilpotente Gruppen usw.

A. J. Hoffman (London): *A general combinatorial theorem.*

Let R be a finite set with elements $P_1, \ldots, P_n$, $\mathfrak{S} = \{S_1, \ldots, S_m\}$ a family of subsets of R, $a_i \leqq b_i$ $(i = 1, \ldots, m)$ and $0 \leqq w_j$ $(j = 1, \ldots, n)$ prescribed integers. We consider the problem of assigning non-negative weights $x_j \leqq w_j$ to the P_j so that the sum of the weights assigned to the points in S_i is at least a_i and at most b_i. It is easy to derive a simple necessary condition for the existence of admissible real weights x_j. Call this condition (A). Ten the following four statements are equivalent:

(i) Every square submatrix of the incidence matrix of P_j versus S_i has determinant 0, 1, or -1.

(ii) For every choice of $a_j \leqq b_i$ and $0 \leqq w_j$, (A) implies the existence of admissible integral weights.

(iii) For every choice of $a_i \leqq b_i$ and $0 \leqq w_j$, (A) implies the existence of admissible real weights.

(iv) For every choice of $a_i \leqq b_i$ and $0 \leqq w_j$, the existence of admissible real weights implies the existence of admissible integral weights.

Many theorems of graph theory and combinatorics are contained in the statement: (i) implies (ii).

H. J. Kanold (Braunschweig): *Verallgemeinerung eines Satzes von L. E. Dickson.*

In einem Satz von Dickson aus dem Jahre 1913 ist enthalten, daß es nur endlich viele ungerade vollkommene Zahlen mit einer vorgegebenen Anzahl von verschiedenen Primfaktoren geben kann. Mit Hilfe eines bekannten Satzes von A. Thue (vgl. E. Landau, Vorles. über Zahlenth. 3, 58/59) wird die Verallgemeinerung bewiesen: Es sei r eine natürliche Zahl und $f(n)$ die Summe der r-ten Potenzen aller Teiler einer natürlichen Zahl n, geteilt durch die r-te Potenz von n selbst. Wir betrachten die Menge $\mathfrak{N}$ aller n, für welche die Anzahl der verschiedenen Primteiler eine vorgegebene Zahl k ist, und für welche $f(n)$ gleich einer vorgegebenen rationalen Zahl R ist. $\mathfrak{N}$ ist genau dann eine unendliche Menge, wenn alle vier folgenden Bedingungen erfüllt sind: 1. $r = 1$. 2. Die rationale Zahl R hat bei teilerfremdem Zähler und Nenner einen geraden Zähler. 3. Es gibt mindestens eine ganze ungerade Zahl m mit $k - 2$ verschiedenen Primteilern, für welche $2f(m) = R$ gilt. 4. Es gibt unendlich viele gerade vollkommene Zahlen.

Als Folgerungen aus diesem Satz ergeben sich Abschätzungen über die Anzahl der Elemente gewisser Zahlenmengen, bei denen für die im obigen Satz erwähnte rationale Zahl R nur gefordert wird, daß sie einen beschränkten Nenner besitzt. Die einschränkende Bedingung über die Anzahl der verschiedenen Primteiler kann dabei auch fallen gelassen werden.

G. Kantz (Graz): *Eine für die Takagische Klassenkörpertheorie grundlegende Abelsche Operatorgruppe.*

Sei G eine Abelsche Operatorgruppe mit endlicher Basis, deren Elemente endlicher Ordnung eine zyklische Untergruppe Z von G bilden. Der Operatorenbereich sei der Ring der Polynome in s mit ganzen rationalen Koeffizienten, wobei s durch die Gleichung $s^l = 1$ (mit l als Primzahl) erklärt ist.

Man gelangt zu einem Gruppenindexkalkül in G unter Zuhilfenahme zweier für Abelsche Operatorgruppen geltenden Hilfssätze, die von Hasse in seinem Zahlbericht als „Reduktionsprinzip" und „Isomophieprinzip" bezeichnet werden. Letzteres wird etwas modifiziert und liefert zusammen mit dem erstgenannten Prinzip unmittelbar die in der Klassenkörpertheorie gebrauchten Gruppenindizes in G.

M. Koecher (Münster): *Positivitätsbereiche und Gitter.*

Eine Punktmenge P des R^n heißt ein Positivitätsbereich mit S als Charakteristik, wenn S eine symmetrische n-reihige reelle Matrix ist und die nachstehenden Axiome erfüllt sind:

1. Für alle a und b aus P ist $a'Sb > 0$.

2. Ist x nicht aus P, dann gibt es a aus P mit $a'Sx \leqq 0$. Dabei sind die Punkte a des R^n als n-reihige Spalten aufgefaßt und a' bedeutet die transponierte Zeile. Beispiele von Positivitätsbereichen liefern unter anderem die symmetrischen oder hermiteschen positiv-definiten Matrizen.

Eine systematische Untersuchung zeigt, daß eine ganze Reihe von wichtigen und interessanten Eigenschaften allein aus den beiden Axiomen gefolgert werden können, so z. B. daß jeder Positivitätsbereich eine konvexe archimedische Kegelmenge ist. Von besonderem Interesse sind die homogenen Positivitätsbereiche, d. h. diejenigen Positivitätsbereiche, für die es zu jedem Paar a, b aus P einen linearen Automorphismus W von P, d. h. eine reelle Matrix W von n Zeilen und Spalten mit $WP = P$ derart gibt, daß $Wa = b$ gilt.

Nach Vorgabe eines Gitters G im R^n ergeben sich zahlentheoretische Anwendungen aus der Untersuchung der Gruppe derjenigen Automorphismen von P, die gleichzeitig das Gitter G auf sich abbilden. Diese Gruppe ist in P eigentlich diskontinuierlich, und es ist möglich, Fundamentalbereiche mit einfachen Eigenschaften zu konstruieren. Vom systematischen Standpunkt erhält man z. B. eine gemeinsame Analyse des Dirichletschen Einheitensatzes für algebraische Zahlkörper und der Minkowskischen Reduktionstheorie der quadratischen Formen.

E. Lamprecht (Würzburg): *Zur Eindeutigkeit von Funktionalprimdivisoren.*

Es sei A eine endlich-erzeugbare transzendente Erweiterung eines diskret bewerteten Körpers K. Zeichnet man eine Transzendenzbasis von A über K aus, so kann durch die Festsetzung, daß der Bewertungswert einer rationalen Funktion gleich dem ihres Inhaltes bezüglich der Bewertung aus K ist, die Bewertung von K auf den zugehörigen rationalen Funktionenkörper fortgesetzt werden, und durch anschließende Fortsetzung auf die endlich-algebraische Erweiterung A erhält man Bewertungen von A; diese nennt man Funktionalbewertungen und die zugehörigen Bewertungsklassen Funktionalprimdivisoren. Ein bekanntes Beispiel für diese Konstruktion liegt in dem Henselschen Lemma der Bewertungstheorie vor. Schon in den einfachsten Fällen ist diese Konstruktion jedoch unendlich vieldeutig (Abhängigkeit von der Transzendenzbasis). In einem wesentlichen Spezialfall läßt sich diese Vieldeutigkeit folgendermaßen eliminieren: Ist A ein algebraischer Funktionenkörper einer Veränderlichen von beliebigem Geschlecht $\geqq 2$ über K, K algebraischer Funktionenkörper einer Veränderlichen über k, dann gibt es eine Anzahl von Nebenbedingungen für Funktionalprimdivisoren (Regularität), so daß zu fast allen Bewertungen von K über k genau ein zugehöriger regulärer Funktionalprimdivisor von A existiert. Ein entsprechendes Ergebnis für elliptische Funktionenkörper (Geschlecht gleich 1) wurde kürzlich von Deuring bewiesen. — Der Beweis gestattet einige Folgerungen sowie neue Einblicke in die Art der Abhängigkeit der Funktionalprimdivisoren von der Transzendenzbasis.

C. G. Lekkerkerker (Amsterdam): *Eine charakteristische Eigenschaft der quadratischen Irrationalzahlen.*

Es sei x eine feste irrationale Zahl und es bedeute $J(x)$ die Menge der Zahlen $q^2(p/q - x)$, wobei p und q unabhängig voneinander die positiven und negativen ganzen Zahlen durchlaufen. Es läßt sich zeigen, wie es neuerdings Cugiani (Boll. Un. Mat. It. 3/1955, 489—497) getan hat, daß die Null dann und nur dann Häufungspunkt dieser Menge ist, wenn der regelmäßige Kettenbruch, in welchen sich x entwickeln läßt, keine begrenzten Teilnenner hat, und daß in diesem Fall die genannte Menge überall dicht liegt auf wenigstens der positiven oder der negativen Zahlengerade.

Es fragt sich, was man über die Verteilung der Menge $J(x)$ auf der Zahlengerade aussagen kann, wenn der betrachtete Kettenbruch begrenzte Teilnenner hat. Diese Frage gibt Anlaß zu einem neuen Kriterium für quadratische Irrationalzahlen. Es gilt nämlich folgender Satz: Die Ableitung der Menge $J(x)$, d. h. die Menge ihrer Häufungspunkte, ist dann und nur dann diskret, wenn x eine quadratische Zahl ist. — Wesentlich für den Beweis dieses Satzes (Atti Acc. Naz. Lincei 1956, im Druck) ist die Betrachtung gewisser Teilmengen von $J(x)$. Diese werden erhalten, indem man für p und q (gleiche) feste, nichtnegative ganzzahlige Linearkombinationen der Zähler und Nenner zweier aufeinanderfolgenden Näherungsbrüche von x nimmt. Setzt man voraus, daß der Kettenbruch, in welchen sich x entwickeln läßt, begrenzte Teilnenner hat, dann läßt sich zeigen: Die Ableitung der Menge $J(x)$ ist die Vereinigung der Ableitungen der genannten Teilmengen von $J(x)$, und die erstere ist dann und nur dann diskret, wenn die letzteren alle endlich sind.

H. Leptin (Hamburg): *Über Ringe ohne Minimalbedingung.*

In den Beweisen der Wedderburn-Artinschen Theorie der halbeinfachen und halbprimären assoziativen Ringe spielt die Minimalbedingung für Linksideale eine zentrale Rolle, obgleich sich viele Definitionen und Ergebnisse der Theorie ohne diesen Begriff formulieren lassen. So ergibt sich die Frage, durch welche allgemeinere (schwächere) Forderung man die Minimalbedingung ersetzen kann, ohne auf die Schärfe der Aussagen verzichten zu müssen. Es zeigt sich, daß diese Forderung in der Voraussetzung besteht, daß die Ringe mit einer linearen Topologie mit gewissen Kompaktheits-Eigenschaften versehen sind. Für diese linear kompakten Ringe lassen sich dann die beiden Wedderburnschen Struktursätze in ihrer allgemeinsten Form beweisen. Desgleichen erhält man einen allgemeinen Satz über primäre Ringe mit Einselement, der in den Artinschen übergeht, falls die Minimalbedingung gilt. Schließlich läßt sich die Theorie des (Jacobsonschen) Radikals weitgehend durchführen und die wichtigste Klasse linear kompakter Ringe durch eine Nilpotenz-Eigenschaft des Radikals kennzeichnen.

G. Lochs (Innsbruck): *Über Folgen von Zahlen mit endlich vielen Primteilern.*

Man ordne die natürlichen Zahlen, welche nur Primteiler aus einer gegebenen endlichen Menge haben, der Größe nach und bilde die Differenzen aufeinanderfolgender Zahlen. Lassen sich diese Differenzen asymptotisch darstellen?

Diese von W. Specht (Sitzgsber. Bayer. Akad. Wiss. 1948) gestellte Frage wird in gewissem Sinne negativ beantwortet. Bildet man nämlich die Quotienten aufeinanderfolgender Differenzen, so haben sie keinen Grenzwert. Der Limes superior dieser Quotienten ist vielmehr um mindestens $\frac{1}{2}$ größer als ihr Limes inferior. — Eine ausführliche Darstellung erscheint im „Archiv für Mathematik". Dort wurde allerdings für die Differenz zwischen Limes superior und inferior nur die kleinere Schranke $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$ gefunden, da nämlich der Fall der Teilung des (in der dortigen Ausdrucksweise) linken von zwei nebeneinanderliegenden alten Intervallen behandelt wurde, während im Vortrag die Teilung des rechten durchgerechnet wird.

F. Loonstra (Delft): *Homomorphe Abbildungen von Gruppenerweiterungen.*

Es sei $G'(A'; B')$ eine Erweiterung der Gruppe A' durch die Gruppe B', $G(A; B)$ eine Erweiterung der Gruppe A durch die Gruppe B und g ein Homomorphismus von G' auf G, der A' auf A abbildet; diese induzierte Abbildung von A' auf A nennen wir k. Durch g wird ebenfalls ein Homomorphismus h von B' auf B induziert.

Das Problem lautet: Seien A', A, B' und B gegebene Gruppen, k ein Homomorphismus von A' auf A, h ein Homomorphismus von B' auf B; in welcher Weise kann man Erweiterungen $G'(A'; B')$, $G(A; B)$ und einen Homomorphismus g von G' auf G konstruieren, so daß g die obengenannten Homomorphismen k und h induziert.

Diese Aufgabe besitzt immer eine Lösung — es wird jedoch eine Übersicht über die möglichen Lösungen gegeben für den Fall, daß A' und A abelsche Gruppen sind. Man untersucht zuerst für zwei gegebene Erweiterungen $G'(A'; B')$ und $G(A; B)$, für die eine derartige Abbildung g besteht, die Beziehungen zwischen den Faktorsystemen und den induzierten Automorphismen, indem man die Repräsentanten $\{g'_{\alpha'}\}$ und $\{g_\alpha\}$ der Nebenklassen von A' in G' (bzw. von A in G) derartig wählt, daß $g(g'_{\alpha'}) = g(g'_{\beta'}) = g_\alpha$, wenn $h(\alpha') = h(\beta') = \alpha$. Kann man umgekehrt für gegebene Gruppen A', B' ein Faktorsystem und ein Automorphismensystem $\{m'_{\alpha',\beta'}; \varphi'_{\alpha'}\}$ und ebenfalls für A, B $\{m_{\alpha,\beta}; \varphi_\alpha\}$ finden, für welche die oben gefundenen Beziehungen bestehen, so läßt sich zeigen, daß man auf diese Weise die Aufgabe lösen kann.

J. Łoś (Warszawa): *Einige Bemerkungen über vollständige direkte Summen abelscher Gruppen.*

Einige neue Sätze über die Zerlegbarkeit vollständiger direkter Summen in diskrete direkte Summen.

Beispiele von Gruppen, die für eine gegebene Mächtigkeit m keine direkten Summanden einer Mächtigkeit kleiner als m haben.

D. Marković (Beograd): *Sur quelques équations matricielles.*

Le procédé qu'on expose pour trouver une solution approchée d'une équation matricielle (polynome matrice) indique en même temps l'analogie avec les méthodes correspondantes dans la théorie des équations algébriques.

P. Mullender (Amsterdam): *On a method of Blichfeldt in the geometry of numbers.*

In 1914 Blichfeldt published a paper in the Transactions of the American Mathematical Society in which he developed some new ideas in the Geometry of Numbers. This note deals with Blichfeldts method for obtaining an estimate of the greatest value that can be attained by the minimum of a positive definite quadratic form for integral values of the variables (not all equal to zero), when the discriminant of the form is given.

Fundamentally, Blichfeldts method is as follows: Corresponding to every point of an n-dimensional lattice we define a sphere, with centre in that point and with a density in every point of the sphere depending only on the distance from the centre. The spheres are all of the same radius and density. They may overlap. To every point of the n-dimensional space we assign a density equal to the sum of the densities resulting from the different spheres to which the point belongs. Now, obviously, there is a point in which the density is greater than or equal to the average density, i. e. the quotient of the mass of one sphere and the volume of one lattice cell. This implies that a certain neighbourhood of this point must contain a certain number of lattice points. From this it follows that the minimum distance between different points of the lattice cannot be too great, and this result provides the desired estimate.

Improvements were given by the use of a mass distribution in the sphere different from the one Blichfeldt used in 1914.

However, we propose to show that it is also possible to obtain an improvement by not taking the average over the whole space, but over only part of it.

W. Nöbauer (Wien): *Eine Verallgemeinerung der eindimensionalen linearen Gruppe mod n.*

Es wird die Menge aller Permutationen der Ziffern 1, 2, ..., n betrachtet, die sich mit einer festen ganzen Zahl t in folgender Gestalt schreiben lassen:

$$z \to a_0 + \sum_1^r a_i\, t^{i-1} z^i \pmod n, \quad z = 1, 2 \ldots n, \text{ alle } a_i \text{ ganz},$$

und gezeigt, daß sie eine Gruppe $G(n, t)$ bildet. Die Schar der Gruppen $G(n, t)$ enthält die eindimensionalen linearen Gruppen mod n als Spezialfall. Es werden einige Sätze über $G(n, t)$ angegeben; mit ihrer Hilfe kann man die Strukturuntersuchungen dieser Gruppen auf die der Gruppen $G(p^e, p^r)$ mit $1 \leq r \leq e$ zurückführen. Ähnliche Überlegungen lassen sich auch im mehrdimensionalen Fall anstellen.

M. Novotný (Brno): *Über additiv irreduzible Elemente und additive Basen im Verbande.*

Es sei S ein Verband mit Nullelement, m eine unendliche Mächtigkeit. Eine Untermenge B der Menge S heiße additive m-Basis des Verbandes S, wenn es zu jedem Elemente x von S eine nicht leere Untermenge $B(x)$ von B gibt, deren Mächtigkeit kleiner als m und deren Supremum gleich x ist. Es werden gewisse Konstruktionen der m-Basis aus zwei gegebenen m-Basen angeführt. Das Element x von S heiße additiv m-irreduzibel, wenn x in jeder Menge liegt, deren Mächtigkeit kleiner als m und deren Supremum gleich x ist. Das Element x ist additiv m-irreduzibel dann und nur dann, wenn es sich in jeder additiven m-Basis befindet. Der Verband hat genau eine additive m-Basis dann und nur dann, wenn jedes seiner Elemente additiv m-irreduzibel ist; in diesem Falle ist der Verband eine geordnete Menge mit speziellen Eigenschaften. Es werden auch Verbände studiert, welche spezielle Typen von Basen enthalten.

W. Peremans (Amsterdam): *Einbettung eines distributiven Verbandes in eine Boolesche Algebra.*

Daß jeder distributive Verband in eine Boolesche Algebra einzubetten ist, ist eine triviale Konsequenz des Satzes, der besagt, daß jeder distributive Verband einem Mengenring isomorph ist. Es fragt sich aber, ob eine algebraische Konstruktion einer solchen Einbettung gegeben werden kann. Ein Ansatz zur Lösung dieses Problems ist von H. M. MacNeille (Bull. Amer. Math. Soc. 45/1939, 452—455) gemacht worden; sein Beweis enthält aber eine Lücke, die ich nicht habe ausfüllen können. MacNeille benutzt den Begriff des Booleschen Ringes. Ich gebe eine Konstruktion der Einbettung, die nur von den verbandstheoretischen Operationen Gebrauch macht. Die von mir konstruierte Erweiterung B des distributiven Verbandes D ist frei in dem Sinne, daß zu jeder Booleschen Algebra B', die D als Teilverband enthält, ein Homomorphismus von B in B' existiert, der die Elemente von D fest läßt. Obwohl die Konstruktion ziemlich einfach und völlig elementar ist, scheint sie nicht bekannt zu sein. Birkhoff und Hermes geben in ihren Büchern nur den obenerwähnten darstellungstheoretischen Beweis; ersterer verweist übrigens auf MacNeille.

H. Petersson (Münster): *Partitionenprobleme und Zerlegungen des Kreisteilungspolynoms.*

Bildet man für eine festgewählte Primzahl q, die von der Gestalt $4k+1$ und größer als 5 ist, die Anzahlen der Partitionen von n mit Summanden, welche a) quadratische Reste, b) quadratische Nichtreste mod q sind, so zeigt der Quotient dieser Anzahlen für ins Unendliche wachsendes n folgendes Verhalten: Er strebt einem Grenzwert g zu (g = Grundeinheit hoch Klassenzahl des reell-quadratischen Zahlkörpers K mit der Diskriminante q), und im ersten Fehlerglied (Konstante mal der reziproken Wurzel aus n) ist diese Konstante a im wesentlichen gleich dem Produkt von g mit der Anzahl der Darstellungen von q als Summe von 5 Quadraten.

Die genannten arithmetischen Funktionen g und a von q erscheinen in diesen Formeln nicht vermöge ihrer ursprünglichen Bedeutung, sondern in der umgeformten Gestalt, auf die man durch bekannte Methoden der analytischen Zahlentheorie geführt wird (Dirichlet, Hardy-Mordell). Demgemäß sind wir von einer inhaltlichen Deutung der genannten Zusammenhänge noch überaus weit entfernt.

Immerhin existieren andere Zusammenhänge, die zu einem besseren Verständnis und einer weitreichenden Verallgemeinerung verhelfen. Die obengenannte Konstante a ist in der angegebenen Gestalt unmittelbar abzuleiten aus den drittniedrigsten Koeffizienten derjenigen beiden über dem Körper K irreduziblen Polynome, in die das Kreisteilungspolynom der q-ten Einheitswurzeln, wenn man es als Polynom in $x - 1$ schreibt, in K zerfällt. Die Verallgemeinerung bezieht sich auf die Anzahlen der Partitionen von n, deren Summanden jeweils einer festen Nebenklasse nach der Gruppe der l-ten Potenzreste mod q angehören (q Primzahl $2\,lk + 1$ und größer als $2\,l + 1$). Eine regulator-ähnliche Bildung dieser Anzahlen hat für ins Unendliche wachsendes n den Grenzwert: Regulator mal Klassenzahl des der Gruppe der l-ten Potenzreste mod q entsprechenden (total-reellen) Kreiskörpers L; und die Konstante im ersten Fehlerglied berechnet sich aus der Spur des Produkts von drei Matrizen, die regulator-ähnlich gebildetsind: 1. mit den Logarithmen der Kreiseinheiten; 2. mit den Werten Gaußscher Exponentialsummen für l-te Potenzen; 3. mit den drittniedrigsten Koeffizienten der über L irreduziblen Faktoren des genannten Kreisteilungspolynoms.

G. Poitou (Lille): *Über komplexe Kettenbruchentwicklungen.*

Für jede quadratische imaginäre Ordnung A gibt es bekanntlich eine solche Konstante $M(A)$, daß

1. das System $|au + bv|^2 \leqq M(A)$, $|cu + dv|^2 \leqq M(A)$ immer eine Lösung $(u, v) \neq (0,0)$ mit Elementen in A besitzt (a, b, c, d beliebige komplexe Zahlen mit $|ad - bc| = 1$);
2. $M(A)$ möglichst klein ist (vgl. Minkowski, Diophantische Approximationen).

Es sei nun x eine beliebige, nicht dem Körper der Ordnung A angehörende komplexe Zahl, ferner seien p/q und p'/q' zwei aufeinanderfolgende Approximationsbrüche der Zahl x mit Zählern und Nennern aus A: Es besteht dann die Ungleichung

$$\left| x - \frac{p}{q} \right| \leqq \frac{M(A)}{|q \cdot q'|}$$

und $M(A)$ ist die beste Konstante dafür. — Eine Bestimmungsmethode für $M(A)$ wird angedeutet.

H. R. Post (London): *Translation-invariant symmetric functions.*

Functions in n variables $x_1, \ldots, x_n$ invariant under all permutations of the variables and under the transformation $x_i \to x_i + a$ for all i simultaneously, for all values of a, are defined as translation-invariant symmetric.

The S-degeneracies, being the numbers of linearly independent translation-invariant symmetric functions, in given subspaces closed to the symmetrising

operator S, are calculated (for $n = 3$) for polynomials and other complete sets of functions, using a homomorphism between S_3 and the group generated by certain rotations.

We can classify the operator in a partial differential equation, and the solutions of the equation, according to their invariance properties under these rotations, and find rules relating them.

Finally, we find a complete set of translation-invariant symmetric functions (for $n = 3$) forming subspaces closed to S that are all non-S-degenerate. This enables us to construct the most general first-order correlation function of a problem symmetric in three variables. Some results are generalised for n variables.

L. Rédei (Szeged): *Endliche einstufig nichtkommutative Ringe.*

Einstufig nichtkommutativ heißt im allgemeinen eine (algebraische) Struktur, wenn sie nicht kommutativ ist und ihre echten Unterstrukturen sämtlich kommutativ sind. Die endlichen einstufig nichtkommutativen Gruppen wurden zuerst durch Miller und Moreno, dann von Schmidt untersucht, restlos hat sie der Vortragende im Jahre 1947 erforscht. Das analoge Problem für endliche Ringe ist viel zusammengesetzter. Die (untereinander nichtisomorphen) nichtnilpotenten endlichen Ringe dieser Art lassen sich explizit aufzählen. Bezüglich der nilpotenten Ringe derselben Art verhält es sich etwas komplizierter: In diesem Falle lassen sich gewisse Ringe explizit angeben, die und deren nichtkommutative homomorphe Bilder die ebenfalls vollständige Lösung des Problems für diesen Fall liefern, jedoch bleibt als unlösbar erscheinendes Problem noch übrig, aus diesen homomorphen Bildern ein vollständiges System untereinander nichtisomorpher Ringe auszusondern. — Die Arbeit wird unter gleichem Titel in den Acta Math. Acad. Sci. Hung. erscheinen.

G. Ricci (Milano): *Sul reticolo piano avente per coordinate interi primi.*

Sia $p_1, p_2, p_3, \ldots$ la successione dei numeri primi e consideriamo, sul piano (ξ, η) il reticolo (p_n, p_m). Normalizziamo il piano ponendo $x = x(\xi)$, $y = y(\eta)$ con $x \sim \text{Li}\,\xi$, $y \sim \text{Li}\,\eta$ in accordo col „Primzahlsatz": al punto (p_n, p_m) viene a corrispondere il punto $P(n, m) \equiv (x_n, y_m)$. Fissato un campo C sul piano (ξ, η), diciamo C^0 il campo corrispondente sul piano (x, y), $A(C^0)$ la sua area e $N(C^0)$ il numero dei nodi appartenenti a C^0. Si studiano limitazioni per $N(C^0)$ in relazione con l'area $A(C^0)$ e sotto ipotesi opportune sul sampo C^0.

H. E. Richert (Göttingen): *Zur Summierbarkeit Dirichletscher Reihen.*

Es handelt sich um Anwendungen der $|R, \lambda, \varkappa|^p$-Summierbarkeit (Göttinger Nachrichten, Kl. II a, 1956, 77—125) auf Dirichletsche Reihen für einige zahlentheoretische Probleme. Der Zusammenhang zwischen den Rieszschen Mitteln der Koeffizienten (zahlentheoretischen Funktionen) und den Größenordnungen einer Dirichletschen Reihe wird mit Hilfe der Plancherelschen Theorie der Fourier-Transformationen hergestellt.

J. Riguet (Paris): *Systèmes déductifs et topologie combinatoire.*

On montre comment donner un sens algébrique précis à l'analogie entre la notion de système déductif et la notion d'isotopie en topologie combinatoire. On applique cette étude aux problèmes d'immersion des demi-groupes. On retrouve en particulier les résultats dus a Tamari et a Lambek.

F. R ü h s (Rostock): *Zur Theorie des allgemeinen Rédeischen schiefen Produktes.*

Sind G und Γ zwei beliebige Gruppen, so besteht das allgemeine R é d e i sche schiefe Produkt aus allen Mengenpaaren (a, α) mit a aus G, α aus Γ, zwischen denen eine Multiplikation erklärt ist nach dem Gesetz $(a, \alpha)\,(b, \beta) = (ab^\alpha\beta^\alpha, a^b\alpha^b\beta)$. Dieser sehr allgemeine Typ umfaßt eine Reihe von sehr wichtigen Gruppentypen, die man erhält, wenn im Multiplikationsgesetz Vereinfachungen auftreten. Man nennt diese Produkte „ausgeartet". Ist insbesondere das allgemeine schiefe Produkt zweifach ausgeartet (es gibt im wesentlichen vier verschiedene Gruppentypen dieser Art), so erhält man im wesentlichen die S c h r e i e r schen Erweiterungen und die Z a p p a - S z é p - Produkte, die beide eine besondere Rolle in der allgemeinen Theorie spielen. Die restlichen beiden zweifach ausgearteten Gruppen lassen sich auffassen als eine zweimalige Schreier-Erweiterung gewisser Untergruppen. Auch für die einfach ausgearteten Produkte (es gibt deren im wesentlichen zwei) gilt etwas Ähnliches: das eine erweist sich auch als eine zweimalige Schreier-Erweiterung gewisser Untergruppen, während das andere nur eine einfache Schreier-Erweiterung gewisser Untergruppen ist, von denen aber die eine ein Zappa-Szép-Produkt ist.

F. K. S c h m i d t (Heidelberg): *Über Differenten und Differentiale bei algebraischen Funktionen endlich vieler Veränderlicher mit beliebigem Konstantenkörper.*

Die Theorie der Differenten einer endlich separabel algebraischen Körpererweiterung K/k ist schon vor längerer Zeit von A. W e i l, M o r y a u. a. auf den Begriff der Derivation gegründet worden. Im Mittelpunkt steht dabei naturgemäß die Differente eines diskreten Bewertungsringes S von K über dem Durchschnitt s von S mit k. Diese differentielle Begründung bietet den Vorteil, sich nicht nur für separabel algebraische Erweiterungen durchführen zu lassen. Das hat zuerst E. K ä h l e r bemerkt. Er hat das Programm aufgestellt, die Theorie allgemein für einen Körper K algebraischer Funktionen in endlich vielen Veränderlichen mit dem Konstantenkörper k zu entwickeln. Bei seiner Verwirklichung hat er sich allerdings durch Einführung zusätzlicher Voraussetzungen stillschweigend auf einen diskreten Bewertungsring S maximaler Dimensionen über k beschränkt. In diesem Fall und nur in ihm ist der Differentialmodul von S/s endlich erzeugbar; die Differententheorie gibt dann den Zusammenhang zwischen den arithmetischen Eigenschaften von S und den durch die Elementarteilertheorie gelieferten Strukturinvarianten seines Differentialmoduls. Im allgemeinen ist jedoch ein diskreter Bewertungsring eines Körpers algebraischer Funktionen keineswegs maximaldimensional. Der Vortrag zeigt, daß sich auch dann mit Hilfe des Differentialmoduls eine Differententheorie aufbauen läßt, die bei Spezialisierung auf den maximaldimensionalen Fall in einigen Punkten über die K ä h l e r - sche hinausgeht. Ihre wesentlichen Ergebnisse bestehen darin, daß der Differentialmodul nach Erweiterung zu einem Modul über der Komplettierung von S stets direkte Summe von endlich vielen direkt unzerlegbaren Moduln wird, wobei im allgemeinen alle überhaupt möglichen Typen direkt unzerlegbarer Summanden auftreten. Die Anzahl der direkten Summanden der einzelnen Typen läßt sich durch arithmetische Invarianten von S ausdrücken. Insbesondere kann der maximale reduzierte Torsionsmodul stets als Differentialmodul zu einer endlich separabel algebraischen Erweiterung aufgefaßt werden.

H. S c h n e i d e r (Münster): *Bemerkungen über Kongruenzrelationen in Quasigruppen.*

Die Restklassenalgebra nach einer Kongruenzrelation einer Gruppe ist bekanntlich stets wieder eine Gruppe. Demgegenüber bilden die Restklassen nach

einer Kongruenzrelation K einer Quasigruppe Q nur dann wieder eine Quasigruppe, wenn K eine Normalrelation ist, d. h. wenn für beliebige Elemente a, x, y aus Q gilt:

a) wenn $a\,.\,x\,K\,a\,.\,y$, so $x\,K\,y$ (Linksnormalrelation),

b) wenn $x\,.\,a\,K\,y\,.\,a$, so $x\,K\,y$ (Rechtsnormalrelation).

Es ist bekannt, daß zwei Normalrelationen stets vertauschbar sind und die Normalrelationen daher einen modularen Verband bilden. Es läßt sich zeigen, daß bereits eine Links- bzw. Rechtsnormalrelation mit einer Normalrelation vertauschbar ist und darüber hinaus im Falle der Existenz einer Links- bzw. Rechtseinheit in der zugrundegelegten Quasigruppe Q, daß jede Links- bzw. Rechtsnormalrelation mit jeder Kongruenzrelation in Q vertauschbar ist. — Mit Hilfe eines von G. E. B a t e s - F. K i o k e m e i s t e r angegebenen Verfahrens zur Erzeugung von Quasigruppen und einer von H. A. T h u r s t o n benutzten Konstruktion von Kongruenzrelationen in diesen Quasigruppen läßt sich weiter zeigen: Der Verband der Kongruenzrelationen über Quasigruppen ist im allgemeinen nicht modular. Daraus folgt insbesondere die Existenz nichtvertauschbarer und daher nichtnormaler Kongruenzrelationen in Quasigruppen. Es gibt Kongruenzrelationen, die das modulare Gesetz erfüllen, jedoch nicht vertauschbar sind. Es gibt vertauschbare Kongruenzrelationen, die keine Normalrelationen sind.

S t. S c h w a r z (Bratislava): *Über die Existenz invarianter Maße an kompakten Halbgruppen.*

Es sei S eine H a u s d o r f f sche kompakte Halbgruppe. Unter einem Maß μ von S verstehen wir eine additive, nichtnegative, reguläre Mengenfunktion, die an den B o r e l schen Untermengen von S erklärt ist und der Bedingung $\mu(S) = 1$ genügt. μ heißt rechtsinvariant, wenn für jede Borelsche Untermenge E von S und jedes a aus S, für welches auch Ea eine Borelsche Menge ist, $\mu(E) = \mu(Ea)$ gilt.

Es sei μ rechtsinvariant an S und R der Träger von μ. Dann gilt: a) R ist ein abgeschlossenes Rechtsideal von S; b) $Ra = R$ für jedes a aus S; c) ist $(S - R)\,a$ eine Borelsche Untermenge von S, so hat diese mit R einen Durchschnitt vom Maß Null.

Von nun an betrachten wir nur solche Hausdorffsche kompakte Halbgruppen, in denen für jede offene Untermenge E von S und jedes a aus S auch Ea offen in S ist. Eine Zerlegung $S = R + (S - R)$ von S heiße eine rechte μ-Zerlegung, wenn $R \neq 0$ und $S - R$ Rechtsideale von S sind, R abgeschlossen ist und $Ra = R$ für alle a aus S gilt. Falls mindestens eine rechte μ-Zerlegung von S existiert, so gibt es auch eine solche μ-Zerlegung, in der R eine Gruppe ist. Ferner existiert eine einzige maximale rechte μ-Zerlegung $S = \mathfrak{R} + (S - \mathfrak{R})$, d. h. eine solche, daß für jede rechte μ-Zerlegung R in $\mathfrak{R}$ enthalten ist. Ist N das minimale zweiseitige Ideal von S, so gilt $\mathfrak{R} = N - (S - N)\,S$.

Die notwendige und hinreichende Bedingung, damit S ein rechtsinvariantes Maß habe, ist die Existenz mindestens einer rechten μ-Zerlegung von S. Hat S mindestens ein rechtsinvariantes und mindestens ein linksinvariantes Maß, so ist S eine Gruppe.

S. S e l b e r g (Trondheim): *Über eine Vermutung von P. Turán.*

Es sei

$$L(x) = \sum_{n=1}^{x} \frac{\lambda(n)}{n},$$

wobei $\lambda(n)$ die L i o u v i l l e sche Funktion bezeichnet. P. T u r á n hat vermutet, daß $L(x) > 0$ für alle $x \geqq 1$ ist. Wenn die Turánsche Vermutung richtig ist, so folgt daraus auch die Riemannsche Vermutung. — Der Vortragende zeigt: Wird

$$H(x) = \sum_{n=1}^{x} L(n)$$

gesetzt, so ist unter Annahme der Turánschen Vermutung:

$$\underline{\lim}_{x \to \infty} \frac{H(x)}{\sqrt{x}} \geqq \frac{2}{3} \quad \text{und} \quad \overline{\lim}_{x \to \infty} \frac{H(x)}{\sqrt{x}} < 10.$$

Die Arbeit erscheint in Det Kongelige Norske Videnskabers Selskabs Forhandlinger.

I. Seres (Budapest): *Lösung und Verallgemeinerung eines Schurschen Irreduzibilitätsproblems für Polynome.*

Sei $P(x)$ ein Polynom mit lauter verschiedenen, durchwegs ganzzahligen Nullstellen. I. Schur hat vermutet, daß das Polynom $P^{2^r} + 1$ irreduzibel ist. Dieses Problem wurde bisher nur für $r = 0, 1, 2, 3$ gelöst.

Der Vortragende gibt die Lösung auch für $r > 3$ und verallgemeinert das Problem in folgender Weise: Ist $f_s(y)$ das s-te primitive Kreisteilungspolynom, dann ist für $s > 2$

1. das Polynom $F_s(x) = f_s(P)$ irreduzibel und
2. das Polynom $G_s(x) = f_s(PQ)$ ebenfalls unzerlegbar, wobei $Q(x)$ ein Polynom mit ganzen rationalen Koeffizienten, mit dem Anfangskoeffizienten 1 und einem gegenüber P niedrigeren Grad bezeichnet.

Zum Beweis wurden die Sätze von Kronecker herangezogen.

J. Surányi (Budapest): *Über das Produkt von zwei inhomogenen linearen Formen.*

Von H. Minkowski stammt der folgende Satz: Für zwei reelle inhomogene lineare Formen mit einer positiven Determinante D gibt es ganze Werte der Variablen so, daß der absolute Betrag des Produkts der Formen nicht größer als $D/4$ ist. Der Vortragende gibt einen elementar-geometrischen Beweis des Satzes.

D. R. Taunt (Cambridge): *Über UCS-Gruppen von Primzahlpotenzordnung.*

Eine Gruppe mit einziger eigentlicher charakteristischer Untergruppe nennen wir eine UCS-Gruppe. Die Ordnung einer endlichen auflösbaren UCS-Gruppe ist durch eine oder zwei verschiedene Primzahlen teilbar. Letzterer Fall ist schon betrachtet worden (Proc. Cambr. phil. Soc. 51/1955, 25—36). Gegenwärtige Mitteilung befaßt sich mit UCS-Gruppen von Primzahlpotenzordnung. Diese sind von der Klasse 1 oder 2 und von Primzahl- oder Primzahlquadratexponent; außer es ist der Exponent 4, dann müßte eine solche Gruppe regulär sein.

Zunächst betrachten wir UCS-Gruppen, deren Exponent eine ungerade Primzahl p ist und deren charakteristische Untergruppe den Index p^d hat. Eine besondere Gruppe G dieser Art mit charakteristischer Untergruppe N wird definiert, und es wird bewiesen, daß jede solche Gruppe mit einer Faktorgruppe G/K von G isomorph ist, wo K in N enthalten ist. Genau dann haben zwei Normalteiler isomorphe Faktorgruppen, wenn es einen Automorphismus von G gibt, der einen Normalteiler auf den anderen abbildet. Ist $K \subset N$, so induzieren die K invariant lassenden Automorphismen von G Automorphismengruppen von G/N und von N; genau dann ist G/K eine UCS-Gruppe, wenn die erste Gruppe irreduzibel ist und die letztere K als maximale invariante Untergruppe von N hat. Wir benutzen dieses Merkmal, um einen Aufbau aller Gruppen dieser Art durch irreduzible Gruppen von Matrizen im Körper $GF(p)$ und die Gruppen ihrer zweiten zusammengesetzten Matrizen zu beschreiben.

Eine UCS-Gruppe des Exponenten p^2 und mit charakteristischer Untergruppe vom Index p^d müßte, wenn sie regulär wäre, von der Ordnung p^{2d} sein. In diesem Fall kann ihre Struktur durch eine schiefkommutative d-dimensionale lineare Algebra im Körper $GF(p)$ mit irreduzibler Automorphismengruppe bestimmt werden.

H. Tvermoes (Kopenhagen): *Über ein Automorphismenproblem für Gruppen.*

Gegeben sei eine Gruppe; werden die Automorphismen derselben, deren jeder jedes Element einer Untergruppe reproduziert, auch nur diese Elemente reproduzieren? Diese Frage wird für primäre abelsche Gruppen mit beschränkten Elementordnungen beantwortet.

T. Zeuli (Torino): *Miglioramento del metodo di iterazione per la ricerca delle radici reali delle equazioni o dei sistemi di equazioni non lineari.*

Data l'equazione

(1) $$x = f(x),$$

oppure il sistema

(2) $$x_k = f_k(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

da trattarsi col metodo di iterazione, si pone in evidenza un metodo, notevole per la sua semplicità, con cui si può ottenere per la (1) una successione di valori $x^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \ldots)$, oppure per le (2) delle successioni di valori $x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)}$, convergenti più rapidamente delle consuete successioni delle iterate ad una radice della (1), oppure ad un sistema di radici delle (2), anche nei casi in cui il metodo di iterazione viene generalmente ritenuto non utilizzabile.

SEKTION II: ANALYSIS

P. Alexandroff (Moskva): *Die Kontinua (V) — eine Verschärfung der Cantorschen Mannigfaltigkeiten.*

Die Cantorschen Mannigfaltigkeiten — hier der Kürze halber „Kontinua (U)" genannt — wurden von Urysohn als in einem gewissen Sinne „stark zusammenhängende" Kontinua ihrer Dimension eingeführt. Im gegenwärtigen Vortrage wird an einfachen Beispielen zunächst gezeigt, daß die Kontinua (U) nicht ganz denjenigen anschaulichen Anforderungen entsprechen, derentwegen sie eingeführt worden sind. Deshalb wird in diesem Vortrage eine Verschärfung des Begriffes der Cantorschen Mannigfaltigkeit vorgeschlagen, welche von einem solchen Einwande frei zu sein scheint: Es werden gewisse „Kontinua (V)" definiert, die in einem wohlpräzisierten Sinne „noch stärker zusammenhängen" als die Urysohnschen Kontinua (U), im Falle der Polyeder aber mit diesen zusammenfallen.

Des weiteren wird gezeigt, daß ein Kompaktum, welches die gemeinsame Begrenzung von zwei oder mehr Gebieten des n-dimensionalen Raumes R^n bildet, immer ein Kontinuum (V) ist, und daß jedes n-dimensionale Kompaktum ein n-dimensionales Kontinuum (V) enthält.

Schließlich werden Beispiele angeführt, welche die Ansicht begründen, daß die mit den Kontinuen (V) erhaltene Verschärfung des Begriffes der Cantorschen Mannigfaltigkeit als eine gewissermaßen endgültige aufzufassen ist.

G. Alexits (Budapest): *Über die Summation allgemeiner Orthogonalreihen.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

S. Aljančić (Beograd): *Über die Summation von Orthogonalentwicklungen stetiger Funktionen.*

Es sei $L = (l_{ij})$ eine unendliche Matrix und $g_i(x)$ ein Orthogonalsystem in $[a, b]$ mit $|g_i(x)| < N_i$ $(i = 0, 1, \ldots)$.

Damit die Entwicklung einer jeden in $[a, b]$ stetigen Funktion $f(x)$ nach dem Orthogonalsystem gleichmäßig gegen diese Funktion L-summierbar sei, d. h. damit

$$L_j(f; x) = \sum_{i=0}^{\infty} l_{ij}\, c_i\, g_i(x) \text{ mit } c_i = \int_a^b f(t)\, g_i(t)\, dt$$

für $j \to \infty$ in $[a, b]$ gleichmäßig gegen $f(x)$ konvergiere, ist notwendig und hinreichend, daß

1. $l_{ij} \to 1$ mit $j \to \infty$ für jedes $i = 0, 1, \ldots$;
2. $g_i(x)$ in bezug auf den Raum aller in $[a, b]$ stetigen Funktionen abgeschlossen ist;
3. die Funktionenfolge

$$K_{nj}(t, x) = \sum_{i=0}^{n} l_{ij}\, g_i(t)\, g_i(x) \quad (j = 0, 1, \ldots)$$

die Ungleichungen

$$(*) \quad \int_a^b |K_{nj}(t, x)|\, dt < M_j \quad (j = 0, 1, \ldots)$$

(mit n- und x-freien M_j) befriedigt;

4. die Totalvariation aller laut (*) stets existierenden Funktionen

$$\overline{K}_j(t, x) = \lim_{n \to \infty} \int_a^t K_{nj}(u, x)\, du$$

(wobei n eine passende Teilfolge der natürlichen Zahlen durchläuft) gleichmäßig beschränkt ist, d. h. daß

$$\int_a^b |\, d_t\, \overline{K}_j(t, x)| < M$$

(mit j- und x-freiem M).

G. Aumann (München): *Zerlegungsordnungen bei der Integration von reellen Zellenfunktionen.*

Die Integration einer reellen Zellenfunktion bezieht sich stets auf eine „Moore-Smith-Ordnung" des Systems der benutzten Zellenzerlegungen des Grundbereiches (nachfolgend kurz „Zerlegungsausrichtung" genannt). Zerlegungsausrichtungen, welche dieselben Integralwerte liefern, heißen äquivalent. Für eine ziemlich allgemeine Klasse von Zerlegungsausrichtungen, die „zellenbestimmten", läßt sich ein einfaches Kriterium der Äquivalenz angeben. Eine Unterklasse der zellenbestimmten Zellenausrichtungen bilden die „normalen" Zellenausrichtungen, zu welchen auch die Zellenausrichtungen gemäß einer Zellennorm und die Zellenausrichtungen im Sinne der Unterteilung gehören. Im klassischen Fall einer reellen Veränderlichen, wo die Zellen Intervalle sind, lassen sich die normalen und zugleich infinitären Zellenausrichtungen vollständig überblicken: Zu jeder solchen Zellenausrichtung gehört ein Repräsentant (im Sinne der Äquivalenz), und diese Repräsentanten bilden einen Verein, dessen Anfang die Zellenausrichtung gemäß der Norm (= Intervallänge) und dessen Ende die Zellenausrichtung im Sinne der Unterteilung ist. — Ausführliches hierüber erscheint im Jahresbericht der DMV, 59/1956.

V. G. Avakumović (Beograd): *Über Differentialoperatoren zweiter Ordnung vom elliptischen Typus auf kompakten Mannigfaltigkeiten.*

Sei V eine zusammenhängende, kompakte und beliebig oft differenzierbare N-dimensionale Mannigfaltigkeit. Falls V nicht geschlossen ist, so bezeichne V' den stückweise glatten Rand von V.

$$L = a^{ik} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} + b^i \frac{\partial}{\partial x^i} + c$$

sei ein auf V erklärter, invarianter Differentialoperator vom elliptischen Typus. Dabei sind ohne Beschränkung der Allgemeinheit die a^{ik} symmetrisch. Durch Verallgemeinerung der vom Vortragenden in der Abhandlung „Über die Eigenfunktionen auf geschlossenen Riemannschen Mannigfaltigkeiten" (Math. Z., im Druck) gegebenen Beweisanordnung wird bewiesen: Bezeichnen e_n bzw. $E_n(P)$ die Eigenwerte bzw. normierte Eigenfunktionen der Aufgabe $(L + e)\, U = 0$ (mit $U = 0$ längs V', falls V nicht geschlossen ist), so gilt:

I. $\sum_{e_n \leqq x} E_n^2(P) = C_n\, x^{N/2} + O(x^{(N-1)/2})$

für $x \to \infty$, und zwar, falls V geschlossen ist, gleichmäßig in bezug auf P.

II. Für jedes $f(p)$ aus $L^2(V)$ und $m < (N-1)/2$ ist in jedem Stetigkeitspunkt P

$$\sum_{e_n \leqq x} \left(1 - \frac{e_n}{x}\right)^m a_n\, E_n(P) = f(P) + o(1) \text{ mit } a_n = \int_V f(p)\, E_n(p)\, dV_p$$

für $x \to \infty$, und zwar, falls V geschlossen ist, gleichmäßig in bezug auf P.

F. L. Bauer (München): *Polynomkerne und Bernoullische Verfahrensklasse.*

Die ursprüngliche Bernoullische Methode hat in jüngster Zeit beträchtliche Ausweitungen erfahren. Die Bernoullische Verfahrensklasse umfaßt heute einen breiteren Anwendungsbereich (z. B. Faktorisierung von Polynomen, simultane Nullstellenbestimmung, Bestimmung von Matrizeneigenwerten und Vektoren) und mannigfache Varianten der numerischen Durchführung (z. B. QD-Algorithmus und LR-Transformation von Rutishauser, Treppeniteration u. a.).

Unter den zahlreichen Querverbindungen zu algebraischen Problemkreisen sei der Zusammenhang mit der allgemeinen Theorie der Orthogonalpolynome herausgegriffen, insbesondere die Beziehung zu Polynomkernen und der Formel von Christoffel-Darboux. Ihre Anwendung bei der Treppeniteration erlaubt eine Konvergenzbeschleunigung. Diese ergibt im Limes eine Konvergenz wie die des Newton-Verfahrens (bei gleichem Arbeitsaufwand), erhält jedoch die offensichtlichen numerischen Vorzüge der Treppeniteration aufrecht.

A. Bielecki (Lublin): *Extension de la méthode des rétractes de T. Ważewski aux équations au paratingent.*

On doit à T. Ważewski une méthode efficace permettant d'étudier l'allure asymptotique des intégrales de systèmes d'équations différentielles ordinaires (Ann. Soc. Polon. Math. 20/1947, 279—313). Cette méthode, développée et appliquée dans les dernières années par lui-même et par ses élèves et basée sur la notion de rétracte et sur certaines propriétés topologiques bien simples des ensembles d'intégrales, peut être étendue, sous certaines conditions, au cas beaucoup plus général des équations au paratingent dont la théorie a été initiée par A. Marchaud et S. K. Zaremba. Cette généralisation (deux travaux sur ce sujet vont paraître dans les Ann. Univ. M. Curie-Sklodowska, A 9, 3 et 4; cf. aussi trois notes dans le Bull. Acad. Polon. Sci. 4/1956, 8) se prête bien à l'étude qualitative des intégrales des équations différentielles ordinaires ne satisfaisant pas à la condition d'unicité et aussi de certaines inégalités différentielles.

I. Bihari (Budapest): *Untersuchungen über die Stabilität von gewöhnlichen Differentialgleichungen.*

Der Vortragende behandelt gewöhnliche lineare Gleichungen und Systeme mit nichtlinearen Störungsgliedern unter anderen Bedingungen als Poincaré, Liapunow und Perron. — Wenn die Koeffizienten des linearen Teiles Konstante sind, werden Sätze über Stabilität und Beschränktheit unter geringen Voraussetzungen und doch mit expliziten Schranken gewonnen. Die Sätze können auch auf den Fall periodischer Koeffizienten oder auf passende Annahmen über die Spur der Koeffizientenmatrix verallgemeinert werden. — In allen Fällen wird die Norm des Störungsgliedes durch eine positive, zunehmende, gewisse Integralbedingungen erfüllende Funktion der Norm der Lösung majorisiert. Die gewonnenen Sätze zeigen, inwieweit die Stabilität und Beschränktheit der linearen Gleichungen beibehalten werden. — Auch Gleichungen von der Form $y'' + f(x)\, g(y)\, h(y') = 0$ werden bei passenden Annahmen untersucht. Schließlich wird ein Satz von Bellman, betreffend die Übertragung der Beschränktheit der Lösung einer linearen homogenen Gleichung und ihrer Derivierten auf den Fall einer anderen ebensolchen Gleichung mit „im Durchschnitt" wenig verschiedenen Koeffizienten verallgemeinert. Der verallgemeinerte Satz läßt den Umtausch eines einzigen Gliedes gegen ein nichtlineares Glied zu. — Bei der Behandlung der obigen Fragen spielt die verallgemeinerte Form eines Lemmas von R. Bellman (Acta Math. Hung. 7/1956, 81—94) eine wichtige Rolle.

K. Bögel (Ilmenau): *Über den Zusammenhang zwischen eindimensionaler und mehrdimensionaler Schwankung.*

H. Hahn hatte 1909 bewiesen, daß jede überall nach den einzelnen Veränderlichen stetige Funktion überhaupt stetig ist, abgesehen von höchstens einer Menge erster Kategorie. Diesen Satz hatte der Vortragende 1923 in seiner Dissertation dahin verallgemeinert: Sind die partiellen Schwankungen $\omega_{x_r} f$ einer Funktion $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ beschränkt, und ist $\omega_{x_r} f \leqq \alpha_r \leqq \alpha_1$, so gilt für die Schwankung ωf überall, abgesehen von höchstens einer Menge erster Kategorie, die Abschätzung

$$\omega f \leqq \alpha_1 + 2 \sum_{r=2}^{n} \alpha_r.$$

Ob diese unsymmetrische Abschätzung bestmöglich ist, blieb dahingestellt. Diese Bestmöglichkeit wird nun durch ein entsprechendes Beispiel bewiesen.

R. Bojanić (Beograd): *Konvergenzfaktoren Fourierscher Reihen einer Klasse stetiger Funktionen.*

Es sei C die Klasse der stetigen periodischen Funktionen der Periode 2π. Ist

$$L_n(t) = \frac{1}{2} l_0 + \sum_{m=1}^{n} l_m \cos mt$$

und

$$\frac{1}{2} a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \cos mx + b_m \sin mx)$$

die Fourier-Reihe eine Funktion $f(x)$ aus C, so ist, nach Karamata, die Bedingung

$$(*) \qquad \int_0^{2\pi} |L_n(t)|\, dt = O(1) \text{ mit } n \to \infty$$

notwendig und hinreichend für die gleichmäßige Konvergenz der Reihe

$$(**) \qquad \frac{1}{2} l_0 a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} l_m (a_m \cos mx + b_m \sin mx).$$

Es wird gezeigt, daß man die Bedingung (*) wesentlich erweitern kann, falls man sich auf eine Unterklasse von C beschränkt. Diese Unterklasse wird folgendermaßen definiert: Es sei $M(t)$ eine stetige und mit t monoton fallende Funktion und $M(0) = 0$; eine stetige Funktion $f(x)$ gehört der Klasse C^M an, wenn ihr Stetigkeitsmodul der Relation $\omega(t) = O[M(t)]$ für $t \to 0$ genügt. Es gilt dann der Satz:

Ist $f(x)$ aus C^M und genügt die Folge (l_n) den Bedingungen

$$\int_0^{2\pi} \Big| \sum_{m=0}^{n} L_m(t) \Big|\, dt = O(n) \text{ und } M\Big(\frac{1}{n}\Big) \int_0^{2\pi} |L_n(t)|\, dt = o(1),$$

so ist die Reihe (**) gleichmäßig konvergent.

Dieser Satz enthält als Spezialfall ein Resultat von M. Tomić und andrerseits, als Grenzfall, das oben angeführte Resultat von J. Karamata.

O. Borůvka (Brno): *Über eine Verallgemeinerung der Eindeutigkeitssätze für Integrale der Differentialgleichung $y' = f(x, y)$.*

Für die Differentialgleichung $y' = f(x, y)$ kennt man bekanntlich eine Reihe von Eindeutigkeitssätzen, die hinreichende Bedingungen für die Unizität von Integralen in einem gegebenen Punkte beschreiben. Meistens werden diese Bedingungen durch Angabe von geeigneten Majoranten der Funktion $f(x, y_1) - f(x, y_2)$ oder des absoluten Wertes desselben dargestellt. Diese Sonderstellung der Differenz scheint zwar methodisch, nicht aber sachlich berechtigt zu sein, da die Betrachtung von anderen, dem Felde der Differentialgleichung angepaßten Funktionen von $f(x, y_1)$, $f(x, y_2)$ in einzelnen Fällen sehr nützlich sein kann. Eine in dieser Richtung weitgehende Verallgemeinerung der Eindeutigkeitssätze kann mittels Ungleichungen folgender Art erzielt werden:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} f(x, y_1) + \frac{\partial \varphi}{\partial y_2} f(x, y_2) \leqq \Phi\,[x;\ y_1,\ \varphi(x, y_1, y_2)];$$

$\varphi(x; y_1, y_2)$ und $\Phi(x;\ y_1,\ z)$ stellen geeignete, jedoch weitgehend willkürliche Funktionen von drei Veränderlichen dar. Bei einer Wahl von Funktionen φ, die in bezug auf y_1, y_2 allein von der Differenz $y_1 - y_2$ abhängen, kommen klassische Eindeutigkeitssätze und ihre Verallgemeinerungen heraus. Bei allgemeinerer Wahl von φ bekommt man Eindeutigkeitssätze von neuer Struktur. In einzelnen Fällen wird man versuchen, die Wahl der Funktionen φ und Φ dem Felde der Differentialgleichung in geeigneter Weise anzupassen.

G. Bourion (Alger): *Sur le domaine d'existence des fonctions définies par un développement de Taylor lacunaire.*

La première partie de cet exposé est consacrée au domaine d'existence des fonctions définies par une série de Taylor ayant des lacunes de largeur relative bornée inférieurement, dans le cas où ce domaine est doublement connexe. Les méthodes de Le Roy-Lindelöf-Carlson-Pólya permettant d'une part de former des exemples simples, d'autre part de donner des énoncés généraux, de caractère négatif, par l'application des propriétés des fonctions entières de type exponentiel. Par exemple, un théorème de M. L. Cartwright permet d'établir que le domaine d'existence ne peut être le plan muni d'une fente radiale.

Ce dernier résultat ramène l'attention sur les séries ultraconvergentes dans le cas où le domaine d'ultraconvergence contient une couronne circulaire amputée d'un rayon ou d'une pointe suffisamment fine. Des résultats antérieurs peuvent être améliorés. Les démonstrations seront données par ailleurs.

M. Brelot (Paris): *La notion d'effilement à la frontière.*

La notion ordinaire d'effilement d'un ensemble E en un point Q signifie qu'il existe des masses positives au voisinage de Q dont le potentiel en Q est plus petit que sa limite inférieure en Q sur E. Cette notion n'est pas adaptée à l'étude à la frontière des fonctions harmoniques ou sousharmoniques. On lui substitue, pour un point Q minimal à la frontière de Martin, une condition analogue avec le noyau $K(Q, P)$, fonction de P, minimale, correspondant à Q. Mlle Naïm a obtenu d'importantes applications sur l'allure à la frontière des fonctions sousharmoniques, le principe du maximum et le problème de Dirichlet.

P. L. Butzer (Montreal): *On the degree of approximation of the identity by semi-groups of operators and applications to the theory of summability and singular integrals.*

Let X be a Banach space with elements f and norm $\|f\|$. Let $\{T(t)\}$, $t \geqq 0$ be a semi-group of linear operators on the space X to itself with properties that

$$T(t_1 + t_2) = T(t_1)\, T(t_2),\ t_1, t_2 > 0$$

and

$$\text{str.} \lim_{t \to 0} T(t) f = f \text{ for each } f \in X.$$

Let A be the infinitesimal generator of $\{T(t)\}$ defined by

$$\text{str.} \lim_{d \to 0} \frac{1}{d} [T(d) - I] f = Af,$$

whenever this limit exists. The set of elements for which Af exists is denoted by $D(A)$.

Theorem I. Let X be a weakly complete Banach space and $\{T(t)\}$ defined as above. A necessary and sufficient condition such that $\| T(t) f_0 - f_0 \| = O(t)$ is that f_0 belongs to $D(A)$.

This complements one of the fundamental results on one-parameter semi-groups of operators due to Hille (Amer. Math. Soc. Coll. Publ. 31/1948, 323). A number of interesting applications are possible. For instance, in case $\sigma(r, x)$ is the usual Poisson integral, then:

Theorem 2. Let $f(x)$ belong to $L_p(-\pi, +\pi)$, $1 \leqq p \leqq +\infty$. We have

$$\| \sigma(r, x) - f(x) \|_p = O\left(\log \frac{1}{r}\right),\ r \to 1 -$$

if and only if $\overline{f}'(x)$ belongs to $L_p(-\pi, +\pi)$, where $\overline{f}$ denotes the conjugate function.

Theorem 3. Let $f(x)$ belong to $L_p(-\infty, +\infty)$, $1 \leqq p < +\infty$, and let $W(t)[f]$ denote the Gauss-Weierstrass transformation. Then

$$\| W(t)[f] - f \|_p = O(t),\ t \to 0$$

holds if and only if $f(x)$, $f'(x)$ and $f''(x)$ belong to $L_p(-\infty, +\infty)$.

Likewise there exist applications to the degree of approximation of functions by expansions in terms of orthonormal Hermitian series.

Mary Lucy Cartwright (Cambridge): *On the stability of solutions of certain differential equations of the fourth order.*

The Routh-Hurwitz criteria for the stability of solutions of linear differential equations of the fourth order are generalized for certain types of non-linear differential equations of the fourth order by the use of Lyapunov's function V. The method is similar to that of Barbashin and Shimanov for third order equations, but yields somewhat less satisfactory results.

G. Choquet (Paris): *Unicité des représentations intégrales au moyen des éléments extrémaux d'un treillis vectoriel.*

L'analyse offre plusieurs exemples importants de classes de fonctions telles que chacune de ces fonctions puisse être représentée d'une façon et d'une seule par une intégrale étendue à une sous-classe particulière de ces fonctions:

Représentation des fonctions complètement monotones par une intégrale de Laplace.

Représentation (due à R. S. Martin) des fonctions harmoniques positives dans un domaine.

Représentation des capacités alternées d'ordre infini au moyen de capacités alternées élémentaires.

Nous allons dégager ici le schéma géométrique commun à toutes ces représentations, et donner un critère nécessaire et suffisant d'unicité.

V. Devidé (Zagreb): *Charakterisierung einiger Ordnungstypen mittels der Nachfolger-Funktion.*

Der Ordnungstypus ω der Menge N der natürlichen Zahlen wird charakterisiert durch folgendes Axiomensystem (A):

1. N ist nicht leer;
2. es besteht eine eindeutige Abbildung $n \to n^+$ von N in N;
3. höchstens ein Element von N hat kein Urbild;
4. keine nichtleere Untermenge von N fällt mit ihrem Bilde zusammen;

analog der Typus $^*\omega + \omega$ der Menge Z der ganzen Zahlen durch das Axiomensystem (B):

1. Z ist unendlich;
2. es besteht eine eindeutige Abbildung $z \to z^+$ von Z auf Z;
3. keine eigentliche (von Z und der leeren Menge verschiedene) Untermenge von Z fällt mit ihrem Bilde zusammen.

Beide Systeme sind vollständig und unabhängig. Die Äquivalenz von (A) mit dem Peanoschen Axiomensystem kann auch ohne Benutzung der natürlichen Zahlen bewiesen werden. Beide Systeme (und noch einige weitere) können gemeinsam nach einem Axiomensystem behandelt werden, in dem außer A 2 und B 3 noch die Mächtigkeit der betreffenden Menge S und der Differenzenmenge $S - S^+$ vorgeschrieben wird.

K. E n d l (Paris): *Über eine abzählbare Familie von Klassen von Limitierungsverfahren, deren einfachster Fall die Hausdorffsche Klasse ist.*

Mit Hilfe einer neuen, von dem natürlichen Parameter k abhängigen involutorischen Matrix $\delta^{(k)}$ werden, nach der Idee von H a u s d o r f f, abzählbar viele Klassen $\mathfrak{M}^{(k)}$ von Limitierungsverfahren erzeugt. Als erster Fall $k = 1$ ($\delta^{(1)} = \delta$ die gewöhnliche Differenzenmatrix) tritt die Klasse der H a u s d o r f f schen Verfahren auf. Zu jeder Klasse $\mathfrak{M}^{(k)}$ existiert ein Verfahren $C^{(k)}$ mit der Eigenschaft: Die Klasse $\mathfrak{M}^{(k)}$ besteht aus allen linearen Limitierungsverfahren, die mit $C^{(k)}$ vertauschbar sind. Ferner sind alle Verfahren einer Klasse verträglich und vertauschbar. Zwei verschiedene Klassen sind fremd bis auf gewisse triviale Diagonalverfahren. Für die Unterklassen $\mathfrak{R}^{(k)}$ der regulären Verfahren von $\mathfrak{M}^{(k)}$ gilt sogar: Zwei verschiedene Klassen haben nur ein Verfahren gemeinsam, das Einheitsverfahren.

Jedes Verfahren aus einer Klasse $\mathfrak{M}^{(k)}$ kann als ein Verfahren gedeutet werden, das durch „gleichzeitige" Anwendung von k gewöhnlichen Hausdorff-Verfahren entsteht. Man kann es als ein „Produktverfahren" von k Hausdorff-Verfahren schreiben. Es wird an einem Beispiel gezeigt, wie durch geschickte Wahl der „Faktoren" dieses Produktes Folgen limitiert werden können, für welche die einzelne Anwendung jedes der „Faktoren" versagt. Durch Hinzuziehung der geometrischen Reihe — die jetzt für $k > 2$ nicht mehr in Kreisen, sondern in C a s s i n i schen Ovalen summiert wird — gewinnt man Aussagen über die Wirkfelder der einzelnen Klassen und über analytische Fortsetzung von Potenzreihen mit Hilfe dieser Verfahren.

W. F e n c h e l (Kopenhagen): *Eine Anwendung der Theorie der konvexen Körper auf ein spezielles Randwertproblem.*

Für die nichtlineare partielle Differentialgleichung $\det f_{ik} = p$, wo die linke Seite die Determinante der zweiten ~~partiellen~~ Ableitungen der unbekannten Funktion f und die rechte eine gegebene positive Funktion von n Variablen bedeutet, wird eine in einem konvexen Bereich konvexe, am Rande verschwindende Lösung gesucht. Es wird gezeigt, wie man mit Hilfe der L e g e n d r e schen Transformation und B o n n e s e n s linearer Verschärfung des B r u n n - M i n k o w s k i schen Satzes die eindeutige Bestimmtheit der Lösung beweisen kann. Ferner wird kurz angegeben, wie die Existenzfrage erledigt werden kann, wenn beliebige stetige, nicht notwendig differenzierbare konvexe Funktionen zugelassen werden, der Differentialoperator sinngemäß erweitert und p durch eine total-additive, nichtnegative Mengenfunktion ersetzt wird. Neben einer entsprechenden Verallgemeinerung der Legendreschen Transformation kommen hier Modifikationen von Hilfsmitteln zur Anwendung, die von A. D. A l e x a n d r o v, B. J e s s e n und dem Vortragenden zur Lösung — im analog verallgemeinerten Sinn — des M i n k o w s k i schen Problems der Bestimmung einer geschlossenen konvexen Fläche durch die Gaußsche Krümmung als Funktion der Normalenrichtung entwickelt worden sind.

G. F r e u d (Budapest): *Über gleichzeitige Approximation einer Funktion und ihrer Derivierten.*

Es sei $f(x + 2\pi) = f(x)$, $f^{(r)}$ aus C; $E_n(f)$ usw. bedeute die bestmögliche Approximation von f mit trigonometrischen Polynomen n-ter Ordnung in der Metrik C. Es bedeute $\{T_n(x)\}$ eine Folge trigonometrischer Polynome ($T_n(x)$ ist von der Ordnung n), für welche $|f(x) - T_n(x)| \leqq \varepsilon_n$ besteht. Dann gilt:

$$|f^{(k)}(x) - T_n^{(k)}(x)| \leqq A(k)\,[E_n(f^{(k)}) + n^k \varepsilon_n];\; k = 1, 2, \ldots, r$$

und

$$|\tilde{f}^{(k)}(x) - \tilde{T}_n^{(k)}(x)| \leqq \tilde{A}(k)\,[E_n(\tilde{f}^{(k)}) + n^k \varepsilon_n];\; k = 1, 2, \ldots, r.$$

Der Satz läßt sich lokalisieren für den Fall, daß f in verschiedenen Teilintervallen von $[0, 2\pi]$ verschiedene Güte der Approximation zuläßt. Der Satz gilt auch in anderen Metriken, insbesondere in der Metrik L_p. Anwendungen auf differenzierte Folgen verschiedener Approximationsverfahren.

T. G a n e l i u s (Lund): *Some applications of a lemma on Fourier series.*

Let v be a real function of period 2π and satisfying $\dfrac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} \leqq K.$ Denote the arithmetic means of the partial sums of the Fourier series for v by $c_n(t)$. Then there is an absolute constant C, so that

$$\sup\, |v(t)| \leqq C\,[\sup |c_n(t)| + K/n]$$

for every integer $n \geqq 1$.

By aid of this observation simple proofs are obtained for some theorems concerning harmonic functions and logarithmic potentials. Among these applications there is a theorem of the author (Theorem 4.3, Ark. mat. 3/1953, 18) which implies a result on the distribution of the zeros of polynomials given by E r d ö s and T u r á n (Annals of Math. 51/1950, 105).

A. G h i z z e t t i (Roma): *Sui coefficienti di Fourier-Stieltjes e di Legendre-Stieltjes di una funzione non decrescente.*

Si danno le condizioni necessarie e sufficienti affinchè i numeri di una data successione siano i coefficienti di F o u r i e r - S t i e l t j e s oppure di L e g e n d r e - S t i e l t j e s di una funzione non decrescente.

E. de G i o r g i (Roma): *Sulla regolarità delle superficie soluzioni di problemi variazionali.*

Si considerano le superficie (generalizzate nel senso di C a c c i o p o l i) che rendono minimi certi integrali superficiali. Si dimostra, sotto opportune ipotesi per la funzione integranda, che tali superficie risultano regolari nel senso elementare della parola.

H. G r u n s k y (Mainz): *Zur konformen Abbildung mehrfach zusammenhängender Gebiete.*

Vereinfachte Beweise für die Möglichkeit der Abbildung auf gewisse Typen von Normalbereichen, die von d e l a V a l l é e - P o u s s i n, J u l i a (1930—1934) und J. L. W a l s h (1954) untersucht worden war. Beispielsweise ist eine Abbildung möglich, bei der die Greensche Funktion Logarithmus des Betrages des Integrales einer rationalen Funktion wird. — Weitere Anwendungen des benutzten Beweisprinzips.

W. H a h n (Braunschweig): *Anomale Lösungen von Differential-Differenzengleichungen.*

Es sei eine lineare Differential-Differenzengleichung mit konstanten Koeffizienten vorgelegt. Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung seien zwar alle in der linken Halbebene gelegen, sollen aber der imaginären Achse beliebig nahe kommen. Für die Lösungen der Funktionalgleichung gelten dann die folgenden

Aussagen: 1. Alle Lösungen streben mit wachsendem Argument gegen Null. 2. Es gibt „anomale" Lösungen, die nicht exponentiell gegen Null gehen, sondern nur wie eine reziproke Potenz.

Der Beweis benutzt wesentlich eine vom Verfasser kürzlich mitgeteilte Darstellung der Lösungen durch eine unendliche Reihe (Math. Ann. 131/1956, 151—166).

G. af Hällström (Åbo): *Über halbvertauschbare Polynome.*

Ist $g(h(z)) \equiv L(h(g(z)))$, wo L linear ist, so nennen wir $g(z)$ und $h(z)$ halbvertauschbar. Ist hierbei L die Identität, so heißen g und h vertauschbar. Schon 1921—1923 untersuchten Fatou, Julia und Ritt vertauschbare rationale Funktionen, 1955 schrieb Jacobsthal in der M. Z. über vertauschbare Polynome. Auf halbvertauschbare Funktionen wurden wir bei Betrachtung von Automorphiefunktionen rationaler Funktionen geführt (1946). Es entstand die Frage, inwiefern die Resultate und Methoden vor allem von Jacobsthal auf halbvertauschbare Polynome übertragbar sind. Die Methoden zeigen sich als nur teilweise verwendbar. Als unverändertes Resultat sei erwähnt, daß Halbvertauschbarkeit — ganz wie die Vertauschbarkeit — invariant in bezug auf jede sogenannte Ähnlichkeitstransformation ist, die auf beide Funktionen ausgeübt wird. Beispiel eines in natürlicher Weise verschobenen Resultates ist das folgende: Während lineare Polynome nur in Ausnahmefällen mit Polynomen höheren Grades vertauschbar sind, so sind sie im allgemeinen mit einer zweiparametrigen Schar von Polynomen eines beliebigen Grades halbvertauschbar.

H. Hornich (Graz): *Häufigkeit der lösbaren partiellen Differentialgleichungen.*

Die Frage, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine beliebig herausgegriffene partielle Differentialgleichung lösbar ist, wird zunächst näher präzisiert und sodann in einigen speziellen Fällen — es handelt sich hier um lineare Differentialgleichungen erster Ordnung — auf Grund der Bedingungen für die Lösbarkeit behandelt.

W. Jurkat (Tübingen): *Ein funktionentheoretischer Beweis für O-Taubersätze bei den Verfahren von Borel und Euler-Knopp.*

Die Konvergenz gegen Null nach den Verfahren von Borel (B) bzw. Euler-Knopp (E, q) ist erklärt durch

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n z^n/n! = o(e^z) \text{ bzw. } t_n^q = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (q-1)^{n-k} s_k = o(q^n).$$

Dabei soll $q \geqq 1$ sein; für $q = 1$ handelt es sich um gewöhnliche Konvergenz. Während aus (E, 1) stets (E, q) und (B) folgt, gilt die Umkehrung allgemein nur unter einer zusätzlichen Tauber-Bedingung, wie z. B. $s_n - s_{n-1} = O(n^{-1/2})$ (Hardy-Littlewood). Für diesen bisher recht schwierig zu gewinnenden Tauber-Satz wird ein einfacher und kurzer Beweis angegeben, indem man nacheinander (I) Beschränktheit, (II) (E, q) für alle $q > 1$, (III) (E, 1) zeigt. Die wirkliche Schwierigkeit liegt bei (II) und wird mit dem folgenden Satz überwunden: Aus (B) folgt (E, q) für alle $q > 1$, falls $f(z) = O(e^{|z|})$ ist für alle z. Der Beweis entsteht durch Übertragung einer vom Vortragenden angegebenen Methode für die Verfahren von Abel und Cesàro, die kürzlich im Archiv der Mathematik erschienen ist. Als Hilfsmittel gehen vor allem die Cauchysche Koeffizientenformel und ein Analogon zum Satz von Montel ein.

W. Jurkat (Tübingen) - A. Peyerimhoff (Gießen): *Über Fourierkoeffizienten von Funktionen, die einer Lipschitzbedingung genügen.*

Eine reelle Funktion $f(t)$ mit der Periode 2π gehört zur Klasse Lip (k, p) $(0 < k \leqq 1,\ p \geqq 1)$, wenn

$$\int_0^{2\pi} |f(t+h) - f(t)|^p\, dt = O(h^{kp}) \text{ für } h \to 0.$$

Für die (komplexen) Fourier-Koeffizienten c_n von $f(t)$ wird die Frage aufgeworfen, welche Bedingungen der Form

$$(*)\ \sum_{m \leqq n} |S_m^j(lc_l)|^r = O(b_n) \text{ mit } S_m^j(a_l) = \sum_{l \leqq m} \binom{m-l+j-1}{m-l} a_l,\ j > -1,\ r > 0,\ b_n \geqq 0$$

aus der Zugehörigkeit von f zu Lip (k, p) folgen.

Ist $0 < k < 1$ und $1 < p \leqq 2$, so ist (*) richtig mit

$$j = 0,\ r = q\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1\right),\ b_n = n^{q(1-k)},$$

und daraus können alle weiteren richtigen Fälle von (*) abgeleitet werden. Für b_n tritt dabei stets eine Potenz von n auf und diese Größenordnung wird gleichzeitig für alle n erreicht.

Im Fall $0 < k < 1$, $p \geqq 2$ ergeben sich für ein ganzes j-Intervall miteinander unvergleichbar richtige (und bestmögliche) Bedingungen (*). Besonders hinzuweisen ist auf die Fälle

$$j = \frac{1}{2} - \frac{1}{p},\ r = 2,\ b_n = n^{2(1-k)} \cdot (\log n)^{1-(2/p)}$$

und

$$j = 1 - \frac{2}{p},\ r = p,\ b_n = n^{p(1-k)},$$

von denen der erste (zusammen mit dem obigen Fall $1 < p \leqq 2$) alle bekannten Aussagen über die Konvergenz der Reihen $\Sigma |c_n|^s$, $\Sigma n^s |c_n|$ und die absolute Cesàro-Summierbarkeit der Reihe Σc_n enthält (Bernstein, Chow, Hardy-Littlewood, Sunouchi, Szász, Zygmund), während der zweite Fall bei monoton fallendem Real- und Imaginärteil von c_n die Beziehung $c_n = O(n^{-k-1/q})$ nach sich zieht (dies enthält für $p = \infty$ ein Ergebnis von Lorentz).

D. Kappos (Athen): *Über einen Zerlegungssatz des Boolemengenverbandes aller Teilmengen der Menge der natürlichen Zahlen.*

Es sei Q der Boolemengenverband aller Teilmengen der Menge der natürlichen Zahlen. Es wird gezeigt, daß es eine Familie Q_i $(i = 1, 2, \ldots)$ von σ-regulären Booleunterverbänden von Q mit folgenden Eigenschaften gibt:

1. Jeder Verband Q_i ist isomorph zu Q $(i = 1, 2, \ldots)$.

2. Die mengentheoretische Vereinigung S aller Q_i erzeugt Q, d. h. der kleinste σ-Booleunterverband von Q, der alle Q_i als σ-Booleunterverbände enthält, fällt mit Q zusammen.

3. Die Booleunterverbände Q_i $(i = 1, 2, \ldots)$ sind gegenseitig algebraisch (mengentheoretisch) unabhängig.

H. W. Knobloch (Würzburg): *Zusammenhänge zwischen konvergenten und asymptotischen Entwicklungen bei linearen Differentialgleichungen vom Range Eins.*

Die Normalreihen, welche einer linearen Differentialgleichung von endlichem Range genügen, kann man nach klassischen Sätzen durch asymptotische Entwicklung geeigneter Lösungen in Winkelräumen um die singuläre Stelle realisieren. Es hat daher eine dort eindeutige Lösung f neben ihrer Laurent-Entwicklung noch Darstellungen durch Poincarésche asymptotische Reihen, die man nun, wie wir zeigen wollen, zu vorgegebenem f auch bekommen kann, ohne erst spezielle Fundamentalsysteme konstruieren zu müssen. Unter Beschränkung auf Gleichungen vom Range 1 wird vom Koeffizientengesetz her eine Beziehung zwischen Laurent- und asymptotischen Entwicklungen aufgezeigt, die zum Unterschied von einem bekannten, auf Lindelöf zurückgehenden Verfahren nicht auch Verwandlung in Residuenintegrale, sondern in abgebrochene Laplace-Integrale beruht. Letztere (mit den Grenzen 0, 1) haben gegenüber den gewöhnlichen Laplace-Integralen (Grenzen 0, ∞) den Vorteil, daß sie sich in der vollen Umgebung des singulären Punktes asymptotisch leicht übersehen lassen. Ihr Auftreten hängt zusammen mit einer Sorte von formalen Lösungen, die im allgemeinen keine Normalreihen sind und die man anscheinend noch nicht eingehender untersucht hat. Es sind formale Laurent-Reihen mit einer ganzen Funktion als Hauptteil, während die Restreihe in der Regel divergiert. Bemerkenswert ist ihr durchsichtiges Koeffizientengesetz. Man kann f aus n (= Ordnung der Differentialgleichung) derartigen Reihen linear kombinieren und hat damit einen vollwertigen Ersatz für die in den verschiedenen Winkelräumen bestehenden asymptotischen ausgezeichneten Fundamentalsysteme, der zudem explizit bequemer zugängig ist. Diese Basisdarstellung ist der theoretische Hintergrund eines von L. Hopf angegebenen heuristischen Verfahrens zur Berechnung der asymptotischen Entwicklungen (Math. Annalen 111), das hiermit streng gerechtfertigt und weitgehend verallgemeinert wird.

H. König (Würzburg): *Der Begriff der lokalen Struktur und die Theorie der Distributionen.*

Die Erweiterung, die von den Funktionen zu den Distributionen führt, und die vom Vortragenden kürzlich vorgenommene Erweiterung der Distributionentheorie zur Multiplikationstheorie der Distributionen werden von einem wohlbestimmten Begriff der lokalen Struktur beherrscht. Dieser Begriff wird für sich betrachtet und so gefaßt, daß sich ihm jede sinnvolle Erweiterung des Funktionenbereiches unterordnen muß. Als Hauptsätze der Theorie erscheinen ein Vervollständigungs- und ein Fortsetzbarkeitssatz, die in genauer Analogie zu wohlbekannten Sätzen desselben Typs in Algebra und Topologie stehen. Weiter ergibt sich ein Darstellbarkeitssatz, der mit Hilfe von Teilungen der Einheit formuliert wird und in dem ebenfalls wohlbekannte Eigenschaften der Distributionen ihre allgemeine Formulierung finden. Mit Hilfe dieser Begriffsbildungen kann man die Theorie der Distributionen sehr einfach aufbauen. Es ergibt sich eine axiomatische Charakterisierung der Distributionen ähnlich der von J. Sebastião e Silva aufgestellten.

D. Kurepa (Zagreb): *Geordnete Mengen und Partitivmengen.*

Für eine Menge M sei PM die durch die Teilrelation geordnete Menge aller Untermengen von M; für eine Zahl n sei Pn die Menge PM, wo M vom Typus n ist. Es sei $A\,(B)$ die Menge aller eindeutigen Abbildungen von B auf A; dabei können A, B nicht nur Mengen, sondern auch Zahlen sowie Ordnungstypen sein; auch in diesem Falle sind die Sprechweise und Symbolik selbstverständlich. Wenn möglich, werden wir die Menge $A\,(B)$ nach dem Prinzip der ersten Differenzen ordnen. Insbesondere sind die Ordnungstypen $2\,(\omega_\alpha)$, $\beta\,(\omega_\alpha)$ wohldefiniert. Der Typus $2\,(\omega_\alpha)$ ist derselbe wie der von $PI\,(\omega_\alpha)$; dabei bedeutet $I\,(\omega_\alpha)$ die wohlgeordnete Menge aller Ordinalzahlen, die kleiner als ω_α sind; für jedes $0 < \beta < \omega_\alpha$ ist der Typus $(\beta + 1)\,(\omega_\alpha)$ derselbe wie der von $PI\,(\omega_\alpha)$. Infolgedessen sehen wir, in wie vielfacher Weise die geordnete Menge $PI\,(\omega_\alpha)$ dargestellt werden kann. Das ist wichtig, da durch Zusammenschmelzen der Nachbarpunkte von $PI\,(\omega_\alpha)$ ein Kontinuum entsteht, das im Falle $\alpha = 0$ mit dem linearen Kontinuum isomorph ist.

H. Lenz (München): *Bemerkungen zur Theorie der elliptischen Funktionen.*

Es werden keine neuen Ergebnisse, sondern ein vereinfachter Aufbau der klassischen Theorie angestrebt.

Die Weierstraßsche und die Jacobische Theorie der elliptischen Funktionen werden immer noch nebeneinander behandelt, weil die Weierstraßsche Theorie theoretisch einfacher ist, während die Jacobischen Funktionen sich bei den Anwendungen behauptet haben. Neville hat einen sehr bemerkenswerten Versuch zur Vereinheitlichung beider Theorien gemacht, der hier weiterentwickelt werden soll. Man kann die Weierstraßschen Gedanken ohne Verwendung der $\wp$-Funktion unmittelbar auf die Jacobischen Funktionen anwenden, wenn man sich nur entschließt, diese auch als Funktionen mit zwei Parametern aufzufassen. Dabei braucht man die klassischen Gudermann-Glaisherschen Bezeichnungen für die Jacobischen Funktionen überhaupt nicht, andere Bezeichnungen nur unwesentlich zu ändern. Man bezeichne zwei primitive Halbperioden eines gegebenen Gitters mit ω_n und ω_c, setze ferner $\omega_d = -\omega_n - \omega_c$ und $\omega_s = 0$. Setzt man für p, q irgend zwei der vier Buchstaben s, n, c, d, so bezeichnet pq u diejenige Funktion von u mit doppeltperiodischem absolutem Betrag, deren Reihenentwicklung im Nullpunkt mit einem der Glieder 1, u, u^{-1} beginnt, die bei ω_p eine einfache Nullstelle und bei ω_q einen einfachen Pol hat und im übrigen regulär und nicht Null ist. Diese Definition erlaubt einen sehr einfachen Aufbau der Theorie.

A. Leontjev (Moskva): *Über einige Eigenschaften von Folgen analytischer Funktionen.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

W. Maier (Jena): *Analytische Funktionalgleichungen.*

Die Bestimmung analytischer Funktionen durch identische Aussagen in einer oder mehr Veränderlichen hat sich bis heute wenig über den Anfangszustand hinaus entwickelt, den die klassischen Einzelfälle bei Cauchy, Abel und Weierstraß lieferten. Als Allgemeinbegriffe können aber zugrunde gelegt werden die additiven Funktionale der Geometrie (Lobatschefsky) und der Übergang zu partiellen Differentialgleichungen, wie das von Vivanti (1934) erkannt wurde. Führt man bei gesuchter Funktion f die Größtzahl der eingehenden Faktoren als „Grad" g einer algebraischen Funktionalgleichung ein sowie deren „Stufe" s als Höchstzahl der unabhängigen Veränderlichen, so führt die Betrachtung der Simplexinhalte in konstant gekrümmten Mannigfaltigkeiten zum stufenweisen Abbau von Funktionalgleichungen und damit zu deren Lösung. Den Ansatz Vivantis verfolgen wir zunächst mit Grad $g = 1$ und Stufe $s \leq 3$. Die einfachsten Fälle führen zu einer partiellen Differentialgleichung 3. Ordnung.

E. Marczewski (Wrocław): *Sur la dérivabilité des fonctions des sauts.*

Théorème 1: E étant un ensemble de mesure nulle, il existe une fonction des sauts qui n'est dérivable en aucun point appartenant à E.

Théorème 2 (de Lipiński): f étant une fonction des sauts, l'ensemble des points en lesquels f possède la dérivée infinie est contenu dans un ensemble du type F-sigma et de mesure nulle. Inversement: Pour tout ensemble E du type F-sigma et de mesure nulle il existe une fonction des sauts ayant la dérivée infinie en tout point de E.

Théorème 3: f étant une fonction à variation bornée, discontinue en tout point de E et dérivable en tout point du complémentaire de E, l'ensemble E est clairsemé. Inversement: Pour tout ensemble E clairsemé il existe une fonction des sauts, discontinue en tout point de E et dérivable en tout point du complémentaire de E. — La première partie du théorème 3 résulte aussitôt d'un théorème de A. Brudno (Mat. Sbornik 13/1943, 130).

E. Miščenko (Moskva): *„Fast unstetige" periodische Lösungen von Systemen von Differentialgleichungen.*

Gegeben sei ein System von Differentialgleichungen

$$\varepsilon \dot{x}^i = f^i(x^1, \ldots, x^k;\ y^1, \ldots, y^l), \tag{1}$$
$$\dot{y}^j = g^j(x^1, \ldots, x^k;\ y^1, \ldots, y^l),$$

worin ε ein kleiner Parameter ist. Es werden Näherungslösungen eines solchen Systems auf jedem endlichen Intervall der unabhängigen Veränderlichen t ermittelt.

Wir setzen voraus, daß dasjenige System (1_0), welches aus dem System (1) dadurch entsteht, daß man in (1) $\varepsilon = 0$ setzt, eine stabile periodische Lösung z_0 besitze. Dann besitzt auch das System (1) eine periodische Lösung, welche in der Nähe von z_0 verläuft. Die Lösung z und ihre Periode T lassen sich ausrechnen; für die Periode T erhält man die Formel

$$T = T_0 + Q_1\, \varepsilon^{2/3} + Q_2\, \varepsilon \log \varepsilon + O(\varepsilon),$$

worin T_0 die Periode der Lösung z_0 ist und Q_1 und Q_2 Zahlen sind, welche von den Werten der Funktionen f^i und g^j in gewissen Punkten abhängen (die Ausdrücke für Q_1 und Q_2 werden angegeben).

Die obigen Resultate sind gemeinschaftlich mit L. Pontrjagin erhalten worden.

M. Nicolescu (București): *La notion d'analyticité pour les fonctions de plusieurs variables réelles.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

B. Okiljević (Beograd): *Application de la théorie des transformations infinitésimales à l'intégration des équations différentielles ordinaires.*

Recherche des formes des équations différentielles ordinaires du second ordre et des ordres supérieurs admettant des transformations infinitésimales conformes et projectives.

Les équations en question représentent une généralisation des équations différentielles ordinaires de la forme homogène. La théorie de ces équations se trouve en rapport avec les recherches de S. Lie sur la classification des surfaces admettant des lignes géodésiques qui s'obtiennent à l'aide de leurs transformations

infinitésimales. En introduisant les transformations infinitésimales de la forme canonique on obtient les lignes géodésiques des surfaces aux moyen des quadratures ou on ramène la recherche des lignes géodésiques à l'intégration d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre.

W. Orlicz (Poznań): *Über Saks-Räume.*

Es bedeute X einen linearen reellen Raum, in welchem eine B-Norm (d. h. eine homogene Norm) definiert ist. Diese Norm wollen wir die Fundamentalnorm nennen. Wir setzen voraus, daß außer der Fundamentalnorm in X noch eine zweite Norm (eine B-Norm oder allgemeiner eine F-Norm) erklärt ist. Diese werden wir die Norm mit „Stern" nennen. Die Norm mit „Stern" induziert (im üblichen Sinne) eine Metrik in X. Diese Metrik festgelegt, betrachten wir die Menge S derjenigen Elemente von X, für welche die Fundamentalnorm kleiner oder gleich 1 ist. Ist der metrische Raum S vollständig, so nennen wir ihn einen Saks-Raum. Der Vortragende befaßt sich mit der Übertragung gewisser grundlegender Sätze über lineare Operationen in Banach-Räumen auf Saks-Räume.

Insbesondere wird die Stetigkeit von Operationen und Operationenfolgen untersucht. Man erhält ein interessantes Beispiel eines Saks-Raumes, wenn man den Raum X aller Funktionen betrachtet, die in einem unendlichen Intervall meßbar und beschränkt sind, und gleichzeitig mit einem Exponenten $\geqq 1$ integrierbar sind.

T. Popovici (București): *Sur le reste de certaines formules d'approximation de l'analyse.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

R. de Possel (Alger): *Sur les conditions d'existence des solutions d'une équation linéaire dans un espace vectoriel général.*

Soit E un espace vectoriel sur le corps des réels ou des complexes, et T une transformation linéaire de E dans E. L'indice de Noether de T est la différence entre la dimension du sous-espace des solutions de $Tx = 0$ et la codimension de $T(E)$. Il est indéterminé si ces deux nombres sont ∞.

Un espace vectoriel E' de formes linéaires sur E définit toujours une dualité au moyen de la forme bilinéaire $B(x, x')$ qui a pour valeur celle de la forme $x' \in E'$ pour le vecteur x. Il peut exister des $x \neq 0$ pour lesquels $B(x, x') = 0$ quel que soit $x' \in E'$; ils constituent le « noyau de dualité » $E_{E'}$. D'autre part E' peut toujours être considéré comme le dual topologique de E dans une topologie convenable.

La transformation T' opérant sur E', définie par $T' x'(x) = x'(Tx)$ est dite E'-transposée de T si, quel que soit $x' \in E'$, $T' x'$ appartient à E'. — T est dite E'-normale si elle a une transposée et si elle satisfait à la condition de Fredholm: $Tx = b$ a une solution au moins si et seulement si b vérifie la condition suivante: quel que soit $x' \in E'$ tel que $T' x' = 0$, on a $x'(b) = 0$. — Pour que T supposée E'-transposable soit normale il faut et suffit que $T(E)$ soit intersection d'hyperplans définis par des équations $x'(x) = 0$ où $x' \in E'$.

T est dite binormale si, en outre, $T' x' = b'$ a une solution au moins si et seulement si b' vérifie la condition suivante: $b'(x) = 0$ chaque fois que $Tx = 0$. — Enfin T est dite régulière si $Tx = 0$ n'a pas de solution non nulle appartenant au noyau $E_{E'}$.

Si T est d'indice fini, binormale et régulière, elle est de la forme $U + L$ où L est de rang fini et où U a une inverse à droite ou à gauche selon que l'indice de T est $\leqq 0$ ou $\geqq 0$.

D'autres décompositions peuvent être obtenues, en faisant ou non des hypothèses plus restrictives sur T. Toutes ces décompositions permettent de résoudre des équations linéaires en généralisant la «2e méthode d'E. S c h m i d t» pour les équations intégrales.

V. P t á k (Praha): *Der Satz nach Banach über die Stetigkeit des inversen Operators in topologischen Vektorräumen.*

Bericht über eine Reihe von Untersuchungen, deren Ziel es ist, zu entscheiden, ob und in welcher Form die grundlegenden Sätze der Theorie der vollständigen normierten Räume für allgemeine topologische Vektorräume erhalten bleiben.

Es zeigt sich zuerst, daß der Begriff der Vollständigkeit (im Sinne von A. W e i l) zu schwach ist, um eine Verallgemeinerung des berühmten Satzes von B a n a c h über die Stetigkeit des inversen Operators zu gestatten. Wir führen den Begriff der sogenannten B-Vollständigkeit ein, der stärker ist als der gewöhnliche, im Falle eines metrischen Raumes jedoch mit dem üblichen zusammenfällt. Es gilt dann z. B.: „Ist X ein B-vollständiger topologischer Vektorraum und φ eine stetige Abbildung von X auf einen topologischen Vektorraum Z, der von der zweiten Kategorie ist, dann ist die Abbildung φ offen."

Dieser Satz enthält offenbar den klassischen Satz von B a n a c h. Auch andere Eigenschaften B-vollständiger Räume werden untersucht. Von den weiteren Resultaten sei das folgende erwähnt: Es sei X ein vollständiger topologischer Vektorraum; die Teilmenge M von X sei so beschaffen, daß jede auf ihr definierte schwachstetige Funktion beschränkt ist; dann ist die symmetrische konvexe abgeschlossene Hülle von M schwach kompakt. Dieser Satz ist eine Verallgemeinerung bekannter Resultate von K r e i n, Š m u l i a n und E b e r l e i n.

R. R e m m e r t (München): *Holomorph- und meromorph-separable komplexe Räume.*

Bekanntlich gibt es auf jeder nichtkompakten R i e m a n n schen Fläche zu zwei verschiedenen Punkten eine holomorphe Funktion, die dort verschiedene Werte annimmt. Analog existiert auf jeder algebraischen Riemannschen Fläche zu zwei verschiedenen Punkten eine meromorphe Funktion, die dort verschiedene endliche Werte besitzt. In komplexen Räumen höherer Dimension sind die analogen Aussagen nicht allgemeingültig; man nennt Räume mit diesen Eigenschaften holomorph- bzw. meromorph-separabel. Es wird bewiesen, daß jeder n-dimensionale holomorph-separable komplexe Raum eineindeutig und holomorph in den $(2n+1)$-dimensionalen komplexen Zahlenraum abgebildet werden kann. Eine entsprechende Aussage gilt für kompakte meromorph-separable Räume.

Kató R é n y i (Budapest): *Über eine Vermutung von G. Pólya.*

Die Vortragende beweist die folgende Vermutung von G. P ó l y a: Falls die Potenzreihe einer ganzen transzendenten Funktion um einen Punkt F a b r y sche Lücken aufweist, so kann die Potenzreihe derselben Funktion um einen anderen Punkt keine Fabryschen Lücken aufweisen. Der Beweis dieser Vermutung führt zugleich zum Beweis des folgenden allgemeineren Satzes: Bezeichnen $Z_a(n)$ bzw. $Z_b(n)$ die Anzahlen der verschwindenden Koeffizienten der Potenzreihen einer ganzen transzendenten Funktion um a bzw. b, so gilt

$$\liminf_{n \to \infty} \frac{Z_a(n) + Z_b(n)}{n} \leq 1.$$

Daraus folgt unter anderem: Ist die untere Dichte der nichtverschwindenden Koeffizienten in der Potenzreihe einer ganzen transzendenten Funktion um einen Punkt gleich 0, so muß die obere Dichte der nichtverschwindenden Koeffizienten in der Potenzreihe derselben Funktion um einen beliebigen anderen Punkt gleich 1 sein.

H. R ö h r l (München): *Analytisch-verzweigte Überlagerungen und algebroide Funktionen.*

Im Gegensatz zu R i e m a n n schen Flächen ist für komplexe Räume höherer Dimension bereits im Kleinen die Existenz von holomorphen Funktionen mit dem dort gegebenen Verzweigungsverhalten nicht ohne weiteres ersichtlich. Die zu einer endlich-blättrigen, analytisch-verzweigten Überlagerung gehörenden holomorphen Funktionen, welche das durch die Überlagerung gegebene Verzweigungsverhalten realisieren, werden in bestimmter Weise in Beziehung gesetzt zu holomorphen Schnitten in gewissen komplex-analytischen Faserräumen. Es werden Aussagen über die analytische Struktur dieser Faserräume getroffen. Es wird eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß ein komplexer Raum ein C-Raum ist.

N. S a l t y k o w (Beograd): *Généralisations modernes de la théorie des caractéristiques des équations aux dérivées partielles du premier ordre.*

Applications de la théorie des groupes fonctionnels des intégrales des caractéristiques et de leurs invariants différentiels formant un groupe canonique gauche ou semigauche complet et incomplet.

R. S a n J u a n (Madrid): *Classes semianalytiques dans des régions convexes.*

B i b l i o g r a p h i e:

(1) T. B a n g, Om Quasi-analytiske Funktioner. Kopenhagen 1946.
(2) H. J. M e i l i, Über das Eindeutigkeitsproblem in der Theorie der asymptotischen Reihen. Zürich 1954.
(3) S. M a n d e l b r o j t, Séries adhérentes, etc. Paris 1952.
(4) R. S a n J u a n, Collectanea Math. 5/1952.
(5) R. S a n J u a n, El problema de Watson y las clases semianalíticas. Publicaciones del Consejo S. de Investigaciones Científicas. Madrid 1954. En prensa, en Acta Math.
(6) S. E. W a r s c h a w s k i, Trans. Amer. Math. Soc. 51/1952.

E. S c h i e f e r d e c k e r (Münster): *Über den Ideenkreis des Schwarzschen Lemmas der Funktionentheorie in komplexen Banach-Räumen.*

Seit langem ist bekannt, daß man für Funktionen $f(x)$, deren Definitionsbereich ein Gebiet G eines (vollständigen) komplexen B a n a c h - Raumes X ist und deren Wertevorrat einem ebensolchen Raum Y angehört, Holomorphiebegriffe einführen kann, die zu Funktionentheorien Veranlassung geben, in denen die Theorien einer und mehrerer komplexen Veränderlichen (zumindest in den Grundzügen) enthalten sind.

Ein solcher Holomorphiebegriff ist der der F-Holomorphie: $f(x)$ heißt F-holomorph in G, wenn zu jedem x aus G und zu $f(x)$ ein beschränkter linearer Operator $f'(x)$, der X in Y abbildet, so existiert, daß $\|f(x+h) - f(x) - f'(x)\,h\| = o(\|h\|)$ für beliebiges h aus X mit $\|h\| \to 0$. $f'(x)$, Ableitung von $f(x)$ in x genannt, ist eine sogenannte Operatorfunktion (den Elementen x von G wird ein Operator $f'(x)$ zugeordnet). Die Begriffe „F-holomorph" und „analytisch" im Sinne von H i l l e (1), Definition 4.5.2, sind gleichwertig. In der Theorie F-holomorpher Funktionen gilt ein Analogon des S c h w a r z schen Lemmas, wie kürzlich Shimoda (2) gezeigt hat. Es liegt die Frage nahe, ob die zahlreichen Sätze der klassischen Funktionentheorie, die üblicherweise unter Benutzung des Schwarzschen Lemmas bewiesen werden, in die allgemeinere Funktionentheorie übertragen werden können. Bei einigen Sätzen dieses Ideenkreises ist dies sicher nicht ohne weiteres der Fall, da bereits die sinngemäße Formulierung Schwierigkeiten bereitet. Dagegen gilt eine Verallgemeinerung des Satzes von Liouville: Jede beschränkte ganze F-holomorphe Funktion ist notwendig konstant, welche Aussage weiter verallgemeinert werden kann zu einer Charakterisierung der „F-Polynome".

Bibliographie:
(1) E. Hille, Functional analysis and semi-groups. New York 1948.
(2) I. Shimoda, Notes on general analysis II. J. Gakugei Tokushima Univ. 3/1953, 12—15.

St. Schottlaender (Würzburg): *Ein Kompositionssatz für analytische Funktionen.*

Kompositionssätze sollen die Möglichkeit bieten, aus dem Verhalten bekannter analytischer Funktionen auf das Verhalten einer neuen „komponierten" Funktion zu schließen. Es seien etwa von zwei analytischen Funktionen $f(z)$ und $g(z)$ ihre Funktionselemente in der Umgebung des Nullpunktes gegeben und ihr analytisches Verhalten längs aller vom Nullpunkt ausgehenden Wege bekannt. Man setze aus den zwei Funktionselementen nach einer „Kompositionsvorschrift" ein neues Funktionselement zusammen, z. B. ein komplexes Kurvenintegral über die in irgendeiner Weise „gefalteten" Ausgangselemente, wodurch eine neue analytische Funktion $h(z)$ definiert wird. Ist jetzt ein beliebiger vom Nullpunkt ausgehender Fortsetzungsweg vorgegeben, so läßt sich ein hinreichendes Kriterium dafür ableiten, daß die komponierte Funktion $h(z)$ längs dieses Weges analytisch fortsetzbar ist. Die Bedingungen des Kriteriums hängen wesentlich von der Kompositionsvorschrift ab, die als analytische Funktion von zwei Veränderlichen in die Betrachtungen eingeht und keinen wesentlichen Einschränkungen unterworfen ist. Auch $f(z)$ und $g(z)$ sind beliebige analytische Funktionen. Dem Beweis des Kompositionssatzes liegt die auf E. Borel zurückgehende Methode der analytischen Fortsetzung „durch reguläre Deformation" zugrunde, welche für die Zwecke der vorliegenden Untersuchungen weiterentwickelt und auf beliebige Kompositionsvorschriften verallgemeinert wurde. Für die Anwendbarkeit dieser Methode sind die Bedingungen des Kriteriums sogar notwendig und hinreichend. Als bekanntester Spezialfall ist in dem angegebenen Kompositionssatz der Hadamardsche Multiplikationssatz enthalten.

P. Seibert (Zürich): *Über die Existenz meromorpher Funktionen mit gewissen Randeigenschaften.*

Es werden diejenigen asymptotischen Wege oder Zielwege einer im Einheitskreise meromorphen Funktion betrachtet, auf denen diese gegen Null strebt. Alle zu einer festen Singularität der Umkehrfunktion gehörigen Zielwege fassen wir zu einer Zielwegklasse zusammen. In der Menge dieser Klassen wird sodann in naheliegender Weise eine Ordnungsrelation und eine Metrik eingeführt. Man kann zeigen, daß sich die Struktur des so definierten Raumes der Zielwegklassen in ziemlich allgemeiner Weise vorschreiben läßt; z. B. kann gefordert werden, daß er zu einem beliebigen linearen Diskontinuum homöomorph ist und zum gleichen Ordnungstypus gehört. Der Beweis erfolgt durch Konstruktion der Riemannschen Fläche der Umkehrfunktion, indem eine geeignete Fläche vom hyperbolischen Typus, die nur über endlich vielen Grundpunkten verzweigt ist, gewissen Deformationen unterworfen wird. Daß die neue Fläche die verlangten

Randeigenschaften besitzt, kann mit Hilfe einer Streckenkomplexdarstellung gezeigt werden, wobei jedem über Null gelegenen Randelement der Fläche ein in gewisser Weise auf dem Streckenkomplex definierter Filter entspricht, der von der Deformation abhängt. Zum Nachweis des hyperbolischen Flächentypus kann unter Verwendung einer Methode von Pfluger gezeigt werden, daß die hier in Betracht kommenden Deformationen (die durch gewisse quasikonforme Abbildungen von unbeschränkter Exzentrizität realisiert werden können) den Typus nicht ändern.

F. Simonart (Louvain): *Sur l'adjointe de l'équation de Bessel.*

La série de Bessel et plus généralement les séries hypergéométriques appartiennent à cette classe remarquable de séries potentielles dont les coefficients dans le domaine de l'origine obéissent à une loi récurrente, laquelle, écrite en termes des coefficients des dérivées, fournit l'équation différentielle vérifiée par la fonction elle-même. On doit à M. de la Vallée Poussin une expression très condensée de deux intégrales distinctes rencontrées par Hermite dans la résolution, sous forme finie, de l'équation de Bessel. Mais, indépendamment du calcul symbolique, on peut retrouver ces solutions à partir de la loi récurrente dont l'équation tire son origine. L'adjointe d'une équation de Bessel dérive de celle-ci par un simple changement de variable ou de paramètre; elle s'intègre sous forme finie en même temps que la première au moyen des fonctions élémentaires.

F. Sommer (Münster): *Die Darstellung analytischer Mengen durch reelle Gleichungssysteme.*

In einem $2n$-dimensionalen reellen Vektorraum wird durch einen linearen Operator I mit $I^2 = -1$ eine komplexe Struktur eingeführt. In dem so entstehenden komplexen Raum C^n sei nun eine Mannigfaltigkeit als Nullstellengebilde eines Systems reeller Gleichungen gegeben. Es werden Bedingungen angegeben, daß diese Mannigfaltigkeit komplex-analytisch ist bzw. daß sie aus Fasern solcher Mannigfaltigkeiten besteht.

Č. V. Stanojević (Beograd): *On the integrability of certain trigonometrical series.*

A theorem which implies the truth of theorems of Young and Kolmogorov concerning Fourier series with only cosine terms is given. In addition a somewhat more general theorem of this kind is also presented.

K. Stein (München): *Rungesche Paare komplexer Räume.*

Ein Paar komplexer Räume X_1, X_2 heißt ein Runge sches Paar, wenn a) X_1 als offener Teilraum in X_2 enthalten ist, und b) jede in X_1 holomorphe Funktion auf jedem kompakten Teil von X_1 gleichmäßig durch in X_2 holomorphe Funktionen approximiert werden kann. Es wird gezeigt: Sind X_1, X_2 holomorph-vollständige komplexe Mannigfaltigkeiten der (komplexen) Dimension n und bilden sie ein Rungesches Paar, so ist der natürliche Homomorphismus der n-ten Bettischen Gruppe $B_n(X_1)$ in die n-te Bettische Gruppe $B_n(X_2)$ ein Isomorphismus von $B_n(X_1)$ in $B_n(X_2)$. Für den Fall, daß X_1 ein Holomorphiegebiet im C^n und X_2 der C^n ist, geht die Aussage in einen Satz von J. P. Serre über; zu ihrem Beweise wird eine Modifikation der Serreschen Methode benutzt. — Es wird ferner die Approximation meromorpher Funktionen in X_1 durch in X_2 meromorphe Funktionen behandelt.

P. Szász (Budapest): *Begründung der analytischen Geometrie der hyperbolischen Ebene mit den klassischen Hilfsmitteln, unabhängig von der Trigonometrie dieser Ebene.*

Bedeuten t, σ als Abstand und Grenzkreisbogen (mit Vorzeichen genommen) Grenzkreiskoordinaten in der hyperbolischen Ebene, so sollen die Zahlen

(1) $$x_1 = \operatorname{sh} t + \frac{1}{2}\sigma^2 e^{-t},\ x_2 = \sigma e^{-t},\ x_3 = \operatorname{ch} t + \frac{1}{2}\sigma^2 e^{-t}$$

als die Weierstraßschen homogenen Koordinaten des Punktes (t, σ) erklärt werden. Bezeichnet ferner M den unendlich fernen Mittelpunkt des zugrunde gelegten Grenzkreises und ist X ein von M verschiedener Fernpunkt, so werde die zweite Grenzkreiskoordinate ξ des Schnittpunktes der Geraden XM mit dem genannten Grenzkreis als die Koordinate dieses Fernpunktes erklärt.

Es wird gezeigt, daß eine Gerade, deren zwei Fernpunkte X, Y die Koordinaten ξ, η haben, in Weierstraßschen Koordinaten durch die Gleichung

(2) $$(\xi\eta - 1)\,x_1 + (\xi + \eta)\,x_2 - (\xi\eta + 1)\,x_3 = 0$$

charakterisiert werden kann. Die Gleichung der Geraden MY lautet

(3) $$\eta\, x_1 + x_2 - \eta\, x_3 = 0.$$

Es folgt dann für die Gerade (2) bzw. (3) die Einführung der Weierstraßschen homogenen Linienkoordinaten u, v, w $(u^2 + v^2 - w^2 = 1)$. Zum Schluß wird angedeutet, auf welche Weise die bekannten Formeln für den Abstand zweier Punkte bzw. eines Punktes von einer gerichteten Geraden (u, v, w) gewonnen werden. Aus diesen folgt zuletzt die bekannte einfache geometrische Bedeutung der Weierstraßschen homogenen Koordinaten, die unter (1) unmittelbar eingeführt wurden.

N. Teodorescu (Bucureşti): *Propagation des ondes de forme donnée et solutions élémentaires.*

L'auteur envisage la recherche des solutions de la forme

(1) $$u\,(P\,;\,G) = f\,(x^1, x^2, \ldots, x^n\,;\,G)$$

pour les équations non paraboliques

(2) $$E\,(u) \equiv a^{ij}\, u_{ij} + a^i\, u_i + au = 0$$

à coefficients holomorphes. Ces solutions, où $f\,(P\,;\,G)$ est supposée holomorphe par rapport à P et analytique par rapport à G, sont appelées ondes de forme donnée et $G\,(x^1, x^2, \ldots, x_n) = 0$ y représente une caractéristique de (2).

Toute onde de forme donnée peut se mettre sous la forme d'une somme finie ou infinie

(3) $$u\,(P\,;\,G) = U_0\,(P\,;\,G) + \Sigma\, U_i\,(P\,;\,G)\, f_i\,(G),$$

les U_i étant uniformes et les f_i multiformes par rapport à G.

Les ondes de la forme $U_0\,(P\,;\,G)$ sont holomorphes en G. Les ondes monomes et binomes sont nécessairement de la forme:

(4) $$\begin{aligned} u\,(P\,;\,G) &= U_1\,(P\,;\,G)\, G^r, \\ u\,(P\,;\,G) &= [U_1\,(P\,;\,G) + U_2\,(P\,;\,G)\,\log G]\, G^r, \end{aligned}$$

et ce résultat représente une extension de la théorie de Fuchs aux équations linéaires aux dérivées partielles. Si $r \neq$ entier négatif, on a une onde monome; par contre, si $r =$ entier négatif, l'onde monome n'est pas possible, mais il existe une onde binome.

Dans les cas hyperbolique et ultrahyperbolique, on peut poser des problèmes aux limites. Par exemple, pour $r \neq$ entier négatif, si $\Gamma = 0$ désigne une deuxième

variété régulière caractéristique ou non, le problème admet une solution unique: Déterminer l'onde monome telle que

$$\text{a)}\quad \lim_{G \to 0} \frac{u\,(P\,;\,G)}{G^r} = \text{fini};\quad \text{b)}\quad \lim_{\Gamma \to 0} \frac{u\,(P\,;\,G)}{G^r} = U\,(P\,;\,G) = \text{donné}.$$

L'onde aura la forme (4) avec $U\,(P\,;\,G)$ holomorphe sur $G = 0$ et dans le voisinage de cette variété. — Ces problèmes sont des extensions du problème de Goursat-Beudon-Hadamard, dont la solution est holomorphe.

Dans le cas du conoïde caractéristique, les ondes (4) sont les seules formes possibles des solutions élémentaires et justifient le choix fait par Hadamard pour ces solutions, dont la forme est obligatoire.

Ces résultats étendent aussi la propagation des ondes aux équations ultrahyperboliques.

N. Terzioglu (Istanbul): *Über das Argument der schlichten Funktionen.*

Es wird den unimodular beschränkten Funktionen, welche im Einheitskreis nicht verschwinden, eine Klasse von Einheitsfunktionen zugeordnet und eine obere Abschätzung der Argumente von solchen Funktionen abgeleitet. Durch Kombination einer zweiten Methode wird dann eine ähnliche Abschätzung für Funktionen gewonnen, die im Einheitskreis schlicht sind.

E. Thoma (München): *Über einen Satz aus der Reduktionstheorie in Hilbert-Räumen.*

Es wird ein einfacher Beweis eines Satzes der Reduktionstheorie angegeben (vgl. J. v. Neumann, Ann. of Math. 50/1949, Theorem III). Dazu führen wir den Begriff des direkten Integrals (generalized direct sum bei v. Neumann) in einer für uns bequemen Weise ein. Jedem Element x aus einer Menge X sei ein Hilbert-Raum H_x zugeordnet. Ein Vektorfeld ist eine Funktion f über X mit $f\,(x)$ aus H_x. Über einem Sigma-Körper K mit der größten Menge X sei ein Maß m gegeben. Eine Menge M von Vektorfeldern heißt K-ausgezeichnet, wenn ein Vektorfeld f dann und nur dann zu M gehört, wenn $(f\,(x), g\,(x))$ für alle g aus M K-meßbar ist. Die Menge S aller f aus M mit endlichem $\int (f\,(x), f\,(x))\, dm$ ist ein Hilbert-Raum mit dem Skalarprodukt $\int (f\,(x), g\,(x))\, dm$. S heißt ein direktes Integral der H_x mit dem Maße m. Jedem N aus K wird eine Projektion $E\,(N)$ in S zugeordnet durch $E\,(N)\,f = c_N\, f$ (c_N = charakteristische Funktion von N). Diese Projektionen bilden ein Spektralmaß E über K. E heißt das zum direkten Integral S gehörige Spektralmaß.

In einem Hilbert-Raum H sei nun ein Spektralmaß E über einem Sigma-Körper mit der größten Menge X vorgegeben. Es soll ein direktes Integral S und eine unitäre Abbildung U von S auf H so angegeben werden, daß durch U das zu S gehörige Spektralmaß E' in das gegebene Spektralmaß E übergeführt wird.

Falls H separabel ist, läßt sich diese Aufgabe mit Hilfe des Radon-Nikodymschen Satzes und einfachen Sätzen aus der Theorie der Hilbert-Räume lösen. Auf einfache Weise läßt sich auch die „Eindeutigkeit" der Lösung beweisen.

H. G. Tillmann (Mainz): *Die Fortsetzung analytischer Funktionale.*

Die Topologie des Fantappiéschen Raumes S aller lokalanalytischen Funktionen auf der Riemannschen Zahlenkugel wird ersetzt durch eine neue Topologie, die dem Hausdorffschen Trennungsaxiom genügt und durch eine Metrik erzeugt werden kann. Diese Topologie ermöglicht einen sehr natürlichen Aufbau der Theorie der analytischen Funktionale in weitgehender

Analogie zur Funktionentheorie einer und mehrerer Veränderlichen. Fantappiés „analytische Linien" sind genau die differenzierbaren Funktionen einer komplexen Variablen mit Werten in S. Da sich mit der Topologie auch der Zusammenhangsbegriff ändert, läßt sich nun der Identitätssatz für analytische Funktionale allgemein beweisen, der bei Benutzung der Fantappiéschen Topologie schon für lineare Funktionale nicht mehr gilt. Dadurch wird es möglich, die analytischen Funktionale in ihrem Gesamtverlauf (analog dem Weierstraßschen Funktionsbegriff) zu definieren und zu untersuchen. Die analytischen Gebilde der analytischen Funktionale stehen in enger Analogie zu den Riemannschen Flächen. Ein ziemlich vollständiger Überblick wird gewonnen über die analytischen Gebilde der linearen analytischen Funktionale, deren Struktur auf die von Riemannschen Flächen zurückgeführt werden kann.

Der wesentlichste Teil der Resultate läßt sich mit nur geringen Modifikationen auf analytische Funktionale von Funktionen auf Riemannschen Flächen und von Funktionen mehrerer Variablen übertragen.

C. Uluçay (Ankara): *The exact values of the Bloch-Landau constants* $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{L}$.

For the definition of these constants see e. g. (1). For the definition of a Bloch function see (2).

The determination of $\mathfrak{L}$ and $\mathfrak{B}$ rests upon the following theorems. We recall first an earlier result (3).

Theorem 1. The Bloch functions of the first and second kind are normalized automorphic functions $w = f(z) = z + \ldots$ whose corresponding maps are boundaryless open Riemann surfaces with branch points of finite and infinite order. In the case of a Bloch function of the first kind, branch points of any order would serve to fix the size of a Bloch circle, whereas in the case of a Bloch function of the second kind branch points of infinite order would serve to fix the size of a Landau circle.

In the case of a Bloch function of the second kind we have the more precise

Theorem 2. The Riemann surface R of a Bloch function of the second kind f does not contain any branch point of finite order.

The proof is based on a variation of the branch points of finite order.

Theorem 3. The fundamental region of a Bloch function of the second kind is generated by a modular triangle.

Theorem 4. A Bloch function of the second kind is generated by the conformal map of a modular triangle onto a straight triangle whose repeated reflections in the sides must just fill the whole plane.

Similar results hold for the constant $\mathfrak{B}$. However in this case a Bloch function of the first kind must be replaced by an approximating function obtained by replacing all branch points of infinite order by branch points of finite order, where this order is taken as large as we please. The ultimate result is obtained after a passage to the limit.

We have thus shown that Bloch functions of the second and first kind belong to classes called class $\mathfrak{L}$ and class $\mathfrak{B}$ respectively in (4). There it was found that

$$\mathfrak{L} = .543\ldots, \mathfrak{B} = .4\ldots$$

Bibliography:
(1) L. Ahlfors, An extension of Schwarz's Lemma, Trans. Amer. Math. Soc. 43/1938.
(2) R. M. Robinson, Duke Math. J. 2/1936.
(3) C. Uluçay, Comm. Fac. Sci. Univ. Ankara 6/1954, Fasc. 1.
(4) C. Uluçay, ibid. 7/1955, Fasc. 1.

L. Vietoris (Innsbruck): *Der lim(sin x)/x im Hochschulunterricht.*

Der genannte Grenzwert für $x \to 0$ wird bei der am meisten verwendeten Herleitung der Differentiation der Winkelfunktionen gebraucht. Die Bestimmung mit Hilfe der Ungleichungen $\sin x < x < \operatorname{tg} x$ für $0 < x < \pi/4$ leidet an dem Mangel, daß an dieser Stelle der Unterweisung der Begriff der Bogenlänge einer beliebigen Kurve noch nicht vorliegt. Der Vortragende gibt zur Vermeidung dieser Mißlichkeit einen von diesen Ungleichungen unabhängigen, für jede Winkelmessung gültigen Beweis, daß der Grenzwert existiert und von Null verschieden ist. Wird die Winkeleinheit so gewählt, daß dieser Grenzwert gleich 1 ist, dann hat man das Bogenmaß. Nur die Erklärung dieses Namens muß auf die Integralrechnung verschoben werden. (Ausführliche Darstellung in Elem. d. Math. 12/1957, 8—10).

V. Vučković (Zrenjanin): *Über eine Konstruktion von nichtkonsistenten Limitierungsverfahren mit gleichem Wirkungsfeld.*

Sei $\{p_n\}$ eine positive, eigentlich monotone Nullfolge und bezeichne P die Menge aller reellen Folgen der Form $\{q_n + c/p_n\}$, wobei c eine reelle Konstante und $\{q_n\}$ eine konvergente Folge bedeutet, die der Bedingung $q_n - q_{n-1} = o(1 - p_n/p_{n-1})$ genügt. Im Anschluß an Mazur-Orlicz (Studia Math. 14/1954) läßt sich zeigen: Eine reelle Folge $\{u_n\}$ gehört dann und nur dann zu P, wenn die Folgen

$$U_n = \frac{p_n u_n - p_{n-1} u_{n-1}}{p_n - p_{n-1}} \text{ oder } V_n = U_n + p_n u_n$$

konvergieren. Faßt man diese Formeln als Vorschriften für zwei Limitierungsverfahren mit dem Wirkungsfeld P auf, so sind dieselben nicht konsistent für jene Folgen $\{u_n\}$ aus P, für welche $c \neq 0$. — Einige Folgerungen und Anwendungsmöglichkeiten werden angeschlossen.

J. D. Weston (Newcastle upon Tyne): *Integration of vector-valued functions.*

Consider a continuous function which is defined on a locally compact space and takes its values in a topological vector space. Assuming that the function has compact support, we wish to define its integral with respect to a Radon measure. If the vector space is the adjoint space of a Banach space, this can be done in a very simple way (generalizing the procedure in the finite-dimensional case, where each co-ordinate is integrated separately, giving the co-ordinates of the integral); and the function needs to be continuous only with respect to the weak topology.

The integral has been defined by Bourbaki for the more general case of a topological vector space in which the closed convex hull of every compact set is compact. But, by restricting attention to the subspace generated by the range of the function (or by the union of the ranges, when several functions are involved), one can reduce this general case to that in which the function takes its values in the adjoint space of a Banach space and is continuous with respect to the weak topology. Thus the simple definition of the integral is always available.

O. Zaubek (Wien): *Über ein Stetigkeits- und ein Reduktionskriterium.*

Ausgehend von der Tatsache, daß, wenn die Funktion f/A, deren Erklärungsbereich A eine topologische Punktmenge ist, im Punkte a von A stetig ist, für jede a enthaltende Teilmenge T von A die auf T eingeschränkte Teilfunktion f/T

in a stetig ist, wird die Frage nach hinreichenden Bedingungen für ein System $\mathfrak{T}_a$ von a enthaltenden Teilmengen T_a von A aufgeworfen, damit geschlossen werden kann, daß, wenn jede Teilfunktion f/T_a mit T_a aus $\mathfrak{T}_a$ in a stetig ist, auch die ursprüngliche Funktion f/A in a stetig ist. Diese Frage wird nun für den Fall, daß A eine Punktmenge eines euklidischen Raumes ist, näher behandelt und als Ergebnis das folgende Stetigkeitskriterium erhalten: Damit die auf der Punktmenge A eines n-dimensionalen euklidischen Raumes R_n erklärte reelle Punktfunktion f/A im Häufungspunkte h von A halbstetig nach oben (unten) bzw. stetig ist, ist notwendig und hinreichend, daß für jede abgeschlossene, gegen h konvergierende und stetig differenzierbare Teilmenge B von A die Teilfunktion f/B in h nach oben (unten) halbstetig bzw. in h stetig ist. Dabei heiße B eine stetig differenzierbare Menge des R_n, wenn B Teilmenge einer stetig differenzierbaren Kurve des R_n ist. — In diesem Kriterium kann B im allgemeinen nicht durch eine zweimal differenzierbare Menge ersetzt werden.

Man kann nun für allgemeinere Eigenschaften von Funktionen, Funktionenfolgen, Punktmengen und ganz allgemein von gewissen Aussagen eine der Ausgangsfrage analoge Frage aufwerfen und behandeln. Hierzu erweist sich eine Klassifikation von gewissen Eigenschaften mit Hilfe von Mengen als zweckmäßig und man kann auf diese Weise bei entsprechender Verallgemeinerung ein bereits sehr allgemeines Reduktionskriterium erhalten.

J. Zbornik (Chur): *Ein neues Verfahren zur Uniformierung linearer Differentialgleichungen.*

Es wird ausgeführt, wie durch Verwendung neuer Operatoren eine weitgehende Uniformierung von linearen Differentialgleichungen beliebiger Ordnung m, denen im Fall $m = 2$ z. B. die Besselsche, die Legendresche und die (konfluente) hypergeometrische Differentialgleichung usw. angehören, erzielt werden kann; ferner, daß die uniformierte Differentialgleichung in ihrer allgemeinsten Form explizit lösbar ist, und daß auch für die Herleitung ihrer Rekursionsformeln und asymptotischen Entwicklungen ein allgemeiner und einheitlicher Lösungsgang existiert.

K. Zeller (Tübingen): *Über das Abelverfahren.*

Durch funktionalanalytische Methoden wird gezeigt: Das Abelverfahren A besitzt nur triviale Konvergenzfaktoren; es ist keinem gewöhnlichen Matrixverfahren äquivalent; kein permanentes zeilenfinites Matrixverfahren ist stärker als A. Im letzten Satz kann „zeilenfinit“ noch wesentlich abgeschwächt werden. Diese Aussagen geben neuen Aufschluß über die Unterschiede zwischen stetigen und unstetigen sowie feinen und groben Limitierungsverfahren.

SEKTION III: GEOMETRIE UND TOPOLOGIE

G. Ancochea (Madrid): *Sur la représentation des éléments différentiels.*

Les éléments curvilignes E_1 du S_2 peuvent se représenter au moyen d'une section plane de la variété de Segre produit de deux S_2. Pour les éléments E_2 du S_2, Study et Engel ont donné des coordonnées qui permettent la représentation par des variétés algébriques. Celles-ci ont été considérées d'une manière complète par Gherardelli qui a donné un modèle minimal, dans le sens de Severi. L'étude de la représentation d'éléments curvilignes plus généraux, ordinaires et singuliers, ainsi que celle des éléments superficiels à n dimensions a été développée récemment par Bompiani dans plusieurs mémoires et dans un cours à l'université de Rome. On doit signaler aussi des travaux de Longo et de Semple. Nous reprenons la question d'un point de vue général, et différent des précédents, et nous donnons des représentations qui comprennent comme des cas particuliers toutes celles données jusqu'à présent.

Voici notre méthode: Les éléments différentiels de chaque type dans un S_n constituent un espace homogène par rapport au groupe projectif $SL(n)$. Ces éléments sont donc en correspondance biunivoque sans exception avec les classes à gauche du groupe $SL(n)$ par rapport au sousgroupe de $SL(n)$ qui laisse invariant un élément différentiel fixe (arbitraire). Ces classes forment l'espace facteur de $SL(n)$ par rapport au sousgroupe en question. Nous prenons dans chaque classe une transformation particulière; les coordonnées dans $SL(n)$ de cette transformation donnent d'une façon immédiate les coordonnées de l'élément différentiel correspondant à la classe considérée. On obtient ainsi des variétés algébriques desquelles il faut exclure des frontières qui correspondent à des éléments dégénérés pour le type différentiel en question. On peut obtenir que les variétés algébriques représentatives soient sans singularités et telles que les transformations projectives du S_n se reflètent en des transformations projectives du S_N contenant la variété. Si on impose a priori cette dernière condition, le problème correspond à celui des représentations du groupe $SL(n)$ et la théorie de ces représentations due à Cartan, Frobenius, Schur et Weyl prouve que les seules représentations possibles pour les éléments différentiels sont celles qui résultent de notre méthode.

J. André (Würzburg): *Affine Ebenen mit genügend vielen Translationen.*

Eine „T-Ebene“ ist eine affine Ebene, die (nichtidentische) Translationen in jeder Richtung gestattet. Hierzu gehören insbesondere die Translationsebenen, das sind Ebenen mit transitiver Translationsgruppe (vgl. J. André, Math. Z. 60/1954, 156—186). Durch ein Gegenbeispiel (welches aus der rationalen Ebene durch geeignetes „Knicken“ von Geraden entsteht, ähnlich wie es F. R. Moulton, Trans. Amer. Math. Soc. 3/1902, 192—195, und H. Naumann, Math. Z. 60/1954, 120—144, durchgeführt haben) wird belegt, daß es eine T-Ebene gibt, die keine Translationsebene ist. Für endliche Ebenen ist die entsprechende Frage noch offen; es gelingt jedoch, die Möglichkeiten hierfür einzuschränken. Einige davon werden angegeben. Insbesondere kann man zeigen, daß eine endliche T-Ebene durch die von den Translationen und Streckungen erzeugte Kollineationsgruppe niemals in genau zwei Transitivitätsgebiete zerfallen kann.

M. Barner (Freiburg i. B.): *Konforme Abbildung von Kreisflächen.*

Eine Fläche, die eine einparametrige Schar Kreise trägt, heißt Kreisfläche (zyklische Fläche). Gibt es Paare von Kreisflächen, die so konform aufeinander bezogen sind, daß die erzeugenden Kreise auf beiden Flächen sich (doppelverhältnistreu) entsprechen? Darboux bereits hat gezeigt, daß es zu einer Kreisfläche eine von einer Funktion abhängige Gesamtheit solcher Kreisflächen gibt und daß diese Kreisflächen sogar stetig aus der Ausgangsfläche hervorgehen. Es ist geometrisch gerechtfertigt zu sagen, diese Flächen seien konformverbiegbar aufeinander.

Läßt eine Kreisfläche außer diesen trivialen konformen Abbildungen, den Konformverbiegungen, noch weitere konforme Abbildungen unter doppelverhältnistreuer Erhaltung der erzeugenden Kreise zu? Die Möbius-geometrische Behandlung unter Benutzung kinematischer Überlegungen liefert die Antwort:

Bezüglich konformer Abbildung ordnen sich die Kreisflächen zu Paaren von Klassen. Flächen derselben Klasse entsprechen sich in einer Konformverbiegung, Flächen verschiedener Klassen sind konform und kreistreu aufeinander abgebildet, entsprechen sich aber sicher nicht in einer Konformverbiegung. Sind beispielsweise benachbarte Kreise der Flächen der einen Klasse verkettet, so ist das für die Flächen der anderen Klasse sicher nicht der Fall — und umgekehrt.

Die genannte Aussage ergibt sich aus dem elementargeometrischen Satz, daß in einem Büschel von Kurven zweiter Klasse, in dem neben einem reellen nichtentarteten Kegelschnitt ein konjugiert komplexes Punktepaar ausgezeichnet ist, genau ein weiteres konjugiert komplexes Punktepaar existiert. Und weiter aus: Genau eine der beiden (reellen) Verbindungsgeraden der Punkte der Punktepaare trifft den nichtentarteten Kegelschnitt reell. — Die genannte Figur ist geometrisch in mehrfacher Weise lokal mit einer Kreisfläche verknüpft.

Ein Sonderfall des ausgesprochenen Satzes wurde mit Methoden, die auf den Spezialfall zugeschnitten sind, vor kurzem von H. Lenz bewiesen: Zu der Klasse der in die Ebene konformverbiegbaren Kreisflächen (das sind die Kanalflächen) gehören als zweite Klasse Flächen, die längs eines erzeugenden Kreises von einer Dupinschen Zyklide (nicht aber von einem Kreis) berührt werden.

Die gemachte Aussage trifft nicht zu für die Kreisflächen, deren Kreise eine Kurve berühren.

W. Barthel (Saarbrücken): *Die beiden isoperimetrischen Probleme der Minkowski-Geometrie.*

Ein Minkowski-Raum sei definiert als affiner Raum, in dem ein konvexer Körper und einer seiner Innenpunkte als Eichfigur (Indikatrix) ausgezeichnet ist. Äquivalent dazu ist die Vorgabe einer Distanzfunktion $L(X)$ über dem zugehörigen Vektorraum E. Das Busemannsche Maß erlaubt nun, aus dieser Distanzfunktion ein algebraisches Volumen, d. h. eine linear-homogene Funktion $V(X_1 \wedge \ldots \wedge X_n)$ über $\Lambda^n E$, herzuleiten und daraus ein $(n-1)$-dimensionales Oberflächenmaß zu gewinnen, das eine innere Eigenschaft einer Hyperfläche darstellt und durch eine konvexe Funktion $F(X_1 \wedge \ldots \wedge X_{n-1})$ über $\Lambda^{n-1} E$ charakterisiert werden kann. Für das Folgende ist jedoch dieser spezielle Zusammenhang der drei genannten Funktionen nicht notwendig, sie können unabhängig voneinander vorgegeben sein.

Das isoperimetrische Problem bezüglich der Oberflächenfunktion F wurde von Busemann untersucht. Stellt man mittels V eine Identifizierung $\Lambda^{n-1} E \longleftrightarrow E^*$ her, so wird dadurch im Dualraum E^* eine Stützfunktion $F^*(u) = F(X_1 \wedge \ldots \wedge X_{n-1})$ induziert. Die Lösungshyperflächen des ersten isoperimetrischen Problems sind dann homothetisch zu dem durch die Stützfunktion $F^*(u)$ definierten konvexen Körper (Busemannsche Isoperimetrix).

Mit Hilfe der Volumenfunktion V läßt sich aus der Längenfunktion L ein duales Oberflächenmaß herleiten: Legt man nämlich parallel zu $X_1 \wedge \ldots \wedge X_{n-1}$ eine Stützhyperebene an die Indikatrix, und ist Y der Vektor vom Ursprung zu einem Berührungspunkt, so werde die Dualoberfläche von $X_1 \wedge \ldots \wedge X_{n-1}$ durch $V(X_1 \wedge \ldots \wedge X_{n-1} \wedge Y)$ definiert. Als Lösungshyperflächen des zur Dualoberfläche gehörigen isoperimetrischen Problems ergeben sich nun gerade die Homothetischen zur Indikatrix.

Benutzt man nur konvexe Vergleichskörper, so werden beide Isoperimetrieprobleme durch Untersuchungen Minkowskis gelöst, indem man die Isoperimetrix bzw. die Indikatrix als Eichfigur wählt. Im allgemeineren Fall gilt es einerseits die isoperimetrische Ungleichung für die entsprechende Minkowski-Oberfläche des Vergleichskörpers zu beweisen und andrerseits für eine möglichst allgemeine Hyperflächenklasse diese Minkowski-Oberfläche durch die Oberfläche F bzw. die Dualoberfläche zu majorisieren.

Setzt man statt der Konvexität nur die Stetigkeit von L und F voraus, geht man also etwa von einem Sternbereich als Indikatrix aus, so wird das erste isoperimetrische Problem wiederum durch die Homothetischen einer konvexen Isoperimetrix, das zweite durch die Homothetischen der konvexen Hülle der Indikatrix gelöst.

F. W. Bauer (Frankfurt/Main): *Fortsetzungen von Homologietheorien.*

Es seien A_1 und A zwei Kategorien von topologischen Räumen ($A_1 \subset A$) und Q eine Homologietheorie. Sei S ein Satz über die Kategorie A_1 und die Homologietheorie Q. Wir beschäftigen uns mit Methoden, wie man diesen Satz auf A erweitern kann, unter eventueller Abänderung von Q zu einer Homologietheorie P. Es wird dabei P eine Fortsetzung von Q auf die Kategorie A genannt. Genauer geben wir ein hinreichendes Kriterium an, ob S für A schon für Q selber richtig ist. Die Methode wird an dem Beispiel des Alexandrowschen Hindernissatzes der Dimensionstheorie (auch Rechtfertigungssatz) erläutert, wo für Kompakten, die im R^n eingelagert sind, der Satz für die Vietorissche Homologietheorie richtig ist (1), während für beliebige Teilmengen des R^n die Sitnikowsche Homologietheorie das Gewünschte tut (2). Wir erklären den Begriff „ein Zyklus z^p ist auf einem beliebigen X aus A definiert" und einen natürlichen Δ-Operator, der aussagt, daß, wenn z^p auf beliebigem X aus A_1 definiert ist, automatisch eine bestimmte Menge von $z_1{}^p$ mit definiert ist. Im Zusammenhang damit wird der Begriff der Δ-Abhängigkeit eingeführt. Die Gesamtheit aller Zyklen, die in der Sitnikowschen Homologietheorie für beliebiges X aus A und die, die in der gleichen Homologietheorie für beliebiges X aus A_1 definiert sind, unterscheiden sich nur dadurch, daß erstere alle Δ-unabhängig sind, woraus man sofort den allgemeinen Sitnikowschen Satz folgern kann.

Bibliographie:
(1) P. S. Alexandrow, Über die Dimension abgeschlossener Mengen. Usp. mat. nauk 6/1950.
(2) K. A. Sitnikow, Kombinatorische Topologie nichtabgeschlossener Mengen II. Mat. Sbornik 3/1955.

W. Benz (Mainz): *Axiomatischer Aufbau der Kreisgeometrie auf Grund von Doppelverhältnissen.*

Bei der Voranstellung des Inzidenzbegriffes im axiomatischen Aufbau der Kreisgeometrie kennt man die grundlegende Bedeutung der Konfiguration des Satzes von Miquel und der des Büschelsatzes (vgl. van der Waerden, Smid, Math. Ann. 110). Die letztere besagt (wenn man die Figur dreier Kreise, die sich zu je zweien in verschiedenen Punkten schneiden, Dreikreisfigur, das Paar der Schnittpunkte zweier Kreise Schnittpaar nennt): Haben zwei Dreikreisfiguren zwei Schnittpaare gemeinsam, so liegen die übrigen Schnittpaare auf einem Kreis (vgl. Ewald, Axiomatik der Kreisgeometrie, demnächst in den Math. Ann.).

Van der Waerden, Smid (a. a. O.) wiesen nun nach, daß einfachste Inzidenzaxiome, ferner die Gültigkeit des Berührsatzes und die des vollen Miquelschen Satzes zu einem Körper K führen dergestalt, daß die Kreise, die nicht durch den vorgegebenen „unendlich fernen" Punkt W gehen, in der projektiven Ebene über K durch quadratische Formen mit festem quadratischem Anfangsstück dargestellt werden. Dabei besagt der Berührsatz: Liegt der Punkt P auf dem Kreis a, der Punkt Q nicht, so gibt es durch P, Q genau einen Kreis, der a in P berührt.

Ewald (a. a. O.) zeigte, daß einfachste Inzidenzaxiome, der Berührsatz, ferner Orthogonalitätsaxiome und ein Spezialfall des Büschelsatzes zu einem Schiefkörper K führen — von dem allerdings noch offen steht, ob er notwendig kommutativ ist — dergestalt, daß sich die Kreise als ebene Schnitte einer Fläche, die durch eine semiquadratische Form gegeben ist, darstellen.

Es werden nun Eigenschaften von abstrakt über einer Punktmenge $\mathfrak{P}$ vorgegebenen „Doppelverhältnissen" angegeben, die eine Kreisgeometrie gestatten. Berührsatz, Büschelsatz bekommen bei diesen Betrachtungen eine besondere Bedeutung: Es gibt nämlich (sonst reichhaltige) Geometrien über Kreisquaternaren, in denen der Berührsatz nicht gilt, ferner solche, in denen der Büschelsatz nicht erfüllt ist. (Der Satz von Miquel gilt immer, wie man dies einer Arbeit von Peczar, Mh. Math. 54/1950, entnimmt.) Die entsprechenden Kennzeichnungen lassen sich angeben.

Betreffend Orthogonalität in Kreisgeometrien läßt sich beweisen, daß gewisse Möbius-Ebenen höchstens einen symmetrischen Orthogonalitätsbegriff zwischen Kreisen gestatten mit:

(1) Ist a zu b orthogonal, so schneiden sich a, b in genau zwei verschiedenen Punkten.

(2) Liegt P auf a, ist $Q \neq P$, so gibt es durch P, Q genau einen zu a orthogonalen Kreis.

Zu diesen Möbius-Ebenen gehören die von Ewald untersuchten Geometrien, ferner die von van der Waerden, Smid begründeten Geometrien bei einer von zwei verschiedenen Charakteristik des Grundkörpers K. In den genannten Fällen existiert aber auch ein symmetrischer Orthogonalitätsbegriff mit den Eigenschaften (1) und (2).

R. Bereis (Wien): *Die automorphen involutorischen Korrelationen koaxialer projektiver Schraubungen.*

Unter einer „projektiven Schraubung" versteht man eine eingliedrige kontinuierliche Kollineationsgruppe des projektiven Raumes, die jede Fläche zweiten Grades eines Büschels durch ein im allgemeinen windschiefes Erzeugendenvierseit festläßt. Faßt man eine dieser invarianten Quadriken als Maßfläche einer Cayley-Kleinschen Maßbestimmung auf, so liegt eine eingliedrige kontinuierliche Gruppe kongruenter Transformationen, eine „nichteuklidische Schraubung" vor. Bei Vorgabe des invarianten Vierseits sind ∞^1-Schraubungen festgelegt, die sich durch den Wert des Schraubparameters unterscheiden; solche Schraubungen werden koaxial genannt. Es wird gezeigt, daß neun Typen involutorischer Korrelationen existieren, die die Gesamtheit der Schraublinien koaxialer Schraubungen und die Gesamtheit ihrer Schraubtorsen vertauschen.

Die Zusammensetzung dieser Korrelationen mit dem kubischen Nullsystem, das jeder Schraublinie ihre Torse zuweist, liefert kubische Punkt- bzw. Ebenenverwandtschaften, die die Gesamtheit der koaxialen Schraubungen in sich überführen.

Durch geeignete Grenzübergänge erhält man Aussagen über Schraubungen in Räumen mit (einfach) ausgearteter Metrik. Diese Verhältnisse lassen sich insbesondere im euklidischen Fall in konstruktiver Methode durchsichtig verfolgen und auswerten.

St. Bilinski (Zagreb): *Über eine gewisse Kurvenzuordnung in der hyperbolischen Ebene.*

Ein Bogen der Kurve E in der hyperbolischen Ebene soll ein Bogen erster bzw. zweiter Art heißen, je nachdem auf ihm die Krümmung die Bedingung $|K| \geqq 1$ bzw. $|K| < 1$ befriedigt. Für einen Bogen zweiter Art gibt es keine reellen Krümmungsmittelpunkte, also auch keine Evolute. Doch können wir in diesem Falle eine andere Kurvenzuordnung definieren, und zwar folgendermaßen: Jedem Punkte T eines Bogens zweiter Art der Kurve E ordnen wir den entsprechenden Normalenfußpunkt M auf der Basis der Schmiegungsäquidistante zu. Der geometrische Ort dieser Punkte M ist eine Kurve B. Da die Beziehung zwischen den Kurven E und B eine gewisse Verallgemeinerung der Beziehung zwischen der Äquidistante und ihrer Basis darstellt, so sollen B und E die „Basoide" und die „Äquidistantoide" heißen. Für eine Kurve, die durch ihre natürliche Gleichung gegeben ist, wird die natürliche Gleichung ihrer Basoide bestimmt, und auch das umgekehrte Problem wird gelöst. Weiter werden einige Sätze über diese Kurvenzuordnung bewiesen und zuletzt einige Spezialfälle betrachtet.

L. Biran (Istanbul): *Sur quelques formules relatives aux congruences de droites.*

1. Considérons une congruence de droites et prenons pour surfaces coordonnées les surfaces principales; en introduisant les paramètres duaux on obtient des formules semblables à celles de Frenet.

2. Soit une surface dont les lignes de coordonnées sont orthogonales. J. Liouville a donné l'expression de la courbure géodésique d'une courbe de la surface coupant l'une des lignes de coordonnées sous un angle φ, en fonction des courbures géodésiques des lignes de coordonnées et de l'angle φ. — On trouve une formule semblable à celle de Liouville exprimant la courbure dualistique sphérique d'une surface réglée Σ d'une congruence C, en fonction des courbures dualistiques sphériques des deux surfaces principales et de l'angle dualistique que forment la normale centrale de Σ avec la normale centrale de l'une des surfaces réglées principales.

3. Liouville a exprimé la courbure totale de Gauss en un point d'une surface rapportée aux lignes de coordonnées orthogonales (u) et (v), en fonction des dérivées par rapport à u et v des courbures géodésiques de (u) et de (v). On trouve de même une formule analogue à celle-ci pour une congruence de droites en remarquant que la courbure totale de la sphère dualistique est égale à 1.

4. Une surface réglée Σ d'une congruence de droites rapportée aux surfaces de coordonnées (u) et (v) peut être définie par une relation $(u; v)$. On exprime la courbure dualistique sphérique de Σ en fonction des dérivées de $(u; v)$ par rapport à u et v.

D. Blanuša (Zagreb): *Die Einbettung des unendlich breiten Möbiusschen Bandes mit hyperbolischer Metrik in euklidischen Räumen.*

Wir wollen voraussetzen, es seien folgende Einbettungen bekannt: eine C^r-isometrische ($1 \leqq r \leqq \infty$) Einbettung der hyperbolischen Ebene in einem R_n (n-dimensionalen euklidischen Raum) sowie eine C^s-isometrische ($1 \leqq s \leqq \infty$) Einbettung des unendlich breiten Möbiusschen Bandes (nichtorientierbaren Zylinders) mit euklidischer Metrik in einem R_m. Es wird nun gezeigt, daß aus diesen zwei Einbettungen eine C^t-isometrische Einbettung des unendlich breiten Möbius-Bandes mit hyperbolischer Metrik in einem R_{n+m} aufgebaut werden kann, wobei $t = \min(r, s)$.

Nach früheren Resultaten des Verfassers (Monatsh. Math. 59/1955; Bull. Int. Acad. Youg. 12/1954) lassen sich folgende Einbettungen explizit angeben: eine C^∞-isometrische (nicht überall analytische) Einbettung der hyperbolischen Ebene im R_6 sowie eine analytische isometrische Einbettung des unendlich breiten Möbius-Bandes mit euklidischer Metrik im R_4. Es läßt sich daher eine C^∞-isometrische Einbettung des unendlich breiten Möbius-Bandes mit hyperbolischer Metrik im R_{10} herstellen.

Bezeichnet man mit $-k$ die Gaußsche Krümmung der Fläche und mit L die Länge des Bandes mit hyperbolischer Metrik, d. h. die Länge der einzigen geschlossenen geodätischen Linie, und unterwirft man diese Länge der einschränkenden Bedingung, daß kL/π eine ungerade ganze Zahl sein soll, so läßt sich die genannte Einbettung bereits im R_8 herstellen.

V. van Bouchout (Leuven): *Über die Verbiegung der Brennfläche einer Strahlenkongruenz.*

Wenn eine Strahlenkongruenz K_1 nicht eine Normalenkongruenz ist und aus den Tangenten einer Kurvenschar S_1 der Brennfläche B besteht, dann gibt es auf B eine zweite Schar S_2, gebildet von den Kehllinien nichtabwickelbarer Regelflächen der Kongruenz. Bei Verbiegung der Brennfläche bleibt diese Eigenschaft der S_2 erhalten. Die Kurven S_2 können ihrerseits geodätische Linien von B sein und eine Normalenkongruenz bilden, aber nur dann, wenn der Winkel der beiden Scharen entlang einer Kurve S_2 konstant ist. Ist das nicht der Fall, können umgekehrt die Kurven S_1 die entsprechende Kehllinienschar für die Kongruenz K_2 der Tangenten von S_2 bilden. $S_1 S_2$ ist dann ein Tschebyscheff-Netz, und es können Größen gefunden werden, die für beide Kongruenzen gleichen Wert haben.

H. Brauner (Wien): *Untersuchung eines speziellen quadratischen Strahlkomplexes mit Hilfe der Netzprojektion.*

Die durch die Strahlen eines rechtsgewundenen Drehnetzes vermittelte Abbildung des projektiven Punktraumes auf die Mittelebene des Netzes ordnet jeder Raumgeraden als „Netzbild" einen Kreis zu. Umgekehrt ist jeder Kreis der Bildebene Netzbild von ∞^1 Raumgeraden, die eine Strahlschar 2. Grades bilden und durch eine kontinuierliche Gruppe Clifford scher Schiebungen ineinander übergehen. Versieht man das Netzbild der Geraden mit ihrem Spurpunkt („befestigter Kreis"), so wird die Abbildung eineindeutig.

Wir untersuchen den Komplex jener Strahlen, die kongruente Netzbilder besitzen. Dieser Komplex erweist sich als spezieller tetraedraler Komplex mit der Segre-Charakteristik (211) (11), dessen Transformationstheorie K. Strubecker untersucht hat. Unter Auswertung seiner netzprojektiven Abbildung werden seine Komplexkegel, Komplexkegelschnitte und Komplexflächen behandelt sowie seine ausgezeichneten Komplexkurven, insbesondere seine Ordnungskubiken. Schließlich werden solche Teilmannigfaltigkeiten dieses Komplexes betrachtet, die sich auf bemerkenswerte Kreismannigfaltigkeiten abbilden.

Dieser Strahlkomplex ist ein zirkularer quadratischer Komplex, d. h. seine Komplexkegel werden von der Bildebene nach Kreisen geschnitten. Der Zusammenhang dieses Strahlkomplexes mit der Netzprojektion würde eine durchsichtige Behandlung der durch den Komplex vermittelten Abbildung der Punkte des Raumes auf die Kreise der Bildebene ermöglichen.

H. J. Bremermann (Princeton): *Charakterisierung der relativ Rungeschen Gebiete.*

Eine Steinsche komplexe Mannigfaltigkeit D heiße „relativ Rungesch" in bezug auf die umfassende Steinsche Mannigfaltigkeit D^*, wenn in jedem $D_0 \Subset D$ die in D holomorphen Funktionen durch in D^* holomorphe Funktionen approximierbar sind. (Nach J. P. Serre heißt D „Rungesch", wenn D^* der Raum von n komplexen Veränderlichen C^n ist, d. h. wenn die holomorphen Funktionen von D durch Polynome approximiert werden können.)

Nach K. Oka ist D relativ Rungesch in bezug auf D^* genau dann, wenn D holomorph konvex in bezug auf D^* ist. H. Behnke hat gezeigt, daß das genau dann der Fall ist, wenn D „regulär" auf D^* ausdehnbar ist. K. Stein gibt auf diesem Kongreß eine Bedingung für die n-ten Bettischen Gruppen von D^* und D an.

Es gelingt nun, die Gesamtheit der Teilgebiete D einer gegebenen Steinschen Mannigfaltigkeit D^*, die relativ Rungesch in bezug auf D^* sind, mit Hilfe der plurisubharmonischen Funktionen einfach zu charakterisieren.

Theorem: a) Es sei D^* eine Steinsche Mannigfaltigkeit. Es sei $V(P)$ in D^* plurisubharmonisch. Dann ist jede Komponente der Punktmenge $\{P \mid P \in D^*, V(P) < 0\}$ ein Rungesches Gebiet relativ zu D^*. — b) Falls D Rungesch ist relativ zur Steinschen Mannigfaltigkeit D^*, so ist D der Limes einer aufsteigenden Folge von Gebieten D_r der Gestalt $D_r = \{P \mid P \in D^*, V_r(P) < 0\}$, wo $V_r(P)$ in D^* plurisubharmonisch ist.

Der zweite Teil des Theorems folgt unmittelbar daraus, daß D holomorph konvex ist in bezug auf D^*. Der erste Teil wird mit Hilfe des Satzes von K. Oka bewiesen, wonach jedes pseudokonvexe Gebiet ein Holomorphiegebiet ist. Dieser Satz, der bisher nur für lokal schlichte Gebiete über dem C^n bewiesen war, wird auf Steinsche Mannigfaltigkeiten übertragen.

E. M. Bruins (Amsterdam/Bagdad): *Orthogonale Transversalen über den Gegenkantenpaaren eines Tetraeders in der nichteuklidischen Geometrie.*

Sind a, b, c, d die Ecken eines Tetraeders, dann schreibt sich die Gleichung der aus dem Punkte x an die Kanten $a\,b$ und $c\,d$ legbaren Transversale in Komplexsymbolen s^2:

$$(sxab)\,(sxcd) = 0. \tag{1}$$

Zwei Gerade p^2 und q^2 sind orthogonal bezüglich einer Maßfläche 2. Ordnung $(A'x)^2$, wenn die Beziehung

$$(ABp^2)\,(ABq^2) = 0 \tag{2}$$

gilt. Für die Orthogonalität der drei aus x an die Gegenkantenpaare des Tetraeders gehenden Transversalen erhält man so drei Bedingungen von der Art

$$(Axab)\,(Axac)\,(Bxcd)\,(Bxbd) - (Axab)\,(Axbd)\,(Bxac)\,(Bxcd) = 0. \tag{3}$$

Dies zeigt, daß im nichteuklidischen Raum die Punkte, aus denen drei gegenseitig orthogonale Transversalen an die drei Gegenkantenpaare eines Tetraeders gehen, im Schnitt von drei Flächen 4. Ordnung gefunden werden können, die zu zweien in einem Paar von Gegenkanten rakkordieren und konische Punkte in den Ecken des Tetraeders haben.

Durch identische Umformung lassen sich die Gleichungen in die Form

$$A\,Q_{23} + (V_a T_a + V_c T_c)\,(V_c T_c - V_d T_d) = 0$$

bringen, wobei sich zeigt, daß — modulo A — die Gleichungen zu

$$I \equiv Q_1 Q_2 = 0,\quad II \equiv Q_2 Q_3 = 0,\quad III \equiv Q_3 Q_1 = 0$$

werden. Hieraus folgt, daß sich je zwei der Flächen in einer Kurve 16. Ordnung schneiden, welche in zwei doppelt zählende Kanten, eine Kurve 4. Ordnung und eine Restkurve 8. Ordnung zerfällt. Schneidet man diese Restkurve mit der dritten Fläche, so ergeben sich 32 Punkte, von denen je vier in die Ecken des Tetraeders fallen und acht Schnittpunkte von $A, Q_1, Q_2\,(Q_3)$ sind. Damit ergeben sich — genau wie im euklidischen Falle — acht Punkte, aus welchen ein orthogonales Dreibein über die drei Gegenkantenpaare eines Tetraeders gelegt werden kann. (Näheres: Bull. College of Arts and Sciences. Baghdad 1/1956, 18.)

W. Burau (Hamburg): *Über lineare Komplexe von Räumen höchster Dimension einer Quadrik.*

Bekanntlich kann man die linearen Räume höchster Dimension k einer der beiden Scharen auf einer nicht entarteten Quadrik Q_{2k} des S_{2k+1} auf die Punkte einer Mannigfaltigkeit M_m von $m = \binom{k+1}{2}$ Dimensionen, die einen Raum von $2^k - 1$ Dimensionen aufspannt, abbilden. Diese M_m sind Minimalmodelle im Sinne von Severi für die Gesamtheit aller S_k^I der Q_{2k}, und ihre Geometrie gibt zu weiteren Begriffen und Fragestellungen der S_k^I-Geometrie Veranlassung. Es ergibt sich dabei zunächst in natürlicher Weise der Begriff des linearen S_k^I-Komplexes als Bildgesamtheit der Punkte eines hyperebenen Schnittes der M_m. Bis zum Falle $k = 5$ läßt sich die projektive Klassifikation dieser S_k^I-Komplexe mit rein geometrischen Mitteln verhältnismäßig einfach durchführen, wie in dem Vortrag angedeutet werden soll.

M. Decuyper (Lille): *Sur quelques couples de surfaces ayant mêmes premiers axes relativement au réseau conjugué commun.*

Un couple de surfaces ayant même congruence des premiers axes relativement au réseau conjugué commun dépend de dix fonctions arbitraires d'un argument. Nous nous proposons de donner quelques solutions particulières. Nous montrons d'abord qu'en partant d'un réseau conjugué formé de courbes planes on peut, dans des cas qui seront précisés, obtenir un tel couple pour lequel les réseaux associés se coupent directement. Nous étudions ensuite le cas où les réseaux associés se coupent inversement et enfin où l'un des deux réseaux du couple est un réseau de Slotnick.

R. Deheuvels (Lille): *Sur la répartition des points critiques d'une fonctionnelle.*

La distribution des points critiques d'une fonction numérique f sur un espace topologique X dépend de la forme de cet espace. Les points critiques de f sont les points du support du faisceau critique. X étant supposé paracompact, on obtient la relation suivante: il existe une suite spectrale dont le premier terme E_2 est l'algèbre de cohomologie d'Alexander-Čech d'un voisinage arbitrairement petit de l'ensemble critique à valeurs dans le faisceau critique (ce qui donne les ordres de multiplicité des points) et dont la limite E_∞ est l'algèbre graduée associée à l'algèbre critique.

P. Dolbeault (Bordeaux): *Sur les formes différentielles méromorphes.*

Soient V une variété analytique complexe, de dimension complexe m et S un ensemble analytique principal de V sans singularité. Désignons par $M^p{}_S$ (resp. $m^p{}_S$) le faisceau des germes de p-formes différentielles méromorphes (resp. méromorphes fermées) admettant S comme ensemble polaire à la multiplicité un au plus. On se propose de déterminer, en fonction des dimensions des espaces vectoriels de cohomologie des formes différentielles C^∞ sur V et sur S, la dimension du q-ième espace de cohomologie de V à coefficients dans $M^p{}_S$, $m^p{}_S$ et $dM^p{}_S$. Le calcul peut être effectué complètement dans le cas où V est kählerienne compacte et où l'espace fibré (S) sur V défini par S est suffisamment ample au sens de K. Kodaira et D. C. Spencer (Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 39/1953, 1273—1278). On obtient, en outre, les dimensions des espaces de cohomologie à coefficients dans les faisceaux de germes de résidue de $M^p{}_S$, $m^p{}_S$ et $dM^p{}_S$ et, pour $q > 0$, dans le faisceau $Q^p((S)_S)$ des germes de p-formes holomorphes sur S à coefficients dans la restriction de (S) à S. Pour $p + q \neq m - 1$ (resp. $p + q \neq m$), lorsqu'il s'agit des faisceaux $M^p{}_S$, $dM^p{}_S$ et $Q^p((S)_S)$ (resp. $m^p{}_S$), les dimensions obtenues ne dépendent pas de l'ensemble S choisi.

Une partie de ces résultats doit paraître aux «Trans. Amer. Math. Soc.».

S. Dolbeault-Lemoine (Malakoff/Seine): *Sur la réductibilité des variétés plongées.*

V_{n-1} est une variété de dimension $n - 1$, plongée dans un espace V_n à courbure constante non nulle; ce plongement est partout régulier et induit sur V_{n-1} une structure riemannienne de classe C^r ($r \geqq 3$).

I. Une étude locale conduit au

Théorème 1: Si V_{n-1} est réductible, la métrique induite par son plongement dans V_n se décompose en la somme de deux métriques à courbures constantes.

II. La définition de la réductibilité globale (A. Borel et A. Lichnérowicz, C. R. Ac. Sci. Paris 234/1952, 1835; G. de Rham, Comment. Math. Helv. 26/1952, 328) s'étend sans modification aux variétés plongées. Par application de propriétés des variétés feuilletées (C. Ehresmann, Rend. di Mat., Série V, Vol. 10, p. 1; G. Reeb, Act. Sci. et Ind. 1183, Paris 1952), on montre qu'il est possible de plonger isométriquement le produit de sphères $S_{p-1} \times S_{n-p}$ dans la sphère S_n et, comme conséquence d'un théorème d'unicité, on obtient le

Théorème 2: Si V_{n-1} est réductible pour son plongement dans S_n, chacune de ses composantes connexes est contenue dans le produit topologique et riemannien $S_{p-1} \times S_{n-p}$ ($p \geqq 2$, $n \geqq 3$); si, de plus, V_{n-1} est complète et connexe par arcs, elle est homéomorphe à $S_{p-1} \times S_{n-p}$.

Des relations liant holonomie et réductibilité, on déduit que le groupe d'holonomie homogène de chaque composante connexe d'une V_{n-1} réductible dans S_n est sous-groupe du produit de deux groupes de rotations.

Ch. Ehresmann (Paris): *Geblätterte Räume.*

Die „geblätterten Räume" (3, 6) verallgemeinern die „geblätterten Mannigfaltigkeiten" (1, 2). Für lokal einfache Blätterungen wird das Holonomiegruppoid definiert und in jedem Punkt die Holonomiegruppe, deren Elemente lokale Würfe (Abbildungskeime) sind. Unter einfachen topologischen Bedingungen für die Blätterung ist jedes kompakte Blatt mit endlicher Holonomiegruppe stabil (6).

Beispiele lokal einfacher Blätterungen, deren Blätter Mannigfaltigkeiten mit nicht konstanter Dimension sind: Im euklidischen Raum die konzentrischen Sphären um den Punkt O, der selbst ein Blatt ist. Andere Beispiele werden hiervon abgeleitet durch Faserungen der Sphären oder durch Modifikationen von O zu einem reellen, komplexen oder quaternionischen projektiven Raum.

In einem topologischen Raum E wird — in Verallgemeinerung von (4) — ein „Blätterungskeim" definiert durch einen lokalen Wurf X von E in einen Raum B, modulo einer Pseudogruppe G von lokalen Homomorphismen von B. Eine „G-Blätterung" auf E ist ein Schnitt des Raumes dieser Keime. Eine solche Blätterung ist nicht immer lokal einfach. Die Holonomiegruppe ist wieder definiert und sie ist eine Untergruppe des Gruppoids der lokalen Würfe von G. Das Stabilitätstheorem ist auch hier gültig. — Interessante Beispiele: G ist eine Liegruppe; Blätterungen mit transverser Riemannscher Metrik; analytische Blätterungen (5).

Bibliographie:

(1) C. Ehresmann, Variétés feuilletées. Rendic. Math. 10/1951.
(2) G. Reeb, Variétés feuilletées. Act. scient. 1183/1952.
(3) C. Ehresmann, Structures locales. Annali di Mat. 1954.
(4) C. Ehresmann, Introduction etc. Coll. Int. Géom. diff. Strasbourg 1953.
(5) A. Haefliger, Feuilletages analytiques. Compt. rend. Acad. sc. 242/1956.
(6) C. Ehresmann-Sh. Weishu, Espaces feuilletés. Compt. rend. Acad. sc. 243/1956.

F. F a v a (Torino): *Su alcune proprietà delle trasformazioni puntuali tra due superficie.*

Assegnate due superficie S, S' (di S_3), sia dato su ognuna di esse un sistema di linee assiali associato ad una prefissata congruenza di rette; la considerazione degli E_2 di curve assiali (di un sistema) trasformati — per effetto di una corrispondenza T data (tra S ed S') — in elementi dello stesso ordine di curve assiali dell'altro sistema, permette di stabilire la nozione di «direzioni assiali» relative alla trasformazione T.

L'esame di particolari terne di direzioni assiali, dimostra — tra l'altro — come queste risultino legate a certe corrispondenze che la T determina tra stelle di piani e di rette con centri in punti corrispondentisi nella T.

Allorchè T è una corrispondenza asintotica, le direzioni suddette vengono a trovarsi in semplici relazioni con altre ben note (ad es. con certe direzioni considerate da E. Č e c h): se poi — per particolari coppie di superficie — si ha la coincidenza con le direzioni di S e g r e, esistono per ogni punto di S (ed anche di S') tre curve assiali il cui comportamento particolare in relazione alla T, dà luogo a proprietà connesse con l'asse di Č e c h.

M. F i e d l e r (Praha): *Über rechtwinkelige n-Simplexe und andere Fragen der Simplexgeometrie.*

Einem n-Simplex S im euklidischen Raum kann man einen Graphen G mit $n+1$ Knotenpunkten folgendermaßen zuordnen: den $(n-1)$-dimensionalen Seiten von S läßt man die Knotenpunkte von G entsprechen, wobei zwei verschiedene Knotenpunkte durch eine Kante in G genau dann verbunden sind, falls der innere Winkel der entsprechenden Seiten in S spitz ist. Bekanntlich gilt dann, daß G zusammenhängend ist. Ein n-Simplex S hat somit mindestens n spitze innere Winkel. Hat es genau n innere spitze Winkel und sind alle anderen rechtwinkelig, so heißt S rechtwinkelig. G ist dann ein Baum. Es gibt ebenso viele Typen von rechtwinkeligen n-Simplexen wie von verschiedenen Bäumen mit $n+1$ Knotenpunkten.

Es zeigt sich, daß die Eckpunkte eines rechtwinkeligen n-Simplex S in der Menge der Eckpunkte eines n-dimensionalen orthogonalen Parallelotops P enthalten sind, und zwar so, daß diejenigen Kanten von S, die zugleich Kanten von P sind, dieselbe Struktur wie die Kanten von G haben. Das ergibt eine Möglichkeit, rechtwinkelige n-Simplexe zu bilden. Auch die baryzentrischen Koordinaten des Mittelpunktes der Umkugel eines rechtwinkeligen n-Simplex sind einfach ausdrückbar und nur von der Struktur des zugehörigen Graphen abhängig.

Ist ein n-Simplex nicht stumpfwinkelig, d. h. ist jeder innere Winkel der $(n-1)$-dimensionalen Seiten spitz oder rechtwinkelig, so ist jede seiner k-dimensionalen Seiten $(2 \leqq k \leqq n-1)$ wiederum nicht stumpfwinkelig, wobei ihr Graph aus dem Graphen des ursprünglichen n-Simplex leicht gebildet werden kann. Auch einige spezielle n-Simplexe kann man durch ihre Graphen definieren und behandeln, z. B. diejenigen nicht stumpfwinkeligen n-Simplexe, deren Graph eine Kreislinie ist (sogenannte positiv zyklische n-Simplexe), die interessante Eigenschaften besitzen.

A. F l o r i a n (Graz): *Ungleichungen über konvexe Polyeder.*

Es wird eine Abschätzung für das Volumen eines in der Einheitskugel enthaltenen konvexen Polyeders mit gegebener Ecken- und Flächenzahl bewiesen. Diese Ungleichung wurde vor einigen Jahren von L. F e j e s T ó t h als Vermutung ausgesprochen; Gleichheit besteht nur für die regulären Polyeder. Als Spezialfälle erhält man Abschätzungen des Volumens bei gegebener Eckenzahl (von Fejes Tóth bereits bewiesen) und bei gegebener Flächenzahl. Solche

Abschätzungen spielen z. B. eine wichtige Rolle beim Problem der Überdeckung des Raumes durch gleich große Kugeln. Als Folgerung ergibt sich ferner daraus und aus weiteren, bereits bekannten Abschätzungen eine Ungleichung für das Verhältnis von Um- und Inkugelradius.

Für die Kantenkrümmung eines der Einheitskugel ein- bzw. umbeschriebenen Polyeders gelten ähnliche Ungleichungen, die nur für eine Klasse spezieller Polyeder bewiesen wurden, jedoch vermutlich allgemein richtig sind.

W. F r a n z (Frankfurt/Main): *Über den Schnitt der Graphen zweier Abbildungen.*

Eine Abbildung f eines Raumes M in einen Raum N wird gegeben durch ihren Graph (f) im Produktraum $M \times N$. Die Schnittpunkte der Graphen (f) und (g) zweier Abbildungen f und g von M in N entsprechen den Koinzidenzpunkten von f und g. Ist $N = M$ und g die Identität J, so entsprechen die Schnittpunkte von (f) und dem Graphen (J), der Diagonale von $M \times M$, den Fixpunkten der Selbstabbildung f von M. — M und N werden als m- und n-dimensionale Mannigfaltigkeiten angenommen, f und g als stetige Abbildungen. Dann ist auch $M \times N$ Mannigfaltigkeit und die Graphen (f) und (g) repräsentieren wohlbestimmte, einfach angebbare B e t t i sche Klassen in $M \times N$. Man erhält eine Homologietheorie der Koinzidenzen von f und g, wenn man die Schnitt-Theorie der Bettischen Gruppen von $M \times N$, in bekannter Weise auf die Schnitt-Theorie von M und N zurückgeführt, auf die Klassen (f) und (g) anwendet. So ergeben sich die L e f s c h e t z - H o p f sche Spurformel für Fixpunkte, die L e f s c h e t z-schen Koinzidenzformeln für den Fall $m = n$ und allgemeine Koinzidenzformeln für beliebige m und n. f und g lassen sich so deformieren, daß die Koinzidenzpunkte ein d-dimensionales Polyeder K ausmachen $(d = m - n)$, welches für jede Dimension $r = 0, 1, \ldots, d$ eine dem Paar der Abbildungsklassen von f und g invariant zugeordnete Homologieklasse $j(r)$ bestimmt. Im Falle $m = n$, also $d = 0$, ist $j(0)$ der Lefschetz-Hopfsche Spurenausdruck; im allgemeinen sind die $j(r)$ aus ähnlich gebauten Spurenausdrücken zusammengesetzt.

L. S. G o d d a r d (Walsall): *Cuspidal curves associated with an oval.*

Let C be an oval with a continuous tangent. The bisectors of the area enclosed by C form a one-parameter system possessing an envelope B. Similarly the family of diameters of C possesses an envelope D. Since B and D are closed curves (each within C) possessing only one tangent parallel to any given direction it follows that they each possess cusps. These are investigated. In particular it is shown that

(i) cusps of B occur on, and only on, those bisectors which are also diameters;

(ii) B possesses at least three cusps.

Here use is made of a theorem of B l a s c h k e and S ü s s that there are at least three diameters of C with the property that the curvatures of C at the ends of a diameter are equal.

Consider next the envelope $E(p)$ of the chords of C which cut off (on the right) a fraction p $(0 \leqq p \leqq 1/2)$ of the area enclosed by C. Clearly $E(0) = C$, $E(1/2) = B$. Thus as p increases from zero a stage is reached at which the curve $E(p)$ acquires a cusp. An investigation is made of the variation, with p, of the cusps of $E(p)$, and a result is proved concerning the locus of the cusps of $E(p)$ for varying p.

L. G o d e a u x (Liège): *Sur la surface image d'une involution d'ordre 13 appartenant à une surface du cinquième ordre.*

La surface F d'équation

$$a_1 x_1^4 x_2 + a_2 x_2^4 x_3 + a_3 x_3^4 x_1 + a_4 x_4^5 + a_5 x_1 x_2 x_3 x_4^2 = 0$$

contient une involution I d'ordre 13 engendrée par l'homographie H

$$(x_1 \quad \varepsilon x_2 \quad \varepsilon^{10} x_3 \quad \varepsilon^8 x_4), \quad \varepsilon = \exp(2\, i\, \pi/13).$$

L'involution I possède trois points unis A_1 (1, 0, 0, 0), A_2, A_3. Sur une surface S image de I, chacun des points de diramation A_1', A_2', A_3' correspondant est équivalent à cinq courbes rationnelles, l'une de degré virtuel — 3, les autres de degré virtuel — 2. Soient s_1, s_2, s_3 les courbes de degré virtuel — 3 appartenant aux domaines des points A'_1, A'_2, A'_3.

Une courbe canonique de S coupe chacune des courbes s_1, s_2, s_3 en un point et a pour transformée sur F la section par $x_4 = 0$. Les courbes i-canoniques ont comme transformées sur F les sections par les surfaces invariantes pour H, formant un système linéaire comprenant $x_4^i = 0$. On voit alors que pour la surface S on a $p_g = P_2 = 1$, $P_3 = P_4 = 2$, $P_5 = 4$.

En posant

$$X_1 : X_2 : X_3 : X_4 = x_1^4 x_2 : x_2^4 x_3 : x_3^4 x_1 : x_4^5,$$
$$a_5 f = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4,$$

on a pour équation de la surface S,

$$X_1 X_2 X_3 X_4^2 = f^5.$$

Cette surface possède une droite double tacnodale $X_4 = f = 0$ et des points triples aux points où cette droite rencontre respectivement $X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $X_3 = 0$. Le point A_1' coincide avec $X_2 = X_4 = f = 0$, le point A_2' avec $X_3 = X_4 = f = 0$, A_3' avec $X_1 = X_4 = f = 0$.

La partie variable des courbes tricanoniques et des courbes 4-canoniques est donnée par $X_4 = \lambda f$; alle passe par les points A_1', A_2', A_3' en y touchant respectivement les plans $X_2 = 0$, $X_3 = 0$, $X_1 = 0$. Les courbes 5-canoniques sont les sections planes de la surface.

H. Goetz (Wien/Hamburg): *Beiträge zur Theorie der Übertragung.*

In einem differenzierbaren Faserbündel (über einer m-dimensionalen differenzierbaren Mannigfaltigkeit mit der Lieschen Strukturgruppe G) sei eine Übertragung gegeben. Wir bilden die Algebra A_0 aller Formen, die sich aus den Differentialformen der Übertragung mittels der üblichen Operationen (unter Ausschluß der Differentiation) bilden lassen und bei Transformationen einer Untergruppe G_0 von G invariant bleiben. — Mit Hilfe eines Ableitungsvorganges („Verlängerung bezüglich G_0") erhalten wir aus A_0 weitere Formen mit obiger Invarianzeigenschaft. A_r sei diejenige Algebra, welche von höchstens r-mal abgeleiteten Formen erzeugt wird.

Die allgemeine Frage lautet, ob es zu A_0 ein A_r gibt, so daß die Formen der Übertragung darin enthalten sind, d. h. mit Elementen aus A_r mittels der üblichen Operationen (mit Einschluß der Differentiation) darzustellen sind.

In den einzelnen Fällen wird die Auswahl einer Gruppe meist durch geometrische Gründe nahegelegt. — Beispiele: 1. Im Falle der Riemannschen Geometrie führen solche Betrachtungen zu Aussagen vom Typ des „Theorema egregium". 2. Bei einer m-dimensionalen Mannigfaltigkeit in einem n-dimensionalen ebenen konformen Raum ergibt sich eine Lösung des Äquivalenzproblems ohne Auszeichnung von Parameterlinien.

St. Gołąb (Kraków): *Einige Eigenschaften der geodätischen Linien.*

Es gibt mehrere Definitionen der geodätischen Linien. Eine exakte Untersuchung, was den logischen Zusammenhang zwischen verschiedenen Definitionen dieses Begriffes betrifft, liegt noch nicht vor. Der Vortragende bringt einige Resultate in dieser Richtung.

W. Gröbner (Innsbruck): *Über die Auflösung der Singularitäten algebraischer Mannigfaltigkeiten.*

Es wird ein allgemeiner Typus von birationalen Transformationen angegeben, welche in allen Punkten des projektiven Raumes S_m mit Ausnahme derjenigen einer beliebig vorgegebenen algebraischen Mannigfaltigkeit W biregulär sind. Sie bilden den Raum S_m birational auf eine Mannigfaltigkeit V_m in einem Raum S_n ab. Die auf V_m liegenden Ausnahmspunkte entsprechen umkehrbar eindeutig den Tangentialräumen der Ausnahmsmannigfaltigkeit W im S_m.

Irgendeine algebraische Mannigfaltigkeit V_d des S_m, deren Singularitäten gerade W erfüllen, wird durch die angegebene Transformation auf eine Teilmannigfaltigkeit V_d' von V_m abgebildet, die nur mehr solche Singularitäten besitzen kann, welche den singulären Tangentialräumen der V_d, d. h. den „unendlich benachbarten" Singularitäten der V_d längs W entsprechen.

Setzt man daher als bewiesen voraus, daß die Nachbarschaften einer gewissen endlichen Ordnung notwendig singularitätenfrei sind — was damit zusammenhängt, daß die endlich vielen Basisformen des V_d definierenden Ideals endliche Ordnungen besitzen —, so folgt, daß jede algebraische Mannigfaltigkeit V_d durch endlich viele sukzessive birationale Transformationen vom bezeichneten Typus in eine singularitätenfreie Mannigfaltigkeit übergeführt werden kann.

G. Hajós (Budapest): *Über eine Art von Graphen.*

Ist auf einer Geraden eine endliche Anzahl von Intervallen gegeben, so kann dieser Intervallmenge in folgender Weise ein Graph zugeordnet werden: einem jeden Intervall entspreche ein Knotenpunkt des Graphen, und zwei Knotenpunkte seien dann und nur dann durch eine Kante verbunden, wenn die entsprechenden Intervalle einander wenigstens teilweise überdecken. Der Vortrag behandelt die Frage, ob ein gegebener abstrakter Graph mit einem der eben gekennzeichneten Graphen isomorph ist, wofür Bedingungen angegeben werden. Für den Fall, daß diese erfüllt sind, wird die Frage der Rekonstruktion der Intervallmenge behandelt.

G. Hirsch (Bruxelles): *Sur des opérations homologiques dans les espaces de Riemann.*

Dans une variété à métrique riemannienne, l'existence d'une décomposition canonique du groupe des formes différentielles extérieures en somme directe des sous-groupes des formes harmoniques, des cobords et des bords permet de choisir d'une manière univoque un représentant (harmonique) dans chaque classe de cohomologie (rationnelle ou réelle) et un représentant (bord) dans chaque classe de cochaînes ayant le même cobord.

D'autre part, le produit d'une forme harmonique par un bord, ou d'un bord par un bord, ne sont en général pas des bords, mais (d'une manière univoque) la somme d'un bord et d'un cocycle (dont on considérera alors la classe de cohomologie). En utilisant la correspondance bi-univoque entre les p-cobords et les $(p-1)$-bords, on peut construire, à partir des opérations cohomologiques classiques, des ensembles d'opérations dont chacune fait correspondre à un ensemble d'éléments du groupe de cohomologie une classe de cohomologie bien déterminée.

Dans certains cas, ces opérations peuvent être rapprochées d'opérations classiques en cohomologie: le cup-produit fonctionnel de Steenrod, par exemple, peut s'interpréter comme une des opérations ci-dessus, considérée modulo un certain sous-groupe du groupe de cohomologie; il en est de même pour le

„triple produit“ de Massey. Ces opérations permettent aussi notamment de décrire d'une manière explicite la cohomologie (rationnelle ou réelle) d'espaces fibrés.

F. Hohenberg (Graz): *Mehrbildersysteme im projektiven Raum.*

Es ist bekannt, daß bei einer singulären Kollineation des n-dimensionalen projektiven Raumes ein Zentrum und ein Bildraum auftritt. Das Zentrum ist die Gesamtheit der Punkte, die in der singulären Kollineation keinen bestimmten Bildpunkt haben. Der Bildraum ist jener lineare Teilraum, in dem alle Bildpunkte liegen. Hat die singuläre Kollineation den Rang r, so hat das Zentrum die Dimension $n - r$, der Bildraum die Dimension $r - 1$. In der darstellenden Geometrie wird fast ausschließlich der Fall $n = 3$, $r = 3$ behandelt, also die Abbildung des dreidimensionalen Raumes aus einem punktförmigen Zentrum auf eine Bildebene; denn man nimmt das Sehen mit einem Auge zum Vorbild, wünscht in einer Zeichenebene konstruieren zu können und verlangt vom Bild, daß es anschaulich sei. — Läßt man beliebige Werte von n und r zu und vereinigt man mehrere solche singuläre Kollineationen, so gelangt man zu linearen Mehrbildersystemen im projektiven R_n; deren Theorie ist bisher nur in einigen Sonderfällen untersucht worden.

Die Dimensionen von Zentrum und Bildraum einer singulären Kollineation haben die Summe $n - 1$. Wählt man Zentrum und Bildraum einer perspektiven Abbildung jedoch so, daß die Summe ihrer Dimensionen nicht $n - 1$ ist, und läßt man in den Bildräumen noch kollineare Umformungen zu, so gelangt man zu nichtlinearen Abbildungen, bei denen die Dimension der Teilräume im Bild nicht erhalten bleibt.

Unter diesen Begriffen lassen sich verschiedene bekannte Abbildungen zusammenfassen, z. B. lineare Zweibildersysteme, Zweispurensysteme, kotierte Projektion, Netzriß. Jene Begriffe führen aber auch zu neuen, konstruktiv günstigen Abbildungen; einige werden im Vortrag erörtert.

H. Karzel (Hamburg): *Über eine besondere Art elliptischer Geometrien.*

Bekanntlich kann man die Bewegungsgruppe, die von den Geradenspiegelungen einer absoluten Geometrie erzeugt wird, durch rein gruppentheoretische Postulate eindeutig kennzeichnen, so daß umgekehrt auch zu jeder Gruppe G, die diesen Postulaten genügt, eindeutig eine Geometrie gehört. Das wichtigste Postulat ist dabei die Forderung: G hat ein involutorisches Erzeugendensystem E, dessen Elemente dem sogenannten Dreispiegelungssatz genügen: „Aus a, b, c, x_1, x_2, x_3 aus E mit $a \neq b$ und abx_i involutorisch für $i = 1, 2, 3$ folgt stets $x_1x_2x_3$ in E“. Betrachtet man Gruppen, die im wesentlichen nur diese Forderung erfüllen, so erweitert sich der Kreis der hierhergehörigen Gruppen und damit auch der der zugeordneten Geometrien; es kommen unter anderem noch die sogenannten Lotkerngeometrien hinzu, die sich durch die Eigenschaft L auszeichnen: „Sämtliche Lote einer Geraden besitzen denselben Fußpunkt.“ Aus dem Dreispiegelungssatz folgt, daß eine Lotkerngeometrie niemals elliptisch sein kann, d. h. kein Element aus E läßt sich als Produkt zweier Elemente aus E darstellen.

Verallgemeinert man aber den Dreispiegelungssatz dahingehend, daß man dort die Forderung „$x_1x_2x_3$ in E“ durch „$x_1x_2x_3 = 1$ oder $x_1x_2x_3$ in E“ ersetzt, so wird hierdurch eine neue Klasse von Geometrien mit erfaßt, die sogenannten elliptischen Lotkerngeometrien, die elliptisch sind und die Eigenschaft L gleichzeitig besitzen. Auf diese Weise läßt sich die Kennzeichnung der Gruppe der gebrochenen linearen Transformationen, welche F. Bachmann für Koeffizientenkörper mit einer Charakteristik $\neq 2$ gegeben hat, auch auf diesen Ausnahmefall der Charakteristik 2 in natürlicher Weise ausdehnen.

D. Laugwitz (Erlangen): *Finsler-geometrische Behandlung eines inversen Problems der Variationsrechnung.*

Durch $\ddot{x} + 2\,G\,(x\,;\,\dot{x}) = 0$ sei ein Wegesystem im n-dimensionalen Raum (Koordinaten x) gegeben, wobei die n Funktionen G von zweiter Ordnung homogen in $\dot{x}$ sind. Einem solchen Wegesystem kann man eine Übertragung der Tangentialvektoren ξ zuordnen, deren Koeffizienten die zweiten Ableitungen von $G\,(x\,;\,\xi)$ nach ξ sind, und die daher im übertragenen Vektor ξ zwar homogen von erster Ordnung, aber im allgemeinen nicht linear ist. Wenn das Wegesystem speziell aus den Geodätischen einer Finslerschen Metrik besteht, dann fällt diese Übertragung mit der längentreuen Barthelschen Parallelverschiebung zusammen. Es gilt nun: Notwendig und hinreichend dafür, daß die Wege die Geodätischen einer Finslerschen Metrik F seien, ist, daß F invariant ist unter der Holonomiegruppe der zum Wegesystem gehörigen Übertragung. Aus diesem geometrischen Kriterium lassen sich analytische Bedingungen für das vorliegende inverse Problem der Variationsrechnung herleiten, in die der Krümmungstensor der Übertragung und seine Ableitungen eingehen. Es können noch einige weitere geometrische Resultate gefolgert werden: Wenn die Holonomiegruppe auf der Richtungsmannigfaltigkeit transitiv ist, dann sind alle Finslerschen Metriken mit den vorgelegten Wegen als Geodätischen notwendig proportional (mit im ganzen Raume konstantem Proportionalitätsfaktor). Wenn G quadratisch, die Übertragung also linear ist, dann gibt es eine Riemannsche Metrik mit den Wegen als Geodätischen, wenn es eine Finslersche Metrik mit dieser Eigenschaft gibt.

J. Leicht (Innsbruck): *Über Differentialformen in der algebraischen Geometrie.*

Entwicklung des Kalküls der alternierenden Differentialformen für ein beliebiges Primideal. Er kann durch einige einfache Axiome und eine naheliegende Forderung eindeutig festgelegt werden. Man gelangt zum selben Resultat, wenn man nach E. Kähler Parameterdarstellungen der Mannigfaltigkeit durch meromorphe Funktionen verwendet. Übertragung der Ergebnisse auf homogene Ideale und Anwendungen (Anschluß an klassische Begriffsbildungen, Aronholdsche Normalform).

A. Lichnérowicz (Paris): *Transformations affines des variétés riemanniennes complètes.*

Si une variété riemannienne complète admet un groupe d'holonomie homogène restreint ne laissant aucun vecteur non nul invariant, son plus grand groupe connexe de transformations affines coïncide avec son plus grand groupe connexe d'isométries. Si une variété riemannienne complète admet un groupe d'holonomie homogène irréductible, toute transformation affine est une isométrie.

H. Lippmann (Zwickau): *Ein Beitrag zur Winkelgeometrie in metrischen Räumen.*

K. Menger legte durch drei axiomatische Forderungen den Begriff eines Winkels in metrischen Räumen fest. Er stellte gleichzeitig die Aufgabe, unter den so möglichen Winkeln den euklidischen (der sich mittels der Punktabstände aus dem Kosinussatz errechnet) metrisch zu charakterisieren. — Der Vortrag legt eine Lösung dieses Problems vor und formuliert einen Einbettungssatz für metrische Räume in den allgemeinen euklidischen Raum, der auf dem Winkelbegriff basiert. Als Beweishilfsmittel dient, daß die Funktion $\sin x$ im wesentlichen eindeutig durch ihre Monotonieeigenschaften und ihr Additionstheorem bestimmt ist.

Z. Mamuzić (Beograd): *Sur la caractérisation des espaces uniformisables.*

E, M étant deux ensembles non vides, soient: f une application du produit direct $E \times E$ dans M; F une famille de parties de M telle que chaque élément X de F contient l'ensemble $(f(a\,a) \mid a \in E)$; U la famille de tous les sous-ensembles de $E \times E$ dont chacun contient au moins un élément de $f^{-1}(B_F) = (f^{-1}(X) \mid X \in B_F)$, B_F signifiant une famille d'ensembles inclusivement équivalente à F, où $f^{-1}(X) = ((a, b) \mid f(a, b) \in X)$. La topologie définie sur E par le système de voisinages

$$W_X(a) = (b \mid b \in E, f(a, b) \in X),\ X \in F,\ a \in E, \tag{1}$$

est identique à la topologie définie par le système de voisinages: $V(a) = (b \mid b \in E, (a, b) \in V)$, $V \in U$. F étant un filtre on dira que tous les espaces qu'on peut définir de la manière (1) constituent la classe $E(M_F)$. Dans ce cas B_F est une base du filtre F et $f^{-1}(B_F)$ est une base du filtre correspondant U. On démontre:

Lemme 1. Pour qu'un espace topologique E soit uniformisable, il suffit que ce soit un espace de la classe $E(M_F)$, vérifiant la condition suivante:

(u) Pour tout triple de points a, b, c de E et chaque $X \in F$ il existe $Y \in F$ tel que $f(a, b) \in Y$ et $f(a, c) \in Y$ entrainent $f(b, c) \in X$.

Lemme 2. Pour chaque espace topologique uniformisable E il existe un ensemble $M \neq E \times E$ et une application f de $E \times E$ dans M, vérifiant la condition (u), tels que l'espace E peut-être reconstruit par le système de voisinages (1) correspondant.

De se qui précède on déduit:

Théorème 1. Pour qu'un espace topologique soit uniformisable, il faut et il suffit que ce soit un espace de la classe $E(M_F)$, vérifiant la condition (u).

Théorème 2. Pour qu'un espace topologique soit complètement régulier, il faut et il suffit que ce soit un espace de la classe $E(M_F)$, vérifiant la condition (u) tel que l'intersection de la famille F se réduise à l'ensemble $(f(a, a) \mid a \in E)$.

E. Marchionna (Milano): *Costruzione delle funzioni algebriche sopra una superficie algebrica.*

Sopra una superficie algebrica F, $z = z(x, y)$, si consideri una funzione $u = u(x, y, z)$, a m valori, la quale sia diramata (semplicemente) da una curva D^* di F.

La funzione $w(x, y) = u(x, y, z(x, y))$ ha come curva diramante sul piano xy la curva K composta dalla curva di diramazione C della funzione z (tale curva va contata m volte) e dalla proiezione D della D^* eseguita dal punto improprio dell'asse z.

L'esistenza di w, e quindi di u, dipende dalla possibilità di assegnare un sistema di sostituzioni che generi un gruppo imprimitivo (e transitivo, se u è irriducibile) compatibile col gruppo fondamentale della curva $K = C + D$.

Particolarmente significativo è il caso in cui D^* venga a mancare: interviene allora il gruppo fondamentale G della sola curva C.

Noto G è possibile determinare anche il gruppo di Poincaré della superficie F (e tra l'altro l'irregolarità ed il gruppo della torsione lineare di F).

In quest'ordine di idee si può dare una verifica del fatto che una superficie generale è priva di cicli diramanti; questi tuttavia possono sorgere quando la superficie acquisti un certo numero di punti doppi soddisfacenti opportune condizioni, il che si ottiene (con costruzione topologica diretta) modificando il gruppo fondamentale della curva C.

I risultati raggiunti si estendono a funzioni algebriche dei punti di una varietà ad $r > 2$ dimensioni.

C. Marchionna-Tibiletti (Milano): *La rappresentazione di una superficie algebrica mediante la treccia diramante.*

L'equazione $V(x, y, z) = 0$ di una superficie algebrica V dello spazio S_3 definisce una funzione $z = z(x, y)$, cioè un piano multiplo F, avente — sul piano (x, y) — una certa curva di diramazione c. Chiamiamo treccia diramante T_c del piano multiplo F la treccia caratteristica (di Chisini) della curva c sui cui fili siano deposte (in relazione all'abituale sistema di cappi) le sostituzioni sulle determinazioni della $z = z(x, y)$.

La treccia T_c risulta rappresentativa di molte proprietà algebriche e topologiche della superficie V. I caratteri aritmetici di T_c danno, ovviamente, il genere aritmetico ed il genere lineare di V. I caratteri di forma di T_c forniscono invece l'irregolarità (e il genere geometrico) di V.

Con l'uso di T_c si rappresentano anche le curve della superficie V. Precisamente sia data una (qualunque) curva f sul piano (x, y) e sia $T(s)$ la treccia della curva unica (ancorchè spezzata) $s = c + f$ e $T(f - P_c)$ la treccia formata (ordinatamente) dai tratti di $T(s)$ relativi ai punti critici della curva f ed ai punti comuni ad f e c. Un esame immediato della treccia $T(f - P_c)$ — nota inoltre solo la treccia diramante T_c — permette di individuare la curva f^* di V che (da Z_∞) si proietta sul piano (x, y) in f ed, in particolare, di determinare ordine e genere delle componenti irreducibili f_i^* di f^*.

V. Niče (Zagreb): *Die Reyeschen tetraedralen Strahlkomplexe von einem, zwei, drei und vier Grundtetraedern.*

Bekanntlich ist durch ein Tetraeder als Grundtetraeder und eine im Raum beliebig angenommene Gerade, die in keiner Seitenebene liegt und keinen Eckpunkt enthält, ein Reyescher tetraedraler Strahlkomplex zweiten Grades bestimmt. Alle Geraden des Raumes bilden ein Büschel von ∞^1 Reyeschen tetraedralen Strahlkomplexen desselben Grundtetraeders. Die Strahlen jedes in diesem Büschel sich befindenden tetraedralen Strahlkomplexes, die einen Punkt des Raumes enthalten, bilden einen Kegel zweiten Grades. Alle derartigen Kegel in jedem Raumpunkte bilden ein Kegelbüschel, das durch die vier Verbindungsgeraden des gemeinsamen Kegelscheitels und die Eckpunkte des Grundtetraeders als Grunderzeugende dieses Kegelbüschels bestimmt ist. Die einem harmonischen Kegelwurf in einem dieser Kegelbüschel zugeordneten Kegelwürfe in allen anderen derartigen Kegelbüscheln des Raumes sind auch harmonisch. Auf Grund dessen kann eine projektive Verwandtschaft derartiger tetraedraler Strahlkomplexbüschel zweier Grundtetraeder hergestellt und deren Erzeugnis betrachtet werden. Sind in zwei derartigen Büscheln Komplexpaare mit gleichen charakteristischen Invarianten zugeordnet, dann sind auch diese zwei Komplexbüschel projektiv zugeordnet. Es werden Erzeugnisse derartig projektiv zugeordneter Strahlkomplexbüschel von zwei, drei und vier Grundtetraedern betrachtet.

B. d'Orgeval (Dijon): *Construction de surfaces irrégulières.*

Par généralisation d'un procédé de M. Burniat, on construit des surfaces d'irrégularité

$$q = 1 + (i - 2)\, 2^{i-2}$$

possédant un faisceau irrationnel de genre q.

M. Postnikow (Moskva): *Untersuchungen über Homotopietheorie von stetigen Abbildungen.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

B. A. Rosina (Ferrara): *Sul numero dei circuiti dispari delle curve algebriche reali situate sopra superficie algebriche d'ordine dispari prive di singolarità.*

In una serie di lavori (Compt. rend. Acad. Sci. Paris 1929; Rend. Circ. Mat. Palermo 1931; Rend. Acc. Lincei 1950) M. Piazzolla Beloch ha dato, nel caso di una superficie cubica, un risultato che dal Comessatti (Boll. U. M. I. 1933) è stato esteso ad una superficie razionale reale rappresentabile realmente sul piano (quindi ad una sola falda).

Io qui estendo il risultato del Comessatti ad una superficie algebrica reale F, d'ordine dispari, priva di singolarità. Una tale superficie possiede una sola falda dispari che secondo Staudt è unilatera e possiede eventualmente falde pari di seconda specie (non contenenti queste falde circuiti dispari).

Supposta allora data sulla F una curva algebrica C, priva di punti multipli, gli eventuali circuiti dispari, facenti parte di questa, saranno situati sulla falda dispari delle superficie e non si incontreranno a due a due essendo la C, per ipotesi, priva di punti multipli. Inoltre ognuno di questi circuiti, per un teorema noto, sulla (falda dispari della) superficie è unilatero (Vedi Galafassi, Boll. U. M. I. 1948).

Indico allora con d il numero dei circuiti dispari facenti parte di C e con Z l'ordine di connessione della falda dispari della F e deduco, basandomi sopra un noto teorema di Topologia generale, che $d \leqq Z$, quindi:

« Il numero dei circuiti dispari di una curva algebrica reale C (d'ordine qualunque) priva di punti multipli situata sopra una superficie algebrica reale di ordine dispari priva di singolarità non può superare l'ordine di connessione Z della falda dispari della superficie, che è poi l'ordine di connessione della superficie se questa è ad una sola falda. »

H. Sachs (Halle/Saale): *Über ein isoperimetrisches Problem mit einem reellen Parameter.*

In Math. Z. 1/1918, 52—57, beweist Blaschke den Satz: Unter allen Eibereichen gegebenen Flächeninhalts liefern die Kreisscheiben den kleinsten Wert für die mittlere Entfernung der Punktepaare des Bereiches.

Ich beweise einen entsprechenden Satz für Kurven gegebener Länge:

A'. Unter allen rektifizierbaren Raumkurven C gegebener Länge, welche als das eindeutige und stetige Bild des Kreises aufgefaßt werden können, liefert der Kreis, und nur dieser, den größten Wert für die mittlere Entfernung S_1 der Punktepaare der Kurve.

Das ergibt sich als Spezialfall folgenden Satzes:

A. Unter allen Kurven C der genannten Art liefert der Kreis, und nur dieser, den größten Wert für die Mittel S_k der k-ten Potenz (k fest; $0 < k \leqq 2$) der Entfernungen der Punktepaare der Kurve.

B. Ein entsprechender Satz gilt auch für negative k, wenn man zum Integranden einen geeigneten konvergenz-erzeugenden Summanden hinzufügt, wobei dann der Kreis den kleinsten Wert liefert. Beweismittel sind Fourier-Entwicklung und Ungleichung von Hölder. Für $k > 2$ ist A nicht allgemein richtig.

Mit $k = -1$ ergibt sich aus B eine Aussage über die energieärmste Form eines homogen elektrisch geladenen, isolierenden, einfach geschlossenen, idealen Fadens.

Es ist S_2 bis auf den Faktor $2/L$ gleich dem Trägheitsmoment J_0 der Kurve, bezogen auf ihren Schwerpunkt; aus A folgt also, daß unter allen Kurven C der Kreis, und nur dieser, den größten Wert für J_0 liefert.

C. Den kleinsten Wert für das Trägheitsmoment (und damit für S_2) unter allen ebenen konvexen Kurven gleichen Umfanges liefert das gleichseitige Dreieck.

Sp. Sarantopoulos (Athen): *Généralisation des formules de Frenet.*

Nous considérons, au point M d'une courbe donnée C, un trièdre trirectangle quelconque qui se déplace avec le point M, de sorte que les vecteurs unitaires $\mathfrak{u}_1$, $\mathfrak{u}_2$, $\mathfrak{u}_3$ portés par les arêtes du trièdre soient des fonctions données de la longueur s de l'arc de C. Les extremités de ces vecteurs menés de l'origine O, centre de la sphère de rayon 1, forment trois courbes que nous désignons par U_1, U_2, U_3 et que nous appelons indicatrices de C, relatives au trièdre. Alors nous appelons première, deuxième, troisième courbure les quantités $ds_i/ds = 1/r_i$ ($i = 1, 2, 3$; s_i = longueur de l'arc de U_i). On a $d\mathfrak{u}_i/ds = \mathfrak{v}_i/r_i$, $\mathfrak{v}_i$ désignant les vecteurs unitaires portés par les tangentes des indicatrices U_i aux points $\mathfrak{u}_i$ correspondant à M. On peut exprimer les dérivées des $\mathfrak{u}_i$ par exemple par les formules suivantes:

$$\frac{d\,\mathfrak{u}_1}{ds} = -(\mathfrak{u}_1\,\mathfrak{v}_2)\,\frac{\mathfrak{u}_2}{r_2} - (\mathfrak{u}_1\,\mathfrak{v}_3)\,\frac{\mathfrak{u}_3}{r_3}, \text{ etc.}$$

Ces formules constituent une généralisation des formules de Frenet et elles comprennent comme des cas particuliers les généralisations données par N. Hatzidakis et O. Mayer. — Dans un mémoire à paraître prochainement, nous donnerons quelques applications.

Maria Scafati (Roma): *Quelques applications de la notion de coefficient d'enlacement de cycles.*

On généralise la notion de coefficient d'enlacement à un nombre quelconque de cycles. On peut alors exprimer la multiplicité d'intersection de variétés analytiques complexes et la multiplicité d'un point fixe dans une transformation analytique regulière au moyen d'un convenable coefficient d'enlacement.

Helga Schirmer (Cardiff): *Coincidence-free mappings and homotopies.*

The application of track groups proves fruitful for answering some questions concerning the existence of coincidence-free mappings and homotopies. In particular we consider the following three properties:

1. Generalisation of the fixed point property: A pair of spaces (X, Y) have the coincidence property (C 1) if any pair of mappings f, g from X to Y, such that not both f and g are inessential, have a coincidence.
2. The pair (X, Y) has the property (C 2) if any two coincidence-free and homotopic pairs of mappings from X to Y have a coincidence-free homotopy.
3. The pair (X, Y) has the property (C 3) if any homotopy between two coincidence-free pairs of mappings from X to Y has a coincidence-free deformation. — Obviously (C 3) implies (C 2).

If the set of homotopy classes of mappings from X to Y can be given the track group structure, e. g. if X is of the homotopy type of a suspension space, necessary and sufficient conditions for the existence of these properties can be found in terms of homomorphisms between certain track groups which involve the space X, the cartesian product $Y \times Y$, and the space $Y \times Y - D$, where D is the diagonal of $Y \times Y$.

If the image space is a topological manifold, M say, it is possible to express the results using track groups containing not the product $M \times M$, but M only. For simple argument spaces, e. g. for A_n^2-polyhedra, these track groups have been determined, so that a solution in terms of cohomology groups of X, with homotopy groups of M as coefficients, can be given.

The answer to these questions is in some respects easier if coincidences of more than two mappings are considered. Here property (C 1) is never true for example, and (C 2) holds if and only if (C 3) holds, always assuming that X is a suspension space.

W. Schmeidler (Berlin): *Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Geschlossenheit einer Raumkurve.*

Merkwürdigerweise ist das Problem, notwendige und hinreichende Bedingungen anzugeben, denen Krümmung und Torsion einer Raumkurve genügen müssen, damit diese geschlossen sei, bisher nicht gelöst worden, während das entsprechende ebene Problem längst erledigt ist. Der Vortragende gibt mit Hilfe matrizentheoretischer Methoden zwölf solche notwendigen und hinreichenden Bedingungen an, die allerdings in Form von unendlichen Reihen auftreten, wobei die Frage offen bleibt, ob die Anzahl reduziert werden kann, und wobei ferner die geometrische Bedeutung der Bedingungen noch genauerer Untersuchung bedarf.

J. Schmid (Princeton): *Ein Beweis eines Dimensionssatzes der algebraischen Geometrie.*

Der folgende bekannte Satz der algebraischen Geometrie wird bewiesen: Der Durchschnitt einer irreduziblen algebraischen Mannigfaltigkeit V der Dimension r mit einer Hyperfläche H besteht aus irreduziblen Komponenten derart, daß die isolierten unter ihnen alle die gleiche Dimension $r-1$ haben. Vorausgesetzt wird dabei, daß V nicht in H enthalten ist und, da wir den Satz direkt für den inhomogenen Fall herleiten wollen, daß der Durchschnitt nicht leer ist. Über den Konstantenkörper wird dabei keine Voraussetzung gemacht, er darf insbesondere auch endlich sein.

Der Beweis beruht im wesentlichen auf der Gültigkeit des folgenden Hilfssatzes. Es sei $k[x] = k[x_1, x_2, .., x_r]$ ein Polynombereich, F der Quotientenkörper von $k[x]$ und E eine algebraische Erweiterung von F. Mit P bezeichnen wir die Menge der Stellen von E, die von unzerlegbaren Polynomen von $k[x]$ kommen, d. h. die Erweiterungen von Homomorphismen $k[x] \to k[x]/(p)$ sind, wo p die Menge der unzerlegbaren Polynome von $k[x]$ durchläuft. Dann gilt: Sind α, β aus E algebraisch ganz über $k[x]$ und verschwindet β für jede Stelle von P, für die α Null wird, dann gibt es eine positive ganze Zahl t derart, daß β^t/α algebraisch ganz über k ist.

Elise Stein (London): *Product varieties of two Veronesians.*

Die von L. Godeaux untersuchten „Variétés mixtes de Segre-Veronese" (Bull. Soc. Roy. Sci. Liège 1942, 74—83) können als Produktmannigfaltigkeiten von zwei Veroneseschen Mannigfaltigkeiten erhalten werden. Der Spezialfall von Produktmannigfaltigkeiten von zwei rationalen normalen Kurven wurde von der Vortragenden behandelt (Proc. Acad. Sci. Amst. A, 59, 104).

Die Produktmannigfaltigkeiten V zweier Veronesescher Mannigfaltigkeiten A und B werden birational auf lineare Systeme von Hyperflächen in einem Bildraum von entsprechend gewählter Dimension abgebildet; V wird von zwei Systemen von Veroneseschen Mannigfaltigkeiten erzeugt, deren Modelle lineare Räume durch die Basis-Mannigfaltigkeit im Bildraum sind. Projektive Modelle von algebraischen Korrespondenzen zwischen A und B und Projektionen von V werden untersucht.

O. Varga (Debrecen): *Differentialgeometrische Räume mit Maßbestimmung, insbesondere die Kawaguchischen Räume metrischer Klasse.*

Ist in einem n-dimensionalen Raum die Oberfläche einer p-dimensionalen Mannigfaltigkeit durch ein von vornherein gegebenes p-faches Integral erklärt, so ist der Raum ein Kawaguchischer. Die im Integral auftretende Funktion ist die Grundfunktion des Raumes. Es werden notwendige und hinreichende Bedingungen angegeben, denen die Grundfunktion genügen muß, damit der Raum von metrischer Klasse ist.

P. Vincensini (Marseille): *Sur un problème relatif à la déformation des surfaces.*

On présente sous une forme nouvelle le problème de la déformation d'une surface S après laquelle le réseau des lignes asymptotiques de S se trouve appliqué sur un réseau conjugué de la déformée S' de S.

L. Bianchi a identifié cette belle question de géometrie différentielle avec celle de la détermination des surfaces associées dans une déformation infinitésimale aux surfaces à courbure totale constante positive.

Nous rattachons ici le problème à la considération d'un réseau invariant (par déformation) défini, sur toute surface S, par l'intermédiaire d'une congruence de sphères (Σ) centrées sur S. Si $R(u, v)$ est le rayon de la sphère génératrice Σ de (Σ), et si $R^2 = 2\rho$, l'équation de ce réseau est $ds^2 - \delta^2\rho = 0$, ds^2 étant le carré de l'élément linéaire de S et $\delta^2\rho$ la différentielle seconde covariante de ρ relative à ce ds^2.

La recherche des surfaces S portant des réseaux asymptotiques déformables en réseaux conjugués revient alors à celle des congruences de sphères de courbure $+1$ (la courbure étant entendue au sens de A. Demoulin) pour lesquelles la correspondance établie par la sphère génératrice de la congruence sur les deux nappes de son enveloppe est une équivalence superficielle directe. Les surfaces cherchées sont les déférentes des congruences (Σ) jouissant de cette double propriété.

Analytiquement le problème revient à la détermination des surfaces pour lesquelles la deuxième équation de l'applicabilité admet des couples de solutions (ρ, ρ') liées par la relation invariante $\pi(\rho, \rho') - \Delta_2(\rho + \rho') + 2 = 0$.

W. Vogel (Karlsruhe): *Die parataktische Abbildung und ihre Anwendung auf die Theorie der flächentreuen bzw. volumstreuen Transformationen.*

1. Die parataktische Abbildung im isotropen Raum von drei Dimensionen.

Abbildung der Flächenelemente E des isotropen dreidimensionalen Raumes J_3 auf die Punktepaare einer Ebene R_2, gestützt auf die im isotropen Raum ebenso wie im elliptischen und quasielliptischen Raum vorhandenen Cliffordschen Links- und Rechtsschiebungen bzw. auf die Parataxien dieses Raumes. Eine zweidimensionale Elementmannigfaltigkeit des isotropen J_3 liefert bei parataktischer Abbildung ihrer Elemente eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit von Punktepaaren einer Ebene oder, anders ausgedrückt, eine Zuordnung zwischen den zweidimensionalen Punktmannigfaltigkeiten zweier (vereinter) Bildebenen. Diese Zuordnung zwischen den beiden Punktmannigfaltigkeiten ist dann und nur dann flächentreu, wenn die zugehörige Elementmannigfaltigkeit ein zweidimensionaler Elementverein im Sinne Lies ist.

2. Die Verallgemeinerung der parataktischen Abbildung auf den isotropen Raum von fünf Dimensionen.

Abbildung der Vierspatelemente E des isotropen fünfdimensionalen Raumes J_5 auf die Punktepaare eines vierdimensionalen Raumes R_4, gestützt auf die im J_5 ebenso wie im J_3 vorhandenen Cliffordschen Links- und Rechtsschiebungen bzw. auf die Parataxien des J_5. Einer vierdimensionalen Elementmannigfaltigkeit des J_5 entspricht eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit von Punktepaaren des R_4. Eine solche Elementmannigfaltigkeit vermittelt bei parataktischer Abbildung ihrer Elemente eine Zuordnung zwischen den vierdimensionalen Punktmannigfaltigkeiten zweier (vereinter) Bild-R_4.

Ist die Elementmannigfaltigkeit ein vierdimensionaler Elementverein im Sinne L i e s, so ist die Zuordnung zwischen den beiden vierdimensionalen Punktmannigfaltigkeiten volumstreu (aber nicht umgekehrt). Den vierdimensionalen Elementvereinen des J_5 entspricht nur eine Untergruppe der volumstreuen Transformationen des R_4, die Gruppe der sogenannten schwenkungsnormierten volumstreuen Transformationen.

K. V o s s (Freiburg i. B.): *Über geschlossene Weingartensche Flächen.*

Ein differentialgeometrisches Flächenstück im dreidimensionalen euklidischen Raum heißt ein W e i n g a r t e n sches Flächenstück (kurz: W-Flächenstück), wenn zwischen der mittleren Krümmung H und der Gaußschen Krümmung K eine Abhängigkeit besteht, mit anderen Worten, wenn die Funktionaldeterminante von H und K nach Flächenparametern u, v identisch verschwindet.

Es wird bewiesen: Die einzigen geschlossenen (reell-analytischen) W-Flächen vom topologischen Typus der Kugel sind Rotationsflächen.

Zum Beweis werden das Netz der Krümmungslinien und seine Singularitäten — die Nabelpunkte — betrachtet. Der behauptete Satz ergibt sich dann auf Grund lokaler Sätze über Nabelpunkte auf W-Flächenstücken. Diese Sätze, über die berichtet wird, stellen Verschärfungen der Ergebnisse von H. H o p f (Math. Nachrichten 4/1951) dar.

A. G. W a l k e r (Liverpool): *Hyper-tangent planes of a manifold of finite class.*

A definition of tangent plane in terms of allowable functions, using the differentiation property, is known to give the usual finite-dimensional vector space $T(M)$ in the case of a manifold M which is analytic or of class ∞. It has generally been assumed that this definition also gives the usual results in the case of manifolds of finite class, but it is now shown that this is not true; for a manifold M of finite non-zero class the definition leads to an infinite dimensional vector space $D(M)$ which is the direct sum of the finite dimensional tangent plane $T(M)$ and what is called the hyper-tangent plane $H(M)$. When a manifold M of class r $(1 < r < \infty)$ is extended to a manifold M' of class $r - 1$, the tangent plane $T(M)$ is found to be the restriction of $D(M')$ to $D(M)$.

W. W u n d e r l i c h (Wien): *Hundekurven mit konstantem Schielwinkel.*

Als „Hundekurve" bezeichnet man im engeren Sinn die Bahn eines Verfolgers, der mit konstanter Geschwindigkeit einem gleichförmig und geradlinig fortschreitenden Ziel nacheilt, wobei seine Bewegungsrichtung ständig auf das verfolgte Ziel weist. Die auf B o u g u e r (1732) zurückgehende Bestimmungsaufgabe der dabei auftretenden (ebenen) Bahnen hat in neuerer Zeit durch die Entwicklung zielsuchender Geschosse eine gewisse Bedeutung erlangt und verschiedene Verallgemeinerungen erfahren, von denen vor allem jene auch geometrisch interessant ist, welche verlangt, daß die Bewegungsrichtung des Verfolgers von der Peilrichtung zum Ziel um einen festen „Schielwinkel" abweiche (H o s e m a n n).

Diese Aufgabe läßt sich elegant mit Hilfe eines „räumlichen Fahrplanes" behandeln, der das Geschehen in der Ebene dadurch auf den dreidimensionalen Punktraum abbildet, daß die Zeit als dritte Koordinate senkrecht zur (waagrecht gedachten) Ebene aufgetragen wird. Die Bewegung eines Punktes in der Ebene wird dann durch eine räumliche „Schicksalslinie" beschrieben, deren Grundriß die Bahn und deren Anstieg die reziproke Geschwindigkeit angibt.

Bei der vorliegenden Aufgabe ist die Schicksalslinie des Ziels eine Gerade, jene des Verfolgers eine gewisse Böschungslinie, von der sich zeigen läßt, daß sie auf einem Kegel oder Zylinder zweiten Grades verläuft und Bahnkurve einer diese Fläche in sich transformierenden eingliedrigen Affinitätsgruppe ist. Auf diese Weise gelangt man zu einer übersichtlichen Behandlung und Klassifikation dieser recht formenreichen Kategorie von verallgemeinerten Hundekurven, die sowohl konstruktiv als auch analytisch durchgeführt werden kann und alle einschlägigen Fragen in befriedigender und aufschlußreicher Weise zu beantworten gestattet.

SEKTION IV: ANGEWANDTE MATHEMATIK

A. A d a m (Wien): *Betriebliche Regelungsnachrichten durch einschränkende Beobachtungen und Annahmen.*

An Hand von prinzipiellen Formulierungen und ausgewählten Beispielen aus der industriellen Betriebswirtschaft wird die Bedeutung der Mathematik im Zuge der fortschreitenden Automation aufgezeigt.

C. A g o s t i n e l l i (Torino): *Piccoli movimenti in una massa gassosa stellare.*

Si considerano i piccoli movimenti in una massa gassosa stellare sia in prossimità dell'equilibrio sferico adiabatico che in quello dell'equilibrio radiativo, i quali movimenti hanno importanza nello studio delle Cefeidi che presentano variazioni di luminosità di moderata ampiezza e di breve periodo, ma di grande regolarità, dovute alle pulsazioni dell'astro, per cui queste stelle si rendono estremamente utili per la misura delle grandi distanze, essendo il periodo collegato con la luminosità.

R. A l b r e c h t (München): *Zur Darwin-Fowlerschen Methode der statistischen Thermodynamik.*

Die D a r w i n - F o w l e r sche Methode ist in dem Bestreben entwickelt worden, die der Abzählmethode und der Verwendung der S t i r l i n g schen Formel anhaftende Problematik zu vermeiden. Andrerseits sind die üblichen Darstellungen dieses Verfahrens bei der Herleitung der fundamentalen Energieverteilungsgesetze nicht frei von Mängeln, worauf verschiedene Autoren hingewiesen haben. Es läßt sich zeigen, daß für den Fall der B o l t z m a n n schen Statistik durch Verwendung D i r i c h l e t scher Reihen und eines L a p l a c e schen Satzes über Funktionen großer Zahlen das Ergebnis ohne topologische Überlegungen exakt erhalten werden kann. Dagegen liefern die bei der Methode üblicherweise angenommenen Voraussetzungen beim n-Teilchen-Problem (B o s e - E i n s t e i n und F e r m i - D i r a c) die bekannten Ergebnisse nur asymptotisch für den Grenzfall starker Entartung und lassen keinen berechtigten Schluß auf ihre Gültigkeit bei endlichem n zu.

P. T. A n d j e l i ć (Beograd): *Über eine praktische Art der Transformation einer quadratischen Form mit numerischen Koeffizienten auf eine Summe von Quadraten.*

Es wird ein einfaches Verfahren für die Reduktion einer beliebigen quadratischen Form mit numerischen Koeffizienten auf die kanonische Gestalt entwickelt. Das Verfahren beruht auf der Anwendung des sogenannten G a u ß schen Algorithmus bzw. des Schemas von B a n a c h i e w i c z und ist direkt auch auf ausgeartete quadratische Formen anwendbar.

H. Bergström (Göteborg): *On the limit theorems for convolutions of distribution functions.*

The classical limit problem in the theory of probability can generally be stated as follows: Given a double sequence $\{F_k(n, x)\}$ $(k = 1, 2, \ldots; n = 1, 2, \ldots)$ of distribution functions and a non-decreasing sequence $\{k_n\}$ of positive integers, tending to ∞ as n tends to infinity. When does the convolution

$$F_{ok_n}(n, x) = F_1(n, x) * \ldots * F_{k_n}(n, x)$$

tend to a distribution function $F(x)$ in every continuity point of $F(x)$ as n tends to ∞? We have solved this problem by a new method and with the following restriction: As n tends to ∞, $F_k(n, x)$ tends to a distribution function $F_k(x)$ in every continuity point of $F_k(x)$ for every k and the double limit of $F_k(n, x)$ as k and n tend to ∞ is the improper distribution function

$$\varepsilon(x) = 0 \text{ for } x < 0;\ \tfrac{1}{2} \text{ for } x = 0;\ 1 \text{ for } x > 0.$$

Our method can be described as follows: To every convolution $F_{kl}(n, x) = F_{k+1}(n, x) * \ldots * F_l(n, x)$ we associate the sum $f_{kl}(n, x) = [F_{k+1}(n, x) - \varepsilon(x)] + \ldots + [F_l(n, x) - \varepsilon(x)]$, which we call the associated quasi distribution function of $F_{kl}(n, x)$. In fact, most of the known limit problems for convolutions of distribution functions give statements about the connection between the convergence problem of the convolution and its associated quasi distribution function. We have studied this connection with the help of an elementary identity and the norm $N_s[f] = \sup_x |f(x) \Phi(x/s)|$, where $\Phi(x)$ is the normal distribution function. This norm is called the Weierstrass norm. When the distribution functions $F_k(n, x)$ are suitably normalized the central limit problem can be stated as follows: In order that $F_{ok}(n, x)$ tend to a distribution function $F^{(1)}(x)$ and $F_{kk_n}(n, x)$ tend to a distribution function $F^{(2)}(x)$ as first n and then k tend to ∞, is necessary and sufficient that $f_{ok_n}(n, x)$ be Cauchy convergent in the Weierstrass norm.

Our method is so general that limit problems of the same type, giving connections between the convergence of more general "products" and associated "sums" may be studied by the help of it.

J. L. Destouches (Paris): *Anwendung der Theorie der ganzen Funktionen und der eindeutigen analytischen Funktionen auf die Beschreibung der Spektra der Mikrophysik.*

Wir bezeichnen als „Indikatrixfunktion" eines gegebenen Spektrums jede eindeutige Funktion $S(z)$, welche für alle Werte z verschwindet, die zum Spektrum gehören, und für alle Werte z nicht verschwindet, die nicht zum Spektrum gehören. Wenn wir aus der Gesamtheit dieser Funktionen $S(z)$ eine spezielle Funktion $S_0(z)$ auswählen, so nennen wir letztere eine „typische Indikatrixfunktion". Ist ein Spektrum in zwei Teile zerlegt, so erhalten wir eine Indikatrixfunktion des Spektrums, wenn wir das Produkt der Indikatrixfunktionen der beiden Teile bilden. Eine typische Indikatrixfunktion des stetigen Teiles eines Spektrums erhält man, wenn man die charakteristische Funktion der komplementären Menge nimmt. Eine beliebige Indikatrixfunktion erhält man, wenn man die vorhergehende Funktion mit einer beliebigen nicht verschwindenden Funktion multipliziert.

Eine Indikatrixfunktion eines Spektrums ohne Häufungspunkt erhält man durch die Methode der primären Faktoren von Weierstraß; wir gelangen so zu einer ganzen Funktion. Eine Indikatrixfunktion eines Spektrums mit Häufungspunkt erhält man durch die Methode von E. Picard; wir gelangen so zu einer eindeutigen analytischen Funktion, welche den Häufungspunkt des Spektrums als wesentlich singulären Punkt aufweist. Sie drückt sich mittels einer

ganzen Funktion aus. Besitzt ein Spektrum eine endliche Anzahl von Häufungspunkten, so erhält man eine Indikatrixfunktion, indem man das Produkt der Indikatrixfunktionen der Teilspektra, die alle nur einen einzigen Häufungspunkt aufweisen, bildet. Die so erhaltene Funktion ist eine eindeutige analytische Funktion, welche die Häufungspunkte als wesentlich singuläre Punkte besitzt.

Für radioaktive Systeme ist das Energiespektrum komplex, der reelle Teil gibt die Energie des Niveaus und der rein imaginäre Teil gibt, bis auf einen Faktor, die radioaktive Konstante des Niveaus. Die Nullstellen der Indikatrixfunktion des Spektrums eines solchen Systems sind komplex. Für die einfachsten Systeme der Quantenmechanik drückt sich die Indikatrixfunktion des Energiespektrums je nachdem mittels der Sinus-Funktion oder der Gamma-Funktion aus.

Die Verwendung der Indikatrixfunktionen von Spektren ist in der funktionalen Theorie der Teilchen wesentlich. Die punktartige Approximation sowie die Approximation der geometrischen Optik dieser Theorie ist identisch mit der Theorie von Cap (Innsbruck); die komplementären Kräfte drücken sich mittels der Indikatrixfunktion des Energiespektrums aus.

W. Eberl (Wien): *Zur wahrscheinlichkeitstheoretischen Deutung gewisser Mannschaftswettkämpfe.*

In Weiterführung einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Analyse eines Schachturnieres durch Zermelo wird ein stochastisches Modell zur Deutung der Ergebnisse von Fußball-, Hockey- und anderen Turnieren entwickelt, indem die Vorgänge auf dem Spielfeld nach Art einer Brownschen Bewegung aufgefaßt werden. Der Begriff der Spielstärke wird definiert und ein Weg zur Bestimmung der Rangordnung der Teilnehmer eines Turnieres beschrieben. Letzter Zweck der Unternehmung ist die Aufspaltung von Wettspielergebnissen in einen zufallsbedingten und in einen spielstärkebedingten Anteil.

E. Egerváry (Budapest): *Über die Anwendung der Matrizentheorie bei der Berechnung von Kettenbrücken.*

Die Berechnung von Kettenbrücken wurde bis jetzt allgemein mit Hilfe der Melanschen Differentialgleichung ausgeführt, welche einem Modell mit unendlich vielen Hängestäben entspricht.

In seinem Buche „Die Berechnung verankerter Hängebrücken" hat aber schon H. Bleich betont, daß „die Berechnungsweise mit Knotenlasten genauer sei und den Vorteil habe, daß bei der Rechnung keine Integrationen, sondern nur Summationen vorzunehmen sind". Diese Bemerkung legt es nahe, den Umweg über die Differentialgleichung zu sparen und die Berechnung von Kettenbrücken vom Anfang an zu finitisieren.

Dem Verfasser ist es gelungen, mit Hilfe der verallgemeinerten Clapeyronschen Gleichungen eine finite Matrizengleichung für Kettenbrücken aufzustellen, welche auch bei durchlaufendem Versteifungsträger mit streckenweise konstantem Trägheitsmoment anwendbar ist. Die Lösung dieser Matrizengleichung erfordert nur das Invertieren von Kontinuanten, was bekanntlich eine einfache, mechanisierbare Rechenaufgabe ist. — Kennt man die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Gleichungsmatrix (was z. B. bei konstantem Trägheitsmoment der Fall ist), so kann man die Lösung auch in der Form einer endlichen Fourier-Reihe erhalten.

Anna Klingst (Linz): *Neue Formeln zur angenäherten Berechnung von n!*

Aus der Tangententrapezregel wird eine Summenformel hergeleitet, die ein Analogon zur Eulerschen Summenformel bildet. Mit Hilfe dieser Summenformel wird ähnlich, wie dies bei der Herleitung der Stirlingschen Formel geschieht, eine asymptotische Darstellung der Gamma-Funktion gewonnen. Diese Darstellung der Gamma-Funktion auf ganzzahlige, positive Argumentwerte angewandt, gibt eine Abschätzung für $n!$, die etwas schärfer ist als die durch die Stirlingsche Formel erzielbare. Durch geometrische Mittelbildung der neuen Formel mit der Stirlingschen läßt sich abermals eine bedeutende Verschärfung der Abschätzung erreichen.

Anna Klingst (Linz): *Konstruktion einer Nockenscheibe für einen Wassermengenschreiber.*

Es wird eine Konstruktionsvorschrift für die Form der Nockenscheibe eines Gerätes gegeben, das die Wassermengenganglinie in einem Gewässer selbsttätig aufschreibt. Das Gerät wird durch einen Schwimmer betätigt, der an einer Schnur aufgehängt ist, die über die Nockenscheibe abrollt.

A. Koch (Leoben): *Stichprobenverteilung für die kleinste Differenz aus n Stichprobenwerten.*

Mehrfache Fragestellungen aus verschiedenen technischen und wirtschaftlichen Wissensgebieten münden in das gemeinsame statistisch-wahrscheinlichkeitstheoretische Problem der Stichprobenverteilung der betraglich kleinsten Differenz aus n Stichprobenwerten, die durch reine Zufallsauswahl aus gegebenen Ausgangsverteilungen entnommen sind. Von $n = 2$ aufsteigend wird gezeigt, aus welchen Möglichkeiten diese kleinste Differenz hervorgehen kann, unter welchen Bedingungen dies erfolgt und welche gegenseitigen Abgrenzungen vorliegen. — Im Falle stetiger Ausgangsverteilungen wird ähnlich der Summenbildung statistischer Variabler durch Verbinden und Mischen (verallgemeinertes Faltungsverfahren) die Dichtefunktion der kleinsten Differenz als Funktion der Ausgangsdichtefunktion dargestellt.

Für den Sonderfall einer gemeinsamen Gleichverteilung für die n erhobenen Stichprobenwerte wurde die Berechnung voll durchgeführt und bis $n = 7$ durch explizite Ergebnisse belegt. Ferner werden für eine gemeinsame Cauchysche Exponentialverteilung einige schon vor längerer Zeit gefundene Ergebnisse mitgeteilt. — In diesen Ergebnissen zeigt sich eine gewisse Parallele zu den Stichprobenverteilungen der Summe bzw. des Durchschnittes aus n Stichprobenwerten. Gleich diesen kann die kleinste Differenz für parametrische Teste bzw. für Stichprobenschätzungen mit Vorteil verwendet werden.

H. Lippmann (Zwickau): *Eine statistische Theorie der Metallplastizität.*

Die plastische Verformung eines Metalles beruht auf der Ausbildung kristalliner Versetzungen, welche unter einem Spannungszustand ausgelöst werden. Dabei ist die wirksame Spannung verschieden von der durch die äußere Spannung an der betrachteten Stelle verursachten. Beider Verhältnis verteilt sich nach Engelhardt statistisch über die Versetzungen. Auf Grund dessen errechnen sich verschiedene makroskopische Phänomena der linearen Drahtdehnung qualitativ und quantitativ richtig. Die Übertragung auf den dreidimensionalen Fall wird vorgeschlagen.

V. Lovass-Nagy (Budapest): *Über eine Anwendung der Hypermatrizen bei der Berechnung von Mehrphasentransformatoren.*

Bekanntlich lassen sich die linearen algebraischen bzw. Differentialgleichungen, welche die stationären bzw. transienten Vorgänge in Mehrphasentransformatoren beschreiben, zu einer einzigen Matrizengleichung bzw. Matrizendifferentialgleichung zusammenfassen. Hat der Transformator eine zyklische Struktur, dann läßt sich die Koeffizientenmatrix dieser Gleichungen in zyklische Blöcke zerlegen. Mit Hilfe des Egerváryschen Hypermatrizen-Algorithmus entwickelt der Vortragende eine Methode zur Spektralzerlegung der gegebenen Koeffizientenmatrix. Hierbei erscheint die aus zyklischen Blöcken bestehende Matrix als eine Summe, deren Glieder direkte Produkte von Eigenwertmatrizen und der entsprechenden Eigendyaden sind. Diese Methode liefert bei beliebiger Phasenanzahl einheitliche und übersichtliche Lösungsformeln, welche im Falle von drei Phasen automatisch die sogenannten „symmetrischen Komponenten“ der Ströme bzw. Spannungen geben.

Bianca Manfredi (Parma): *Soluzioni numeriche in problemi pluridimensionali di conduzione del calore.*

Considerato un sistema alle differenze corrispondente al sistema differenziale (in più variabili) che traduce il generale problema delle conduzione del calore in un mezzo omogeneo e termicamente isotropo, si dimostrano criteri sufficienti di convergenza e stabilità per schemi alle differenze ad esso relativi. Viene inoltre calcolata una limitazione per l'errore di arrotondamento.

Estendendo ai problemi in più variabili risultati già ottenuti nel caso unidimensionale, si mostra come la risoluzione del problema della conduzione del calore con dati al contorno variabili col tempo è riconducibile alla soluzione dell'analogo problema (problema associato) con dati al contorno indipendenti dal tempo (l'analogo del Teorema di Duhamel), facendone un'applicazione alla determinazione della distribuzione della temperatura in una lamina rettangolare.

R. Nardini (Bologna): *Über inhomogene magneto-hydrodynamische Wellen.*

Es wird eine ideale, inkompressible Flüssigkeit betrachtet, deren elektrische Leitfähigkeit unendlich groß ist. Man führt zylindrische Polarkoordinaten ein und nimmt an, daß ein stationäres axiales magnetisches Feld H_0 wirkt, das vom Achsenabstand r abhängen darf. Es wird die Möglichkeit der axialen Ausbreitung von magneto-hydrodynamischen Wellen bewiesen, welche von einem induzierten magnetischen Feld und von der Geschwindigkeit des Mediums abhängen, transversale Richtung haben, miteinander proportional sind und willkürlich von r abhängen dürfen. Wegen der letzten Eigenschaften sind diese Wellen inhomogen; auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit, die durch H_0 von r abhängt, ist im allgemeinen nicht überall gleich.

E. Neustein (Wien): *Mathematische Prolegomena zur Kobaltstrahlung.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

C. Orloff (Beograd): *Calcul spectral de coefficients de développement des fonctions en séries de Taylor et de Laurent.*

Plusieurs procédés du calcul en question y sont exposés, selon le genre des séries et la forme des coefficients de développement. Le résultat le plus simple peut être formulé de la manière suivante: Considérons une fonction réelle $f(x)$ dont les coefficients de développement en série de Maclaurin $a_n/n!$ sont inférieurs à un nombre fixe M, les a_n étant entiers. Il suffit, pour obtenir un nombre k

de coefficients aussi grand que l'on veut, de calculer une seule valeur assez approchée de $f(x_0)$, x_0 étant un nombre convenablement choisi conformément aux valeurs des nombres M et k. — Or, si les coefficients de développement croissent indéfiniment, le nombre $f(x_0)$ doit être remplacé par une intégrale définie impliquant une fonction auxiliaire transcendante.

Les procédés étudiés offrent des moyens pratiques pour le calcul de développements requis.

Mâu Quân Pham (Saigon/Paris): *Sur les équations de Maxwell dans la matière et l'étude des rayons électromagnétiques.*

L'étude des variétés caractéristiques des équations de Maxwell introduit une métrique riemannienne définie à partir de la métrique d'univers et du vecteur vitesse unitaire d'univers. Les équations de Maxwell peuvent s'exprimer directement dans cette métrique. Les rayons électromagnétiques s'interprètent comme géodésiques de longueur nulle de cette métrique associée.

On considère un milieu en mouvement permanent. Il en est ainsi si l'espace-temps est stationnaire et si le groupe d'isométries laisse invariants le vecteur vitesse unitaire u et l'indice n du milieu.

Les rayons électromagnétiques dans l'espace sont donnés par les projections des géodésiques de longueur nulle de la métrique associée. On obtient un théorème généralisant le principe de Fermat en relativité générale. On en tire une démonstration de la loi relativiste de la composition des vitesses.

A. Pignedoli (Bologna): *Sur l'«age»-théorie.*

On considère un milieu ralentissant de noyaux atomiques et avec des « sources » de neutrons monocinétiques d'énergie E_0. On appelle θ l'angle de « scattering » dans le système de l'observateur, $l(E)$ le moyen chemin libre de scattering des neutrons d'énergie E; alors l'« age » d'un neutron d'énergie E est la quantité positive:

$$\tau = \frac{1}{3(\overline{\cos\theta} - 1)} \int_{E_0}^{E} l^2(E') \frac{dE'}{E'} \quad (\overline{\cos\theta} = \text{valeur moyenne des } \cos\theta).$$

On indique alors avec $\rho(x, y, z, t, \tau)$ la fonction « densité de ralentissement » des neutrons d'age τ dans le point $P(x, y, z)$. On a pour ρ l'équation aux dérivées partielles:

$$\frac{\partial \rho(x, y, z, t, \tau)}{\partial \tau} + \frac{1}{D(\tau)} \frac{\partial \rho(x, y, z, t, \tau)}{\partial t} = \Delta_2 \rho(x, y, z, t, \tau) + S(x, y, z, t, \tau),$$

où Δ_2 est le laplacien en x, y, z, où S est la fonction de distribution des sources et où, enfin, on a: $D(\tau) = \dfrac{v\, l(\tau)}{3(1 - \overline{\cos\theta})}$. L'équation en question est l'équation de ralentissement, avec diffusion et sans capture, des neutrons « épithermiques ». Avec l'équation en question, on considère l'équation des neutrons thermiques:

$$D \,.\, \Delta_2 n(x, y, z, t) + q(x, y, z, t) - \frac{1}{\tau_c} n(x, y, z, t) = \frac{\partial n(x, y, z, t)}{\partial t},$$

où les notations sont les usuelles et dans laquelle, pour une histoire complète des vicissitudes des neutrons dans le milieu modérateur, on doit introduire, comme fonction des sources, la solution ρ de l'équation de l'« age theory ». On étudie le problème dans les cas de diverses formes du milieu modérateur.

M. Pinl (Köln): *Bericht über die Verwendung Bäcklundscher Transformationen in der Gasdynamik nach Ch. Loewner.*

Eine ebene stationäre wirbelfreie kompressible Strömung kann durch zwei Systeme partieller Differentialgleichungen erster Ordnung charakterisiert werden. Die unbekannten Funktionen des einen dieser Systeme sind die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors, die des anderen das Geschwindigkeitspotential und die Stromfunktion. Beide Systeme sind nichtlinear in der „physikalischen" Ebene, beide werden linear in der Hodographenebene und verwandeln sich in dieser in die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen im Spezialfall inkompressibler Strömungen. Ch. Loewner hat eine Klasse Bäcklundscher Transformationen bestimmt, welche zwei gegebene Systeme partieller Differentialgleichungen der erwähnten Art ineinander transformieren. Für die Anwendungen auf die Gasdynamik erscheinen dabei diejenigen Fälle von besonderem Interesse, wo eines der beiden Systeme in einer der drei kanonischen Formen vorgegeben ist, die beziehungsweise mit der Laplaceschen Gleichung, der Wellengleichung und der Tricomischen Gleichung zusammenhängen. Der erste Fall (in welchem das kanonische System durch die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen gegeben ist) ist für Strömungen im Unterschallgebiet von Interesse, der zweite für solche im Überschallgebiet und der dritte für solche im gemischten Gebiet. — Die Reduktion auf die Cauchy-Riemannschen Gleichungen war bereits 1902 S. A. Chaplygin bekannt, der diese unter Zugrundelegung einer speziellen Druck-Dichte-Beziehung gewann. Mit den Ergebnissen von Ch. Loewner lassen sich allgemeinere Zustandsgleichungen angeben, welche die Transformation des gasdynamischen Problems auf eine kanonische Form gestatten. Da die verwendeten Bäcklund-Transformationen keine Gruppe bilden, wird die ursprüngliche Klasse von Transformationen durch Komposition ihrer Elemente im allgemeinen erweitert, und damit gewinnen auch die zugehörigen Druck-Dichte-Beziehungen zusätzliche Parameter. Für derartige Erweiterungen hat sich der von Ch. Loewner neu eingeführte Begriff infinitesimaler Bäcklundscher Transformationen von großem Nutzen erwiesen. Mit Hilfe von solchen infinitesimalen Bäcklundschen Transformationen konnten auch solche Systeme bestimmt werden, welche asymptotisch in Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen übergehen. Der Zusammenhang zwischen zwei Systemen ist dann ein solcher, daß aus der Lösung eines der beiden Systeme Lösungen des zweiten Systems erhalten werden können, die von willkürlichen Parameterfunktionen abhängen. Die Konstruktion solcher koordinierter Lösungen erfordert die Integration einer linearen hyperbolischen Differentialgleichung, die nach der Riemannschen Methode durchgeführt werden kann.

G. Pólya (Stanford): *Bewiesenes und Vermutetes über die Eigenfrequenzen schwingender Membranen.*

Der etwas speziell anmutende Gegenstand gewährt Ausblicke auf andere Schwingungsaufgaben, auf weitere „isoperimetrische" Probleme der mathematischen Physik und auf die Natur heuristischer Überlegungen. Es wird eine Übersicht über schon erreichte Resultate und noch offenstehende Fragen bei einer Reihe von Aufgaben, insbesondere bei den folgenden, gegeben:

1. Minimum der Grundfrequenz bei gegebenem Flächeninhalt.
2. Maxima der Frequenzen bei gegebenem inneren konformen Radius.
3. Maximum des Quotienten zweier aufeinanderfolgenden Frequenzen.
4. Ungleichungen, welche der Weylschen asymptotischen Formel entsprechen.
5. Diskussion der Frage, ob die Frequenzzahlen sich von beiden Seiten durch variationelle Extremalprinzipien abgrenzen lassen.

K. Pöschl (München): *Ein Variationsverfahren in der Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen bei periodischen Randbedingungen.*

In der modernen Mikrowellentechnik benötigt man vielfach Leitungen, längs deren sich gegenüber Lichtgeschwindigkeit stark verzögerte Wellen ausbreiten. Gewöhnlich sind dies Leitungen mit periodischem Aufbau; die verzögerte Welle ist dann eine räumliche Fourier-Komponente (Teilwelle) des aus Differentialgleichungen vom Hillschen Typ zu erhaltenden gesamten elektromagnetischen Feldes. Für eine Klasse von periodischen Leitungen kann die Phasengeschwindigkeit der Teilwellen näherungsweise mit Hilfe eines allgemeinen Variationsprinzips berechnet werden, das sich aus den Integralsätzen von Gauß und Poynting ableitet. Ergebnisse der Anwendung der Methode auf spezielle Leitungen werden mitgeteilt.

M. Radojčić (Beograd): *Zum axiomatischen Aufbau der Relativitätstheorie.*

Der Vortragende hat in seiner Arbeit „Grundlegendes zum axiomatischen Aufbau der speziellen Relativitätstheorie I, II" (Publ. Math. Belgrade 1933, 1934) in synthetischer, statt wie gewöhnlich in analytischer Behandlungsweise die Kinematik der speziellen Relativitätstheorie im zweidimensionalen Fall aus einem nicht vollständigen System von 13 Axiomen abgeleitet. Nun werden jene Betrachtungen vervollständigt und auf vier Dimensionen erweitert.

Grundbegriffe: Realpunkt, Momentanereignis, stattfinden, erscheinen, früher. — Axiome: I. Axiom der Weltexistenz; II, 1—4. Axiome der zeitlichen Anordnung; III, 1—10. Axiome der zeitlich-räumlichen Verknüpfung; IV, 1—2. Axiome der Stetigkeit; V. Axiom der Bewegung; VI, 1—6. Axiome der räumlichen Anordnung; VII. Axiom der Kongruenz; VIII. Axiom des Parallelismus.

I—V bilden ein nicht vollständiges, jedoch für die allgemeine Relativitätstheorie gültiges Axiomensystem, welches eine allgemeine „Lichttopologie" einführt. VI—VIII vervollständigen das System, indem sie zunächst (VI) eine projektive, dann (VII, VIII) die euklidische Geometrie und somit die Kinematik der speziellen Relativitätstheorie bestimmen.

Josette Renaudie (Paris): *Sur une théorie hexadimensionnelle du champ des particules de spin maximum un.*

Soit V_6 une variété riemannienne à six dimensions de métrique hyperbolique normale. On cherche à définir le tenseur métrique de V_6 par un système d'équations analogue à celui de la relativité générale. Ces équations devront généraliser les équations du champ de la particule de spin maximum 1, formées dans l'espace-temps de la relativité restreinte. Nous supposons que V_6 admet un groupe d'isométries abélien à deux paramètres. On définit alors V_4, espace quotient de V_6 par la relation d'équivalence déterminée par ce groupe. V_4 douée d'une métrique déduite de celle de V_6 est identifiée à l'espace-temps de la relativité générale. Soit T_{ab} le tenseur d'Einstein de V_6. T_{ab} sont des combinaisons des S_{ab} où S_{ij}, S_{is}, S_{st} $(a, b = 0, 1, .., 5;\ s, t = 0, 1;\ i, j = 2, .., 5)$ sont resp. des deux-tenseurs, vecteurs et scalaires de V_4. Dans V_4, on peut définir des tenseurs P_{ij}, P_{is}, P_{st}, seconds membres des équations $S_{ab} = P_{ab}$ qui généralisent alors, avec une identification convenable entre tenseurs métriques et tenseurs de champ, les équations de la particule de spin maximum 1 (formées par L. de Broglie), complétées par des termes d'interaction entre les champs, et l'influence du champ gravitationnel. $S_{ab} = P_{ab}$ est équivalent à $T_{ab} = Q_{ab}$ où Q_{ab} est un tenseur de V_6 fonction de potentiels-vecteurs généralisés dans V_6. Dans V_6 riemannienne satisfaisant à ces équations, la trajectoire d'une particule — modèle fluide parfait — soumise aux champs, est une géodésique de V_6 invariante par le groupe d'isométries.

A. Rényi (Budapest): *Über den Begriff der Entropie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.*

Der Begriff der Entropie einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wurde durch C. Shannon eingeführt, als ein Maß für die in der Verteilung enthaltene Unbestimmtheit. Shannons Theorie wurde für diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch A. Khintchine weiterentwickelt. Für kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen blieben noch zahlreiche Probleme offen. Der auffälligste Unterschied besteht darin, daß die Entropie einer diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilung nur nichtnegativer Werte fähig ist, während die Entropie einer kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsverteilung auch negativ sein kann. Diese paradoxe Erscheinung läßt vermuten, daß die Entropien kontinuierlicher und diskontinuierlicher Verteilungen Größen verschiedener Art sind.

Dies wird durch die vom Vortragenden und J. Balatoni ausgearbeitete neue Theorie der Entropie bestätigt. Es stellte sich heraus, daß die in einer Wahrscheinlichkeitsverteilung enthaltene Unbestimmtheit sich nur durch zwei Zahlen vollständig charakterisieren läßt, nämlich durch die „Dimension" d der Verteilung und durch deren d-dimensionale Entropie. Endliche diskrete Verteilungen haben die Dimension 0, und ihre nulldimensionale Entropie wird durch die bekannte Shannonsche Formel gegeben. Kontinuierliche beschränkte lineare Verteilungen dagegen, die eine stetige Dichtefunktion besitzen, haben die Dimension 1, und ihre eindimensionale Entropie ist wieder durch die bekannte Shannonsche Formel gegeben, die also ein Unbestimmtheitsmaß höherer Ordnung ist als die nulldimensionale Entropie von diskreten Verteilungen. Eine kontinuierliche und beschränkte Wahrscheinlichkeitsverteilung im n-dimensionalen euklidischen Raum mit stetiger Dichte hat naturgemäß die Dimension n; es gibt aber auch solche Verteilungen, deren Dimension nicht ganzzahlig ist. Für solche Verteilungen wird die entsprechende (nicht ganzzahlig dimensionale) Entropie definiert. Es werden einige allgemeine einschlägige Sätze mitgeteilt.

A. Reuschel (Wien): *Über eine einfache Konstruktion und Berechnung der Schmidtschen Korrektionslinse mit Hilfe einer räumlichen Abbildung.*

Es wird eine räumliche Abbildung mitgeteilt, durch die man den zeitlichen Ablauf der in einer Meridianebene eines rotationssymmetrischen optischen Systems vor sich gehenden Lichtfortpflanzung anschaulich darstellen kann. Ist jedes Medium zwischen je zwei aufeinanderfolgenden optisch wirksamen Systemflächen isotrop, so wird die von einem Objektpunkt ausgehende Lichterregung innerhalb jedes Mediums mittels der erwähnten räumlichen Abbildung durch eine Torse (abwickelbare Regelfläche) mit jeweils konstanter Böschung zur Meridianebene dargestellt. Zwischen diesen Böschungsflächen und den Wellenflächen der betrachteten Lichtfortpflanzung besteht ein einfacher und interessanter Zusammenhang. Dieses raumgeometrische Verfahren wird zu einer anschaulichen und einfachen Konstruktion der berühmten Schmidtschen Korrektionsplatte benutzt. Die analytische Verfolgung dieser Konstruktion führt zu einer sehr einfachen Berechnung dieses für die angewandte Optik sehr wichtigen Korrektionselementes.

S. Rios (Madrid): *On two definitions of consistency.*

The purpose of this paper is to consider the relation between two concepts of consistent estimator, proposed by R. A. Fisher in two papers, entitled:

(1) The mathematical foundations of theoretical statistics (Phil. Trans. Roy. Soc. 222, p. 309).

(2) Theory of statistical estimation (Proc. Cambridge Phil. Soc. 22, p. 700).

On the first page of Fisher's paper (1) the following definition is found: "A statistic satisfies the criterion of consistency, if, when it is calculated from the whole population, it is equal to the required parameter." — In his second paper, Fisher considers a statistic U as consistent, if U converges to the parameter θ in probability. What we have seen in the present paper is, that if the statistic U is a continuous functional, the two Fisher's definitions are equivalent. In addition we present some examples showing that without the continuity condition the two definitions of consistency are not equivalent. — Some generalisations and applications are given.

K. Sarkadi (Budapest): *Über die Verteilung der Zahl der Überschreitungen.*

Es liegen zwei unabhängige Stichproben von derselben stetigen Grundverteilung vor. Die Zahl der Elemente der zweiten Stichprobe, die größer sind als ein gegebenes geordnetes Element der ersten, wird die Zahl der Überschreitungen genannt (vgl. z. B. E. J. Gumbel, Mittblatt. f. math. Stat. 6/1954, 164—169). Der Vortrag behandelt den Zusammenhang zwischen der Verteilung der Zahl der Überschreitungen und manchen bekannten Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

H. Scholz (Wien): *Beiträge zum Krylow-Bogoljubowschen Näherungsverfahren für nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung.*

Das Verfahren von Krylow-Bogoljubow dient zur angenäherten Lösung nichtlinearer gewöhnlicher Differentialgleichungen zweiter Ordnung von der speziellen Bauart $y'' + v^2 y + e f(y, y') = 0$. Differentialgleichungen dieser Bauart treten bei Schwingungsvorgängen auf (van der Polsche Differentialgleichung, Rayleighsche Differentialgleichung, Pendelgleichung). Die Methode besteht darin, daß in Anlehnung an die harmonische Schwingung die Lösung in der Produktform Amplitude mal Sinusfunktion angesetzt wird, wobei aber Amplitude und Phasenverschiebung als variabel angenommen werden. In erster Annäherung führt dieser Ansatz auf ein System von zwei nichtlinearen gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung für Amplitude und Argument, wobei dieses System im allgemeinen nicht elementar lösbar ist. Bei der systematischen Untersuchung des Falles, daß die in der Differentialgleichung auftretende nichtlineare Funktion ein Polynom ist, läßt sich zeigen, daß in jedem Fall die Umkehrfunktion der Amplitude angebbar ist, daß aber nur in gewissen Fällen aus dieser Umkehrfunktion die Amplitude selbst bestimmt werden kann. Der Fall für Polynome bis zum 5. Grad wurde ausführlich behandelt und führte auf explizite Formeln für Amplitude und Argument. Die Fälle, die einer elementaren Behandlung nicht zugänglich sind, können durch einen Potenzreihenansatz näherungsweise gelöst werden. Zu den Fällen, die elementar behandelt werden können, gehören unter anderem auch die oben angeführten Schwingungsgleichungen.

G. Sestini (Parma): *Sulla distribuzione della temperatura in un mezzo che si muove.*

Attraverso alcuni casi concreti si mostra come il metodo classico di Holmgren-Gevrey-Levi sia perfettamente idoneo a dare la soluzione di problemi, anche non unidimensionali, interessanti le pratiche applicazioni, nei quali si ricerca la temperatura in un mezzo omogeneo e termicamente isotropo, che si muove con velocità assegnata, funzione del posto e del tempo, non escludendo in seno al mezzo una distribuzione di sorgenti di calore di portata variabile col posto e col tempo.

J. Szabó (Budapest): *Über die explizite Auflösung der Poissonschen, biharmonischen und anderer ähnlich gebauten Differenzengleichungen mit Hilfe der Matrizenrechnung.*

Wenn die Unbekannten eines zweidimensionalen Problems zu einer quadratischen (bzw. rechteckigen) Matrix zusammengefaßt werden, sind die zweiten partiellen Differenzenquotienten nach den zwei unabhängigen Veränderlichen mit gleichzeitiger Berücksichtigung der Randbedingungen durch rechts- bzw. linksseitige Multiplikation mit einer Kontinuanten-Matrix herstellbar. Auf diese Weise erhält man eine allgemeine lineare Matrizengleichung. Zur Lösung von derartigen Gleichungen wird in der Literatur meistens die Anwendung der Ausgleichsrechnung vorgeschlagen. Im Gegensatz hierzu entwickelt der Verfasser eine auch für maschinelle Rechnung gut anwendbare Lösungsmethode, welche die bekannten Projektoren (idempotente Komponenten) verwendet.

Die auf diese Weise erhaltene Lösung kann als endliche Fouriersche Entwicklung der gesuchten Größen gedeutet werden. Durch Grenzübergang erhält man die für die entsprechende Differentialgleichung geltende Lösungsformel.

E. Ullrich (Gießen): *Die Mathematik und das biologische Geschehen.*

Es sollen erst grundsätzliche Gesichtspunkte über die Rolle der Mathematik für die theoretische und die experimentelle Biologie dargelegt und ein kurzer Überblick über einige Haupteingriffsstellen gegeben werden. Als wesentliche Beispiele: Kampf ums Dasein, Evolutionstheorie, Bakteriengenetik und besonders Krebstheorie. Der Vortrag führt zu neuen mathematischen Beiträgen zum Verständnis der Karzinogenese.

Maria Teresa Vacca (Torino): *Onde magneto-idrodinamiche in un fluido elettricamente conduttore entro un tubo indefinito a sezione rettangolare.*

Richiamate le equazioni della magneto-idrodinamica per un fluido omogeneo, isotropo, incompressibile ed elettricamente conduttore, ho supposto che il fluido, mobile entro un tubo a sezione rettangolare, sia immerso in un campo magnetico uniforme $\mathfrak{H}_0$, e ho cercato soluzioni in cui il campo magnetico è $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{h}$, e la velocità di una generica particella fluida è proporzionale al vettore $\mathfrak{h}$. Ho stabilito quindi le equazioni differenziali che devono essere verificate dalle componenti di un vettore complesso, alla determinazione delle quali il problema è stato ricondotto attraverso la considerazione di onde magneto-idrodinamiche propagantisi nella direzione dell'asse z.

Il metodo della separazione delle variabili mi ha consentito di determinare tali componenti che risultano complesse e dipendenti da x e da y per mezzo di funzioni sinusoidali e di funzioni esponenziali.

Il movimento idrodinamico del fluido considerato nell'interno del tubo a sezione rettangolare consiste dunque in una propagazione nella direzione dell'asse z di onde magneto-idrodinamiche sinusoidali rispetto al tempo, le quali hanno un'ampiezza dipendente dalle coordinate x ed y e vanno smorzandosi al crescere di z, eccetuati i due casi in cui sono rispettivamente nulle la viscosità e la costante dielettrica.

St. Vajda (Epsom): *Über die Berechnung erwartungstreuer Schätzfunktionen, die in der Versicherungsmathematik eine Rolle spielen.*

Der Vortragende stellt sich die Aufgabe, den Erwartungswert $E(x)$ einer Zufallsveränderlichen zu bestimmen, für deren Wahrscheinlichkeitsdichte eine

Gauß sche Verteilung angenommen wird, wobei aber die Dichte für negative Werte durch Null ersetzt wird. Dieses Problem spielt zum Beispiel in der Rückversicherung eine Rolle, wenn ein Rückversicherer einem Erstversicherer denjenigen Teil eines Schadens ersetzt, der eine vorgegebene Summe übersteigt.

Es wird angenommen, daß entweder der Mittelwert der Verteilung (Fall a) oder Mittelwert und Streuung (Fall b) unbekannt sind. Es handelt sich dann darum, aus n Beobachtungen an x eine erwartungstreue Schätzfunktion für $E(x)$ zu bestimmen; man sieht leicht ein, daß es unrichtig wäre, etwa erwartungstreue Schätzfunktionen für die unbekannten Parameter zu bilden und sie in die Formel für $E(x)$ einzusetzen.

Die Lösung der Aufgabe gelingt mit Hilfe des Begriffes einer „kompletten" Schätzfunktion (1). Eine erschöpfende Schätzfunktion T heißt nach Lehmann und Scheffé (2) komplett, wenn der Erwartungswert einer Funktion $f(T)$ nur dann für alle Parameterwerte in der Verteilung Null sein kann, wenn (von trivialen Fällen abgesehen) $f(T)$ selbst identisch Null ist (z. B. sind $\bar{x}$ und s^2 komplett für die Parameter der Gauß schen Verteilung). Unter Benutzung von Sätzen von Blackwell (3) und von Lehmann und Scheffé (2) werden erwartungstreue Schätzfunktionen für $E(x)$ in den Fällen a und b hergeleitet. In letzterem Falle läßt sich das Ergebnis als Kombination unvollständiger Beta-Funktionen darstellen.

Werte, die sich durch Einsetzen von $\bar{x}$ oder (im Falle b) von $\bar{x}$ und s^2 in die Formel für $E(x)$ ergeben, sind immer zu groß, der Überschuß strebt aber mit steigendem n nach Null (4).

Bibliographie:

(1) S. Vajda, Analytical studies in stop-loss reinsurance, II. Skand. Aktuarietidskr. 1956.

(2) E. L. Lehmann and H. Scheffé, Completeness, similar regions and unbiased estimation, I. Sankhyā 1950.

(3) D. Blackwell, Conditional expectation and unbiased sequential estimation. Ann. Math. Statist. 1947.

(4) G. Heselden, Some inequalities satisfied by incomplete Beta-functions. Skand. Aktuarietidskr. 1956.

O. Vejvoda (Praha): *Die Fehlerabschätzung der Runge-Kutta-Formel.*

Es handelt sich um die Fehlerabschätzung der Runge-Kutta-Formel für die numerische Auflösung eines Systems von n Differentialgleichungen

$$\text{(I)} \qquad \frac{dy_i}{dx} = f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

mit Anfangsbedingungen $y_i(x_0) = y_{i0}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Für diesen Fall veröffentlichte schon Bieberbach eine Fehlerabschätzung (ZAMP 2/1951, 233—248).

Der gemeinsame Grundgedanke der drei neuen Fehlerabschätzungen liegt darin, daß man in den Entwicklungen der genauen und der angenäherten Lösung bis zu den Gliedern der 6. Ordnung geht (damit wird der Unterschied der Glieder der 5. Ordnung, der im allgemeinen für den Fehler maßgebend ist, viel präziser abgeschätzt). Außerdem unterscheiden sich die neuen Abschätzungen von der Bieberbach schen durch eine andere Wahl (in drei Varianten) der Grenzen der Funktionen f_i und ihrer partiellen Differentialquotienten. Nach einer Methode, die von Bukovics (Monatsh. Math. 57/1953, 333—350) stammt, wird die Fehlerabschätzung der Runge-Kutta-Formel für das System (I) nach N Schritten abgeleitet.

K. Zuse (Neukirchen): *Über zwei neue Entwicklungen programmgesteuerter Rechengeräte in Deutschland.*

Für Spezialzwecke wurde ein kleines Relaisrechengerät mit der Bezeichnung Z 11 entwickelt. Diese Entwicklung geht zum Teil auf Geräteentwicklungen des Vortragenden und zum Teil auf den Bau des Spezialgerätes SM 1 von Herrn Reg.-Rat Seifers (München) zurück. Es wurden bereits mehrere Geräte für Zwecke der Flurbereinigung, Feldvermessung und Optik gebaut und mit Erfolg eingesetzt. Das Gerät arbeitet im Dualsystem mit festem Komma. Die Programmgebung erfolgt über Schrittschalter, auf denen die Programme fest verdrahtet sind. Es können Lochstreifengeräte als äußeres Gedächtnis und zum Zwecke der Dokumentation angeschlossen werden.

Ferner wurde insbesondere für wissenschaftliche und technische Rechnungen die Entwicklung einer elektronischen programmgesteuerten Rechenmaschine mit der Bezeichnung Z 22 in Angriff genommen. Die Entwicklung des Gerätes steht kurz vor dem Abschluß. Eine Reihe von Geräten dieses Typs wird in Kürze an verschiedene Hochschul- und Forschungsinstitute ausgeliefert werden. Das Gerät baut sich im wesentlichen um einen Trommelspeicher auf. Die Programmgebung erfolgt über den Speicher, wobei eine große Beweglichkeit im Ablauf der Programme gewährleistet ist. Die Ein- und Ausgabe erfolgen über handelsübliche Fernschreibgeräte.

SEKTION V: PHILOSOPHIE UND GESCHICHTE DER MATHEMATIK

G. Asser (Berlin): *Theorie der logischen Auswahlfunktionen.*

Um die Methode der symbolischen Auflösung auch in formalisierten mathematischen Theorien anwenden zu können, hat Hilbert den Auswahloperator (ε-Symbol) in die Grundlagenuntersuchungen eingeführt. Interpretiert man den Auswahloperator als Zeichen für Auswahlfunktionen im Sinne der allgemeinen Mengenlehre, so erweist sich das Hilbertsche Axiomensystem als unvollständig; um ein vollständiges Axiomensystem für die so erhaltenen allgemeingültigen Ausdrücke zu gewinnen, muß man zu den Hilbertschen Axiomen noch ein weiteres hinzunehmen, auf Grund dessen für äquivalente Ausdrücke die ausgewählten Elemente übereinstimmen. Für den so erweiterten Kalkül gelten die Eliminationstheoreme (erstes und zweites Hilbertsches ε-Theorem) trivial. Ebenso einfach ergeben sie sich dann für das Hilbertsche Axiomensystem. — Allein durch passende Abänderung des Begriffes der Auswahlfunktion kann man auch eine adäquate Interpretation für den Hilbertschen Formalismus erhalten; hierbei hängt das $\varepsilon a H(a)$ zugeordnete Element nicht nur von der Menge der Individuen ab, für die $H(a)$ erfüllt wird, sondern auch von dem Ausdruck $H(a)$.

E. W. Beth (Amsterdam): *Semantische Tafeln für die intuitionistische Prädikatenlogik erster Ordnung.*

Als semantische Tafel für die Sequenz K seq D bezeichne ich eine stammbaumartige Anordnung von Formeln, welche sich 1. als Versuch der Konstruktion eines Gegenbeispiels und 2. als Versuch einer Ableitung in einem gewissen formalen System F auffassen läßt. Aus der Tatsache, daß zwangsläufig einer dieser beiden Versuche gelingen muß, ergibt sich sofort der Gödel sche Vollständigkeitssatz, demzufolge zu jeder Sequenz entweder eine Ableitung in F oder ein Gegenbeispiel existieren muß.

Es läßt sich nun die Konstruktion der semantischen Tafel der intuitionistischen Einstellung anpassen; die semantische Tafel ist dann zusätzlich noch 3. als Versuch der Umformung eines beliebigen Modells des Konjunktivs K in ein Modell des Disjunktivs D zu betrachten. Die Tatsache, daß das Gelingen von 3. zwangsläufig das Gelingen von 2. impliziert, liefert dann die Begründung eines intuitionistischen Vollständigkeitssatzes für die intuitionistische Prädikatenlogik erster Ordnung. Der Beweis ist dem des Brouwerschen Hauptsatzes für finite Mengen nahe verwandt (wie ja auch der Gödelsche Vollständigkeitssatz eng mit dem Satz von Heine-Borel zusammenhängt).

Vgl. E. W. Beth, Semantical considerations on intuitionistic mathematics (Amsterdam Proc. 50/1947); Semantic entailment and formal derivability (Kon. Ned. Akad. Wetensch. 13/1955); Semantic construction of intuitionistic logic (im Erscheinen).

K. Schröter (Berlin): *Zurückführung der Vollständigkeit beliebiger Prädikatenkalküle der ersten Stufe auf die des klassischen zweiwertigen.*

Vortragsauszug nicht eingelangt.

Th. A. Skolem (Oslo): *Bemerkungen zum Komprehensionsaxiom.*

Bekanntlich entstehen Widersprüche, wenn man das Axiom zugrunde legt, daß es zu jeder Aussagenfunktion $A(x)$ ein y gibt, so daß für alle x die Aussage „x ist ein Element von y" mit der Aussage $A(x)$ äquivalent ist. Diese Widersprüche aber, wozu das erwähnte uneingeschränkte Komprehensionsaxiom führt, können anscheinend durch Übergang zu einer Logik mit unendlich vielen Wahrheitswerten vermieden werden, z. B. kann man als Wahrheitswerte die rationalen Zahlen $0 \leqq r \leqq 1$ benutzen, wobei 0 falsch, 1 wahr, während „und", „oder" und „nicht" bzw. Minimum, Maximum und Übergang von r zu $1-r$ bedeuten. Es gelingt jedenfalls zu beweisen, daß das Axiom: es gibt für jede Aussagenfunktion $A(x)$ ein y derart, daß für alle x die Aussagen $x \in y$ und $A(x)$ denselben Wahrheitswert haben, widerspruchsfrei erfüllbar ist, wenn man sich auf die Fälle beschränkt, wo A keinen Quantor enthält. Andrerseits scheint aber das Auftreten von Quantoren auch nicht zu Widersprüchen zu führen, obwohl ein Beweis dafür nicht gelungen ist.

Die Herleitung der Mathematik auf dieser Grundlage, insbesondere die Entwicklung der Arithmetik analog der Dedekindschen Kettentheorie erscheint möglich. Die Sätze einer solchen Mathematik können immer als Sätze in dem durch die Einführung unendlich vieler Wahrheitswerte modifizierten Prädikatenkalkül erster Ordnung angesehen werden.

H. Thiele (Berlin): *Eine Axiomatisierung der zweiwertigen Prädikatenkalküle der ersten Stufe, welche die Implikation enthalten.*

In der zweiwertigen Aussagenlogik ist schon vor längerer Zeit die Vollständigkeit ziemlich allgemeiner Kalküle untersucht worden. Im Anschluß an Arbeiten von Wajsberg und Quine konnte Schröter die sogenannten Fregeschen Aussagenkalküle axiomatisieren; das sind zweiwertige Kalküle, die neben der üblichen Implikation beliebige weitere aussagenlogische Wahrheitsfunktionen enthalten und deren Ableitungsbegriff auf der Abtrennungsregel für die Implikation und der Einsetzungsregel beruht.

Für die zweiwertige Prädikatenlogik der ersten Stufe liegen derartig allgemeine Untersuchungen in der Literatur noch nicht vor; sie sollen in diesem Vortrag in ihren Grundzügen unter Angabe der Resultate durchgeführt werden. Für die üblichen Teilkalküle des klassischen (d. h. funktionell vollständigen)

zweiwertigen Prädikatenkalküls der ersten Stufe findet sich die Problemstellung und ein Hinweis auf eine Lösung, die aber von der vorliegenden verschieden ist, in einer Arbeit von Schröter.

Nach dem Vorbild der erwähnten Untersuchungen aus der Aussagenlogik betrachten wir ganz allgemein zweiwertige Prädikatenkalküle, für die wir zunächst nur voraussetzen, daß sie die übliche Implikation enthalten. An weiteren Funktionen nehmen wir eine beliebige Menge (eventuell leer oder auch unendlich) von beliebigen endlichstelligen (eventuell auch nullstelligen) aussagenlogischen Wahrheitsfunktionen und schließlich eventuell die prädikatenlogische Generalisierungs- und Partikularisierungsfunktion auf. Nachdem wir diesen inhaltlichen Ansatz in der üblichen Weise formalisiert haben, beweisen wir als Hauptresultat, daß jeder allgemeingültige Ausdruck aus einem sehr übersichtlichen Axiomensystem ableitbar ist. Es ist bemerkenswert, daß wir dabei trotz des sehr allgemeinen Ansatzes mit dem oft gebräuchlichen, auf sieben Schlußregeln beruhenden Ableitungsbegriff des klassischen zweiwertigen Prädikatenkalküls (Abtrennungsregel, je eine Umbenennungsregel für gebundene und vollfreie Individuenvariablen sowie je eine Regel für vordere und hintere Generalisierung bzw. Partikularisierung) auskommen. Fehlt eine der genannten prädikatenlogischen Quantifizierungsfunktionen, so streichen wir natürlich die entsprechenden Quantifizierungsregeln; fehlen beide, so können wir uns auf das Ableiten mit der Abtrennungsregel allein beschränken. Im zweiten Fall liegt ein quantifikatorenfreier Prädikatenkalkül vor, der einem Fregeschen Aussagenkalkül gleichwertig ist, und dadurch erhalten wir die erwähnten Resultate aus der Aussagenlogik noch einmal auf eine andere Weise.

Die erwähnten Ergebnisse lassen sich auch auf Prädikatenkalküle übertragen, die aus den eben beschriebenen durch Hinzunahme der Identität, von Individuenkonstanten, Funktionsvariablen sowie Auswahloperatoren (im Sinne von Hilbert) entstehen.

VORTRAGSVERZEICHNIS

ÖSTERREICHISCHE MATHEMATISCHE GESELLSCHAFT

Gegründet 1903

SEKRETARIAT: WIEN IV, KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)

TELEPHON U-46-5-30 — POSTSPARKASSENKONTO 82.395

Jahresbeitrag für in- und ausländische Mitglieder: S 25.— (1 US-Dollar).