

Zahlen im Kopf: In Rechenkonferenzen über Rechenwege nachdenken

10. April 2026

ÖMG Lehrkräftefortbildung Wien

Johanna Wieser & Robin Göller

School of Education & Institut für Didaktik der Mathematik ^{AECC}

VORSTELLUNGSRUNDE



Lösen Sie bitte folgende Aufgabe:

$$(299 + 298) \cdot 2$$

Lösen Sie bitte folgende Aufgabe:

$$(299 + 298) \cdot 2 = 1194$$

Wie sind Sie vorgegangen?

Wie würden Ihre Schüler:innen die Aufgabe (vermutlich) lösen?

Flexibles Rechnen

Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018

- Kenntnis verschiedener Rechenstrategien
- Praktikabilität verschiedener Rechenstrategien aufgabenbezogen reflektieren
- Aufgabenadäquate Auswahl von Rechenstrategien begründen

H1 Darstellen, Modellbilden

H3 Interpretieren

(Bildungsstandards M8 Mathematik, Österreich)

H2 Rechnen, Operieren

H4 Argumentieren, Begründen

Bedeutung und Relevanz

Rechnen = viel mehr als nur Be-Rechnen

- Welche Rechenstrategien bieten sich zur Lösung der Aufgabe an? Welche sind besonders effizient?
- Welche liefern mit möglichst hoher Sicherheit ein richtiges Ergebnis?

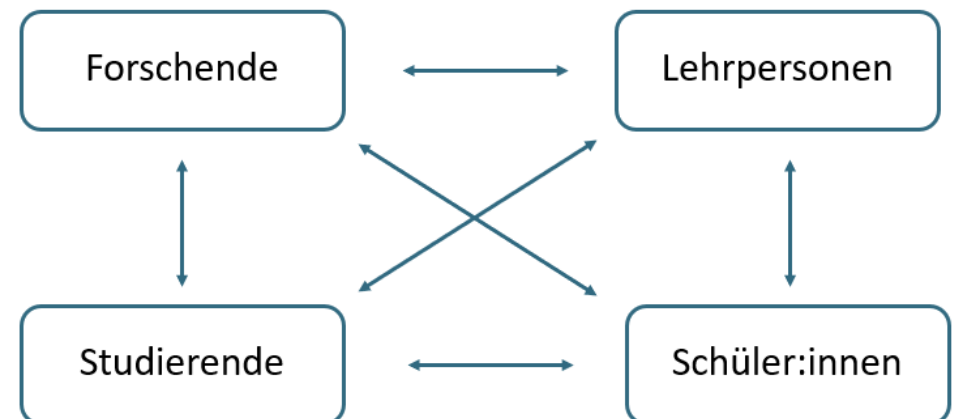
Nach Einführung der schriftlichen Rechenverfahren (oder Taschenrechner): unreflektierter Einsatz dieser (Götze et al., 2020; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Schulz & Wartha, 2021)



Ziel: Förderung (flexibler) Rechenstrategien

Projekt „Zahlen im Kopf – Kopfrechnen fördern“

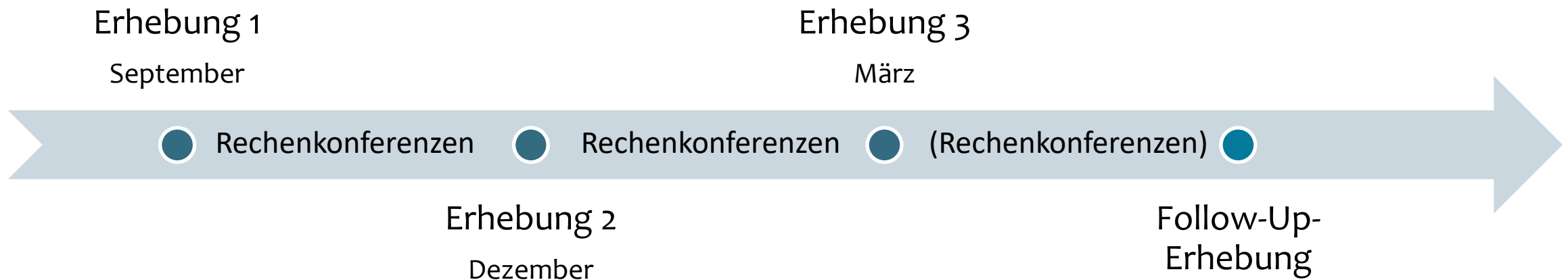
Kooperationsschulen der Universität Klagenfurt



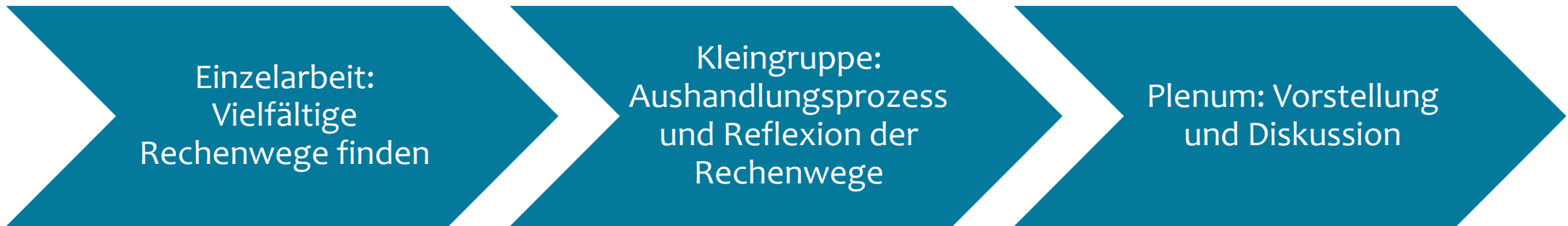
<https://www.aau.at/school-of-education/kooperationsschulen/>

Ziel und Ablauf

- „Rechenkonferenzen“ (Schulz & Wartha, 2021; Sundermann, 1999)
- Nachdenken, Reflektieren und Sprechen über verschiedene Rechenwege und deren Aufgabenpassung



Rechenkonferenzen



- „ko-konstruktive Aushandlungsprozesse“ (Götze, 2014, S. 86) => stärkere Bewusstmachung des Lernprozesses
- Interaktion als die wohl wirkungsvollste Methode des produktiven Denkens (Götze, 2014; Hengartner, 1992)
- Entsprechende Umsetzung in Lehrplänen und einschlägiger Fachliteratur zunehmend gefordert; gilt als Indikator für guten Unterricht (PIKAS, 2017; Götze, 2014; Pöhls, 2016)

Forschungsfragen und Auswertung

FF3: Welche Strategien werden von den Schüler:innen notiert bzw. vorgestellt?

- Kategorienzuweisung, Häufigkeitsanalyse pro Aufgabe / Rechenoperation der schriftlichen (und mündlichen) Schüler:innenprodukte

FF4: Welche Aufgaben werden von den Schüler:innen überwiegend als einfach bzw. schwierig klassifiziert und mit welcher Begründung?

- Häufigkeitsanalyse
- Kategorienbildung

Aufgabenkartei zur Rechenkonferenz

Gruppe 3: Finde so viele Rechenwege wie möglich!



$$101\,000 - 990$$

$$7 \cdot 9,99\text{€}$$

$$\underline{1212} : 12$$

$$1\,101 + 899$$

Drei Kinder gewinnen 100€. Wie können sie das Preisgeld fair aufteilen?

Diese Aufgabe ist für mich am leichtesten (Bitte die Antwort gut begründen!):

Diese Aufgabe ist für mich am schwierigsten (Bitte die Antwort gut begründen!):

Bitte überlegen Sie: Mit welchen Antworten würden Ihre Schüler:innen vermutlich geben?

Aufgabenkartei zur Rechenkonferenz

Gruppe 3: Finde so viele Rechenwege wie möglich!



101 000 – 990
$7 \cdot 9,99\text{€}$
$1212 : 12$
$1\ 101 + 899$
Drei Kinder gewinnen 100€. Wie können sie das Preisgeld fair aufteilen?

Diese Aufgabe ist für mich am leichtesten (Bitte die Antwort gut begründen!):

Diese Aufgabe ist für mich am schwierigsten (Bitte die Antwort gut begründen!):

Eine Schüler:innenantwort

Drei Kinder gewinnen 100€. Wie können sie das Preisgeld fair aufteilen?

„Jedes Kind bekommt 33,33€ und den 1c werden sie in den Wunschbrunnen.“

Erste Ergebnisse aus der 3. Rechenkonferenz (FF3)

Strategien für die Addition und Subtraktion:

- Gegensinniges / Gleichsinniges Verändern beliebiger Stellenwerte:

$$299 + 43 = (299 + 1) + (43 - 1) = 300 + 42$$

$$299 - 43 = 299 + 1 - (43 + 1) = 300 - 44$$

- Vereinfachen

$$299 + 298 = 300 + 300 - 3$$

- Schriftliche Rechenverfahren

- Zahlzerlegungen (überwiegend nach Stellenwerten, aber auch z.B. $894 + 306 = (800 + 300) + (94 + 6)$)

Erste Ergebnisse der 3. Rechenkonferenz (FF3)

Strategien für die Multiplikation

- Zerlegungsstrategien (Zerlegen eines Faktors in Stellenwerte)
- Aufrunden und anschließendes Abziehen unter Berücksichtigung des Distributivgesetzes (Vereinfachen)
- schriftliches Verfahren
- fortgesetzte Addition

Strategien für die Division

- Bilden der Umkehraufgabe (Multiplikation)
- Vereinfachen
- Überschlagsrechnung
- Zerlegungen
- *Schriftliches Divisionsverfahren*

Besonderheiten:

1515 : 15

196 : 49

Ergebnisse FF3 (nur Überblick)

- Zunahme der gefundenen Rechenstrategien von der 1. zur 3. Durchführung
- Ausbau der sprachlichen Ausführungen
- Benennung gefundener Strategien
- Anfangs besonders wenige Strategien für die Multiplikation und Division

Ergebnisse FF4 (nur Überblick)

- Addition häufig als einfachste Aufgabe bezeichnet
- Division tendenziell häufig als schwierigste Aufgabe
- „unbekannte“ Aufgabe in der 5. und 6. Schulstufe relativ häufig als einfachste Aufgabe klassifiziert, die auch „mehr Spaß macht“
- Prozentaufgabe in der 7. und 8. Schulstufe tendenziell als schwierig wahrgenommen

Diese Aufgabe ist für mich am leichtesten (Bitte die Antwort gut begründen!):

Weil ich da wenig rechnen musste, sondern eben dinge wie man aufteilt. Und es hat mir viel mehr spaß gemacht als die ander

Schüler:innenantworten

Diese Aufgabe ist für mich am leichtesten (Bitte die Antwort gut begründen):

„9099 + 901 weil ich seh es mit meinen Augen das 10000, weil wenn ich die 9 dazu geb, ist es 9999 aber wenn ich dann noch die 1 dazu gib ist es 10000.“

„9099 + 901 weil man die 1 zu den 9099 hinzugeben kann, dann hat man 9100 und dann einfach die 900 dazu rechnen, dann hat mans.“

Ausblick: Mathekonferenzen

Konzept prinzipiell auf alle Themengebiete anwendbar

Aufbau:

- Eigenständiges Befassen mit einem mathematischen Problem
- Besprechung in der Kleingruppe
- Konferenz und Diskussion im Plenum

Welche Anwendungsmöglichkeiten gibt es für Ihren Unterricht?

Welche Chancen oder Herausforderungen sehen Sie?

Aus der Praxis

Herausforderungen und Chancen

- Anfangs möglicherweise Unsicherheiten bei den Schüler:innen (Sprechen vor der Klasse)
- Austausch in Kleingruppen besonders ertragreich (keine bzw. kaum Unsicherheiten seitens der Schüler:innen)

Tipps

- Gesprächsregeln vorab besprechen / wiederholen
- Reflexionsfragen zur Motivation bereithalten (Wieser & Göller, 2026b)

EVALUATION DER RECHENKONFERENZEN

Das Erhebungstool (Evaluation)

- 20 Aufgaben, 5 pro Rechenoperation
- Die Schüler:innen sehen jeweils nur eine Aufgabe
- Sie dürfen Nebenrechnungen auf einem Zettel notieren, müssen aber nicht

Welche Aufgaben werden von den Schüler:innen vermutlich (nicht-)schriftlich gelöst?

$249 + 496$

$234 + 109$

$170 + 200$

$199 + 198$

$263 + 347$

$203 - 199$

$940 - 99$

$811 - 573$

$430 - 80$

$618 - 317$

$215 \cdot 4$

$11 \cdot 8$

$149 \cdot 2$

$176 \cdot 5$

$98 \cdot 3$

$335 : 5$

$414 : 9$

$621 : 3$

$420 : 2$

$558 : 9$

Forschungsfragen und Auswertung

FF1: Welche Aufgaben werden überwiegend (nicht-)schriftlich gelöst?

- Häufigkeitsanalyse

FF2: Lassen sich Zusammenhänge zwischen (nicht-)schriftlicher Bearbeitung und Richtigkeit oder Zeit erkennen?

- Kreuztabelle mit relativen Häufigkeiten und χ^2 –Test (Lösungsrichtigkeit)
- Wilcoxon-Rangsummentest (Zeit)

Erhebungen mittels digitalem Rechentool

- 7 Schulklassen, 5. – 8. Schulstufe, $n = 153$ (Erhebung 1), $n = 141$ (Erhebung 2) bzw. $n \approx 150$ (Erhebung 3)
- Digitales Tool mit 20 Aufgaben (5 Aufgaben pro Rechenoperation)
- Erfassung von Bearbeitungsdauer und Richtigkeit; (nicht-)schriftliche Bearbeitung
- Aufgabenkonzeption nach Rechenstrategien mit Auswertungsfokus auf (nicht-) schriftliche Bearbeitung

Beispiele:

$299 + 298$

Vereinfachung: $300 + 300 - 3$

$149 \cdot 2$

Vereinfachung: $150 \cdot 2 - 2$

$420 : 2$

Abrufen

Ergebnisse FF1: (nicht-)schriftliches Rechnen

Aufgabe	Anteil nicht-schriftlich
$170 + 200$	92,2%
$103 + 108$	90,1%
$11 \cdot 8$	84,4%
$476 + 468$	32,6%
$811 - 573$	31,2%
$227 \cdot 5$	27%
$558 : 9$	25,5%
$414 : 9$	24,1%

- Aufgaben, die dem Abrufen oder Vereinfachen zugeordnet sind, werden überwiegend (nicht-)schriftlich gelöst
- Aufgaben, die den schriftlichen Rechenverfahren zugeordnet sind, werden überwiegend schriftlich gelöst
- Ausnahme: $558 : 9$ nicht über Zerlegung $540 : 9 + 18 : 9$

n = 141, Zeitpunkt: Erhebung 2 (Dezember 2025), 20 Aufgaben

Forschungsfragen und Auswertung

FF1: Welche Aufgaben werden überwiegend (nicht-)schriftlich gelöst?

- Häufigkeitsanalyse

FF2: Lassen sich Zusammenhänge zwischen (nicht-)schriftlicher Bearbeitung und Richtigkeit oder Zeit erkennen?

- Kreuztabelle mit relativen Häufigkeiten und χ^2 –Test (Lösungsrichtigkeit)
- Wilcoxon-Rangsummentest (Zeit)

Ergebnisse FF2: Lösungsrichtigkeit

Wieser & Göller, 2026a

- 81,37% für nichtschriftlich gelöste Aufgaben
- 81,48% für schriftlich gelöste Aufgaben

- Chi-Quadrat = 0.00, $p = 1$

Ergebnisse FF2: Lösungsrichtigkeit

- 81,37% für nichtschriftlich gelöste Aufgaben
- 81,48% für schriftlich gelöste Aufgaben

```
# A tibble: 20 × 4
  Aufgabe Anzahl_richtig Gesamt Anteil_richtig
  <chr>          <int>   <int>         <dbl>
1 170+200         140    141         0.993
2 11*8           137    141         0.972
3 149*2          131    141         0.929
4 618-317        128    141         0.908
5 17 558/9       100    141         0.709
6 18 720/6        92    141         0.652
7 19 811-573      91    141         0.645
8 20 414/9        87    141         0.617
```

⇒ Betrachten einzelner Aufgaben

170 + 200

	schriftlich	nicht-schriftlich
richtig	100%	99,23%
falsch	0%	0,77%

414 : 9

	schriftlich	nicht-schriftlich
richtig	67,65%	52,94%
falsch	32,35%	47,06%

5 von 141: keine Lösung

940 – 99

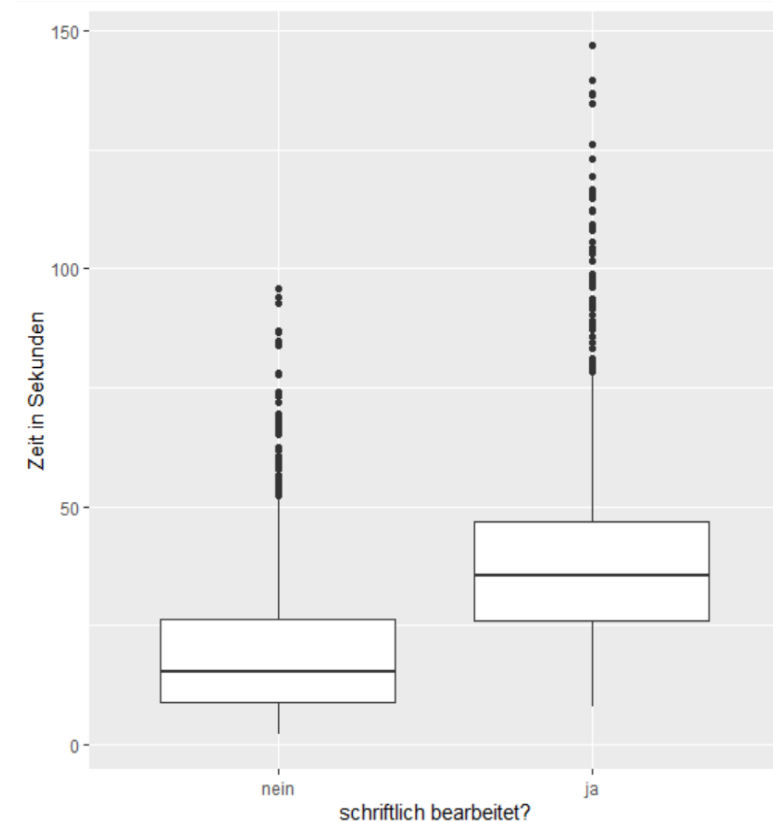
	schriftlich	nicht-schriftlich
richtig	75,36%	68,06%
falsch	24,64%	31,94%

299 + 298

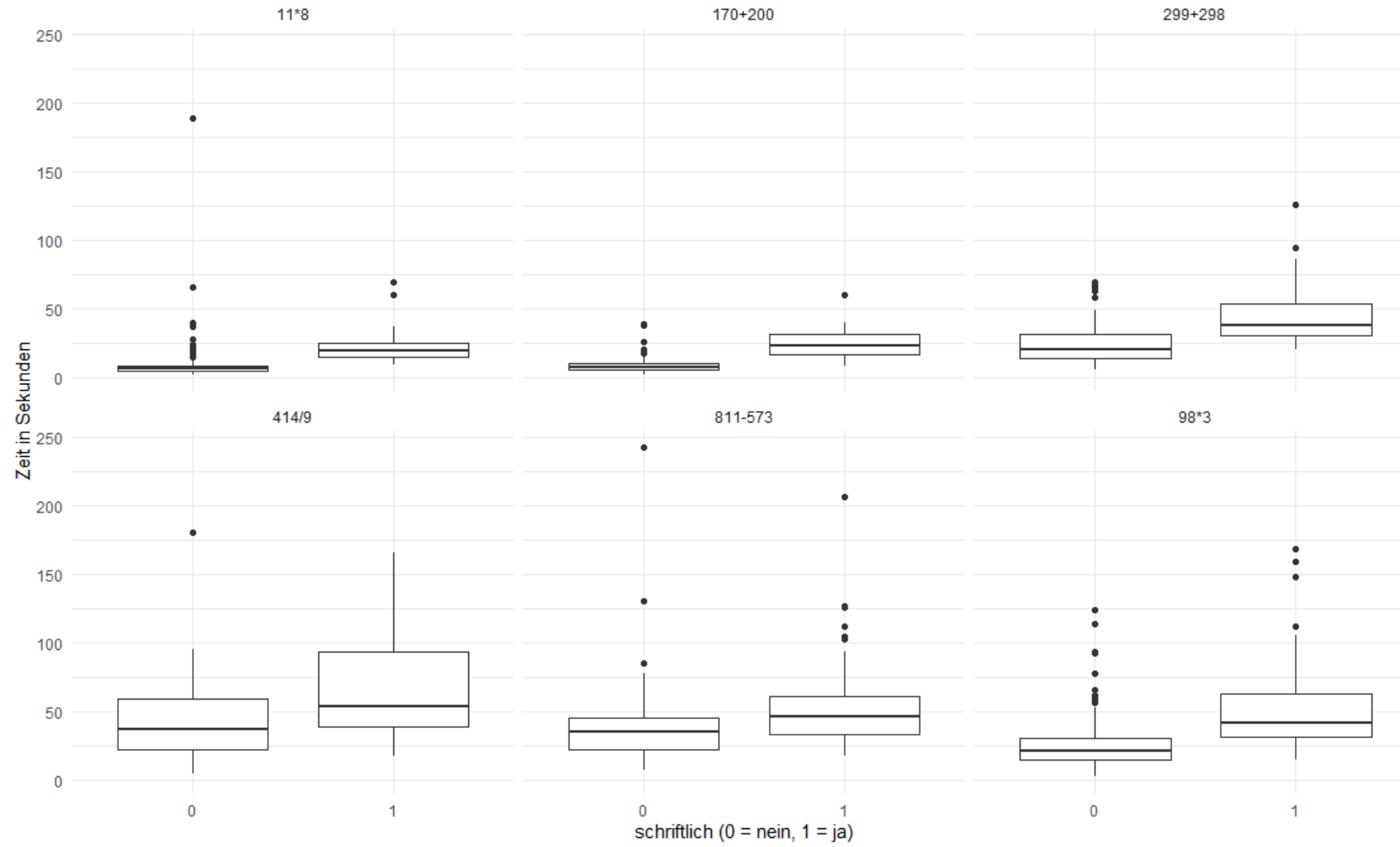
	schriftlich	nicht-schriftlich
richtig	91,94%	75,95%
falsch	8,06%	24,05%

Ergebnisse FF2: Zeit

Zeit: signifikanter Unterschied ($W = 290802$, $p < .001$)
⇒ weniger Zeit bei nichtschriftlicher Bearbeitung



Bearbeitungszeit für ausgewählte Aufgaben



Fazit und Ausblick

- Kinder finden verschiedene Rechenwege, wenn sie dazu ermutigt werden
- Einfach in den Unterricht zu implementierende Methode; sorgfältige Auswahl der Aufgaben
- „Erfreuliche“ Entwicklung seit Erhebung 1
- Limitation: Vergleichsstudie; jedoch Fortsetzung geplant

Noch zu evaluieren:

- Gesamtentwicklung von Erhebung 1 bis zur Follow-up-Erhebung
- Unterschiede von Klassen?
- Unterschiede bei einzelnen Aufgaben / Rechenoperationen

Fragen und Diskussion



Kontakt: johanna.wieser@aau.at

Literaturangaben

Götze, D. (2014). Ko-konstruktive Lerngespräche unter Grundschulkindern. Ergebnisse einer empirischen Studie zur sozialen Interaktion im Mathematikunterricht. *mathematica didactica*, 37, S. 86-117.

Götze, D., Selter, C., & Zannetin, E. (2020). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht* (2. Aufl.). Kallmeyer & Klett.

PIKAS (2017). *Info-Papier „Mathe-Konferenzen“*. PIKAS.DZLM. https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_8_-_Guter_Unterricht/UM/Mathe-Konferenzen/Basisinfos/Infopapier_Mathekonferenzen.pdf

Pöhls, A. (2016). Reden und Schreiben über Rechenstrategien – Mathekonferenzen als selbstorganisierte Austauschprozesse. *Grundschule Mathematik*, 51, S. 16-19.

Rathgeb-Schnierer, E., & Rechtsteiner, Ch. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen - Förderung - Beispiele*. Springer Spektrum.

Schulz, A., & Wartha, S. (2021). *Zahlen und Operationen am Übergang Primar-/ Sekundarstufe. Grundvorstellungen aufbauen, festigen, vernetzen*. Springer Spektrum.

Sundermann, B. (1999). Rechentagebücher und Rechenkonferenzen. Für Strukturen im offenen Unterricht. *Grundschule*, 1, S. 48-50.

Wieser, J. & Göller, R. (2026a). Flexible Rechenstrategien in der Sekundarstufe. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2026*. WTM (im Druck).

Wieser, J. & Göller, R. (2026b). Rechenkonferenzen. Gemeinsam über Rechenwege nachdenken. *mathematik lehren*, 256, S. 19-21 (in Druck).