SCHWIERIGKEITEN IM UMGANG MIT ZAHLEN IN UNTERSCHIEDLICHEN REPRÄSENTATIONSFORMEN – ERGEBNISSE AUS EINER PILOTSTUDIE

***MAG. CHRISTINA* IMP BSC.**

Pädagogische
Hochschule
Steiermark

Überblick

- Das Projekt
  - Theoretische Grundlagen
  - Methodische Vorgehensweise
- Das Diagnoseinstrument
  - Die Pilotierung
    - Ergebnisse
- Implikationen für den Unterricht
- Offene Fragen

Christina Imp

Wo?
Pädagogische Hochschule Steiermark,
Institut für Sekundarstufe Allgemeinbildung,
Fachdidaktik Mathematik

Akademisches Gymnasium Graz

Was?
Lehre und Forschung in der Sekundar- und Primarstufe
Schwerpunkt: Elementares Zahlenverständnis und Darstellungsformen

Dissertation laufend

Kontakt: christina.imp@phst.at

AEZ – Ein Diagnoseinstrument zur Erhebung eines elementaren Verständnissens von Zahlen in unterschiedlichen Repräsentationsformen

→ eingebettet in das Kooperationsprojekt AEZ der PH Steiermark und der Uni Graz

Fast nur mehr neue Ganztagsjobs - die Vollzeitarbeit ist zurück

Arbeitszeit. In den Jahren nach der Krise wurden reihenweise Vollzeitstellen abgebaut und Teilzeitjobs geschaffen. Voriges Jahr war das Verhältnis umgekehrt, wie aktuelle Zahlen des Arbeitsmarktservice und der Statistik Austria zeigen. Und das wird heuer auch so weitergehen.

VON JEANNINE HIERLÄNDER

Wien. Der Wirtschaftsaufschwung zeigt sich auch in der Arbeitsmarktstatistik: Die Arbeitslosigkeit sinkt, die Unternehmen schaffen laufend neue Jobs. Und: Es entstehen wieder überwiegend Vollzeitstellen. Das ist ein relativ neuer Trend. Auch in den Jahren nach der Finanzkrise 2008 wurden laufend neue Arbeitsplätze geschaffen. Das waren aber vor allem Teilzeitstellen. Nun dreht sich das Verhältnis um. Das legen zwei Auswertungen nahe, die am Freitag veröffentlicht wurden. Eine kommt von der Statistik Austria: Demnach waren 2018 im Jahresdurchschnitt 120.800 Jobs offen, um ein Viertel mehr als 2017. Mehr als vier Fünftel der zu vergebenen Stellen waren als Vollzeitjobs ausgeschrieben, nur 17,5 Prozent als Teilzeit oder geringfügige Arbeitsplätze.

Inhalt

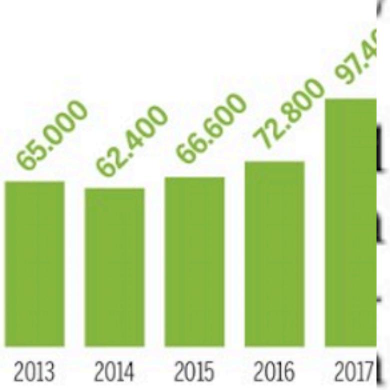
Die gleiche Tendenz zeigen Zahlen des Arbeitsmarktservice (AMS). Dessen Vorstand Johannes Kopf meldete am Freitag einen „neuen Rekord" an Stellenbesetzungen. Voriges Jahr konnte das AMS 422.354 freie Stellen besetzen, um acht Prozent mehr als ein Jahr davor. Und: 70 Prozent davon waren Vollzeitjobs, der Rest war als Teilzeit ausgelobt oder es war beides möglich.

Viele Jobs in der Industrie

Das Muster ist typisch für Zeiten der Hochkonjunktur. Floriert die Wirtschaft, brummen Branchen, die typischerweise viele Vollzeitstellen zu vergeben haben. Dazu gehören die Industrie und der Bau. Laut einer Prognose des Arbeitsmarktservice vom Herbst sollen 2018 und 2019 allein in der Industrie 26.700 Arbeitsplätze entstehen und 14.500 auf dem Bau. Außer-

Offene Stellen

in Österreich, Jahresschnitt



dem gibt es im Wirtscha
schwung ganz einfach mehr
zu verteilen. Viele Firmen
chen, Teilzeitkräfte zum U
auf Vollzeit zu animieren.
Statistik fällt damit ein V
platz weg und ein Teil
kommt dazu. Auch das träg
Boom der Vollzeit bei. Auch

Wenig gut bezahlte Jobs

Ein Viertel der offenen Stellen waren 2018 mit einem Gehalt zwischen 1000 und 1700 brutto Euro im Monat ausgelobt, berichtet die Statistik Austria. Mehr als ein Drittel war mit 1700 bis 2400 Euro brutto dotiert. Ein gutes Fünftel bringt mehr als 2400 Euro brutto im Monat, 14,5 Prozent weniger als 1000 Euro brutto monatlich.

Quelle: https://www.diepresse.com/5576590/fast-nur-mehr-neue-ganztagsjobs-ndash-die-vollzeitarbeit-ist-zuruck

Motivation- nicht nur im Alltag

- Alltagsrelevanz: zum Beispiel Zeitungsartikel
- Ergebnisse diverser Testungen der Mathematikleistungen von Studienanfängerinnen und Studienanfängern im Hochschulbereich: große Defizite in grundlegenden Bereichen der Schulmathematik aufweisen (u.a. Berger & Schwenk, 2006; Henn & Polaczek, 2007; Schott, Schramm & Strauss, 2007)
  - Fehlende Kenntnisse in den Grundlagen
  - Thematisch verankert in der SEK I

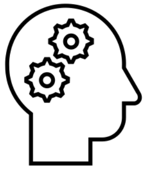
Ziel

Die Entwicklung eines Diagnoseinstruments zur Erhebung eines elementaren Verständnissen von Zahlen in unterschiedlichen Repräsentationsformen

Theoretische “Bausteine“

- Basisnumerische Prozesse
- Spezifische Erkenntnisse zu Brüchen
- Kompetenzmodell Mathematik
- Verstehen und Grundvorstellungen
- Repräsentationsformen

Basisnumerische Prozesse – the number sense



Definition:

…can be identified as the ability to represent numerical magnitudes or quantities and manipulate them in a non-verbal way… (Dehaene, 2011)

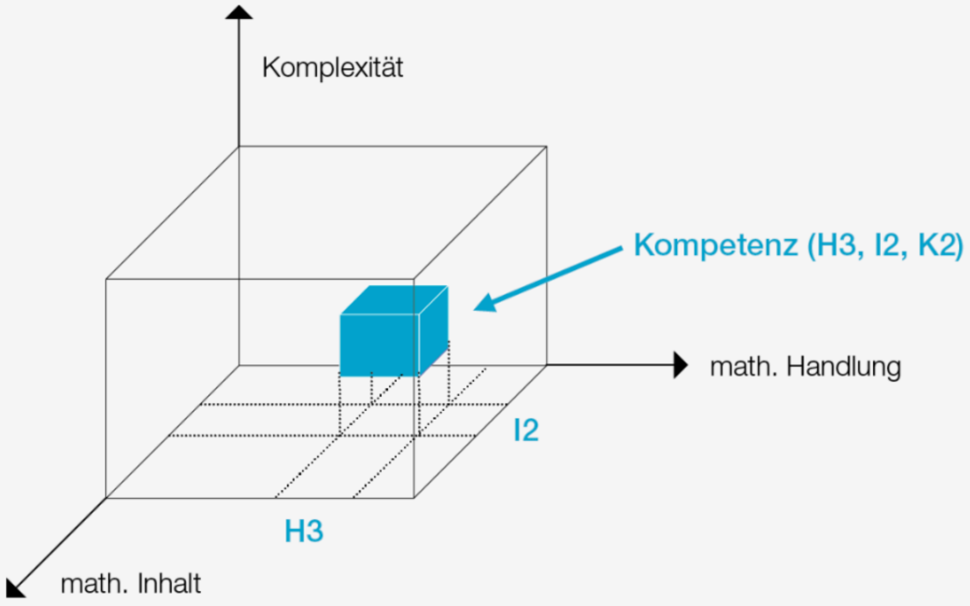
- ein „Gefühl für Zahlen“
- Spielt in sehr vielen Lebensbereichen eine Rolle
  (Duncan et al., 2007; Parsons & Bynner, 2005)
- Stehen im starken Zusammenhang mit arithmetischen Fähigkeiten
  (M. Lyons, Price, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans, & Ansari, 2013)

Spezifische Erkenntnisse- Brüche

- Eichelmann et al. (2012): gut entwickelte Rechenfähigkeiten gehen nicht automatisch mit ausgeprägten konzeptionellen Verständnis von Zahlen in Bruchdarstellung einher

- Probleme bei Bruchrechnungen:

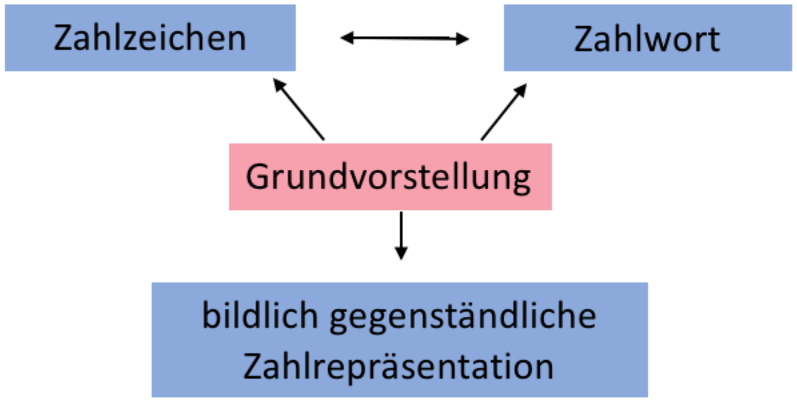
  nicht auf rechnerische Defizite → auf nicht hinreichend entwickelte inhaltliche Vorstellungen zurückführbar (Wartha & vom Hofe, 2005; Prediger, 2004)



M8-Kompetenzmodell

MATHEMATISCHER INHALT	MATHEMATISCHE HANDLUNG	KOMPLEXITÄT
I1: Zahlen und Maße	H1: Darstellen, Modellbilden	K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten
I2: Variable, funktionale Abhängigkeiten	H2: Rechnen, Operieren	K2: Herstellen von Verbindungen
I3: Geometrische Figuren und Körper	H3: Interpretieren	K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren
I4: Statistische Darstellung und Kenngrößen	H4: Argumentieren, Begründen	

Grundvorstellungen



abgeändert nach Padberg & Wartha, 2017

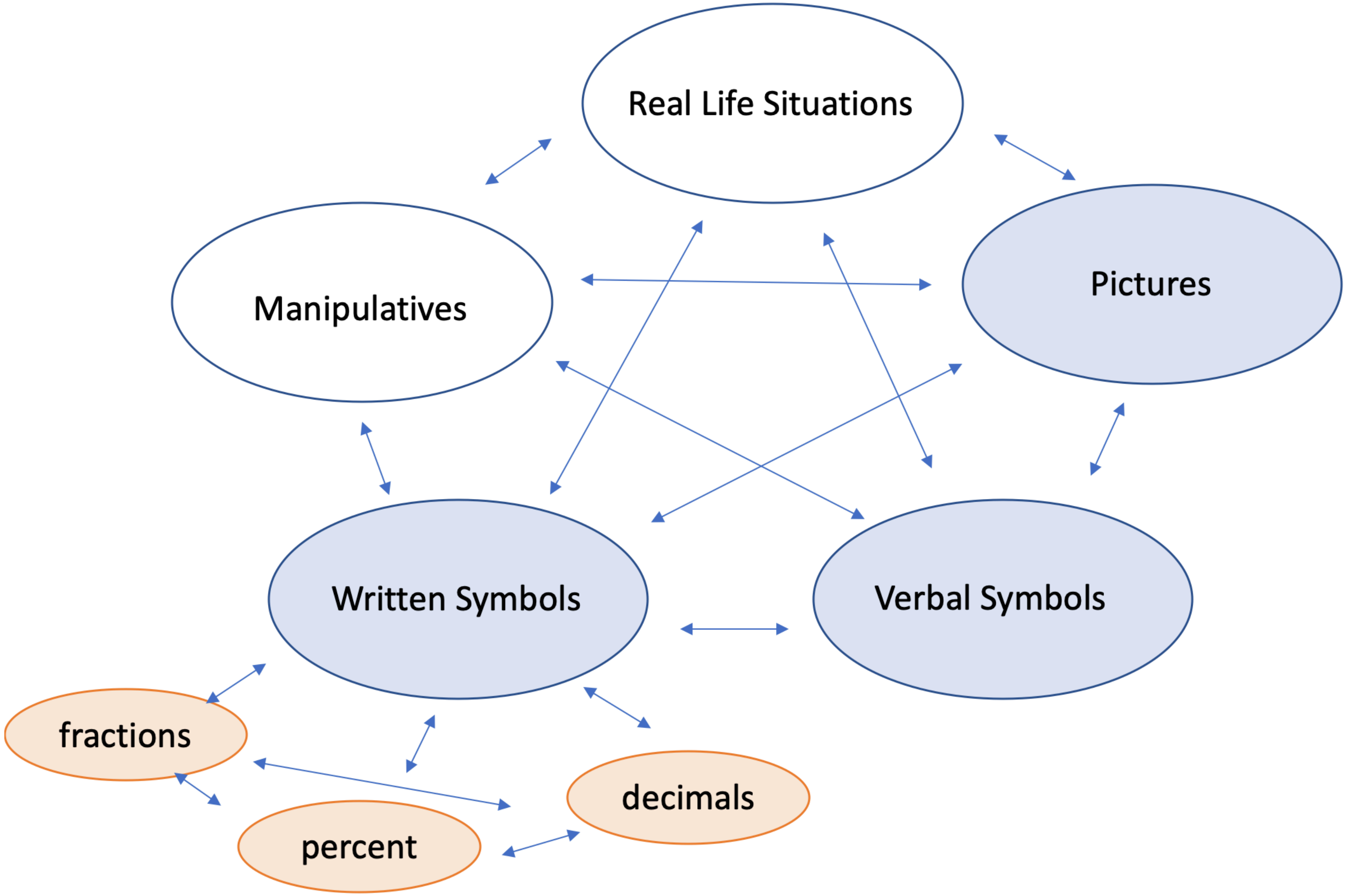
„mentale Modelle, die grundlegend für Übersetzungsprozesse zwischen realen Situationen und mathematischen Inhalten sind“ (Wartha, 2007)

Verstehen in der Mathematik bedeutet nach Padberg und Wartha (2017):

„wenn Grundvorstellungen aktiviert werden…. „

„Verstanden ist der Inhalt hingegen, wenn er auch auf anderen Darstellungsebenen bearbeitet werden kann…“

Theoretisches Modell nach Lesh, Post & Behr (1987)

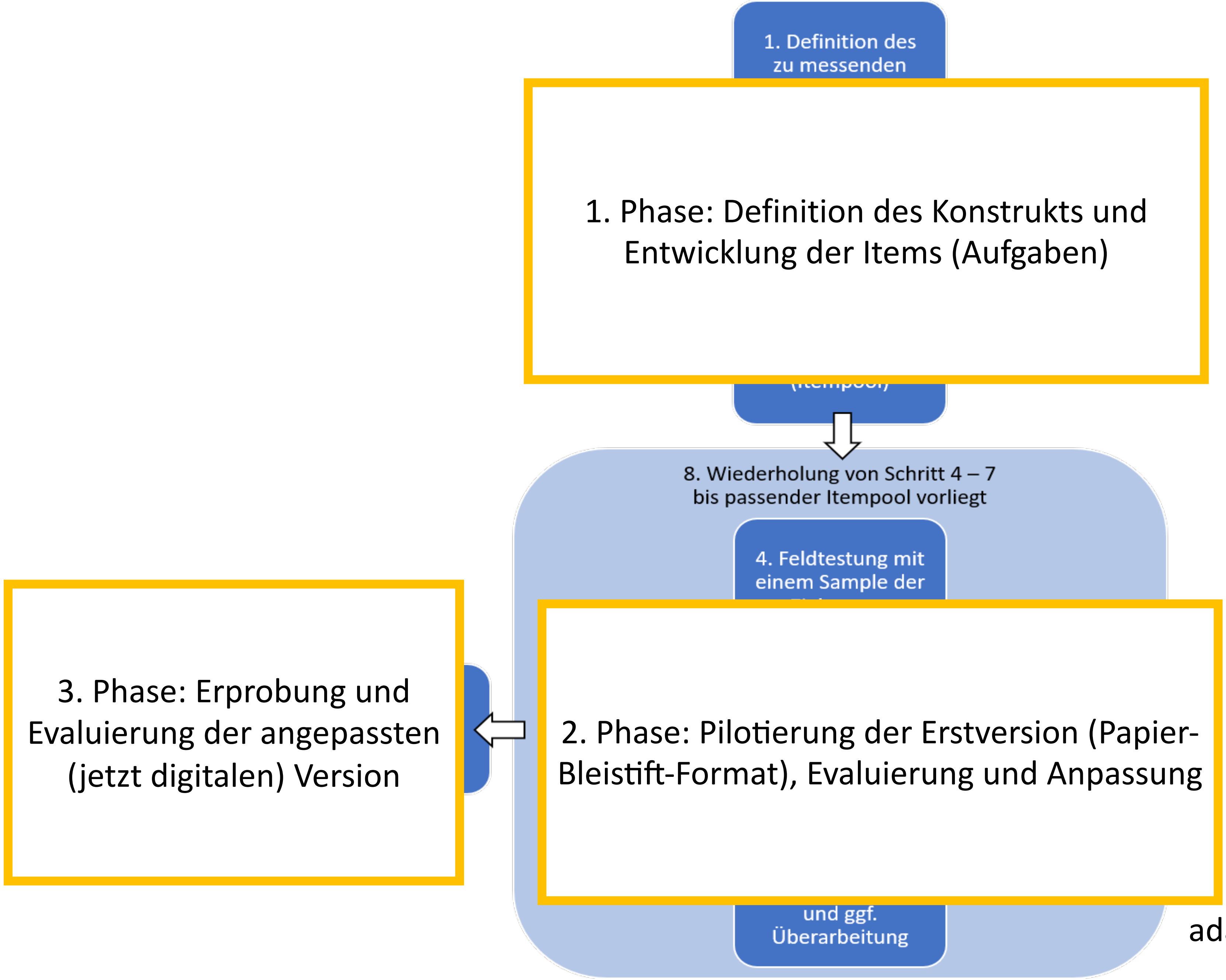


Zusammenfassend:

- Darstellungswechsel ist wichtig für das Verstehen
- Der Umgang mit Zahlen in unterschiedlichen Repräsentationsformen ist in vielen Lebenslagen gefragt

→ Stellt aber auch viele vor Probleme

→ Ziel: ein Diagnoseinstrument zu entwickeln, damit man hier besser (im Unterricht) ansetzen und intervenieren kann!



adaptiert nach Liu, 2010

Das Diagnoseinstrument

- Ab der 3. Klasse (SEK I) einsetzbar
- Größenvergleiche von Zahlen in unterschiedlichen Repräsentationsformen
- Items (Aufgabenstellungen) in „Gruppen“ eingeteilt und präsentiert
- Auswertung soll individuell und über einzelne Bereiche erfolgen

Pilotierung

- 35 Items in 15 Clustern zu je 2 – 4 Items
- 90 verwertbare Datensätze
- 2. - 4. und 7. Klasse

Beispielcluster des Diagnoseinstruments:

Setze eines der drei Zeichen („<“, „>“ oder „=“) ein, sodass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.

<u>Aufgabe 25:</u>

0,30 "jeder dritte"

<u>Aufgabe 26:</u>

"eines von vier Büchern ist gelesen worden" 0,40

<u>Aufgabe 27:</u>

"zwei von drei Kindern" 0,8

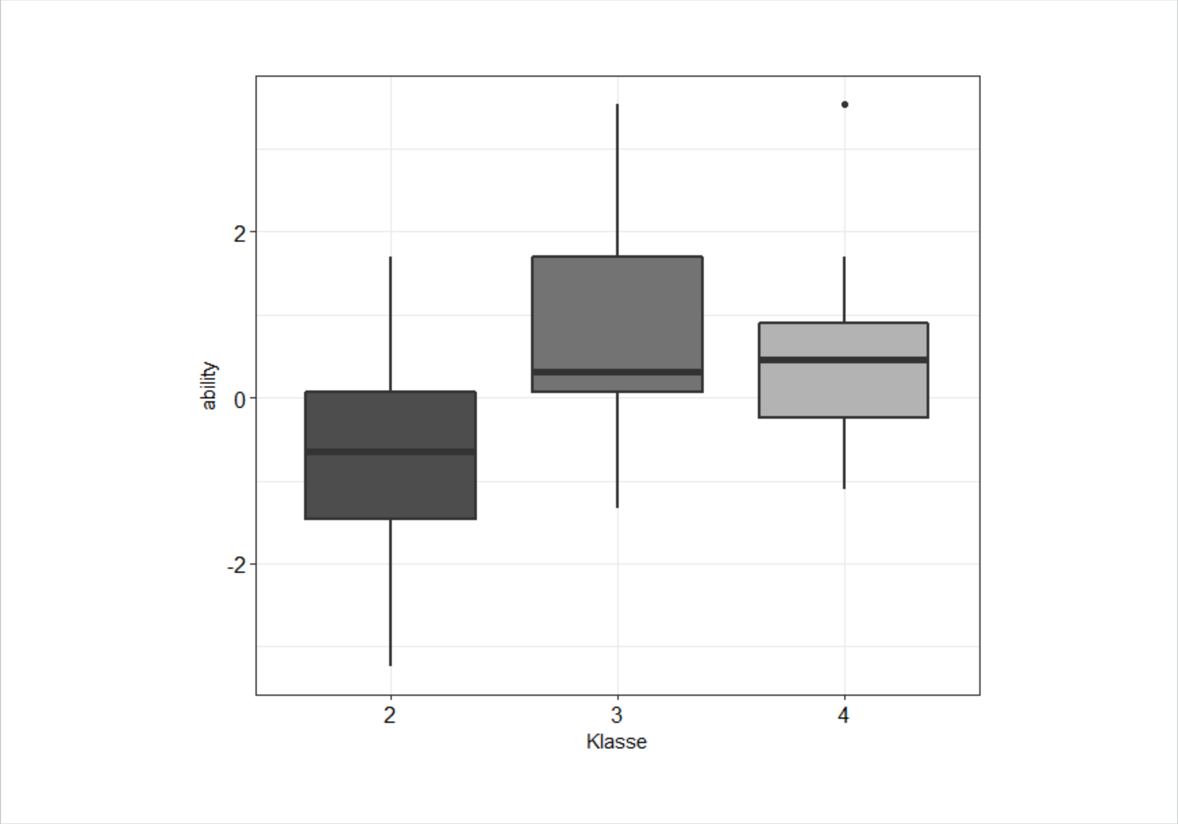
Wie hast du die Aufgaben gelöst?

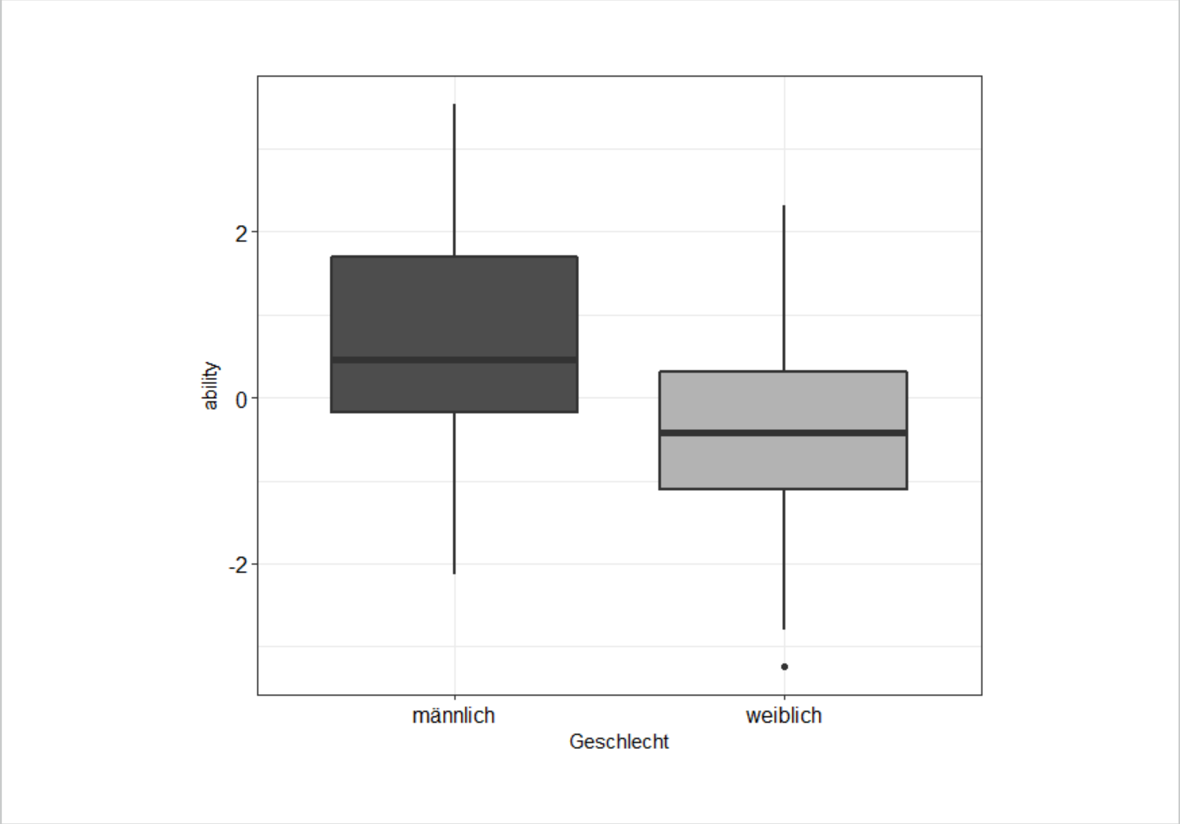
Pilotierung: Quantitative Ergebnisse

- Das Diagnoseinstrument „funktioniert“
- Tendenziell noch zu leicht

  → Items wurden angepasst: eliminiert oder der Schwierigkeitsgrad erhöht

- Geschlecht und Schulstufe erkären beinahe ein Drittel der Gesamtvarianz





Imp & Schubatzky, 2020

Pilotierung: Qualitative Ergebnisse

- Analyse der Begründungen und Strategien (Antworten der Schüler*innen):
  - Antworten der Schüler*innen kategorisiert
    - In vier bereits vorab, aus der Theorie abgeleitet, Kategorien
    - Weitere Kategorien im Zuge der Analyse gebildet und Antworten zugeordnet

Jetzt sind Sie gefragt!

- Setzen Sie eines der drei Zeichen („<„, „>“ oder „=„) ein, sodass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.

$\frac{250}{500}$ $\frac{329}{666}$

$\frac{17}{18}$ $\frac{18}{19}$

"drei von sieben Kindern essen einen Apfel" 35%

0,42 

0,65 

Eine Auswahl an Strategien

- *Grafisches Lösungsverfahren*
- *Benchmarking*
- *Residual thinking*

Identifizierte Strategien:

Aus der Literatur abgeleitet:

- benchmarking
- residual thinking
- gap thinking
- rule thinking

Neu kategorisiert (eine Auswahl):

- Darstellungswechsel
  - Grafisches Lösungsverfahren
  - Andere Schreibweise
- Wissen
- Kreuzmultiplikation

- Bei Aufgaben, die Benchmarking begünstigen: $\frac{1}{3}$ hat diese Strategie gewählt und damit signifikant öfter als bei anderen Aufgaben
- Gleiches Ergebnis für die Strategie Residual Thinking
- Bei insgesamt einem Drittel der Antworten: Klarer Verweis auf Darstellungswechsel
- Bei 22 % der Antworten wurde angegeben, das Ergebnis „einfach zu kennen“

Implikationen für den Unterricht

- Wissen über Strategien hilft Lernenden und Lehrenden
  - Zielführende Strategien identifizieren
  - Schnelles Entscheiden

Schulb

279 H4 Schätzen der Gr
Gib jeweils an u

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{1}$

276 H4 Begründe, ohne

Quelle: https://www.ve

1068 H3 Veranschauliche die Anteile in den Aufgaben 1065–1067 in einem Prozentstreifen von 100 mm Länge.

Beispiel: Erinnere dich an die beiden Klassen, die die Schwimmprüfung abgelegt haben (Beispiel auf S. 192): 72 % der Kinder der 2A und 75 % der Kinder der 2B haben die Prüfung bestanden.

Es gilt: 72 % ≙ 72 mm 75 % ≙ 75 mm

2A-Klasse: | 72 % Schwimmer | 28 % Nichtschwimmer |

2B-Klasse: | 75 % Schwimmer | 25 % Nichtschwimmer |

1069 H3 Gib den Anteil der gefärbten Fläche an der Gesamtfläche in % an und ergänze den Text:

a) 100 % — 100 % ist das Ganze.

b) 50 % — 50 % ist die Hälfte des Ganzen.

c) 25 % — 25 % ist der ____. Teil des Ganzen.

d) ____ % ist der ____. Teil des Ganzen.

e) ____ % ist der ____. Teil des Ganzen.

f) ____ % ist der ____. Teil des Ganzen.

g) ____ % ist der ____. Teil des Ganzen.

Quelle: https://www.veritas.at/sbo/ebook/px/26124/

Zahlen in Bruchdarstellung mit verschiedenen Zählern und Nennern können rechnerisch auf zwei Arten verglichen werden:

- Es wird ein **gemeinsamer Nenner** ermittelt, jeder Bruch wird auf den gemeinsamen Nenner erweitert und dann werden die **Zähler verglichen**.
- Die Zahlen in Bruchdarstellung können durch die Division „Zähler : Nenner" in **Dezimaldarstellung** angegeben und dann der Größe nach geordnet werden.

Quelle: https://www.oebv.at/flippingbook/9783209068217/60/#zoom=z

Fördermaterialien

Empfehlung 1: Mathe sicher können

- Für die untere Sekundarstufe I
- Wissenschaftlich entwickelte und erprobte Unterrichtsstrukturen, -Konzepte und- Materialien
- Diese wurden für die Festigung von Basiskompetenzen entwickelt
- Projektleitung (u.a.): Prof. Dr. Susanne Prediger
- Link zum Projekt und den Materialien: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/material/inhalte-der-diagnose-und-förderbausteine/online-material-zum-inhaltsbereich-brüche-prozente

Fördermaterialien

Empfehlung 2: BASICS – Mathematik und madaba

- Für den Übergang von Sek I auf Sek II
- BASICS – nicht nur Diagnosetool, sondern bietet auch Fördermaterial
- Basics2go – Kopfübungen (hier sehr viele Aufgaben zum Repräsentationswechsel aus MABIKOM bekannt), leider noch in Arbeit
- Ebenfalls wissenschaftlich erprobte Materialien
- Projektleitung: Prof. Dr. Regina Bruder
- Link zu den Materialien: https://basics-mathematik.de/grundwissentest/wordpress/?page_id=436

Literatur

- Dehaene, S. (2011). The number sense. How the mind creates mathematics (2nd ed.). New York: Oxford University Press. https://doi.org/10.2307/2589308
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, *43*(6), 1428–1446. http://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L., & Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen–Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(1), 29-57.
- Henn, G., & Polaczek, C. (2007). Studienerfolg in den Ingenieurwissenschaften. Das Hochschulwesen 55 (5), pp 144–147.
- Imp, C., Schubatzky, T. (2020). Entwicklung eines Diagnoseinstruments zur Erhebung eines Verständnisses von Zahlen in unterschiedlichen Darstellungen. In: Fridrich, Christian; Frühwirth, Gabriele; Potzmann, Renate; Greller, Wolfgang; Petz, Ruth; (Hg.): Forschungsperspektiven 12. Wien. LIT Verlag. 27-51.
- Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen. Kompetenzmodell Mathematik 8. In: https://www.iqs.gv.at/themen/nationales-monitoring/bildungsstandards/grundlagen-der-bildungsstandards [07.04.2021]
- Lesh R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Hrsg.), Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics (S. 33-40) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Liu, X. (2010). Using and developing measurement instruments in science education: A Rasch modeling approach. Iap.
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. Developmental Science, 17(5), pp 714–726. https://doi.org/10.1111/desc.12152
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children's Arithmetic Competence. PLoS ONE, 8(7), e67918. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0067918
- Padberg, F., & Wartha, S. (2017). Didaktik der Bruchrechnung. Springer Spektrum, Berlin: Heidelberg.

Literatur

- Parsons, S., & Bynner, J. (2005). Does Numeracy Matter More ? *National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy*, 1–37.
- Prediger, S. (2004). Brüche bei den Brüchen – aufgreifen oder umschiffen? *mathematik lehren*, Heft 123, 10–13.
- Schott, D., Schramm, T., & Strauss, R. (2007). Positionen zur Mathematikausbildung von Ingenieuren. In I. Lehmann (Hrsg.), Beiträge zum mathematikunterricht 2007 (S. 545-548). Hildesheim: Franzbecker.
- Schwenk, A., & Berger, M. (2006). Zwischen Wunsch und Wirklichkeit: Was können unsere Studienanfänger. Die neue Hochschule, pp. 36-40.
- Wartha, S. (2007). Längsschnittliche Untersuchungen zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs. Hildesheim: Franzbecker
- Wartha, S., vom Hofe, R. (2005). Probleme bei Anwendungsaufgaben in der Bruchrechnung. mathematik lehren, Heft 128, 10–16.

- Zeitungsausschnitt:
  - https://www.diepresse.com/5576590/fast-nur-mehr-neue-ganztagsjobs-ndash-die-vollzeitarbeit-ist-zuruck

- Materialien:
  - https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/material/inhalte-der-diagnose-und-förderbausteine/online-material-zum-inhaltsbereich-brüche-prozente
  - https://basics-mathematik.de/grundwissentest/wordpress/?page_id=436

- Schulbücher:
  - https://www.oebv.at/flippingbook/9783209068217/60/#zoom=z
  - https://www.veritas.at/sbo/ebook/px/26124/#page=54

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!