

# Textverständnis oder mathematisches Verständnis: Was macht Aufgaben der AHS-Mathematikmatura schwierig?

Andreas Vohns, Tamara Obereder,  
Janine Egger, Tatjana Riss, Stefan Scheiber

Institut für Didaktik der Mathematik<sup>A<sup>ECC</sup></sup>  
Universität Klagenfurt

ÖMG-Fortbildungstagung für Lehrkräfte  
Universität Wien, 26. April 2019

## Übersicht

- 0) Zur Einstimmung  
Pressespiegel  
Arbeitshypothesen
- 1) Theoretischer Rahmen und Forschungsdesiderate  
Mathematisches Verständnis: Zwei Modelle  
Textverständnis: Desiderate
- 2) Analyseprojekt „Textverständnis sRP-M“: Erste Ergebnisse  
Eckdaten, Forschungsfragen, Methodik  
Ergebnisse I: Deskriptive Statistik  
Ergebnisse II: Korrelationsanalysen
- 3) Zwischenfazit und Ausblick

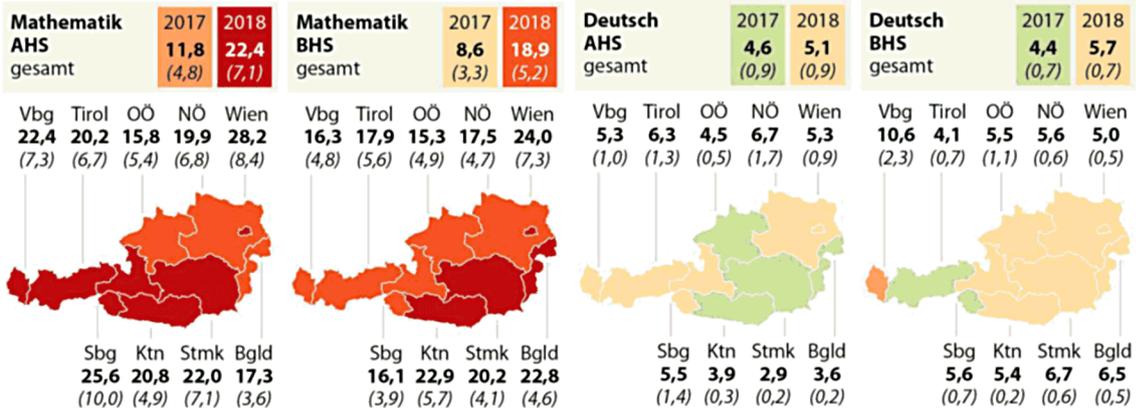
## Die Mathematik-Zentralmatura auf dem Prüfstand

Bisher schlechtestes Ergebnis an den BHS. Die Ergebnisse der Bundesländer im Überblick

### Ergebnisse der Zentralmatura 2018

Schüler mit „Nicht genügend“ nach schriftlicher Klausur, in %  
(in Klammer: Anteil nach mündlicher Kompensationsprüfung)

■ Unter 5,0 ■ 5,0-9,9 ■ 10,0-14,9 ■ 15,0-19,9 ■ ab 20,0



Quellen: Rieger und APA (2018), APA (2018a)

Zentralmatura: Textverständnis oder mathematisches Verständnis?

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

## Mathematik-Matura 2018: Weitere Pressestimmen

**28.05.2018, STANDARD: Warum Schüler bei der Mathe-Matura schlechter abschneiden**

„Die Mathematura darf keine zweite Deutschklausur sein“, sagt Bundesschulsprecher Harald Zierfuß [...]. Ähnlich sieht das der oberste Elternvertreter Gernot Schreyer. „Es ist falsch, Mathematik zu verwenden, um Deutschkompetenzen abzufragen“.

(Egyed & Mittelstaedt, 2018)

**02.11.2018, PRESSE: „Studienanfänger haben immer öfter unverzeihliche Rechenschwächen“ (Taschner)**

Es muss Verbesserungen geben. [...] Die Beispiele müssen knapp, präzise und verständlich formuliert werden. Derzeit sind sie oft komplizierter als ein Mietvertrag.

(Neuhauser, 2018)

**15.11.2018, APA/Salzbürger Nachrichten: Mathe-Zentralmatura soll „verständlicher“ werden**

Eine Hauptforderung: die Fragestellungen müssten verständlicher werden. Viele Schüler seien mathematisch in der Lage, die Aufgaben zu lösen, würden jedoch an zu komplizierten Einleitungstexten scheitern.

(APA, 2018b)

**28.01.2019: STANDARD / APA: Faßmann kündigt verständlichere Fragen bei Mathematik-Matura an**

Ganz generell sollen sowohl die Erläuterungen als auch die Angaben kürzer und verständlicher werden.

(Redaktion/APA, 2019)

Zentralmatura: Textverständnis oder mathematisches Verständnis?

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

## Textverständnis oder mathematisches Verständnis?

### Arbeitshypothesen

1. Ja.
2. Die mit der AHS-Zentralmatura initiierten Veränderungen der Aufgaben- & Prüfungskultur haben (auch) Einfluss auf das erforderliche Textverständnis.
3. Die initiierten Veränderungen liegen aber zunächst auf der Ebene des angestrebten mathematischen Verständnisses & der Bildungsziele.
4. Es ist nur unter sehr spezifischen, u. U. wenig wünschenswerten Bedingungen möglich, mathematisches Verständnis weitgehend unabhängig von Textverständnis zu erfassen.
5. Das Textverständnis-Argument wird überschätzt und ist z. T. ein Strohmann-Argument, das andere, bildungspolitisch u. U. weniger gut argumentierbare Kritikpunkte kaschieren soll.

## Verstehen: Subjektive Theorie

Nicht wenige Mathematikdidaktiker(innen) kritisieren (seit langem):

So wie heute Mathematik unterrichtet wird, können die Schüler(innen) das ja auch nicht verstehen.

Einige (angehende wie aktiv praktizierende) Lehrpersonen meinen:

„Mathematik verstehen“ ist nur etwas für die guten Schüler(innen), die schwachen Schüler(innen) sollen die Regeln auswendig lernen, Hauptsache sie rechnen nachher richtig.

→ Mit welchem Begriff von „Verstehen“ wird hier gearbeitet und wie stichhaltig sind die Argumente beider Seiten?

## Zwei Arten von Verstehen

Nach Skemp (1976):

### Relational Understanding ( $\approx$ semantisches Verstehen)

„knowing both what to do and why“: Verstehen i. e. S., Verfahren anwenden und begründen können, sie mit anderem, mathematischem und außermathematischem Wissen in Verbindung setzen können.

### Instrumental Understanding ( $\approx$ syntaktisches Verstehen)

„rules without reason“: Ausreichende Fähigkeit, Verfahren anzuwenden, Regeln ohne Begründungen/Verknüpfungen, isolierte „Werkzeugkiste“.

Demnach Problem neu formulierbar:

- ▶ Nicht wenige Mathematikdidaktiker(innen) wollen für fast alle(s) „relational understanding“ ...
- ▶ einige Lehrpersonen bieten fast allen/für fast alles nur „instrumental understanding“ an.

## These: Pro syntaktisches Verstehen

Für syntaktisches Verstehen kann sprechen (Skemp, 1976):

- ▶ In ihrem engen selbstgesteckten Rahmen ist instrumentelle Mathematik oft einfacher zu „verstehen“, manchmal sehr viel einfacher.  
Wer schnell seitenweise korrekte Antworten haben möchte, sollte instrumentelle Mathematik lehren.
- ▶ Es stellen sich daher oft schneller (vordergründige (?)) Erfolgserlebnisse ein.
- ▶ Da das Wissen weitgehend isoliert ist, wird bei entsprechenden Aufgabenstellungen generell weniger Wissen einbezogen. Selbst Mathematiker(innen) wissen das (phasenweise) in ihrer Arbeit zu schätzen.

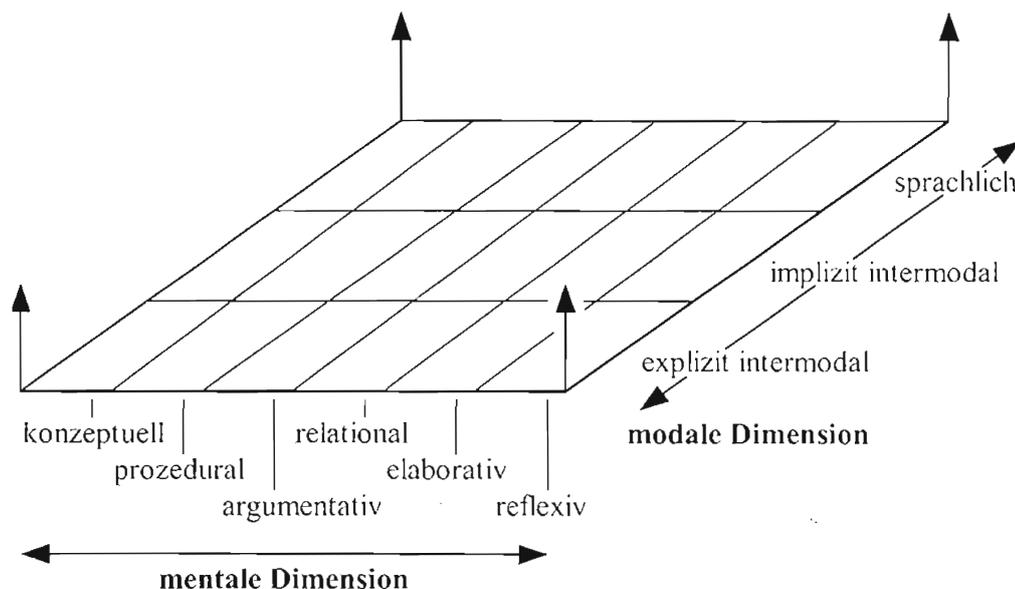
## Antithese: Pro semantisches Verstehen

Für semantisches Verstehen spricht (Skemp, 1976):

- ▶ Es ist leichter auf neue Problem- und Fragestellungen übertragbar.
- ▶ Es ist leichter (mittel- und langfristig) zu behalten.
- ▶ Semantisches Verstehen kann ein Ziel *an und für sich* sein.
- ▶ Semantisches Verstehen hat „organische“ Qualitäten: Es ist „Nährstoff“ („agent“) seines eigenen Wachstums.

## Mathematische Verstehensprodukte

Verfeinerte Untergliederung gegenüber Skemp:



Quelle: Maier (1995) zitiert nach Wittmann (2003, S. 128)

## Mathematische Verstehensprodukte

### Mentale Dimension

- ▶ **konzeptuelle Komponente:** Erklären, Erläutern oder Definieren math. Begriffe
- ▶ **prozedurale Komponente:** Beschreibung und Ausführung math. Verfahren & Algorithmen
- ▶ **argumentative Komponente:** Ableiten, Begründen, Beweisen math. Aussagen/Schlüsse
- ▶ **relationale Komponente:** Beziehungen zwischen mathematischen Begriffen
- ▶ **elaborative Komponente:** Lösen math. und außermath. Probleme, Mathematisieren, Lösungsplan konzipieren
- ▶ **reflexive Komponente:** metakognitive Aktivitäten, auch: Einschätzungen, Beurteilungen, Evaluierung

Quellen: Maier und Steinbring (1998, S. 297f); Wittmann (2003, S. 129)

## Mathematische Verstehensprodukte

### Modale Dimension

- ▶ **explizit-intermodale Darstellung:** mehrere Darstellungsebenen (nicht nur Sprache & Symbole) liegen vor
- ▶ **implizit-intermodale Darstellung:** rein verbale Darstellung, die aber auf andere Ebenen ausdrücklich Bezug nimmt (Bilder, Handlungen), ohne dass diese explizit vorliegen
- ▶ **sprachliche Darstellung:** rein verbale / symbolische Darstellung, die „keinen Bezug zu anschaulichen Vorstellungen erkennen lässt“

Quellen: Maier und Steinbring (1998, S. 297f); Wittmann (2003, S. 129)

## Zentralmatura: Welches Verständnis will / soll sie anstreben?

- ▶ ...ist eine **normative**, nicht deskriptiv-empirisch beantwortbare Frage
- ▶ gemäß **bildungstheoretischer Rahmung** drei Aspekte zentral (vgl. Peschek, 2011; bmbwf, 2019):
  - ▶ Zurückdrängen von rein **syntaktischem Verständnis** („Dressur des Unverstandenen“) zu Gunsten von **semantischem Verständnis**
  - ▶ weniger Fokus auf operatives Wissen / **prozedurale Verständnisebene**, mehr Fokus auf Grundwissen (**konzeptuelle Verständnisebene**) und Reflexion (**reflexive Verständnisebene**)
  - ▶ Betonung **elaborativer Verständniselemente** wegen “mathematical literacy” inspirierter Allgemeinbildungsvorstellung vs. anti-utilitaristisch bzw. durch MINT-Studierfähigkeit motiviertem traditionellem Fokus auf Innermathematisches + INT-Standardanwendungen
- ▶ alle drei Verschiebungen haben Einfluss auf die sprachliche Gestaltung & verändern potentiell nötiges → **Textverständnis**
- ▶ alle drei Verschiebungen sind weder politisch, noch gesellschaftlich, noch schulpraktisch Selbstläufer, auch mathematikdidaktisch nicht völlig unstrittig

## Textverständnis: Mathematikdidaktische Desiderate (I)

- ▶ Es gibt nicht *das eine* Text-/Lese-/Sprachverständnis, sondern unterschiedliche Fähigkeiten in verschiedenen Sprachregistern: Alltagssprache, Bildungssprache, Fachsprache – die z. T. dezidiert in der Verantwortung von Fachunterricht liegen (vgl. Gellert, 2011; Prediger, 2013).
- ▶ Potentielle sprachliche Hürden können auf unterschiedlichen Ebenen des Textverständnisses liegen (Wort, Satz, Text; vgl. Gürsoy, Benholz, Renk, Prediger und Büchter, 2013).
- ▶ Es gibt starke Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen; Disparitäten akkumulieren sich über die Schulzeit (vgl. Gürsoy et al., 2013; Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy und Benholz, 2015; Ufer, Reiss und Mehringer, 2013; Wilhelm, 2016).
- ▶ Die Zusammenhänge sind dort besonders groß, wo Konzeptualisierung von Sprachverständnis und mathematischem Verständnis jeweils “literacy”-Konzeptionen folgen (vgl. Schukajlow und Leiß, 2008; Ufer et al., 2013).

## Textverständnis: Mathematikdidaktische Desiderate (II)

- ▶ Die Zusammenhänge sind dort besonders gering, wo standardisierte Lesetests auf innermathematisch-prozedural konzipierte Tests treffen (vgl. Schukajlow & Leiß, 2008).
- ▶ Untersuchungen zur gezielten Isolation bzw. Reduktion rein auf Lesefähigkeitsebene liegender, schwierigkeitsgenerierender Merkmale von Aufgabentexten zeigen keine einheitlichen, teilweise sogar negative Ergebnisse (vgl. Leiß, Domenech, Ehmke und Schwippert, 2017; Pöhler, 2018; Wilhelm, 2016).
- ▶ Arbeiten, die ein Ersetzen mathematischen Verständnisses durch Textverständnis in Zentralabitur bzw. Zentralmatura postulieren (vgl. Klein und Jahnke, 2012; Kühnel und Bandelt, 2016), stehen empirisch auf quantitativ und methodisch eher dünner Basis.
- ▶ Es gibt in diesem Bereich insgesamt kaum ernstzunehmende empirische Untersuchungen zur Altersgruppe der Maturapopulation, es gibt m. W. keine solchen aus Österreich selbst.

## Analyseprojekt (Kooperation von AECC-M & bmbwf)

Textverständnis bei der zentralen schriftlichen Reifeprüfung aus Mathematik AHS (& BHS) – sprachliche Schwierigkeiten versus mathematische Fähigkeitskomponenten

### Eckdaten

- ▶ **Projektbeginn:** 12.2018 (Abschluss Spätsommer 2019 angestrebt)
- ▶ **Projektleitung:** Assoc. Prof. Dr. Andreas Vohns; **Projektmitarbeiter(innen):** Mag.<sup>a</sup> Tamara Obereder, Janine Egger, Tatjana Riss, Stefan Scheiber;  
**Sprachdidaktische Beratung:** Prof. Dr. Markus Pissarek (Universität Klagenfurt)
- ▶ **Finanzierung:** 100% In-Kind-Leistungen der Universität Klagenfurt (teilweise gefördert aus internem Programm „FrauenPLUS@TeWi“)
- ▶ **Datenbasis:** Aufgabentexte & Lösungshäufigkeitsdaten der regulären Mathematikmatura-Jahrgänge der AHS (Hauptinteresse) und der BHS („Kontrollgruppe“); zu Vergleichszwecken: Aufgabentexte des bayrischen Zentralabiturs, weitere Gebrauchstexte
- ▶ **Nicht vorliegend:** Aufgabenbearbeitungen von Maturant(innen), Informationen zu deren Geschlecht, Sozial- und Migrationsstatus, sprachlichen Kompetenzen bzw. deren Deutsch-Maturaergebnissen

## Analyseprojekt: Textverständnis sRP-M

### Forschungsfragen

#### Hauptfragen:

- ▶ Welcher (statistische) Einfluss gut isolierbarer, standardisiert bzw. niedrig-inferentiell bestimmbarer Merkmale von Textverständnis auf die Lösungshäufigkeiten ist bei den für das Bestehen relevanten Aufgaben der AHS-Zentralmatura (Haupttermine) nachweisbar?
- ▶ Wie interagieren bei diesen Aufgaben (statistisch) niedrig-inferentiell bestimmbare Komponenten von mathematischem Verständnis mit den Textverständnismerkmalen? (noch ausstehend)

#### Nebenfragen:

- ▶ Wie ist die Textverständlichkeit der Angabentexte im Vergleich zu relevanten Vergleichstexten (Mathematikmatura BHS, Zentralabitur Mathematik Bayern, Mathematik ZP10 NRW, Deutschmatura AHS, Mietverträge, Jugendliteratur) einzuordnen?
- ▶ Lassen sich über die Jahre der AHS-Zentralmatura hinweg Trainingseffekte ("teaching-to-the-test") beobachten?

## Analyseprojekt: Textverständnis sRP-M

### Methodisches Vorgehen

#### Datenerfassung und -aufbereitung

- ▶ Definition „für das Bestehen relevanter Aufgaben“: bislang Teil-1-Aufgaben (geplant: + Grundkompetenz-kompensierende Teil-2-Teilaufgaben)
- ▶ Erfassung vorgegebener Aufgabenmerkmale: Grundkompetenz, Aufgabenformat, O-M-A-Zuordnung, Schulstufe, Lösungshäufigkeit
- ▶ Definition „Angabentext“: Sämtlicher Fließtext einer Aufgabenstellung, ohne Überschrift und Zwischenüberschrift, inklusive nicht-textuellen Elementen (transkribiert), inklusive MC-Lücken-Antwortoptionen (geplant: alternativ ohne MC-Lücken-Antwortoptionen)
- ▶ Transkription nicht-textueller Elemente: Ersetzen aller Symbole (inkl. Variablenamen) und bildlichen Elemente durch ein Set differenzierter Codes (z. B. (va): Variable (Zahlen), (ve): Vektor, (bk): Binomialkoeffizient)

## Analyseprojekt: Textverständnis sRP-M

### Methodisches Vorgehen

#### Datenanalyse (I)

- ▶ **Tokenisierung, Part-of-Speech-Tagging, Lemmatisierung:** (halb)-automatisiert computerlinguistisch Wortarten, Grundwörter bestimmen; Text wird nach Worten, Stichwörtern, Wortarten quantifizierbar
- ▶ **Ermittlung standardisierter Lesbarkeitsindizes (gSMOG):** automatisiert computerlinguistisch, manuelle Konsistenzchecks (Vergleich nWS.4, LIX)
- ▶ **Identifikation Sprachregister (nur Lexik):** Alltagswortschatz automatisiert mittels Wortlisten; (nicht math.) Bildungssprache und math. Fachsprache durch manuelles Rating (KWOC, KWIC) **(KWIC noch ausstehend)**
- ▶ **Ermittlung des Kontextbereichs:** adaptiert von PISA-Framework (personal, occupational, socio-economic, scientific, contextless), manuelles Rating
- ▶ **Häufigkeitsanalysen:** (atypische) Häufungen von Wortarten, insbesondere Präpositionen (vgl. Gürsoy et al., 2013; Prediger et al., 2015); Auftretenshäufungen nicht-textueller Elemente (Symbole, Bilder)

## Analyseprojekt: Textverständnis sRP-M

### Methodisches Vorgehen

#### Datenanalyse (II)

- ▶ **Bestimmung „Vertrautheits-/Trainierbarkeits-Index“:** Wie häufig sind Grundkompetenzen bereits zuvor in „ähnlicher“ Weise geprüft worden?
- ▶ **Ermittlung der Ebene des angesprochenen mathematischen Verständnisses:** durch manuelles Rating **(noch ausstehend)**
- ▶ **Statistische Zusammenhangsanalysen:** korrelativ: Einfluss auf Schwierigkeit (unter Kontrolle Inhaltsbereich, Aufgabenformat, Kontextbereich) von
  - ▶ standardisierter Lesbarkeit (gSMOG)
  - ▶ Textlänge / Lesedauer
  - ▶ Anzahl von Präpositionen (vgl. Gürsoy, 2014, S. 137ff)
  - ▶ Lexik/Sprachregister **(noch ausstehend)**
  - ▶ Vertrautheit/Trainierbarkeit
  - ▶ Ebene mathematischen Verständnisses **(noch ausstehend)**
- ▶ **Analysen zur Interaktion mathematischer und sprachlicher Merkmale:** Multivariate Analysen **(noch ausstehend)**

## Verwendete Software

### ► Tokenisierung, POS-Tagging, Lemmatisierung:

TreeTagger (Schmid, 1994)

### ► Datenanalysen:

- *Häufigkeitsanalysen*: MS Excel 2019<sup>(\*)</sup>
- *Korrelationen*: Basispakete von R (R Core Team, 2018)
- *Lesbarkeitsindizes, KWIC*: R-Paket quanteda (Benoit et al., 2018)  
Regensburger Analysetool für Texte (Ratte) (Wild & Pissarek, o. J.)
- *Visualisierungen*: R-Paket ggpubr (Kassambara, 2018)  
Common Online Data Analysis Platform (CODAP)

Außer (\*) nur Open-Source- und/oder freie Software

## Tokenisierung, Part-of-Speech-Tagging, Lemmatisierung

### Auszug (erster Satz, erste Aufgabe, AHS-Matura 2015, Teil 1)

token	tag	lemma	litr	wclass	desc
Tim	NE	Tim	3	name	Eigennamen
hat	VAFIN	haben	3	verb	finites Verb, aux
@va@	XY	@Variable (Zahlen)@	4	nonword	Nichtwort
Wochen	NN	Woche	6	noun	Nomen
lang	ADJD	lang	4	adjective	adverbiales oder prädikatives Adjektiv
wöchentlich	ADJD	wöchentlich	11	adjective	adverbiales oder prädikatives Adjektiv
Euro	NN	Euro	4	noun	Nomen
8	CARD	@card@	1	number	Kardinalzahl
,	S,	,	1	comma	Komma
@va@	XY	@Variable (Zahlen)@	4	nonword	Nichtwort
Wochen	NN	Woche	6	noun	Nomen
lang	ADJD	lang	4	adjective	adverbiales oder prädikatives Adjektiv
wöchentlich	ADJD	wöchentlich	11	adjective	adverbiales oder prädikatives Adjektiv
Euro	NN	Euro	4	noun	Nomen
10	CARD	@card@	2	number	Kardinalzahl
und	KON	und	3	conjunction	nebenordnende Konjunktion
@va@	XY	@Variable (Zahlen)@	4	nonword	Nichtwort
Wochen	NN	Woche	6	noun	Nomen
lang	ADJD	lang	4	adjective	adverbiales oder prädikatives Adjektiv
wöchentlich	ADJD	wöchentlich	11	adjective	adverbiales oder prädikatives Adjektiv
Euro	NN	Euro	4	noun	Nomen
12	CARD	@card@	2	number	Kardinalzahl
Taschengeld	NN	Taschengeld	11	noun	Nomen
erhalten	VPPP	erhalten	8	verb	Verb, Partizip Perfekt, voll
.	S.	.	1	fullstop	satzbeendende Interpunktion

Insgesamt: AHS Haupttermine 2015–2018, nur Teil 1: 6644 Token, davon 5283 textuelle (893 Lemmata), 607 nicht-textuelle, 754 Interpunktionen

## Lexik: Sprachregister nach Wortlisten

Auf Basis der Lemmata (= verschiedene Worte in Grundform / Lexikoneinträgen):

Wortliste	AHS-M (15-18)	BHS-M (16-18)	BAP-M (16-18)	Potter (B. 1, K. 1)	Mietvertr. (VKI)
Bamberger & Vanecek 1000 <sup>(1)</sup>	223 (25,0 %)	193 (28,8 %)	128 (33,7 %)	420 (38,9%)	132 (21,6 %)
Wortschatz Deutsch B1 <sup>(2)</sup>	423 (47,4 %)	342 (51,0 %)	208 (54,7 %)	618 (57,2%)	244 (40,0 %)
<b>Weder-Noch</b>	<b>455 (51,0 %)</b>	<b>323 (48,2 %)</b>	<b>167 (43,9 %)</b>	<b>437 (40,4%)</b>	<b>357 (58,5 %)</b>
Literaturkorpus childLex (11-12) <sup>(3)</sup>	677 (75,8 %)	527 (78,7%)	310 (81,6 %)	1021 (94,4%)	419 (68,7%)
Weder-Noch (inkl. childLex)	207 (23,2 %)	130 (19,4 %)	65 (17,1 %)	51 (4,7%)	186 (30,5 %)
Gesamt (Lemmata)	893 (100,0 %)	670 (100,0 %)	380 (100,0 %)	1081 (100,0 %)	610 (100,0 %)
Je Dokument (Lemmata)	223,25	223,33	63,33	1081	610
Gesamt (Worte)	5283 (591,6 %)	3122 (466,0 %)	2531 (666,0 %)	5795 (536,0 %)	1907 (312,6 %)
Je Dokument (Worte)	1320,75	1040,67	421,83	5795	1907

**Blau** := Bildungssprachlicher Wortschatz (inkl. mathematische Fachsprache, exkl. Symbolik)  
 Davon (AHS-M): 278 (61,1%) klar *nicht* math. Bildungssprache, 102 (22,4%) klar math. Fachsprache

Quellen:

- (1): Bamberger und Vanecek (1984, S. 176–179);  
 (2): Glaboniat, Perlmann-Balme und Studer (2013, S. 16–102);  
 (3): Schroeder, Würzner, Heister, Geerken und Kliegl (2015)

## Standardisierte Lesbarkeitsformeln: Herkunft

### Schritt 1:

Ermittlung der Schwierigkeit eines Textes für Lesende durch z. B. C-Test

#### Medien bei Jugendlichen

Computer und Fernsehen stehen auf der Hitliste der Medien bei Jugendlichen ganz oben. Es gibt kaum noch jemanden, der heute keinen Internetanschluss hat. Und viele Eltern beschreiben sich. "Hä, nicht so viel vor dem Fernseher!", heißt es dann. Bei kleineren Kindern ist das Lesen kein Problem: Die Eltern besorgen die Bücher und legen sie den Kindern vor. Wenn die Kinder aber älter werden, wollen sie nicht mehr das lesen, was die Eltern anschleppen.

Quelle: Universität Kassel (<http://bit.ly/2GcJW96>)

### Schritt 2:

Regressionsanalysen zu linguistischen Merkmalen (Satzlänge, Wortlänge, Silbenzahl, Worte pro Satz, etc.), Auswahl am besten erklärender Variablen

### Schritt 3:

Normierung auf besser interpretierbare Größe (Lesealter, Schulstufe, 0–100, etc.)

## Lesbarkeit: gSMOG

Simple Measure of Gobbledygook – german

**Formel:**

$$gSMOG = \sqrt{\frac{\text{Wörter mit drei oder mehr Silben} \cdot 30}{\text{Zahl der Sätze}}} - 2$$

Quelle: Originalformel (Englisch) McLaughlin (1969), adaptiert für Deutsch nach Bamberger und Vanecek (1984, S. 58f), adaptiert für kurze Texte nach Wild und Pissarek (o. J.)

**Bamberger und Vanecek (1984, S. 58):**

Die Erklärung für die relativ gute Aussagekraft: Mit der steigenden Schwierigkeit der Texte wächst die Zahl der längeren Worte und auch der langen Sätze.

Hoch korreliert mit anderen Lesbarkeitsindizes (LIX, Flesch, nWS.4, etc.)

**Interpretation:**

„Das Resultat ergibt näherungsweise das Lesealter (in Schulstufen), für das der Text geeignet ist“ (Wild & Pissarek, o. J.).

## Lesbarkeit: gSMOG

Berücksichtigt werden nur textuelle Token (Symbole, Formeln, Bilder, etc. nicht)

AHS-M	gSMOG	BHS-M	gSMOG	BAP-M	gSMOG
Termin 2015	7,99				
Termin 2016	7,43	Termin 2016	9,41	Termin 2016	7,41
Termin 2017	8,16	Termin 2017	8,58	Termin 2017	7,07
Termin 2018	8,20	Termin 2018	8,95	Termin 2018	7,51
		Zahlen und Maße	8,37		
Algebra & Geometrie	7,19	Algebra & Geometrie	8,91	Analytische Geometrie	6,11
Funktionale Abhkg.	8,02	Funktionale Zshg.	8,61		
Analysis	7,97	Analysis	8,71	Analysis	6,99
Wahrschr. & Statistik	8,29	Stochastik	9,37	Stochastik	8,77
Mit Kontext	8,17	(*)		Mit Kontext	9,74
Innermathematisch	7,58	(*)		Innermathematisch	7,00
Min. (18-A01)	3,92	Min. (18-A05)	7,08	Min. (18-GE-AGO2-02)	4,00
Max. (15-A20)	13,18	Max. (18-A04)	10,65	Max. (16-AN-AG01-03)	12,49

(\*): Nur einzelne Teilaufgaben ohne Kontext, zu wenig Daten für Vergleich

**Vergleichstexte:** Harry Potter (B. 1, K. 1): 5,74; Mustermietvertrag (VKI): 11,54

## Lesbarkeit: gSMOG AHS Zentralmatura

### Minimum (gSMOG: 3,92; 77 % LH):

#### Zusammenhang zweier Variablen

Für  $a, b \in \mathbb{R}$  gilt der Zusammenhang  $a \cdot b = 1$ .

#### Aufgabenstellung:

Zwei der fünf nachstehenden Aussagen treffen in jedem Fall zu. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Wenn $a$ kleiner als null ist, dann ist auch $b$ kleiner als null.	<input type="checkbox"/>
Die Vorzeichen von $a$ und $b$ können unterschiedlich sein.	<input type="checkbox"/>
Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(a - n) \cdot (b + n) = 1$ .	<input type="checkbox"/>
Für jedes $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt: $(a \cdot n) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = 1$ .	<input type="checkbox"/>
Es gilt: $a = b$ .	<input type="checkbox"/>

(18-A01)

- (18-A01) Mehrere relativ kurze Sätze, viele nicht-textuelle Token (werden entfernt).  
 (15-A20) Viele drei- und mehrsilbige Worte, zwei relativ lange Sätze, Tabelle entfernt (nicht-kontinuierlicher Text).

→ gSMOG liefert ein mit „Hausverstand“ kompatibles Ergebnis.

### Maximum (gSMOG: 13,18; 41 % LH):

#### Nettojahreseinkommen

Im Jahre 2012 gab es in Österreich unter den etwas mehr als 4 Millionen unselbstständig Erwerbstätigen (ohne Lehrlinge) 40% Arbeiterinnen und Arbeiter, 47% Angestellte, 8% Vertragsbedienstete und 5% Beamtinnen und Beamte (Prozentzahlen gerundet).

Die folgende Tabelle zeigt deren durchschnittliches Nettojahreseinkommen (arithmetisches Mittel).

	arithmetisches Mittel der Nettojahreseinkommen 2012 (in Euro)
Arbeiterinnen und Arbeiter	14 062
Angestellte	24 141
Vertragsbedienstete	22 853
Beamtinnen und Beamte	35 708

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.) (2014). Statistisches Jahrbuch Österreichs 2015. Wien: Verlag Österreich, S. 246.

#### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie das durchschnittliche Nettojahreseinkommen (arithmetisches Mittel) aller in Österreich unselbstständig Erwerbstätigen (ohne Lehrlinge)!

(15-A20)

## Lesbarkeit: gSMOG Bayrisches Zentralabitur

### Minimum (gSMOG: 4,00):

2 Gegeben sind die Punkte  $A(0|0|0)$ ,  $B(3|-6|6)$  und  $F(2|-4|4)$  sowie die

$$\text{Gerade } g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

- a) Die Gerade  $h$  verläuft durch die Punkte  $A$  und  $B$ . Zeigen Sie, dass sich  $g$  und  $h$  im Punkt  $F$  senkrecht schneiden.  
 b) Ein Punkt  $C$  liegt auf  $g$  und ist verschieden von  $F$ . Geben Sie die besondere Bedeutung der Strecke  $[CF]$  im Dreieck  $ABC$  an.

(18-GE-AGO2-02)

### Maximum (gSMOG: 12,49):

3 Skizzieren Sie im Bereich  $-1 \leq x \leq 4$  den Graphen einer in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit den folgenden Eigenschaften:

- $f$  ist nur an der Stelle  $x = 3$  nicht differenzierbar.
- $f(0) = 2$  und für die Ableitung  $f'$  von  $f$  gilt:  $f'(0) = -1$ .
- Der Graph von  $f$  ist im Bereich  $-1 < x < 3$  linksgekrümmt.

(16-AN-AGO1-03)

(18-GE-AGO2-02) Viele nicht-textuelle Token (werden entfernt), Sätze danach sehr kurz.

(16-AN-AGO1-03) Ein relativ langer Satz, mehrere drei- und mehrsilbige Worte.

→ gSMOG u. U. etwas zu sensibel für sehr kurze Texte, Alternative (RIX; Wild und Pissarek, o. J.) prüfen!

## Textlänge & Lesedauer

### Lesegeschwindigkeit:

Lesegeschwindigkeit in WpM für	schwach (25%-Perzentil)	durchschnittlich (50%-Perzentil)	stark (75%-Perzentil)
Ende <b>1. Klasse</b>	28	53	82
<b>Beginn 2. Klasse</b>	25	51	79
<b>Beginn 3. Klasse</b>	44	71	99
<b>Beginn 4. Klasse</b>	68	94	119
<b>Beginn 5. Klasse</b>	85	110	139
<b>Beginn 6. Klasse</b>	98	127	153
<b>Beginn 7. Klasse</b>	102	128	156
<b>Beginn 8. Klasse</b>	106	133	161
Ende <b>8. Klasse</b>	124	151	177

Quelle: Rosenbrock (2013, S. 131) zitiert nach Wild und Pissarek (o. J.)

### Modellierung:

Lesedauer schwacher Lesender zu Beginn des Leseknicks (**rot**, 98 WpM) vs. starker Lesender zum Ende 8. Schulstufe (177 WpM)

Nur textuelle Token (nicht: Symbole, Formeln, Grafiken)

## Textlänge & Lesedauer

### Modellierung:

Lesedauer schwacher Lesender zu Beginn des Leseknicks (98 WpM) vs. starker Lesender zum Ende 8. Schulstufe (177 WpM)

Nur textuelle Token (nicht: Symbole, Formeln, Grafiken)

Text (Wörter)	schwach	stark	Vorteil	Text (Wörter)	schwach	stark	Vorteil
AHS-M 15 (1310)	13 : 22	07 : 24	05 : 58				
AHS-M 16 (1211)	12 : 21	06 : 51	05 : 31	BAP-M 16-1 (372)	03 : 48	02 : 06	01 : 42
BHS-M 16 (862)	08 : 48	04 : 52	03 : 56	BAP-M 16-2 (340)	03 : 28	01 : 55	01 : 33
AHS-M 17 (1326)	13 : 32	07 : 29	06 : 02	BAP-M 17-1 (491)	05 : 01	02 : 46	02 : 14
BHS-M 17 (1068)	10 : 54	06 : 02	04 : 52	BAP-M 17-2 (501)	05 : 07	02 : 50	02 : 17
AHS-M 18 (1436)	14 : 39	08 : 07	06 : 32	BAP-M 18-1 (391)	03 : 59	02 : 13	01 : 47
BHS-M 18 (1202)	12 : 16	06 : 47	05 : 28	BAP-M 18-2 (399)	04 : 04	02 : 15	01 : 49
Potter [B. 1, K. 1] (5797)	48 : 14	26 : 42	21 : 32	Mietvertr. [VKI] (1908)	19 : 28	10 : 47	08 : 41

Alle Zeitangaben in „Minuten : Sekunden“

## Präpositionen

mit Nominativ:	als
mit Dativ:	ab, außer, aus, bei, gegenüber, mit, nach, seit, von, zu
mit Akkusativ:	bis, durch, für, um, gegen, ohne, entlang
mit Dativ & Akkusativ:	an, auf, in, über, unter, vor, hinter, zwischen, neben
mit Genitiv:	wegen, während, infolge, statt, trotz

### Spezifische Bedeutung in der Mathematik (Gürsoy, 2014, S. 137):

„It is difficult to think of teaching mathematics without the use of prepositions“ (Jorgensen, 2011, S. 324, ähnlich Prediger, 2013; Meyer und Prediger, 2012).

Hierbei sind insbesondere Präpositionen gemeint, die nicht zur Lokalisierung verwendet werden, sondern um auf **abstrakter Ebene sprachliche Relationen zu mathematischen Sachverhalten** herzustellen.

„...erhöhte sich um 5 %“      vs.      „...erhöhte sich auf 5 %“

## Präpositionen

Statistik: (ZP-10: nach Gürsoy et al. (2013), inkl. Numerale; für D ohne Primärtexte)

Text	Wörter	Präp. (N)	Präp. (%)	Text	Wörter	Präp. (N)	Präp. (%)
AHS-M 15	1310	139	10,6 %				
AHS-M 16	1211	119	9,8 %	BAP-M 16-1	372	43	11,6 %
BHS-M 16	862	113	13,1 %	BAP-M 16-2	340	39	11,5 %
AHS-M 17	1326	154	11,6 %	BAP-M 17-1	491	54	11,0 %
BHS-M 17	1068	164	15,4 %	BAP-M 17-2	501	55	11,0 %
AHS-M 18	1436	165	11,5 %	BAP-M 18-1	391	59	15,1 %
BHS-M 18	1202	160	13,3 %	BAP-M 18-2	399	48	12,0 %
ZP10-M 12	1063	101	9,5 %	ZP10-D 12	1079	65	6,2 %
Potter [B. 1, K. 1]	4727	355	7,5 %	Mietvertr. [VKI]	1908	234	12,3 %

Keyword-in-Context (KWIC): z. B. für „um, über, auf“ (AHS-M 2015)

from	to	pre	keyword	post	pattern
114	114	Grad C . Eine Temperaturzunahme	um	1 Grad F entspricht einer	um
123	123	entspricht einer Zunahme der Temperatur	um	5 / 9 Grad C	um
200	200	Punkte @pz@ und @pz@ liegen	auf	einer Geraden @ea@ . Geben	auf
422	422	einkommensschwächsten 80 % der Bevölkerung	über	ca . 43 % des	über
442	442	einkommensstärksten 20 % der Bevölkerung	über	ca . 57 % des	über
472	472	10 % der Bevölkerung verfügen	über	ca . 60 % des	über

## Kontextbereiche

nach OECD (2016, S. 74) + *Modifikationen*

Code	Kurzbezeichnung	Beschreibung
PE	Personal	Problems classified in the personal context category focus on activities of one's self, one's family or one's peer group. The kinds of contexts that may be considered personal include (but are not limited to) those involving food preparation, shopping, games, personal health, personal transportation, sports, travel, personal scheduling and personal finance.
OC	Occupational	Problems classified in the occupational context category are centred on the world of work. Items categorised as occupational may involve (but are not limited to) such things as measuring, costing and ordering materials for building, payroll/accounting, quality control, scheduling/inventory, design/architecture and job-related decision making.
SE	Socio-Economic	Problems classified in the societal context category focus on one's community (whether local, national or global). They may involve (but are not limited to) such things as voting systems, public transport, government, public policies, demographics, advertising, national statistics and economics. <i>+ Anwendungen der Wirtschaftstheorie und-forschung (Ökonomie, BWL, VWL)</i>
SC	Scientific	Problems classified in the scientific category relate to the application of mathematics to the natural world and issues and topics related to science and technology. Particular contexts might include (but are not limited to) such areas as weather or climate, ecology, medicine, space science, genetics, measurement and the world of mathematics itself.
CL	Contextless	<i>Kein oder rein innermathematischer Kontext (anders als bei PISA als eigene Kategorie)</i>

## Kontextbereiche

**Statistik: (Vereinzelte Mehrfachzuordnungen)**

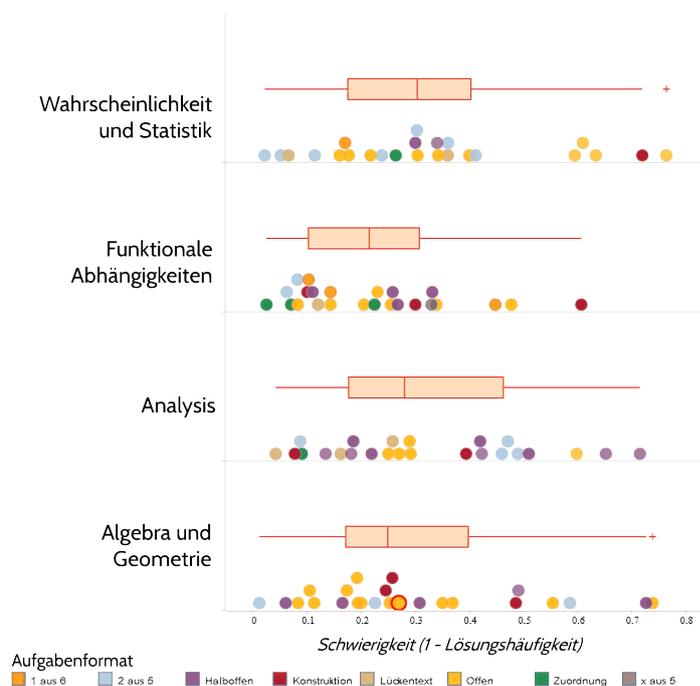
Text	PE	OC	SE	SC	CL
AHS-M 15	29,2 %	4,2 %	16,7 %	16,7 %	33,3 %
AHS-M 16	16,7 %	4,2 %	12,5 %	20,8 %	50,0 %
AHS-M 17	16,7 %	4,2 %	12,5 %	16,7 %	50,0 %
AHS-M 18	20,8 %	0,0 %	12,5 %	12,5 %	54,2 %
BHS-M 16	0,0 %	16,7 %	0,0 %	72,2 %	(*)11,1 %
BHS-M 17	30,0 %	0,0 %	30,0 %	40,0 %	0,0 %
BHS-M 18	0,0 %	10,0 %	20,0 %	60,0 %	(*)10,0 %
BAP-M 16	5,9 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	94,1 %
BAP-M 17	6,3 %	0,0 %	0,0 %	12,5 %	87,5 %
BAP-M 18	0,0 %	0,0 %	11,8 %	0,0 %	88,2 %

(\*): Nur einzelne Teilaufgaben ohne Kontext (Prozentsatz faktisch noch geringer)

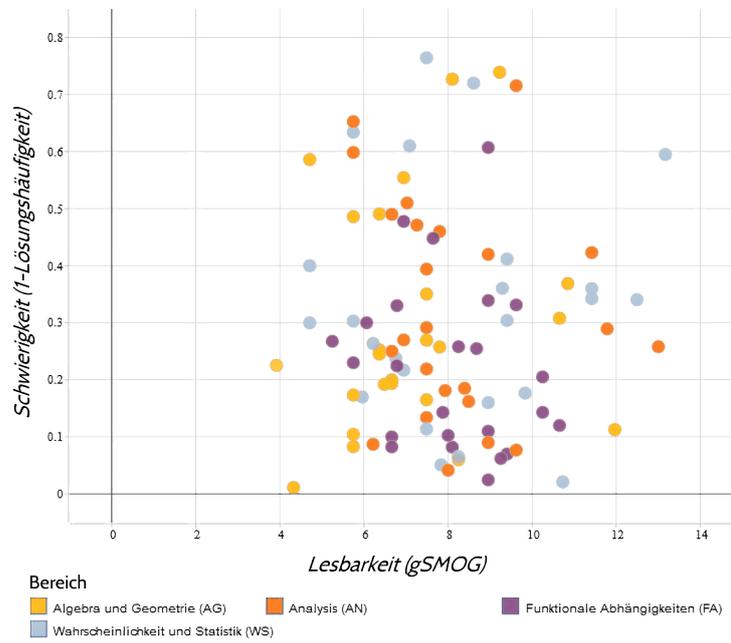
## Korrelationsanalysen: Caveats

- ▶ Vollerhebung (Personen), aber wenige Daten je GK/Jahrgang (24 Beispiele, nicht einmal jede GK abgedeckt)
- alle Jahrgänge (Haupttermine) zusammengefasst
- ▶ Lösungshäufigkeiten sind nicht (einmal annähernd) normalverteilt, Ausreißer
- ▶ gSMOG für kurze Aufgabentexte u. U. zu sensibel
- (nicht parametrische) Rangkorrelationen (Spearman  $r_s$ ) berechnet
- ▶ Gefahr von „p-Hacking“: Wer genügend Hypothesen testet, wird (schon zufällig) Signifikanz finden
- weitere Analysen nötig (konfundierte Variablen?)

## Übersicht: Aufgabenschwierigkeiten nach Inhaltsbereich und Aufgabenformat

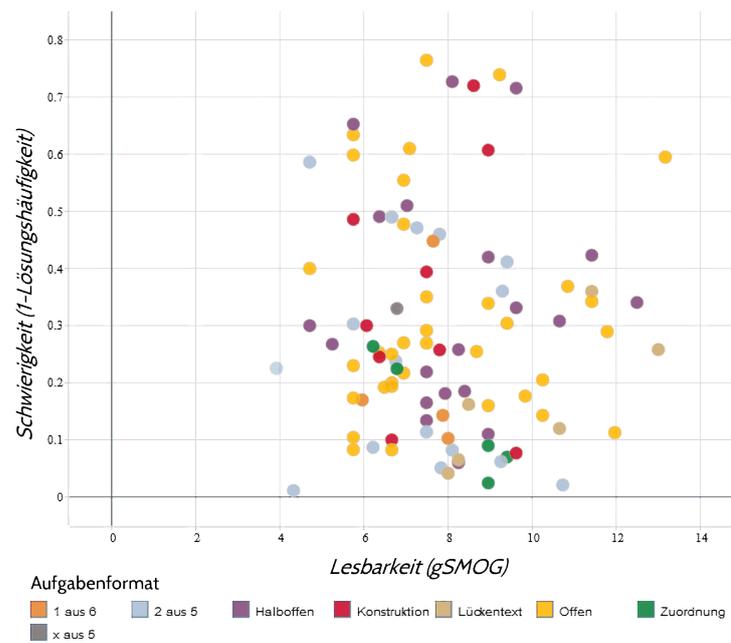


## Übersicht: Aufgabenschwierigkeiten nach standardisierter Lesbarkeit (gSMOG) und Inhaltsbereich



Zentralmatura: Textverständnis oder mathematisches Verständnis?

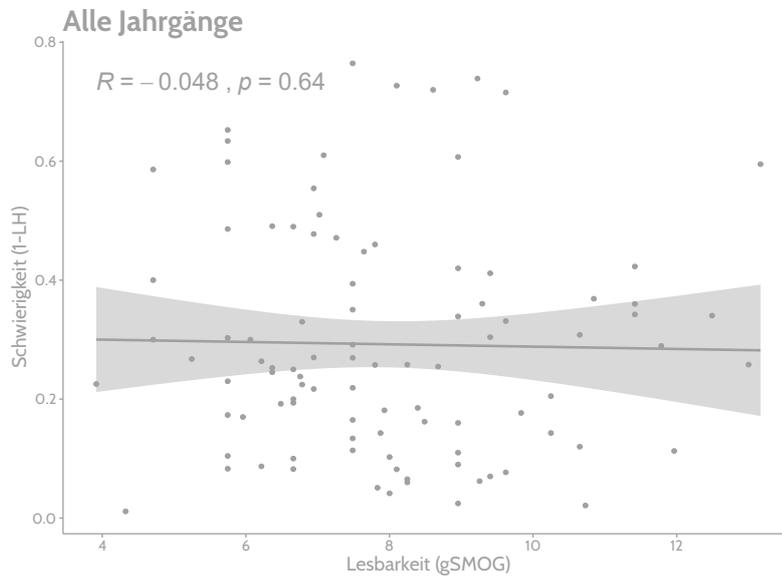
## Übersicht: Aufgabenschwierigkeiten nach standardisierter Lesbarkeit (gSMOG) und Aufgabenformat



Zentralmatura: Textverständnis oder mathematisches Verständnis?

## Aufgabenschwierigkeiten < > standardisierte Lesbarkeit (gSMOG)

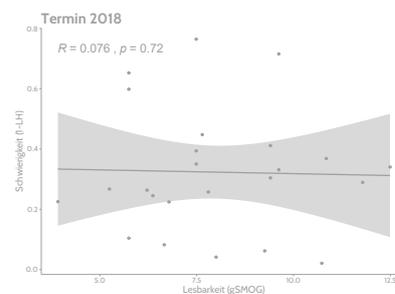
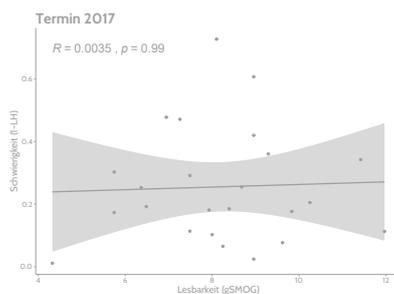
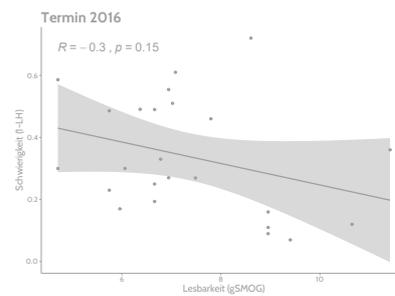
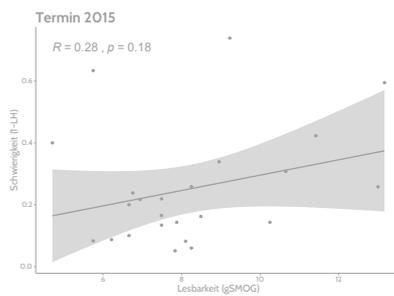
Gesamt: Alle Jahre (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Kein signifikantes Ergebnis

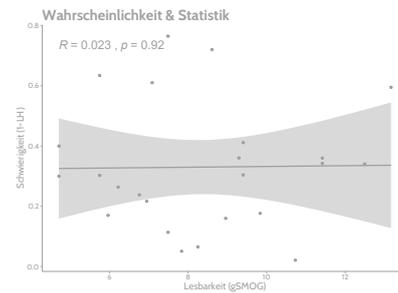
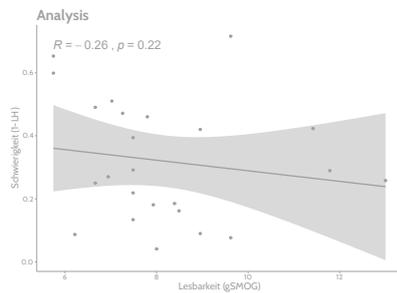
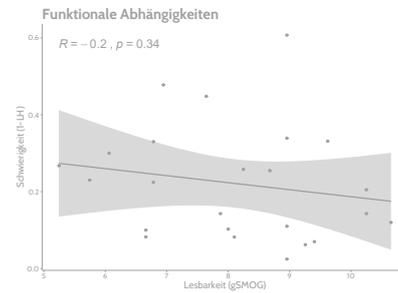
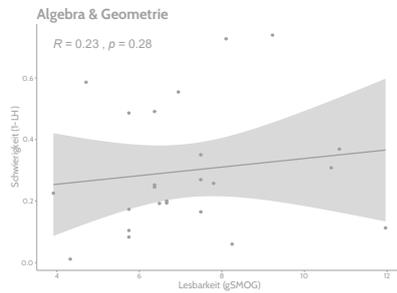
## Aufgabenschwierigkeiten < > standardisierte Lesbarkeit (gSMOG)

nach Jahren (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



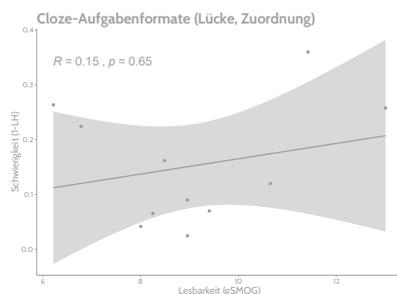
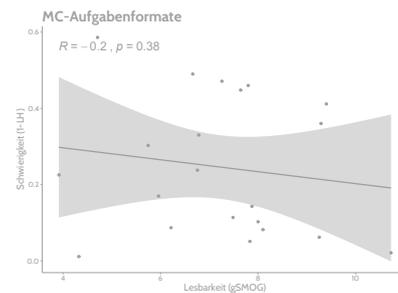
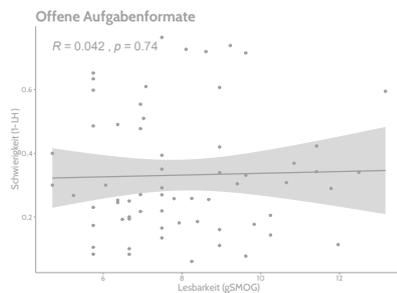
Nirgends signifikante Ergebnisse

## Aufgabenschwierigkeiten <> standardisierte Lesbarkeit (gSMOG) nach Inhaltsbereichen (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Nirgends signifikante Ergebnisse

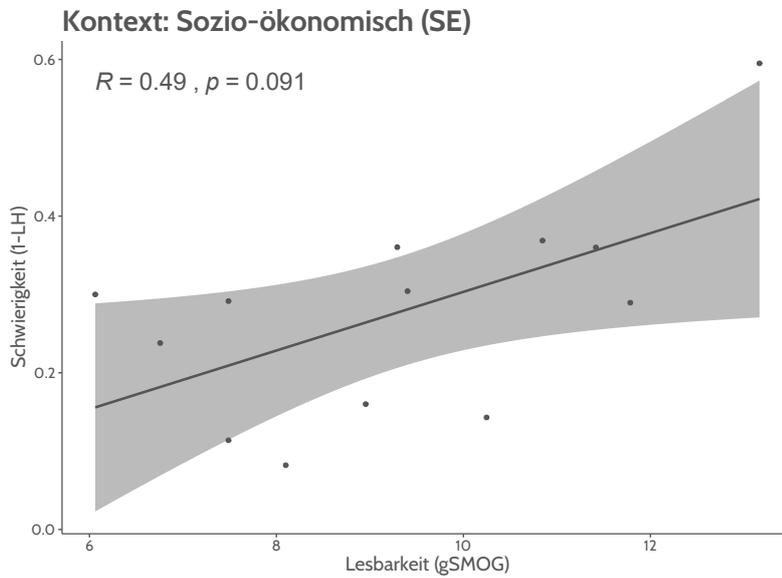
## Aufgabenschwierigkeiten <> standardisierte Lesbarkeit (gSMOG) nach Aufgabenformaten (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Nirgends signifikante Ergebnisse

## Aufgabenschwierigkeiten < > standardisierte Lesbarkeit (gSMOG)

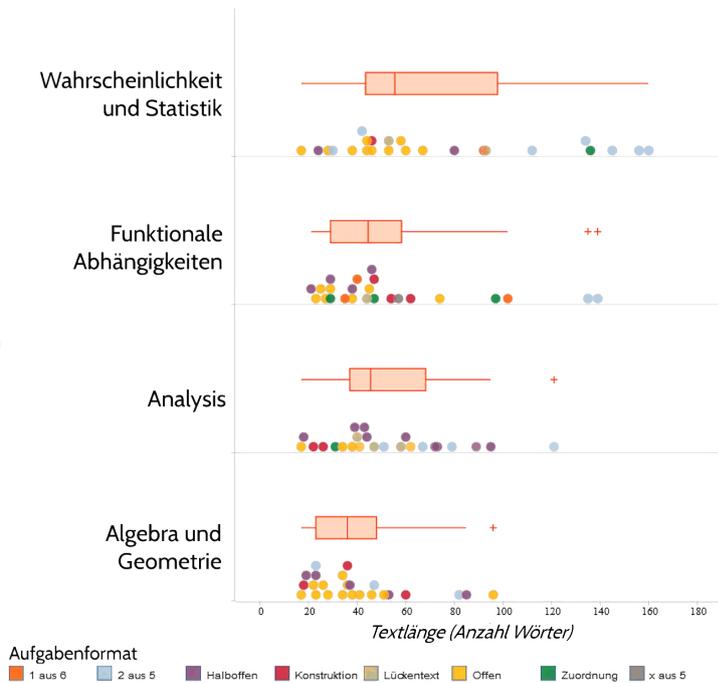
Kontextbereich (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Knapp nicht signifikantes Ergebnis

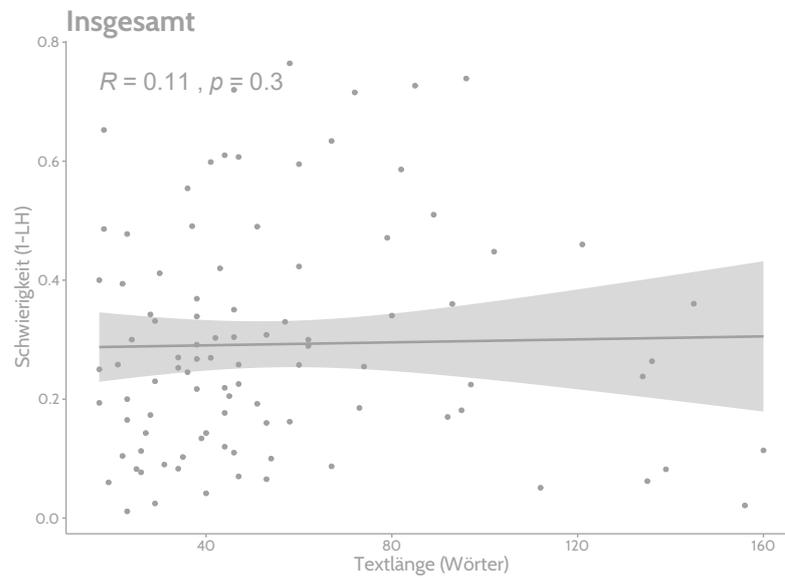
## Übersicht: Textlänge (Anzahl Wörter)

nach Inhaltsbereich und Aufgabenformat



## Aufgabenschwierigkeiten <> Textlänge (Wörter)

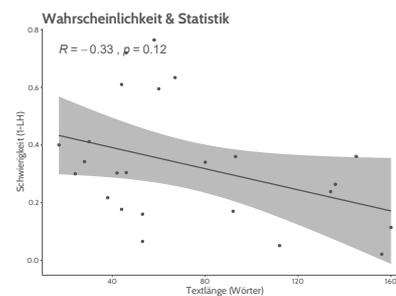
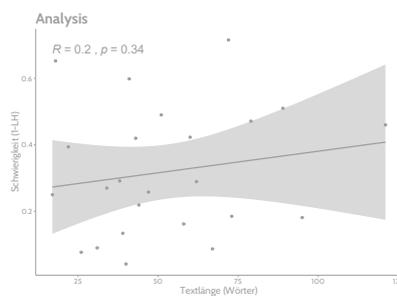
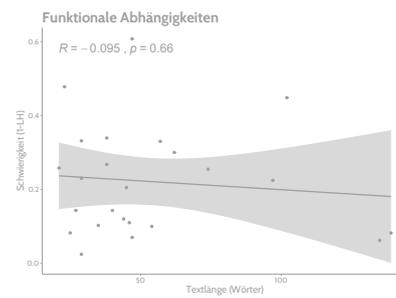
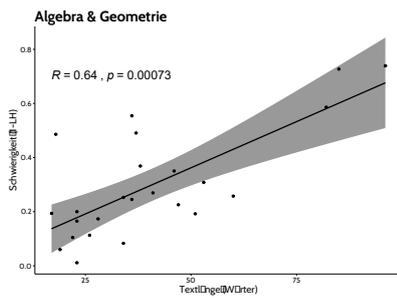
Gesamt (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Kein signifikantes Ergebnis

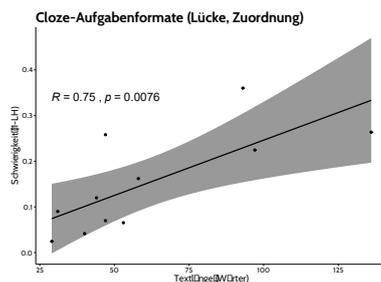
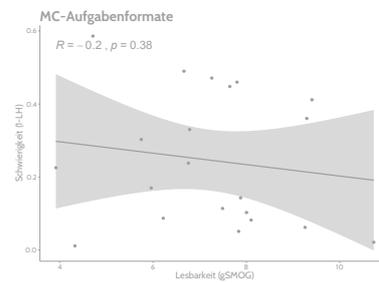
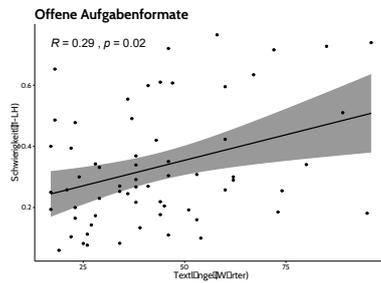
## Aufgabenschwierigkeiten <> Textlänge (Wörter)

nach Inhaltsbereichen (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



AG: hoch signifikant ( $p < 0.001$ ); WS: knapp nicht signifikant (negativ!)

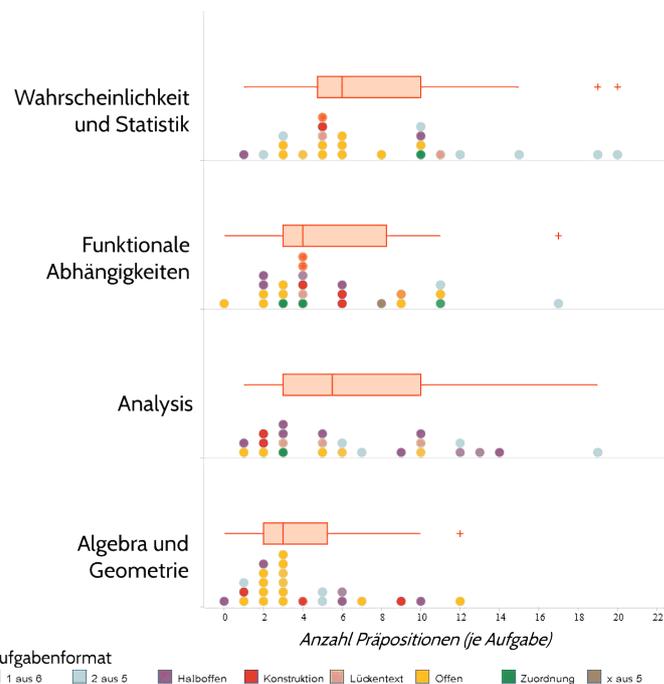
## Aufgabenschwierigkeiten < > Textlänge (Wörter) nach Aufgabenformaten (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Offene Formate: klar signifikant ( $p < 0.05$ ), aber schwach ( $r_s < 0.3$ );

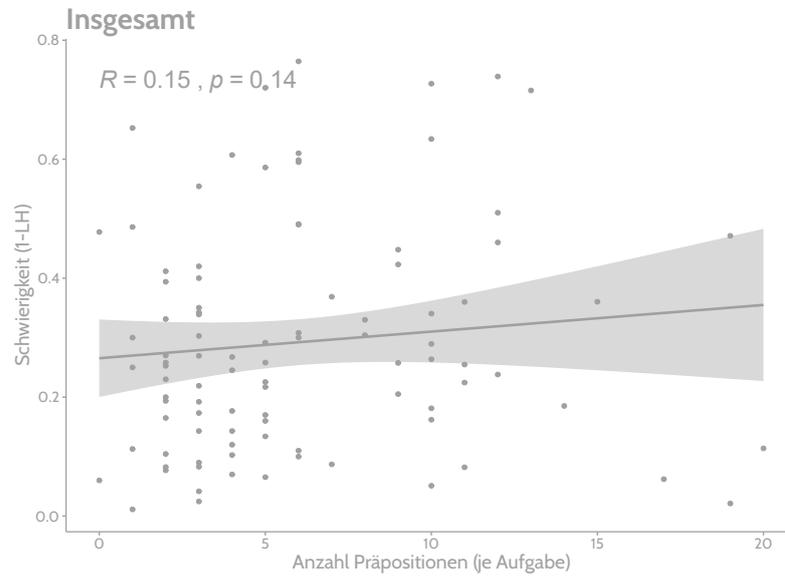
Cloze-Formate: hoch signifikant ( $p < 0.01$ )

## Übersicht: Anzahl Präpositionen (je Aufgabe) nach Inhaltsbereich und Aufgabenformat



## Aufgabenschwierigkeiten <> Anzahl Präposotionen

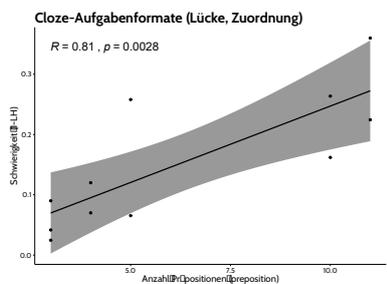
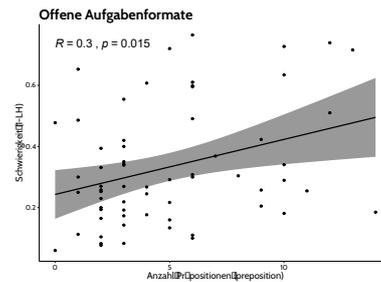
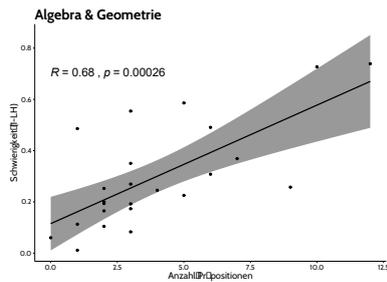
Gesamt (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



Kein signifikantes Ergebnis

## Aufgabenschwierigkeiten <> Anzahl Präpositionen

Nur signifikante Ergebnisse (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)

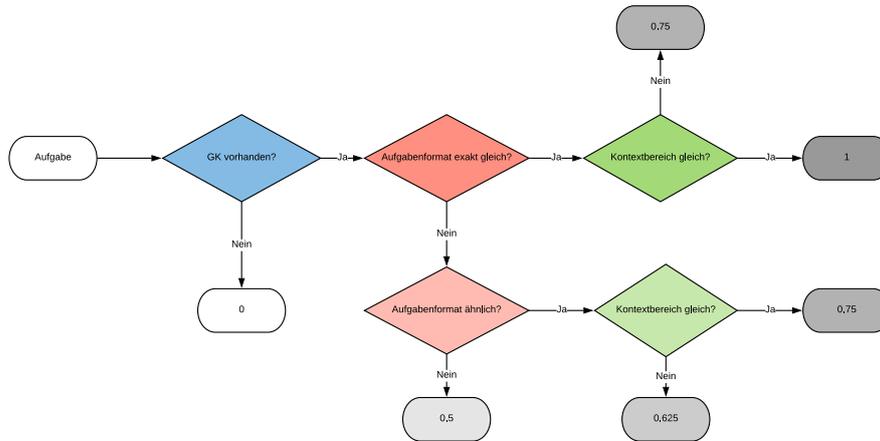


AG: hoch signifikant ( $p < 0.001$ ); Offene: klar ( $p < 0.05$ ), aber schwach ( $r_s = 0.3$ );

Cloze: hoch ( $p < 0.005$ )

## Vertrautheits-/Trainierbarkeits-Index: Definition

1. Je vorangehendem Termin (Haupt- oder Nebentermin) nach Schema bewertet:



2. Wert eines Nebentermins wird anschließend durch 2 dividiert.
3. Summe über alle vorangehenden Haupt- und Nebentermine wird gebildet.
4. Summe durch Anzahl vorangehender HT + (Anzahl vorangehender NT) : 2 + 1 dividiert.

**Begründung:**

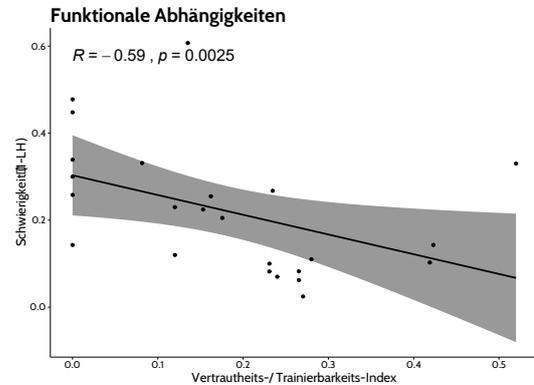
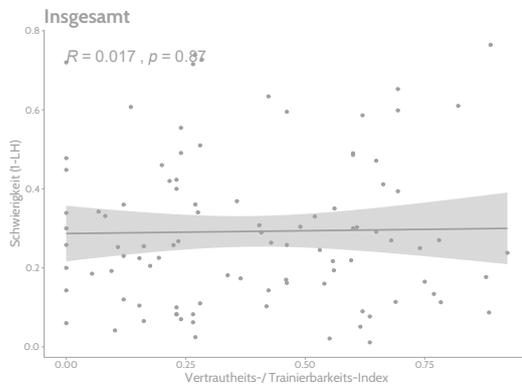
- Wert 0 – 1 gut interpretierbar (0: unvertraut; 1: völlig vertraut)
- Grundkompetenz ist Ausschluss-Kriterium
- Nebentermine vermutlich weniger wahrgenommen
- Division (4.): +1 begrenzt Index auf  $\frac{2}{3}$  (2015),  $\frac{4}{5}$  (2016),  $\frac{6}{7}$  (2017),  $\frac{8}{9}$  (2018), usw.

## Übersicht: Vertrautheits-/Trainierbarkeits-Index nach Inhaltsbereich und Aufgabenformat



## Aufgabenschwierigkeiten < > Vertrautheits-/Trainierbarkeits-Index

Insgesamt & signifikantes Ergebnis (Rangkorrelation nach Spearman, 95 % CI)



FA: hoch signifikant ( $p < 0.005$ )

[deutlich höhere Anzahl GK in diesem Bereich]

→ (Reines) Trainieren alter Prüfungsaufgaben (allenfalls) bei FA erfolgversprechend

## Zwischenfazit & Ausblick

...unter Berücksichtigung der Einschränkungen des Projekts

- ▶ Auf Ebene gut isolierbarer Faktoren (reiner) Textverständlichkeit gibt es nur geringe Unterschiede zwischen AHS-(Teil-1-) und BHS-(allg. Teil-) Zentralmatura-Aufgaben.
- ▶ Aufgaben des bayrischen Zentralabiturs (1. Teil) sind diesbzgl. weniger anspruchsvoll; hängt mit Anteil innermathematischer (Routine-)Aufgaben zusammen ( $\geq 87.5\%$ ).
- ▶ Kein analysierter Prüfungstext erreicht hinsichtlich dieser Faktoren auch nur annähernd das Niveau eines üblichen Mietvertrags.
- ▶ Es gibt *global* keine Hinweise auf signifikante Einflüsse dieser Faktoren auf empirische Aufgabenschwierigkeiten, aber *lokal* signifikante Einzelbefunde (Klärungsbedarf).
- ▶ Vertiefende Analysen zu Wortschatz, Satzstrukturen (insbes. Präpositionalstrukturen), konzeptuellen Hürden (math. Verständnis) & deren Zusammenwirken können u. U. weitere Klärung bringen (Zeit-, Kosten- und Kompetenzfrage).
- ▶ Es ist möglich, dass sich die Ergebnisse für Teil-2-Aufgaben deutlich anders darstellen, eine vergleichende Analyse ist aber schwierig (Aufbau, Beurteilungsschema).
- ▶ Vertiefende Analysen zu Aufgabenbearbeitungen von Lernenden (unter Kontrolle sprachlicher Kompetenzen) könnten weitere Klärung bringen; liegen aber außerhalb der Projektmöglichkeiten (Datenverfügbarkeit, Kosten- und Zeitfrage).

## Literatur

- APA. (2018a). Jeder Fünfte scheiterte schriftlich an Mathe-Zentralmatura: Viele Schüler konnten sich aber durch die Kompensationsprüfung „retten“. *Der Standard*, (26.06.2018). Zugriff unter <http://bit.ly/2v94ESe>
- APA. (2018b). Mathe-Zentralmatura soll „verständlicher“ werden. *Salzburger Nachrichten*, (15.11.2018). Zugriff unter <http://bit.ly/2IBdQqz>
- Bamberger, R. & Vanecek, E. (1984). *Lesen-Verstehen-Lernen-Schreiben: Die Schwierigkeitsstufen von Texten in deutscher Sprache*. Wien: Jugend und Volk.
- Benoit, K., Watanabe, K., Wang, H., Nulty, P., Obeng, A., Müller, S. & Matsuo, A. (2018). quanteda: An R package for the quantitative analysis of textual data. *Journal of Open Source Software*, 3(30), 774. doi:10.21105/joss.00774
- bmbwf. (2019). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik: Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen*. Wien. Zugriff unter <http://bit.ly/2IBdAI0>
- Egyed, M.-T. & Mittelstaedt, K. (2018). Warum Schüler bei der Mathe-Matura schlechter abschneiden. *Der Standard*, (28.05.2018). Zugriff unter <http://bit.ly/2UoiLNG>
- Gellert, U. (2011). Mediale Mündlichkeit. Zur Bedeutung und Spezifik von Bildungssprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit* (S. 97–116). Münster: Waxmann.
- Glaboniat, M., Perlmann-Balme, M. & Studer, T. (2013). *Zertifikat B1: Deutschprüfung für Jugendliche und Erwachsene : Prüfungsziele, Testbeschreibung*. Ismaning: Hueber Verlag. Zugriff unter <http://bit.ly/2ZkyAsm>
- Gürsoy, E. (2014). *Kohäsion und Kohärenz in mathematischen Prüfungstexten türkisch-deutschsprachiger Schülerinnen und Schüler: Eine multiperspektivische Untersuchung*. Münster: Waxmann.
- Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S. & Büchter, A. (2013). Erlös = Erlösung? Sprachliche und konzeptuelle Hürden in Prüfungsaufgaben zur Mathematik. *Deutsch als Zweitsprache*, (1), 14–24.
- Jorgensen, R. (2011). Language, culture and learning mathematics: A Bourdieuan analysis of indigenous learning. In C. Wyatt-Smith, J. Elkins & S. Gunn (Hrsg.), *Multiple Perspectives on Difficulties in Learning Literacy and Numeracy* (S. 315–329). Dordrecht: Springer.
- Kassambara, A. (2018). ggpubr: 'ggplot2' Based Publication Ready Plots. R package version 0.2. Zugriff unter <http://bit.ly/2UrTgLn>
- Klein, H. P. & Jahnke, T. (2012). Die Folgen der Kompetenzorientierung im Fach Mathematik. *Journal für Didaktik der Biowissenschaften*, ((F) 3), 9–17. Zugriff unter <http://bit.ly/2KKOvgH>
- Kühnel, W. & Bandelt, H.-J. (2016). Schöne neue Mathewelt der österreichischen Zentralmatura 2015. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 42(100), 30–34. Zugriff unter <http://bit.ly/2ZhBnCH>
- Leiß, D., Domenech, M., Ehmke, T. & Schwippert, K. (2017). Schwer – schwierig – diffizil: Zum Einfluss sprachlicher Komplexität von Aufgaben auf fachliche Leistungen in der Sekundarstufe I. In D. Leiß, M. Hagen, A. Neumann & K. Schwippert (Hrsg.), *Mathematik und Sprache. Empirischer Forschungsstand und unterrichtliche Herausforderungen* (S. 99–125). Münster: Waxmann.
- Maier, H. (1995). Verstehen von Lehrerinstruktionen und -erklärungen durch Schüler im Mathematikunterricht. Unveröffentlichter Projektbericht. Regensburg.
- Maier, H. & Steinbring, H. (1998). Begriffsbildung im alltäglichen Mathematikunterricht – Darstellung und Vergleich zweier Theorieansätze zur Analyse von Verstehensprozessen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(4), 292–329.
- McLaughlin, G. H. (1969). SMOG grading: A new readability formula. *Journal of Reading*, 12(8), 639–646.
- Meyer, M. & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht: Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *PM: Praxis der Mathematik in der Schule*, 54(45), 2–9.
- Neuhauser, J. (2018). Rudolf Taschner: „Studienanfänger haben immer öfter unverzeihliche Rechenschwächen“. *Die Presse*, (02.11.2018). Zugriff unter <http://bit.ly/2GpIz8z>

- OECD. (2016). *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics and financial literacy*. PISA. Paris: OECD Publishing. Zugriff unter <http://bit.ly/2ZnUHhS>
- Peschek, W. (2011). Sicherung mathematischer Grundkompetenzen am Beispiel des österreichischen Zentralabiturs. In M. Helmerich, K. Lengnink, G. Nickel & M. Rathgeb (Hrsg.), *Mathematik Verstehen* (S. 211–220). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Pöhler, B. (2018). *Konzeptuelle und lexikalische Lernpfade und Lernwege zu Prozenten*. Wiesbaden: Springer.
- Prediger, S. (2013). Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen – mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach* (S. 167–183). Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(1), 77–104.
- R Core Team. (2018). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. Zugriff unter <https://www.R-project.org/>
- Redaktion/APA. (2019). Faßmann kündigt verständlichere Fragen bei Mathematik-Matura an. *Der Standard*, (28.01.2019). Zugriff unter <http://bit.ly/2In0PI4>
- Rieger, L. & APA. (2018). Die Mathematik-Zentralmatura auf dem Prüfstand: Bisher schlechtestes Ergebnis an den BHS. Die Ergebnisse der Bundesländer im Überblick. *Kurier*, (26.06.2018). Zugriff unter <http://bit.ly/2PcxYRa>
- Rosenbrock, C. (2013). Leseförderung aus systematischer Sicht: Dimensionen von Lesekompetenz und adaptive Förderverfahren. In F. Hellmich & K. Siekmann (Hrsg.), *Sprechen, Lesen und Schreiben lernen* (S. 112–134). Berlin: Dt. Ges. für Lesen und Schreiben.
- Schmid, H. (1994). Probabilistic Part-of-Speech Tagging Using Decision Trees. In *Proceedings of International Conference on New Methods in Language Processing*. Manchester, UK. Zugriff unter <http://bit.ly/2vc7ANS>
- Schroeder, S., Würzner, K.-M., Heister, J., Geyken, A. & Kliegl, R. (2015). childLex: A lexical database of German read by children. *Behavior research methods*, 47(4), 1085–1094. doi:10.3758/s13428-014-0528-1
- Schukajlow, S. & Leiß, D. (2008). Textverstehen als Voraussetzung für erfolgreiches mathematisches Modellieren – Ergebnisse aus dem DISUM-Projekt. In *Beiträge zum Mathematikunterricht online. Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathematik. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 13.3. bis 18.3.2008 in Budapest*. (4 S.). Zugriff unter <http://bit.ly/2KHgMoa>
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, (77), 20–26. Zugriff unter <https://goo.gl/reXJTJ>
- Ufer, S., Reiss, K. & Mehringer, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach* (S. 185–201). Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Wild, J. & Pissarek, M. (o.J.). Ratte. Regensburger Analysetool für Texte. Zugriff unter <http://bit.ly/2UpRUBb>
- Wilhelm, N. (2016). *Zusammenhänge zwischen Sprachkompetenz und Bearbeitung mathematischer Textaufgaben: Quantitative und qualitative Analysen sprachlicher und konzeptueller Hürden*. Wiesbaden: Springer.
- Wittmann, G. (2003). *Schülerkonzepte zur analytischen Geometrie: Mathematikhistorische, epistemologische und empirische Untersuchungen*. Hildesheim: Franzbecker.

(Stand: 26. April 2019)