



Realistic Mathematics Education

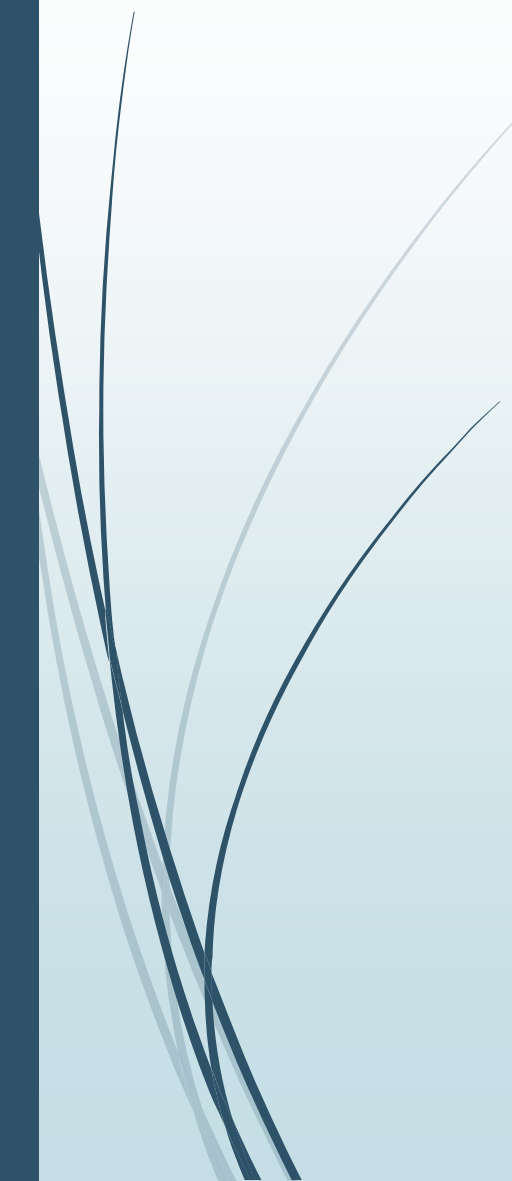
Astrid Anger

Vortrag im Rahmen der ÖMG-Fortbildungstagung für Lehrkräfte

26.04.2019



Ziele des Vortrags

- Vorstellung des Konzepts
 - Konkrete Beispiele
 - Stärken und Schwächen
- 

Was ist RME?

- Lehr-Lern-Konzept für Mathematikunterricht
- entwickelt als Reaktion auf „traditionellen Mathematikunterricht“
- Nachhaltig geprägt von den Ideen von Hans Freudenthal (1905-1990):
 - „Mathematics must be connected to reality, stay close to children and be relevant of society, in order to be of human value.“ (zitiert nach van den Heuvel-Panhuizen, 2000)
 - „Instead of seeing mathematics as subject matter that has to be transmitted, Freudenthal stressed the idea of mathematics as a human activity. [...] In mathematics education, the focal point should not be on mathematics as a closed system, but on the activity, on the process of mathematization.“ (zitiert nach van den Heuvel-Panhuizen, 2000)

(1) Kontextbezogene Rechenaufgabe:

CUSTOMER: I'm going to take four coconuts [at Cr\$ 35 each]. How much is that?

CHILD: There will be one hundred five, plus thirty, that's one thirty-five ... one coconut is thirty-five ... that is ... one forty!

(2) Formale Rechenaufgabe: 35×4

CHILD: Four times five is twenty, carry the two; two plus three is five, times four is twenty. [Answer written: 200]

[aus: Nunes, T., Schliemann, A. D., Carraher, D. W. (1993). Street mathematics and School mathematics. Cambridge: University Press, p. 24]

Die 6 Prinzipien von RME (1)

(siehe van den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003 und Pöhler, 2018)

➤ „REALITY“ – PRINZIP:

- *Sinnhafte Kontexte*: Problemstellungen als Ausgangspunkt für Lernprozesse, die für die SuS bedeutsam/sinnstiftend sind
- Realistic $\neq$ Real World! „Realistische“ Problemstellungen: solche, unter denen sich SuS etwas vorstellen können

➤ „ACTIVITY“ – PRINZIP:

- geht zurück auf Freudenthal („mathematics as a human activity“) → SuS als aktiv Teilnehmende ihres Lernprozesses
- „Mathematization“: horizontal und vertikal

➤ „LEVEL“ – PRINZIP:

- Unterschiedliche Levels im Lernprozess:

Situative Stufe

Referentielle Stufe

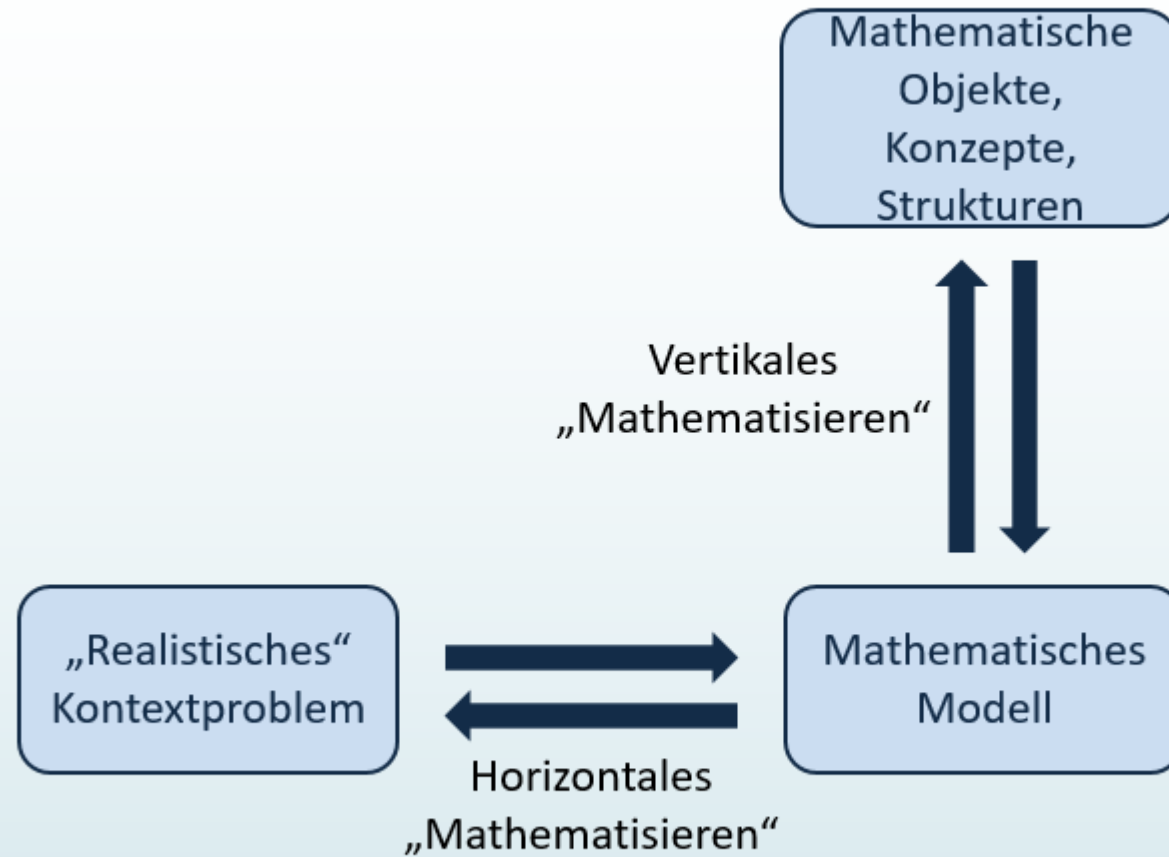
Allgemeine Stufe

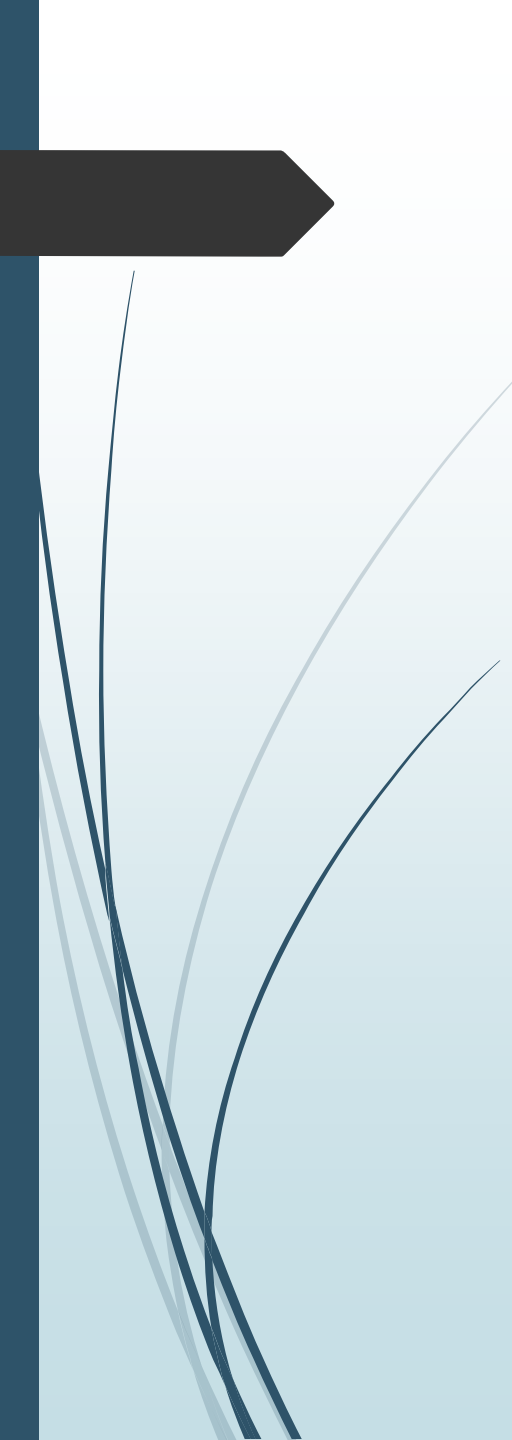
Formale Stufe



Die 6 Prinzipien von RME (2)

(siehe van den Heuvel-Panhuizen, 2003)





Die 6 Prinzipien von RME (2)

(siehe van den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003 und Pöhler, 2018)

➤ „GUIDED REINVENTION“ – PRINZIP:

- Freudenthal (1973):
„Education should give students the ‘guided’ opportunity to ‘re-invent’ mathematics by doing it.”
- benötigt entsprechende Lernumgebungen und Begleitung im Lernprozess
- Rolle der Lehrperson: ModeratorIn, BegutachterIn; Hilfestellungen anbieten, Diskussionen anregen, Fragen stellen, weitere Aufgabenstellungen geben, ...

➤ „INTERACTIVITY“ – PRINZIP:

- Lernen von Mathematik ist keine individuelle, sondern eine soziale Aktivität
- Diskussionen mit der ganzen Klasse, Gruppenarbeit
- SuS-Aktivitäten: erklären, begründen, eigene Strategien rechtfertigen, andere Strategien hinterfragen bzw. darüber reflektieren, gemeinsam verbessern, etc.

➤ „INTERTWINEMENT“ – PRINZIP:

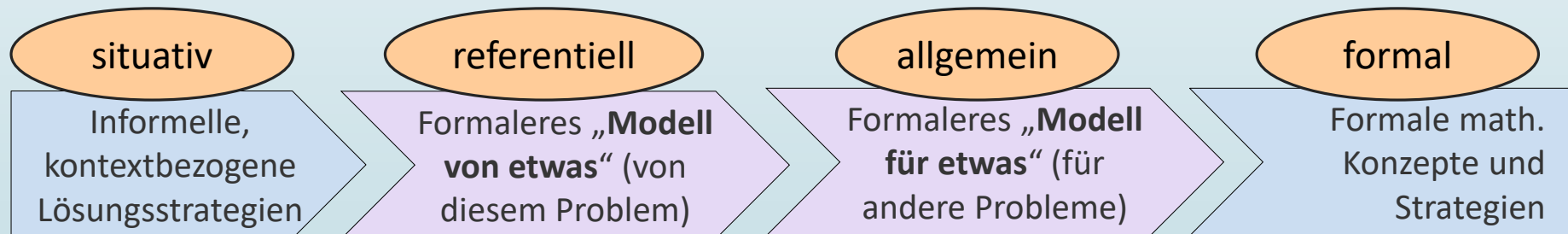
- Unterschiedliche Inhaltsbereiche werden nicht isoliert voneinander betrachtet, sondern im Zusammenhang zueinander unterrichtet

Modelle (im Kontext von RME)

(siehe van den Heuvel-Panhuizen, 2003 und Pöhler, 2018)

- Graphische Darstellungen – Repräsentationen von Problemstellungen:
 - beinhalten grundlegende Aspekte math. Konzepte, die relevant für die Lösung des Problems sind
- Materialien, Skizzen, Tabellen, Diagramme, etc.
- 2 wesentliche Merkmale:
 - sollen aus realistischen, vorstellbaren Kontexten entstammen
 - flexibel, um auf erweiterten, allgemeineren Level angewendet werden zu können

Masse	1 kg	2 kg	0,1 kg
Preis	€ 1,90	€ 3,80	€ 0,19



- Entsprechende Kontextprobleme sind essentiell!
 - einfach zu schematisieren, Notwendigkeit für Modellbildung

Ein Beispiel aus der Unterstufe: Prozente

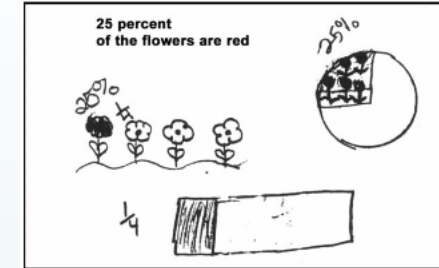
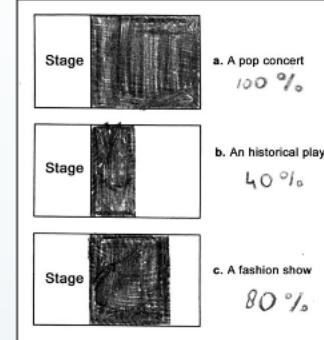
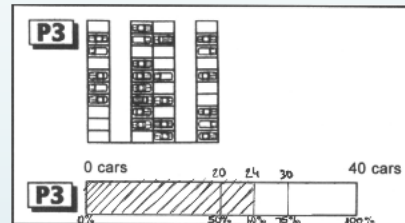
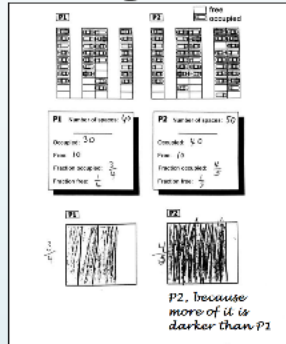
aus: Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The Didactical Use of Models in Realistic Mathematics Education: An Example from a Longitudinal Trajectory on Percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.

Die zwei Geschwister Sonja und Simon diskutieren über Rabatte.
Sonja sagt: „Wir haben beide 10% Rabatt bekommen, aber nicht den gleichen Betrag abgezogen bekommen. Ich habe einen Rabatt von 10€ bekommen, aber du hast nur einen Rabatt von 5€ bekommen. Das ist doch unfair, oder?“
Simon antwortet: „Ach, damit kann ich leben!“

Ist es möglich, dass man den gleichen Rabatt in %, aber nicht in € erhält?

➤ Alltagsnahe Kontexte als Ausgangspunkt:

➤ Vergleichen, Abschätzen von Prozents:



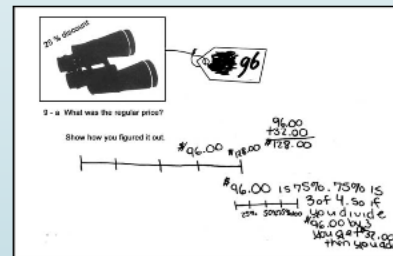
Prozentstreifen zur **Abschätzung** von Prozents

Prozentstreifen als graphische Darstellung von **Teil-Ganzes-Situationen**

➤ Ähnliche Aufgabenstellungen in anderen Kontexten

➤ 1% als Bezugswert für exakte Berechnungen:

Year of marathon	Total number of competitors	Number of dropouts	Percent of dropouts	Describe your strategy
1991	1,603	91	$\approx 5\%$	≈ 16 $1,603$ $16 \overline{) 91}$ $16 \times 5 = 80$ $91 - 80 = 11$



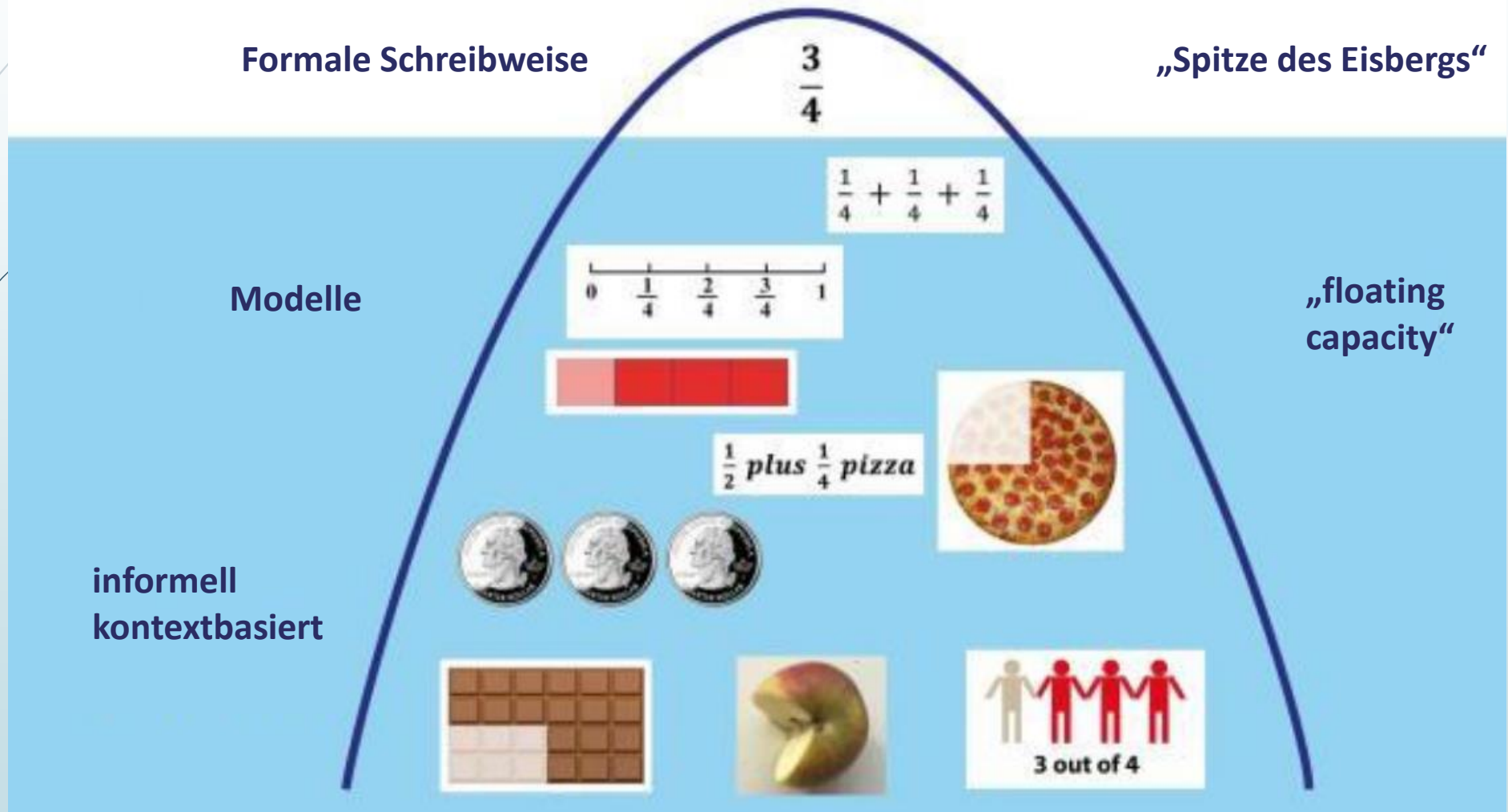
Prozentstreifen zur **Strukturierung komplexer Situationen**

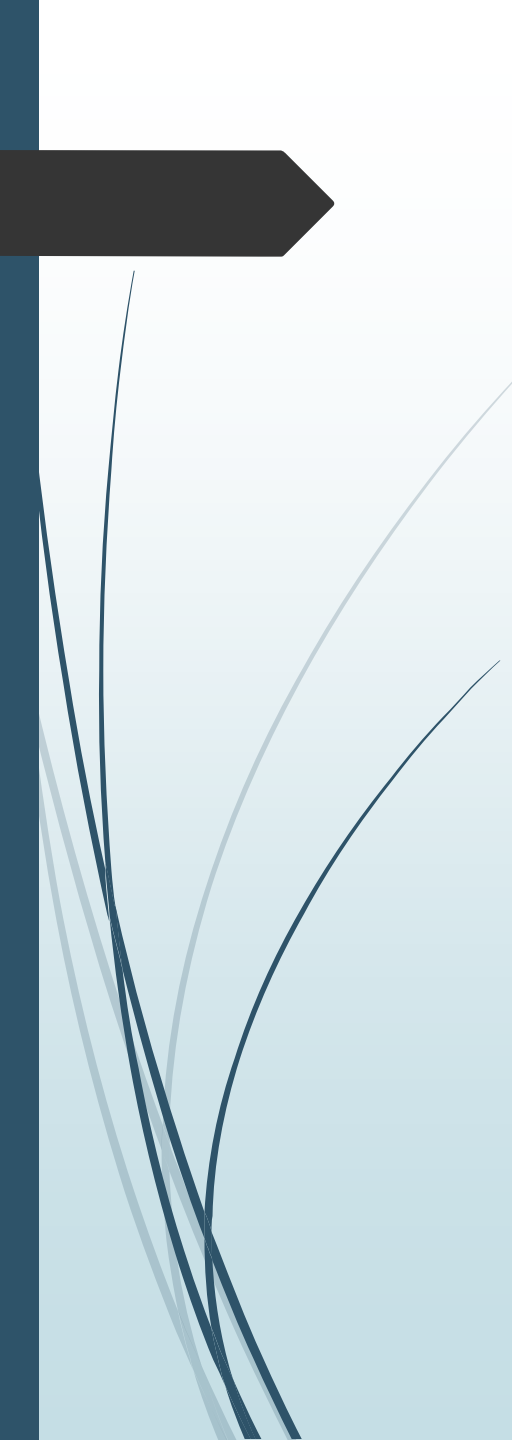
original price $\xrightarrow{\times 0.75}$ sale price
original price $\xleftarrow{\div 0.75}$ sale price

Prozentstreifen zum **Rechnen mit Prozents**

Eisberg-Metapher

(aus Hough et al. 2017)





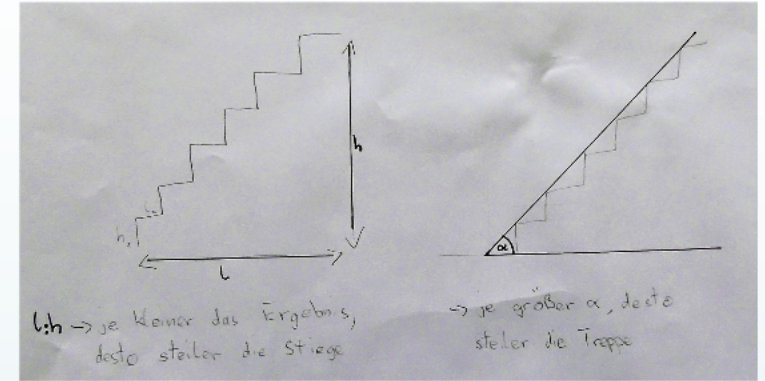
Was zeichnet RME aus

- Kleinschrittige Vorgehensweise in Richtung Formalisierung
- Rückgriff auf Kontextprobleme und informelle Lösungsstrategien
- Modelle als „Überbrücker“ zwischen informeller und formaler Mathematik
- Aufbau eines konzeptionellen Verständnisses im Vordergrund

Ein Beispiel aus der Oberstufe: Trigonometrie

aus: app.dwo.nl/en/student/ bzw. Workshop „Stairs, Shadows and More“ von Mieke Abels auf der RME6 (2018)

- Ausgangsproblem:
Wer hat zu Hause die steilste Treppe?
Wie könnte man diese Frage beantworten?
- Weitere Aufgabenstellungen bzgl. Verhältnis von „Breite“ und „Höhe“ einer Treppe:



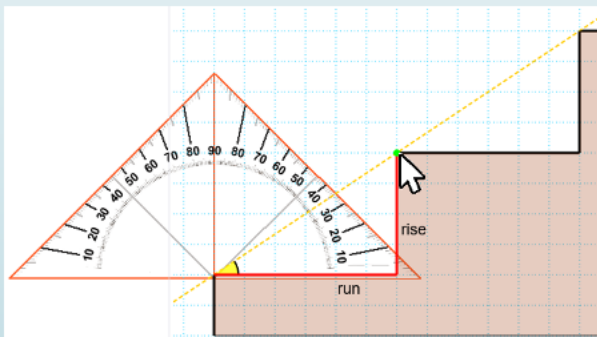
Die Treppe in Kernals Haus zum oberen Stockwerk hat folgende Maße: „Breite“ (unterer Stufen) = 24 cm, „Höhe“ (oberer Stufen) = 10 cm. a. Kernals Treppe hat 25 Stufen. Wie hoch ist die Treppe insgesamt? b. Die Treppe in Samiras Haus ist insgesamt genauso hoch, hat aber nur 20 Stufen. Wie hoch sind die einzelnen Stufen von Samiras Treppe?	Welche der drei abgebildeten Treppen ist die steilste? Welche Treppe ist die am wenigsten steile? Begründet eure Antworten!
Welche der drei abgebildeten Treppen ist die steilste? Welche Treppe ist die am wenigsten steile? Begründet eure Antworten!	Wie könnte man ein Maß für die „Steilheit“ einer Treppe festlegen? Sammet lokal

$$\text{Steilheit} = \frac{\text{„Höhe“}}{\text{„Breite“}}$$

Berechnet für die vorhin abgebildeten Treppen A, B und C jeweils die Steilheit!	Die Treppe in Samiras Haus ist genauso steil wie die Treppe in Kernels Haus, ihre Stufen sind aber nur 12cm hoch. Wie breit sind Samiras Stufen?																
Eine vierte Treppe soll genauso steil sein wie die oben abgebildete Treppe C, jedoch soll die Breite einer Stufe nur 3 Kästchen lang sein. Wie viele Kästchen umfasst dann die Höhe einer Stufe?	Treppen mit einer sehr geringen „Steilheit“ werden als „laute Treppen“ bezeichnet (siehe Abbildung). Auf einem Spielplatz soll zur Rutsche hinauf eine solche „faule Treppe“ errichtet werden mit einer „Steilheit“ von 0,2. Sammelt mehrere Vorschläge für die Maße solcher Treppen! Stellt eure Ergebnisse in einer Tabelle dar! <table border="1"> <tr> <td>Höhe</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Breite</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Höhe								Breite							
Höhe																	
Breite																	

Höhe	8 cm	16 cm	20 cm	10 cm	2,5 cm	30 cm	22 cm	...
Breite	40 cm	80 cm	100 cm	50 cm	12,5 cm	150 cm	110 cm	...

- Aufgaben zur Winkelbestimmung: Applet

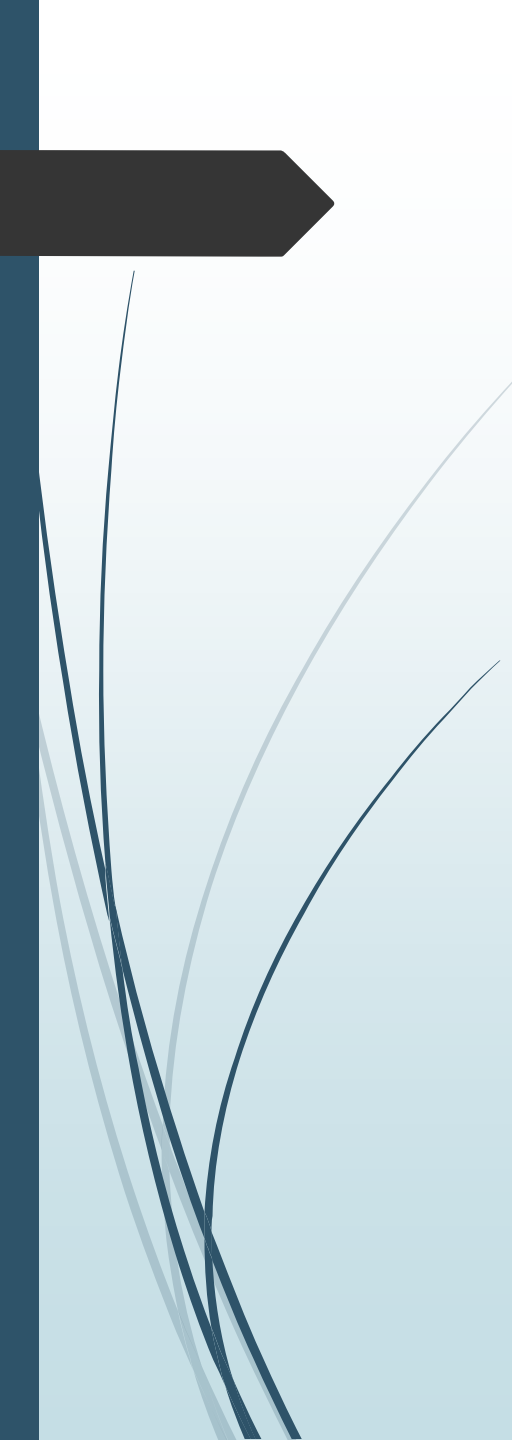


In einer Schule soll der Treppenaufgang zum Haupteingang neu gestaltet werden. Die neue Treppe soll einen Neigungswinkel von 30° haben. Die einzelnen Stufen sollen zwischen 15 und 20 cm hoch sein.

Erarbeitet Vorschläge für die konkreten Maße der Stufen („Höhe“ und „Breite“) und gebt sie in einer Verhältnistabelle an!

Wie kann man mithilfe des Schattens die Höhe eines Gebäudes oder Turms messen? Stellt euch vor, ihr steht vor dem Stephansdom und betrachtet den Schatten des Südturms. Ihr misst eine Länge von 95,5 m des Schattens und einen Winkel von 55° , den die Sonnenstrahlen mit dem Boden einschließen.

Welche Schätzung ergibt sich daraus für die Höhe des Südturms?



Stärken und Schwächen

► Stärken:

- tiefer gehendes, konzeptionelles Verständnis; „robuster“
- fördert Problemlösefähigkeiten
- SuS bekommen ein anderes Bild von Mathematik
- Bessere Ergebnisse (Niederlande – PISA; USA)

► Schwächen:

- zeitintensiv
- ergebnisoffen
- schwierige, aufwendige Materialentwicklung

Literatur

- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Riedel Publishing Company.
- Hough, S., Solomon, Y., Dickinson, P., & Gough, S. (2017). *Investigating the impact of a Realistic Mathematics Education approach on achievement and attitudes in Post-16 GCSE resit classes*. Manchester, UK: MMU/The Nuffield Foundation.
<https://www2.mmu.ac.uk/media/mmuacuk/content/documents/education/Nuffield-report-2017.pdf>
- Nunes, T., Schliemann, A. D., Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: University Press.
- Pöhler, B. (2018). *Konzeptuelle und lexikalische Lernpfade und Lernwege zu Prozenten. Eine Entwicklungsforschungsstudie*. Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts Band 35, Wiesbaden: Springer.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics Education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9*. Utrecht: Utrecht University.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The Didactical Use of Models in Realistic Mathematics Education: An Example from a Longitudinal Trajectory on Percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.