

a. Univ. Prof. Dr. J. Maaß



JOHANNES KEPLER  
UNIVERSITÄT LINZ

Netzwerk für Forschung, Lehre und Praxis

# **Modellieren im Mathematikunterricht**



## ***Vorbemerkung***

Diesen Folien können Sie per Mail  
erhalten!

Anfrage an:

**[juergen.maasz@jku.at](mailto:juergen.maasz@jku.at)**



# Modellieren im Mathematikunterricht

Forderung: Auch  
realitätsbezogen unterrichten  
nicht nur „teaching to the test“



# Was bleibt vom Mathematikunterricht?

Empirische Forschungen zeigen  
zwei Hauptresultate:



**a) Wenig Kenntnisse in Mathematik:**

Einige Jahre nach der Schule ist nur das gut verfügbar, was in Beruf und Alltag oft gebraucht wird

b) Häufig eine **negative Einstellung** zur Mathematik



Das ist wenig erfreulich...

**Was tun?**

Kritik annehmen und den  
Mathematikunterricht ändern!



# Realitätsbezogener Mathematikunterricht

ist ein wichtiger Beitrag zur  
Verbesserung



# Weshalb?

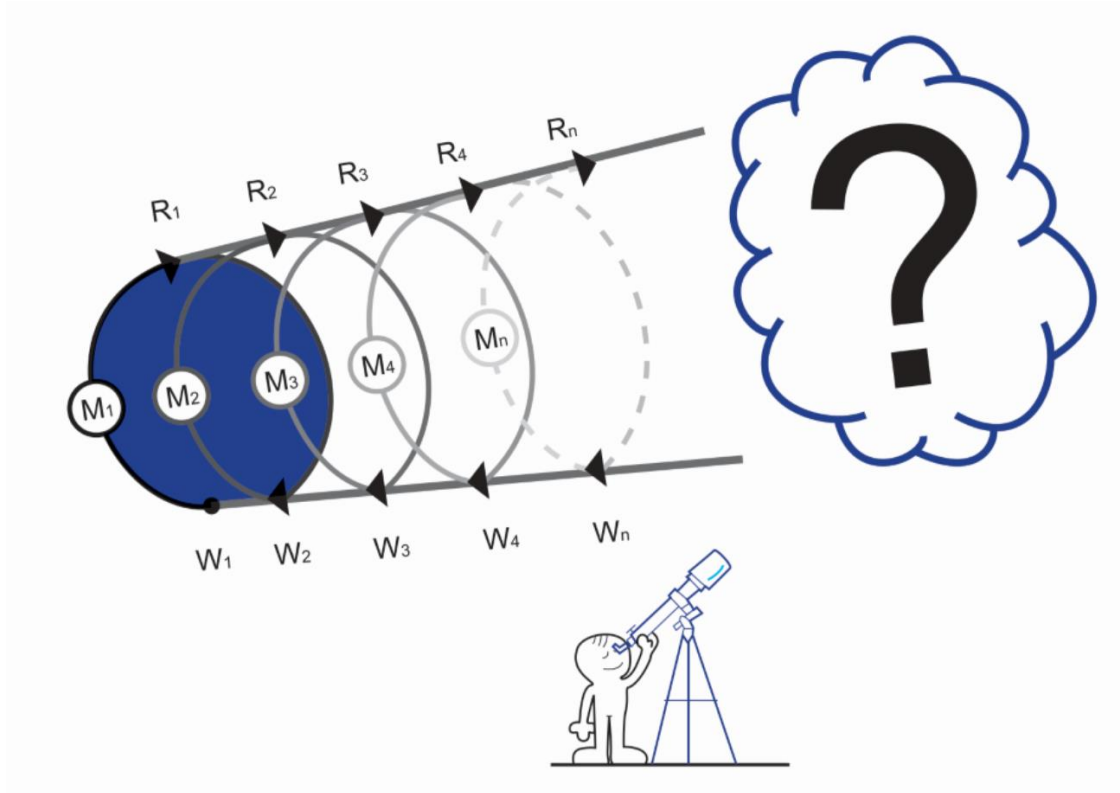
Er gibt eine Antwort auf die Frage  
nach dem Sinn!

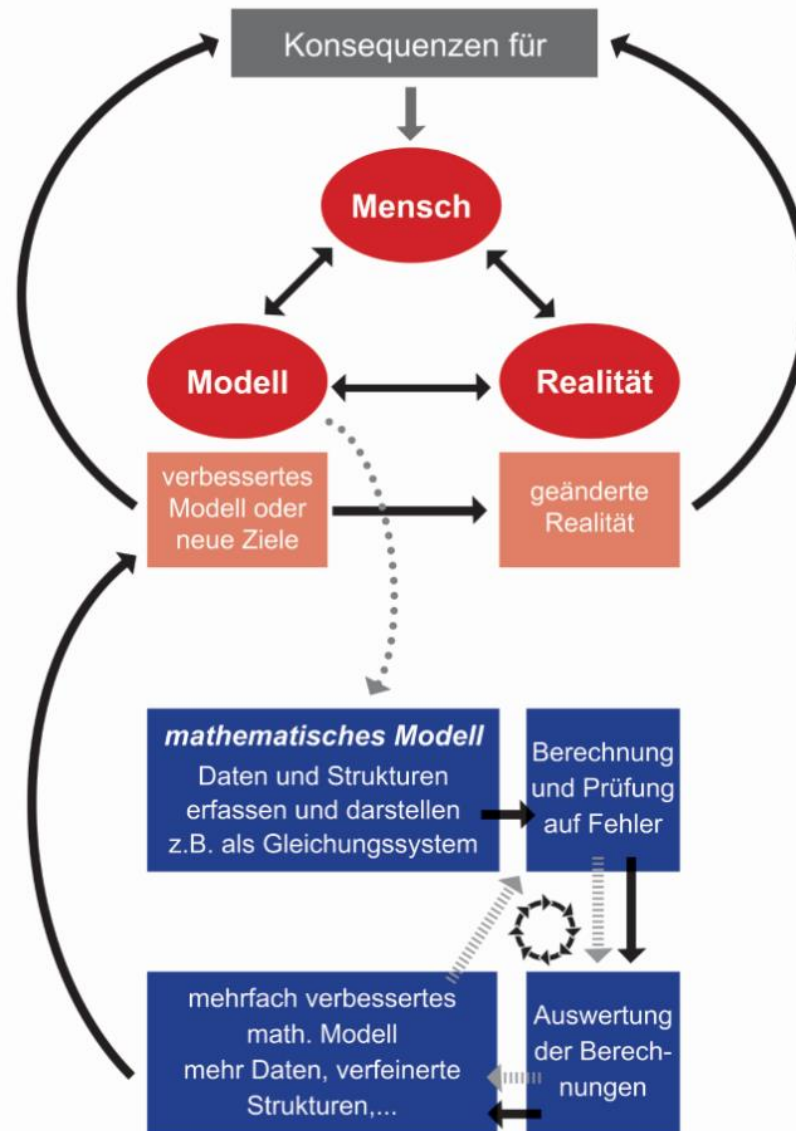




Das Bild von Mathematik wird  
vollständiger

Motivierende Methoden wie  
entdeckendes Lernen gehören dazu







## **These:**

Mathematisches Modellieren kann  
die Qualität der verwendeten  
Modelle, ihre Präzision und  
Aussagekraft, deutlich verbessern



## Einstiegsbeispiel

Heinrich möchte ein Buch kaufen,  
das 14,90 Euro kostet. Er hat 20  
Euro. Wie viel Geld bleibt ihm?



## Einstiegsbeispiel

*Heinrich hat zum Geburtstag ein Buch von Astrid Lindgren geschenkt bekommen: „Karlsson vom Dach“, das er gern gelesen hat. Nun hat er im Internet ein weiteres Buch von Astrid Lindgren entdeckt: „Geschichten aus Bullerbü“. Die Geschichten kosten 14,90 Euro. Heinrich hat noch die 20 Euro, die ihm sein Onkel zum Geburtstag geschenkt hat. Was soll Heinrich tun? Besprecht in Kleingruppen, welchen Rat ihr Heinrich geben wollt!*



# **Analyse des Kleingedruckten - Lesekompetenz fördern im Mathematikunterricht?**



- **Geldgeschäfte (Bank, Versicherung...)**
- **Tarife (Strom, Gas, Handy, Transport...)**

**MIT Kleingedrucktem**

**– wie im Leben!**





- **Mit „New Horizon“ zum Pluto**
- **geometrische Analyse eines Bildes**
- **Black Jack**
- **Wahlmathematik**
- **Papierfliegerwettbewerb**
- **die Nase von Hunden**
- **Komposition eines Liedes**

**Diplomarbeiten JKU Linz - siehe:**

**<http://epub.jku.at/nav/classification/111084>**



## **Mit „New Horizon“ zum Pluto**

**Mag. M. Spiegl (2016)**

**Fächerübergreifend Mathematik – Physik**

**Modellierung der Flugbahn in mehreren  
verfeinerten Modellen, recht gute Annäherung an  
reale Werte**

**Wissen über Astronomie - Sonnensystem**





## **Mit „New Horizon“ zum Pluto**

**Aufgabe: Wie schnell müsste die Sonde fliegen, wenn sie in 10 Jahren auf direktem Weg (wie auf einer Autobahn ohne Kurven und Einflüsse von außen) von der Erde zum Pluto fliegen soll?**

**Aufgabe: Was bewirkte beim realen Flug der Sonde das „Swing – by – Manöver“ beim Planeten Jupiter?**

a. Univ. Prof. Dr. J. Maaß



JOHANNES KEPLER  
UNIVERSITÄT LINZ

Netzwerk für Forschung, Lehre und Praxis

**Entfernung ca. 5.000.000.000 km**

**$v_{\text{real}} = 16,21 \text{ km/sec}$**

**Ergibt ca. 9,8 Jahre**

**Reale Flugzeit mit Swing-By: 9,5 Jahre**



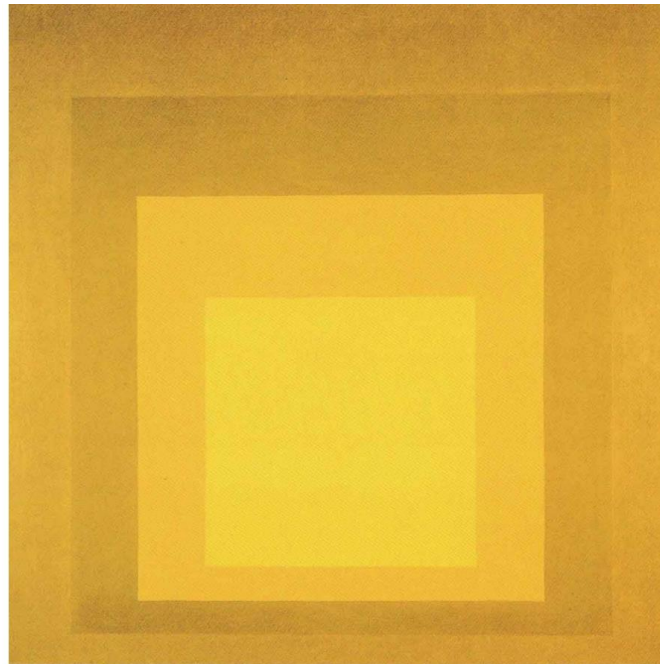
**Das Bild „Strahlender  
September“ als  
Ausgangspunkt für  
fächerübergreifenden  
Unterricht  
Mag. R. Fellner**

a. Univ. Prof. Dr. J. Maaß



JOHANNES KEPLER  
UNIVERSITÄT LINZ

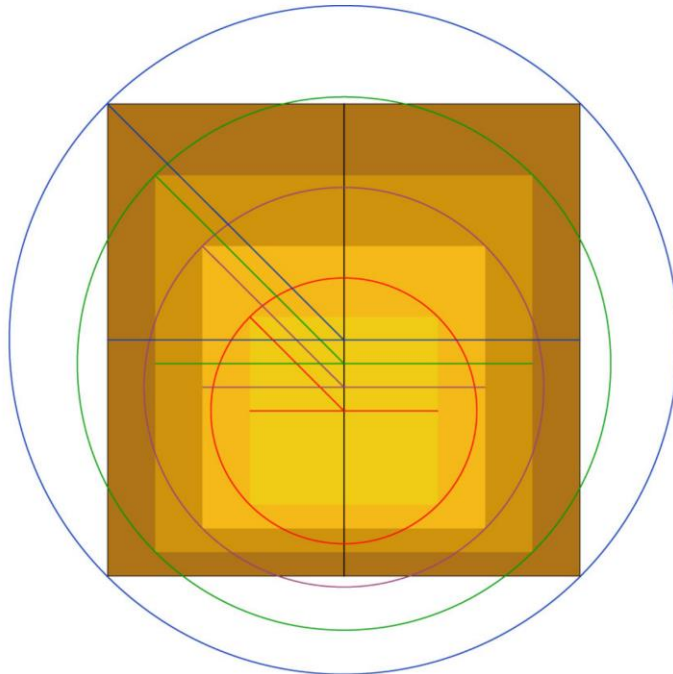
Netzwerk für Forschung, Lehre und Praxis



Museum im Kulturspeicher Würzburg; Institut für Mathematik der  
Universität Würzburg, 2014, S. 134



## Umkreise



## regelmäßige Quadrate







## **Aufgabe:**

**Skizzieren Sie nach diesem Vorbild eine Folge von Quadraten (Rechtecken, Kreisen...), die ineinander gezeichnet den Eindruck eines seitlich oder nach oben geneigten Tunnels erwecken. Tauschen Sie anschließend Ihre Skizze mit einer Nachbarin bzw. einem Nachbarn und fragen, ob der von Ihnen beabsichtigte Eindruck bewirkt wurde.**



## **Black Jack (Mag. A. Wamser )**

**Mathematische Modellierung zur  
Frage, mit welcher  
Wahrscheinlichkeit ein „günstiges“  
Blatt erreicht wird bzw. ein besseres  
als das der Bank.**

**Weshalb hat die Bank Vorteile?**



# Black Jack

Dieses Modell basiert auf den folgenden Annahmen:

- Gespielt wird mit 52 Karten

2♥, 3♥, 4♥, 5♥, 6♥, 7♥, 8♥, 9♥, 10♥, B♥, D♥, K♥, A♥,

2♦, 3♦, 4♦, 5♦, 6♦, 7♦, 8♦, 9♦, 10♦, B♦, D♦, K♦, A♦,

2♣, 3♣, 4♣, 5♣, 6♣, 7♣, 8♣, 9♣, 10♣, B♣, D♣, K♣, A♣,

2♠, 3♠, 4♠, 5♠, 6♠, 7♠, 8♠, 9♠, 10♠, B♠, D♠, K♠, A♠

- Der Spieler erhält die ersten beiden Karten des Kartendecks

Für die Black Jack-Wahrscheinlichkeit ergibt sich:

$$P(\text{Black Jack}) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{52}{2}} \approx 0,0483$$



# Black Jack

Simulation		Bewersdorff	
Bankergebnis	Wahrscheinlichkeit	Bankergebnis	Wahrscheinlichkeit
>21	0,2811	>21	0,2816
Black Jack	0,0472	Black Jack	0,0473
21	0,0730	21	0,0727
20	0,1808	20	0,1803
19	0,1332	19	0,1335
18	0,1391	18	0,1395
17	0,1456	17	0,1451

*Tabelle 18: Wahrscheinlichkeiten für die Bankerbnisse im Vergleich zu den Wahrscheinlichkeiten nach Bewersdorff eine Million Simulationen*



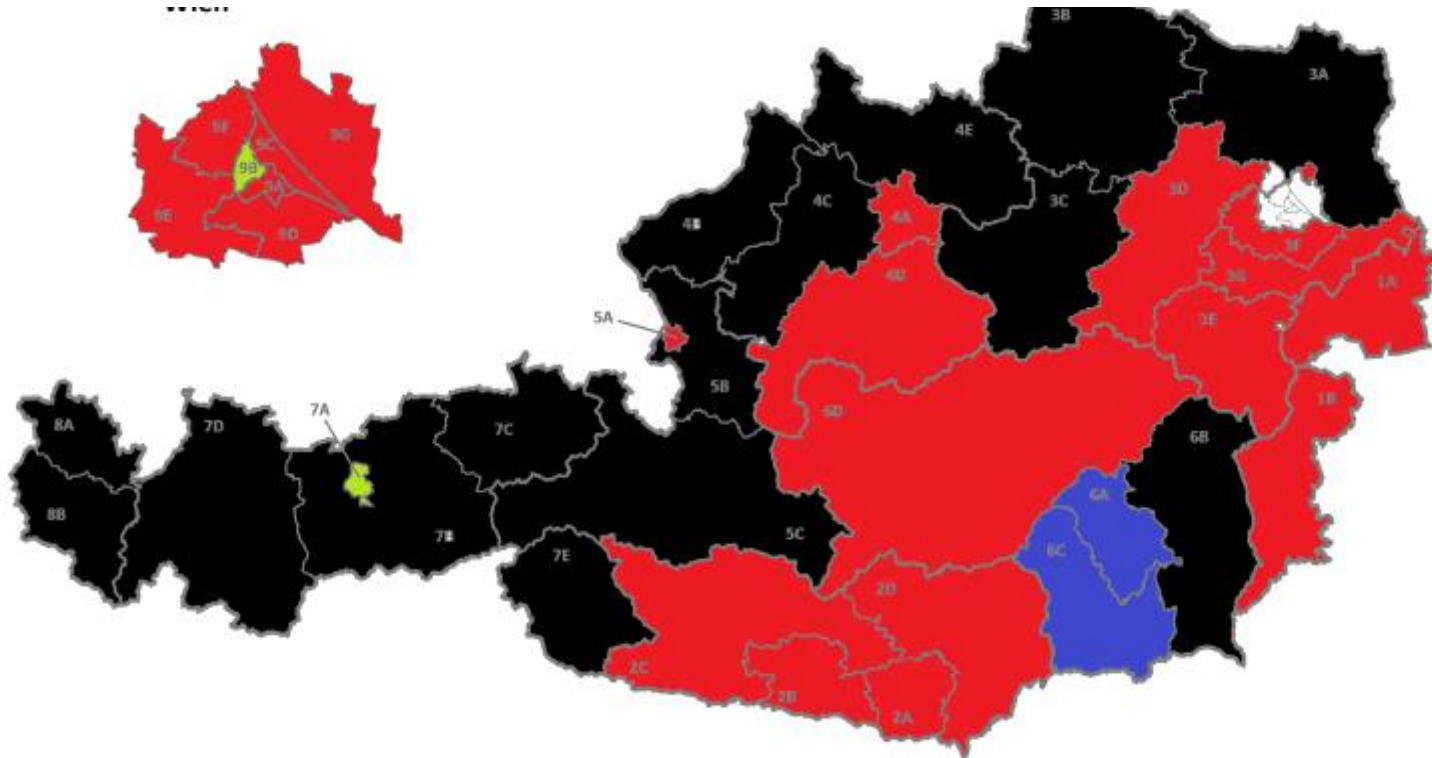
# Black Jack

**Aufgabe: Ein Spieler hat bei Black Jack 16 Punkte auf der Hand. Soll er eine weitere Karte ziehen?**



# **Wahlmathematik: Vergleich der beiden Wahlsysteme Verhältniswahlrecht und relatives Mehrheitswahlrecht**

**Mag. L. Strobl**





Mehrheitswahlrecht



Verhältniswahlrecht







## Aufgabe:

In der Wahl erhielt Partei A 30%, Partei B 25%, Partei C 20%, Partei D 14% und die Parteien E und F jeweils 3% der Stimmen (5% der Stimmen waren ungültig).

Formulieren Sie ein Wahlgesetz, das zu folgender gewünschten Sitzverteilung führt:

Die Parteien A, B und C erhalten gleich viele Sitze, die anderen Parteien gar keine.



# **Der Traum vom Fliegen: Ein projektorientierter Wettbewerb mit Papierfliegern für die Schule**

**Mag. I. Berger**

a. Univ. Prof. Dr. J. Maaß



JOHANNES KEPLER  
UNIVERSITÄT LINZ

Netzwerk für Forschung, Lehre und Praxis

# Papierflieger



Folie # 35

# Papierflieger

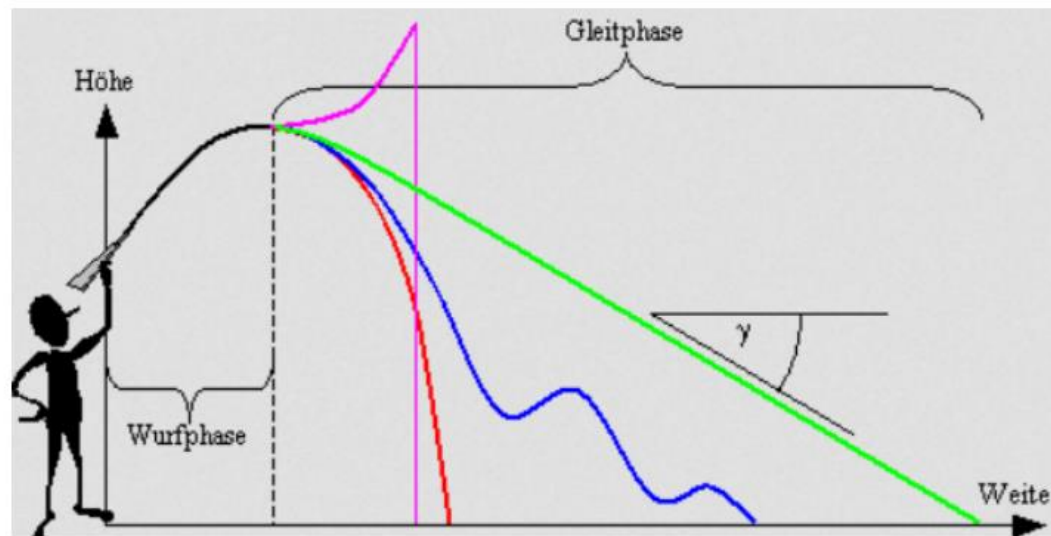


Abbildung 20: Vier mögliche Flugbahnen eines Papierfliegers (vgl. Gruber, 2005)



## Papierflieger

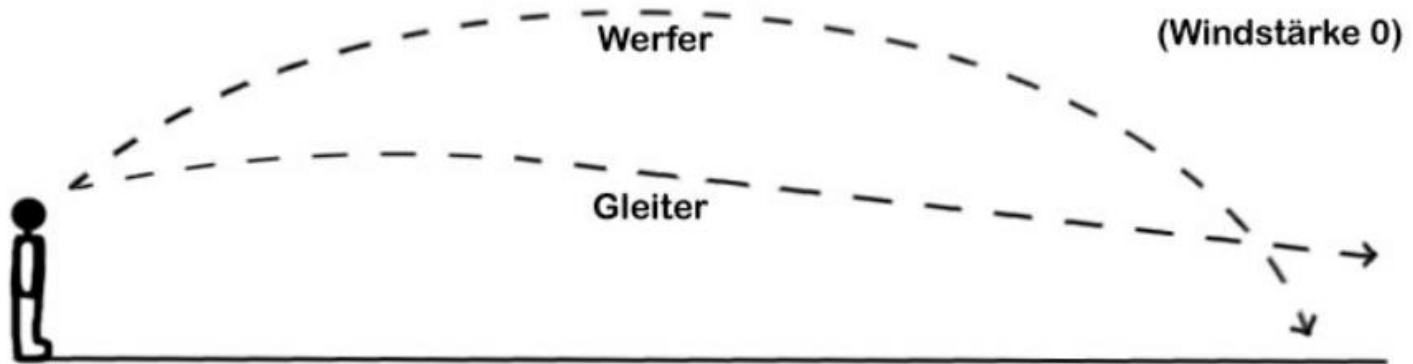


Abbildung 9: Flugverhalten Gleiter versus Werfer (vgl. Hönisch Jurado, o.A.)



## Papierflieger

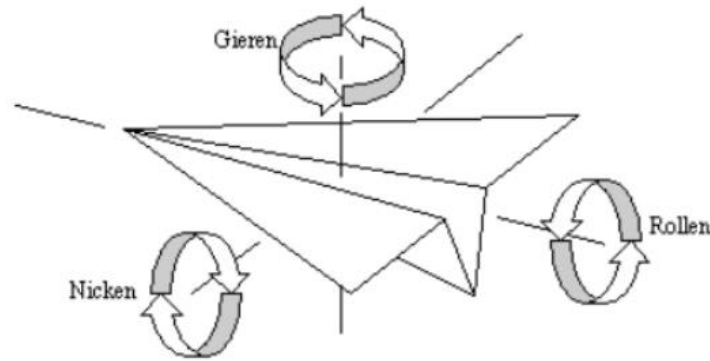


Abbildung 12: Nicken, Gieren und Rollen eines Flugzeuges (vgl. Gruber, 2005)



## Papierflieger

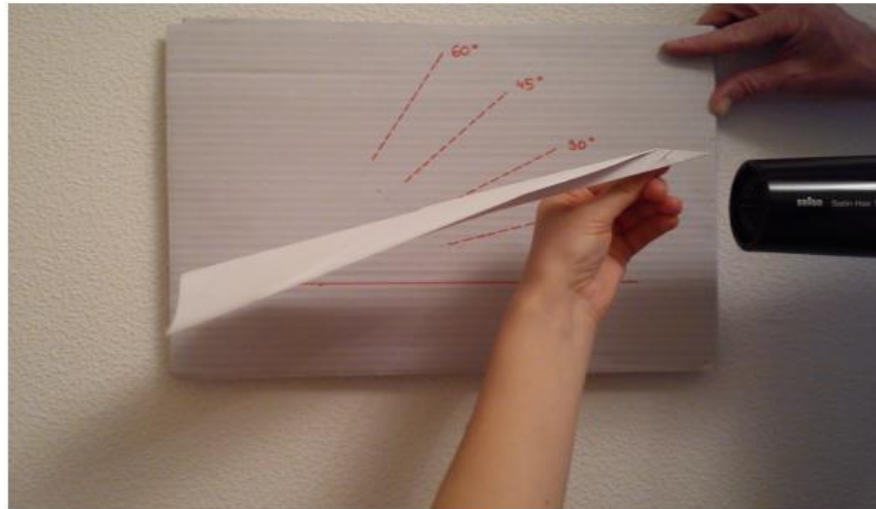


Abbildung 16: Versuchsaufbau: Anstellwinkel und Luftströmung beim Papierflieger  
(selbst erstellt)



## Papierflieger

Aufgabe:

**Nehmen Sie ein Din A4 Blatt und falten Sie den „optimalen“ Flieger!**

**Wir machen einen kleinen Wettbewerb!**



a. Univ. Prof. Dr. J. Maaß



JOHANNES KEPLER  
UNIVERSITÄT LINZ

Netzwerk für Forschung, Lehre und Praxis

# Der Mathematik Nachgeschneüffelt

**Mag. M. Hackl**



# Hundenase





# Hundenase

**Verhältnis: Nasenlänge Schulterhöhe**

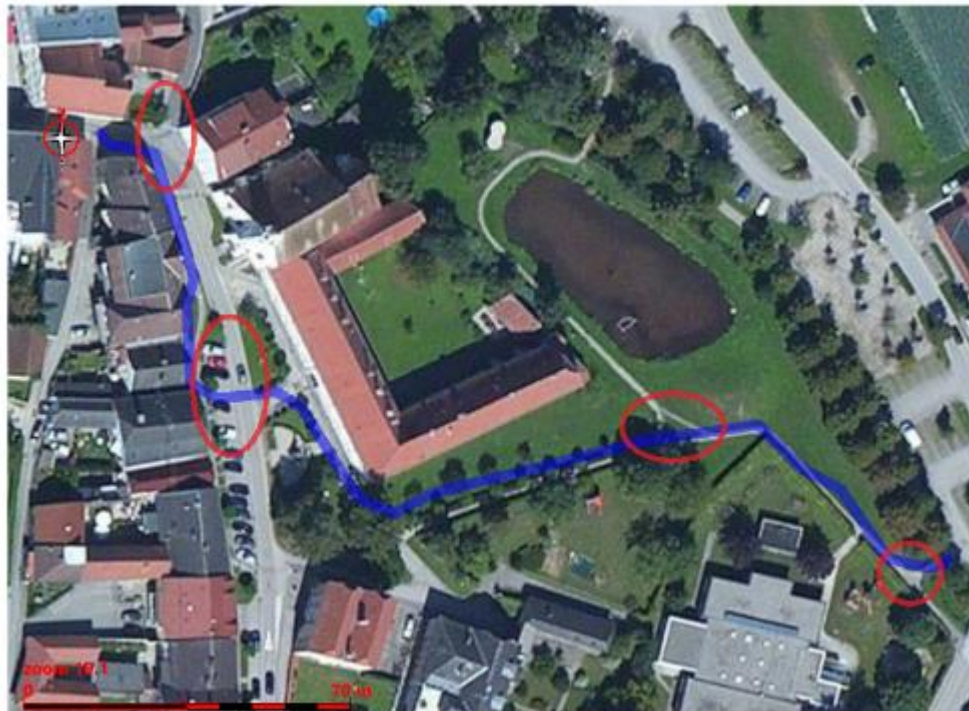
**Statistik erstellen**



Alter	Geschlecht	Körperhöhe	Nasenlänge	Verhältnis
1,0	m	58,0	10,0	5,8 : 1
2,0	m	61,0	9,0	6,8 : 1
5,0	m	62,0	9,5	6,5 : 1
6,0	m	57,0	10,0	5,7 : 1
1,0	w	57,0	8,0	7,1 : 1
1,5	w	57,0	10,0	5,7 : 1
2,0	w	56,0	9,5	5,9 : 1
4,0	w	60,0	10,0	6,0 : 1
6,0	w	55,0	8,1	6,8 : 1
11,5	w	58,0	8,4	6,9 : 1



## Hundenase – Mantrailing



a. Univ. Prof. Dr. J. Maaß



JOHANNES KEPLER  
UNIVERSITÄT LINZ

Netzwerk für Forschung, Lehre und Praxis

# **DIE MATHEMATIK ZUM KLINGEN BRINGEN – EIN FÄCHERÜBERGREIFENDES UNTERRICHTSPROJEKT Mag. T. Wassermair**



# Mathematik => Musik

Tom Johnson  
**Tango**



**Kombinatorik**  
**=> Musik**



## **Aufgabe:**

**Wählen Sie drei oder vier  
„passende“ Noten und  
kombinieren Sie daraus ein Lied.  
Zusammen mit einem passenden  
Text wird das der „Klassensong“**



## Literatur

J. Maaß: Modellieren in der Schule. Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts, Reihe „Schriften zum Modellieren und zum Anwenden von Mathematik“, WTM Verlag Münster 2015





# Ich danke für Ihre Aufmerksamkeit