

„Teaching to the Test versus Enriching Units“ – Fruchtbares Spannungsfeld oder unüberbrückbare Kluft?

1. Einleitung

Das Department of Mathematics des New York City College bildet im Bereich Secondary Education sowohl Lehramtsstudierende für Middle und High Schools als auch bereits im Unterricht stehende Lehrer/innen, die ihren Masterabschluss machen, aus. Dabei kommen Studierende mit den unterschiedlichsten beruflichen Hintergründen an die Universität. Einerseits gibt es die „normalen“ Studierenden, die ein Lehramt in Mathematik anstreben und dafür den Bachelor- und Masterabschluss machen müssen, andererseits gibt es in den USA Programme, die dem akuten Lehrer/innenmangel entgegenwirken sollen. *Teach for America* will herausragende Collegeabsolventinnen und -absolventen für den Lehrberuf gewinnen, die Lehrenden unterrichten an Highschools und können nebenbei Kurse am College im Bereich Lehrer/innenbildung besuchen. Als *Teaching Fellows* werden jene Personen bezeichnet, die den Masterabschluss für das Lehramt berufsbegleitend (also neben der Unterrichtstätigkeit an Schulen) absolvieren und genauso wie Personen aus dem Teach for America-Programm nicht ursprünglich ein Lehramtsstudium abgeschlossen haben. Seit 2000 wurden für dieses Programm ungefähr 13 500 Personen rekrutiert und als Lehrer/innen eingesetzt. Für beide Gruppen ist anzumerken, dass sie sich auf Grund ihrer Unterrichtstätigkeit stark von den Lehramtsstudierenden ohne begleitende Unterrichtstätigkeit unterscheiden, da sie die Angebote der Lehrveranstaltungen ganz anders rezipieren. Sie können Materialien und theoretische Inputs eher in Verbindung mit Unterricht und Praxis bringen und zeigen daher meist auch differenziertere Reflexionsansätze als ihre Kolleginnen und Kollegen.

2. Lehrpläne und Standards

Im New York State gibt es seit 2005 ein mathematisches Kerncurriculum, welches für Prekindergarten bis Klassenstufe 12 definiert ist. Die drei Hauptideen dieses Curriculums sind

- *Conceptual Understanding*: aufbauend auf dem Vorwissen der Schüler/innen sollen mathematische Ideen und Konzepte verstanden und dazu benutzt werden, (mathematische) Prinzipien zu identifizieren und anzuwenden, dh. neue Probleme sollen mittels mathematischem (Standard-)Wissen gelöst werden können.
- *Procedural Fluency* meint u. a. das Anwenden von Algorithmen, die Verwendung von Taschenrechnern oder das Wissen, wie man einen Winkel misst.
- *Problem Solving*: darunter wird die Fähigkeit verstanden mathematische Probleme zu formulieren, zu repräsentieren und zu lösen. Dazu werden im Unterricht Problemlösestrategien gelehrt (vgl. [MC], S. 1-3).

Ziel dieses Kerncurriculums ist, dass Schüler/innen mathematische Konzepte verstehen lernen und mathematische Kompetenzen erwerben, dass sie über Mathematik reden und mathematisch argumentieren können und dass sie zu Problemlösern und Problemlöserinnen werden, indem sie geeignete Werkzeuge und Strategien anwenden (vgl. [MC], S. 1).

Das NYS (New York State) Board of Regents hat 2005 die *New York State Learning Standards for Mathematics* vorgeschlagen (vgl. Abb. 1). Ähnlich dem österreichischen Modell für mathematische Kompetenzen (vgl. [BM8]) werden dabei Inhalte und Handlungen auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen verschränkt.

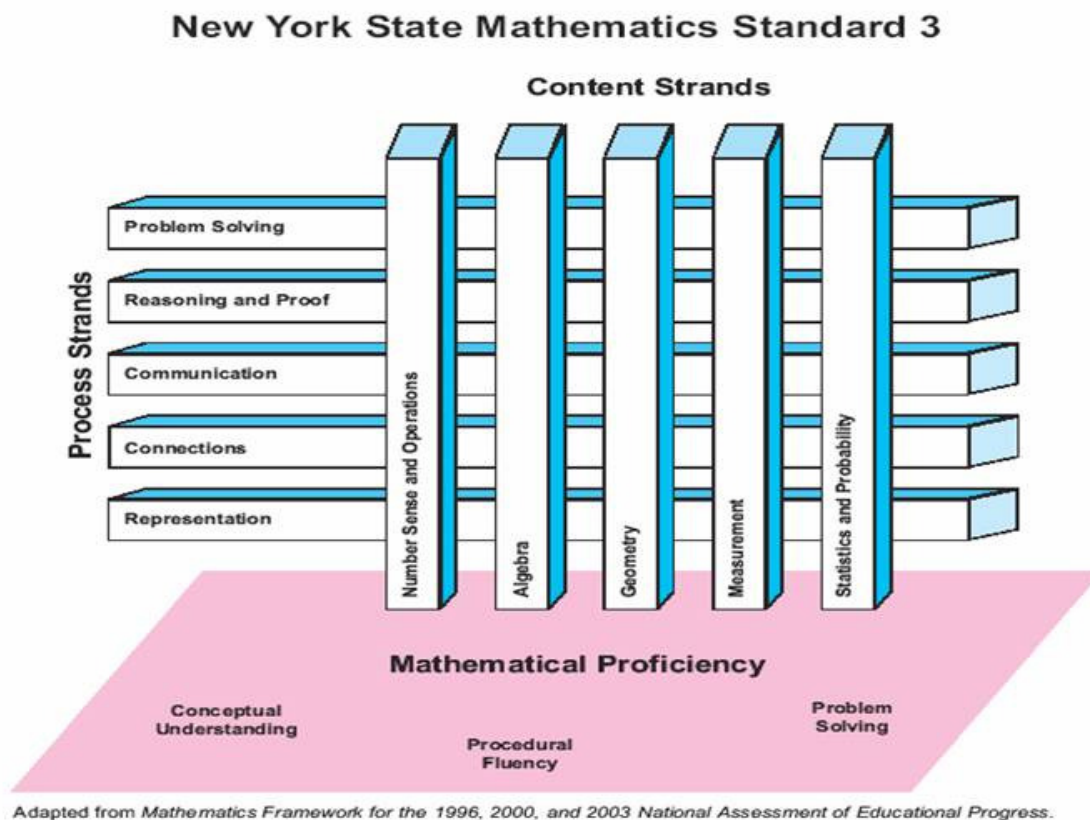


Abbildung 1: [MC], S. 3.

Oelkers folgt Ravitch, abweichend von Abb. 1, nach der Standards im Hinblick auf schulische Curricula drei Merkmale bzw. Dimensionen umfassen sollen: Festlegung der Gehalte (content strands), Leistungsniveaus (performance strands) und Ressourcen, von denen die Möglichkeiten des Lernens bestimmt werden (oportunity-to-learn standards). „Was gelernt werden soll, muss möglichst klar und eindeutig bestimmt sein ... Inhaltliche Standards allein sind nicht genug. Es müssen auch Leistungsniveaus unterschieden werden, also das, was minimal oder maximal erreicht werden kann. Zentral ist schließlich auch die Frage der Ressourcen“ ([OEL], S. 18).

Anders als in Österreich, wo Bildungsstandards auf die Lehrpläne bezogen entwickelt wurden und es zudem eine Outputorientierung erst am Ende der (4. und) 8. Schulstufe gibt, ist das amerikanische System derart organisiert, dass Standards als „Ersatz“ für nicht vorhandene überregionale Lehrpläne gelten (vgl. [KLI], S. 7). Die jährlichen

Testungen in den verschiedensten Formen bedingen eine ständige Kombination von Messen und Entwickeln im Rahmen von systematischen Schulentwicklungs- und Professionalisierungsstrategien (vgl. [KLI], S. 7).

Im NYS-System werden außerdem die inhaltlichen Vorgaben noch einmal auf Klassenstufen heruntergebrochen, was bedeutet, dass dort für alle „strands“ Lernziele definiert und ausgewiesen sind, die zudem im Begleitmaterial mit Musterbeispielen verdeutlicht werden (vgl. [MC]).

Als Maßnahmen zur Unterstützung von Lehrenden werden Lehrmaterialien zur Verfügung gestellt, sowie Weiterbildung in diesem Bereich angeboten, zudem gibt es Schulungen für das Führungspersonal, für Elternarbeit udgl. (vgl. [KLI], S. 7). Die unterstützenden Materialien, sowie die Textbücher sind im System des New York State vollends auf standardbasiertes Unterrichten aufgebaut und an die regionalen und nationalen Testungen angelehnt.

Damit unterscheidet sich auch hier das amerikanische System vom österreichischen. Während in Österreich zwar mittlerweile das Fortbildungsangebot zur Umsetzung von Bildungsstandards im Unterricht sehr vielfältig ist und Schulbücher zusehends mehr auf Bildungsstandards eingehen, müssen die Lehrer/innen und Schüler/innen doch bis zum Ende der 4. bzw. 8. Schulstufe warten, um zu sehen, ob sie standardsgerecht unterrichtet haben bzw. wurden¹. Die Konsequenzen liegen in beiden Systemen auf der Hand: Die (noch) große Vielfalt im österreichischen Mathematikunterricht steht hier einer massiven Themen- und Stoffeinschränkung im amerikanischen System gegenüber.

3. Testungen im New York State

Seit 1866 gibt es die so genannten *Regents Tests*, welche ursprünglich als Tests für die Bewertung von Lehrerinnen und Lehrern entwickelt wurden. Diese Regents Tests werden nach jedem Kurs, also ein Mal pro Jahr von den Schülerinnen und Schülern verpflichtend absolviert. Die Inhalte basieren dabei auf den *National Course Standards* und werden von einer Kommission von Lehrerinnen und Lehrern in Zusammenarbeit mit großen Verlagen zusammengestellt. Die Korrektur der Testungen erfolgt durch eigens geschulte Lehrer/innen, zudem gibt es eine stichprobenartige Überprüfung der korrigierten Tests. An und für sich sollten die Beispiele der Tests vorher in einer Feldtestung überprüft werden, was aber auf Grund der sehr großen Zahl von Testungen aus budgetären Gründen nicht durchgeführt wird. Diese Regents Testungen haben sich – neben anderen Konsequenzen – zu einem regelrechten Wirtschaftsfaktor entwickelt, da die Verlage bei der Schulbucherstellung mit der Beteiligung an der Kommission zur Erstellung der Beispiele gut werben können. Zudem gibt es ein vielfältiges, teilweise kostenpflichtiges Angebot an Vorbereitung für diese Testungen (Regents Prep Centers, Einschulung für Lehrer/innen, Vorbereitungskurse an den Schulen, ...).

¹ Es gibt zwar seit dem Frühjahr 2010 so genannte *Diagnoseinstrumente zur individuellen Kompetenzmessung (M7)* ([DI]), so lange aber die Ergebnisse der Testungen nicht in die Beurteilung der Schüler/innen einfließen, muss eine Reliabilität dieser in Frage gestellt werden.

Ein Beispiel aus dem NYS Sample Test 2005 für die 8. Schulstufe (Testheft 1)²:

The Horseshoe Nebula is about 5.0×10^3 light years away from Earth. One light year is equal to approximately 5.9×10^{12} miles. What is the approximate distance, in miles, between Earth and the Horseshoe Nebula?

- A 2.95×10^{16}
- B 2.95×10^{36}
- C 10.9×10^{15}
- D 10.9×10^{36} ([TH 1], S. 7)

Es gibt für jede Regents Testung drei unterschiedliche Testhefte, welche neben den Aufgaben genaue Anweisungen für die Lehrer/innen beinhalten, wie die Tests durchgeführt werden müssen und wie viel Zeit dafür jeweils zur Verfügung steht. Das erste Testheft umfasst 27 Multiple Choice-Fragen, welche ohne Taschenrechner in 45 Minuten mit 10 Minuten Vorbereitungszeit beantwortet werden müssen.

Im zweiten Testheft gibt es sechs Short und Extended Response-Fragen, die in einer Zeit von 35 Minuten mit 10 Minuten Vorbereitung zu absolvieren sind. Dabei kann ein Taschenrechner (mit Grafikfunktion) verwendet werden. Beide Testhefte müssen an einem Tag bearbeitet werden.

Part A

Complete the table by filling in the two missing numbers.

Part B

Based on the table, write a function rule that represents the relationship between x and y . ([TH 2], S. 5)³

x	y
0.5	2
1	1
2	0.5
4	0.25
5	
10	

Das dritte Testheft enthält ebenso wie Testheft 2 zwölf Aufgaben mit kürzeren oder längeren Antwortformaten, die Bearbeitungszeit beträgt 75 Minuten inklusive 20 Minuten Vorbereitung.

Zwei Beispiele aus Regents Tests 2005 und 2010:

Juanita solved an equation incorrectly, as shown below.

$$\begin{aligned} 3x + 6 &= 24 \\ \frac{3x}{3} + 6 &= \frac{24}{3} \\ x + 6 &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Part A: On the lines below, explain in words the mistake Juanita made.

Part B: Solve the equation $3x + 6 = 24$ correctly. Show your work. ([TH 3], S. 8)

² Zu jedem Beispiel gibt es eine Zuordnungstabelle zu den jeweiligen Learning Standards, die das zugehörige Kompetenzmodell darstellen.

³ Im Scoring Guide ist für diese Aufgabe als Lösung nur $y = \frac{1}{x}$ angeführt.

Ms. Mosher recorded the math test scores of six students in the table below:

Student	Score
Andrew	72
John	80
George	85
Amber	93
Betty	78
Roberto	80

Determine the mean of the student scores, to the nearest tenth.

Determine the median of the student scores.

Describe the effect on the mean and the median if Ms. Mosher adds 5 bonus points to each of the six students' scores. ([TH 4], S. 18)

Zusätzlich zu den Regents Tests gibt es die *Federal Tests* (eigentlich: *National Assessment of Educational Progress*) am Ende der 4. und 8. Schulstufe in den Bereichen Lesen und Mathematik⁴. Auch diese werden in Kooperation von ehemaligen Lehrerinnen und Lehrern und Verlagen zusammengestellt.

Ein Beispiel für eine Aufgabe aus dem Jahr 2009 (8th grade, description: Represent length of rectangle in terms of width, difficulty: Medium, complexity: Low):

The length of a rectangle is 3 feet less than twice the width, w (in feet). What is the length of the rectangle in terms of w ?

- A $3 - 2w$
- B $2(w + 3)$
- C $2(w - 3)$
- D $2w + 3$
- E $2w - 3$ ([NAEP])

Die Ergebnisse der Federal Tests im Staat New York wiesen 2009 u. a. folgende Merkmale auf: Schüler schneiden besser ab als Schülerinnen, die Ergebnisse von Privatschulen und katholischen Schulen übertreffen jene von öffentlichen Schulen, der soziale Hintergrund ist ausschlaggebend für das Abschneiden bei den Testungen, in den vergangenen Jahren wurden alle Staaten bei den Federal Exams besser (vgl. [NRC]).

Exkurs: Problematik von Testungen

Betrachtet man die in den vergangenen Jahren gegebenen Tests genauer, so müssen testtheoretisch einige Anmerkungen gemacht werden:

- Testheft 1 beinhaltet nur Multiple Choice-Aufgaben: Obwohl Multiple Choice-Aufgaben kostengünstiger sind und daher prinzipiell für Großgruppen geeignet, stellt sich doch oft ein Rateeffekt ein, zudem muss in Betracht gezogen werden, ob dieses Antwortformat für Schülerinnen und Schüler gleichermaßen gerecht ist.
- Die Aufgaben der Testungen werden aus Kostengründen keiner Feldtestung unterzogen: Hier stellt sich die Frage nach der Objektivität, der Reliabilität und der Validität der gestellten Aufgaben.

⁴ Mit den Federal Tests werden alle zwei Jahre eine gewisse Anzahl von Schüler/innen im Bereich Lesen und Mathematik getestet.

Gibt es hierzu Lernmöglichkeiten für das österreichische System? Ausgehend von der (zumindest in Wien) großen Heterogenität der Schüler/innen in Gymnasien muss die Frage gestellt werden, ob Bildungsstandardstestungen bzw. in weiterer Folge die zentrale schriftliche Reifeprüfung objektiv mit den Leistungen der Schüler/innen umgeht. Betrachtet man zudem manche Aufgabenbeispiele (z. B. aus dem Bereich Physik), so muss davon ausgegangen werden, dass nicht alle Lehrer/innen diese Aufgaben ganz einfach lösen und in weiterer Folge ihre Schüler/innen auch nicht optimal auf diese Aufgaben vorbereiten können. Außerdem besteht im Bereich Erklären, Begründen, Argumentieren noch großer Spezifikationsbedarf, was die erwarteten Antwortformate betrifft (vgl. [SAG]).

Oelkers (vgl. [OEL], S. 19) sieht das Zusammenspiel von Standards und Testungen als nicht unproblematisch, er spricht in diesem Zusammenhang von Test Wars. „Rigide Testprogramme können Ungleichheiten verstärken und die ohnehin gegebene Benachteiligung bestimmter Gruppen erhöhen, gute Testprogramme müssen aufwendig entwickelt werden, die interne Kommunikation der Resultate ist ein andauerndes Problem und der Aufwand macht nur Sinn, wenn er bei den politischen Entscheidungsprozessen auch genutzt wird.“

Im New York State werden die Testergebnisse jährlich veröffentlicht, daraus entstehen Konsequenzen:

- Absinken des Testniveaus: Obwohl offizielle Stellen beteuern, dass der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben bei den Testungen in den letzten Jahren gestiegen ist, sprechen manche Ergebnisse der vergangenen Jahre gegen diese Stellungnahmen. Bestanden 2006 Schüler/innen (7. Schulstufe) den Federal Test, wenn sie 60% der Fragen korrekt beantworten konnten, so sank der Prozentsatz 2009 auf 44 (in Geometrie sogar auf 35%). Bei den Regents Tests der 8. Schulstufe im Jahr 2009 haben 80% der Schüler/innen die learning standards erreicht, zwei Jahre vorher waren es nur 59%.
- Teilweise sind die Tests derart zusammengestellt, dass man mit zufälligem Raten Level 2 (das bedeutet die Versetzung in die nächst höhere Klassenstufe) erreichen kann.
- Schulen werden vom *Department of Education* nach der Anzahl guter Schüler/innenleistungen beurteilt. Entsprechen die Ergebnisse einer Schule nicht, so kann diese geschlossen werden. Dies hat dazu geführt, dass manche Schulen schlechtere Schüler/innen davon abhalten an den Tests überhaupt teilzunehmen, um das Gesamtergebnis zu heben.
- Die Federal Exams passen inhaltlich nicht zu den Regents Tests, da sie sich nicht auf die State Standards beziehen. Sie messen also unterschiedliche Lernstandards, sowohl inhaltlich als auch den Schwierigkeitsgrad betreffend.
- Eine Detailanalyse der Ergebnisse der Federal und Regents Tests zeigt eine Kluft zwischen „black and Hispanic“ und „white und Asian“ Schülerinnen und Schülern. Diese ist aber bei den Regents Tests sehr klein, bei den Federal Exams hingegen sehr groß.
- Zusammenstellung der Tests: Das State Board of Regents beauftragt nun die Verlage CTB/McGraw Hill neue Tests unter bestimmten Auflagen zu

konstruieren. So müssen die Überprüfungen ein weiteres Spektrum des Curriculums abdecken, Lehrer/innen sollen aus einem Pool bestimmte Aufgaben auswählen, welche dann einer Feldtestung unterzogen werden. Dabei müssen die Ergebnisse der Feldtestung⁵ auf Gendergerechtigkeit, ethnische Zugehörigkeit udgl. überprüft und mit früheren Testungen abgeglichen werden (vgl. [HE] und [ME]).

4. Konsequenzen für Schulen, Lehrer/innen und Schüler/innen

Wie vorher erwähnt haben die Ergebnisse aus den einzelnen Testungen massiven Einfluss auf das Schulsystem im New York State. Auf Basis der Regents Tests, welche jährlich als Abschluss der Kurse durchgeführt werden, werden Schulen evaluiert. Die Leistungen der Schüler/innen dienen als Grundlage für zur Verfügung gestellte Geldmittel. Dabei kam es in den letzten Jahren immer wieder zu größeren organisatorischen Umstrukturierungen bzw. sogar zu Schließungen von Schulen, weil die Ergebnisse zu schlecht waren. Vergleicht man diesbezüglich die Situation in Österreich, so könnten in Zukunft die Ergebnisse der Bildungsstandardtestungen und vor allem der Zentralmatura wohl zu ähnlichen Schlussfolgerungen führen. Zwar scheinen Schulschließungen nicht realistisch, aber Konsequenzen aus dem Abschneiden der Schüler/innen muss es geben, sonst würden wohl derartige Überprüfungen wahrscheinlich gar nicht erst angestrebt bzw. umgesetzt werden.

Michael Bloomberg, langjähriger Bürgermeister von New York, gab im November 2009 in einem Interview an, dass in Zukunft die Ergebnisse der Regents Tests auch dazu verwendet werden, um die Arbeit von Lehrerinnen und Lehrern zu beurteilen. Als mögliche Konsequenzen für gutes oder schlechtes Abschneiden wurden Gehälter Erhöhen bzw. Verringern, Beförderungen und auch Entlassungen genannt. In den vergangenen Jahren hat die Testkultur schon so weit geführt, dass der Freiraum für Lehrer/innen ihre Unterrichtsplanung betreffend sehr eingeschränkt wurde. Alle Lehrer/innen müssen ihren Vorgesetzten Stundenplanungen abgeben, die so detailliert sind, dass sogar angegeben werden muss mit welchen konkreten Übungsaufgaben (so genannte „Do Nows“) eine Stunde begonnen wird.

Die Konsequenzen für die Schüler/innen sind schwieriger zu beschreiben. Einerseits steht hinter all diesen Bemühungen klar das Konzept „No Child Left Behind“, ein Bildungsgesetz, welches im Jahr 2002 unter George W. Bush in Kraft trat. Ziel dieses Gesetzes war es mit Hilfe von Schulleistungstests genauere Daten über die Leistungen sowohl einzelner Schulen als auch Schülerinnen und Schülern zu erhalten⁶. Weiters sollte Schulen und Eltern mehr Verantwortung am gelingenden Bildungsprozess zugesprochen werden.

Die Sanktionierung von schlechten Schulen steht allerdings diesen Zielen diametral entgegen. Was also einerseits zu einer besseren Förderung aller Schüler/innen führen

⁵ Die Schüler/innen werden bei der Feldtestung angehalten „ihr Bestes zu geben“. Die Ergebnisse haben aber für Schüler/innen keinerlei Konsequenzen, was unter Umständen zu einer Verzerrung der Ergebnisse führen kann.

⁶ Zum Zweck einer leichteren Rekrutierung von Soldat/innen sind Schulen per Gesetz verpflichtet die Ergebnisse der Testungen an das Verteidigungsministerium zu übermitteln.

sollte, hat sich im Gegenteil zu einer großen Benachteiligung gewisser Schüler/innengruppen entwickelt. Darüber hinaus hat die regelmäßige Durchführung von Tests zu einem regelrechten „Teaching to the Test“ geführt, so dass gewisse mathematische Themenbereiche gar nicht mehr oder nur mehr in kleinem Ausmaß unterrichtet werden: Das Einüben von Musteraufgaben in Anlehnung an vorangegangene Tests steht fast immer im Vordergrund des Mathematikunterrichts.

5. Strategien im Unterricht

Im Folgenden sollen verschiedene von Lehrer/innen im Unterricht angewendete Strategien zur Verbesserung des Mathematikunterrichts bzw. der Schüler/innenleistungen herausgegriffen und vorgestellt werden. Diese werden im Rahmen von Lehrer/innenfort- bzw. -ausbildung als „Handwerkszeug“ für gelingenden Unterricht vermittelt. So kritisch diese Vorgehensweise auch zu betrachten ist, so könnten doch einzelne Punkte auch im österreichischen Mathematikunterricht umgesetzt werden und so das Spektrum an Unterrichtsmethoden eventuell erweitern.

Besucht man verschiedene Schulen in New York City (Manhattan und Umgebung), so gibt es – so unterschiedlich diese Schulen bezüglich ihrer Schüler/innen oder Ausstattung auch sind – ein wesentliches Merkmal, welches alle gemeinsam haben. So sind z. B. klare Vorgaben was mit Mathematikunterricht erreicht werden soll und Motivationsstrategien in (fast) allen Klassenzimmern in Form von Plakaten für Lehrer/innen und Schüler/innen allzeit sichtbar angebracht.

So gibt es z. B. zehn Punkte zur Entwicklung von *Problemlösekompetenz*:

1. Working backwards
2. Finding a pattern
3. Adopting a different point of view
4. Solving a simpler analogous problem (specification without loss of generality)
5. Considering extreme cases
6. Making a drawing (visualization)
7. Intelligent guessing and testing (including approximation)
8. Accounting for all possibilities
9. Organizing data
10. Logical reasoning

Ein weiterer sehr wichtiger Punkt ist die *Motivierung* der Schüler/innen sich mit bestimmten Themen auseinander zu setzen. So wird bei vielen Themenbereichen versucht einen motivierenden Einstieg für die Schüler/innen zu suchen, seien es Aufgaben aus ihrem Alltagsleben oder Aufgaben, die sie mit ihren bisherigen Kenntnissen noch nicht lösen können (vgl. Beispiel Tower of Hanoi und Genie in Abschnitt 6).

Das Anknüpfen an die Vorkenntnisse der Schüler/innen spielt eine wichtige Rolle im Mathematikunterricht der Vereinigten Staaten. Nach dem Prinzip des so genannten *Spiraling* werden immer wieder auch weiter zurück liegende Inhalte abgeprüft und wiederholt. Sei es mit den *Do Nows* am Stundenbeginn, in Form von schriftlichen Wiederholungen oder einfach durch den bewussten Einbau von bereits Gelerntem in

den Unterricht. Die geforderte Entwicklung von nachhaltigem mathematischem Wissen soll so gefördert und den Schülerinnen und Schülern bewusst gemacht werden.

Eine weitere Methode, der hier angeführt werden soll, ist das Lernen von fachspezifischen *Vokabeln*. Schüler/innen führen Vokabelhefte und die Aufgabe der Lehrer/innen ist es, den Schülerinnen und Schülern bewusst zu machen, welche Vokabel neu in das Repertoire aufgenommen und welche für bestimmte Inhalte gelernt werden müssen. Auch hier spiegelt sich das Prinzip des Spiraling wider, auf Bekanntem wird aufgebaut und Neues wird bewusst dazu gelernt. Als Unterstützung für Lehrer/innen werden vom New York State Education Department eigene Vokabellisten herausgegeben (vgl. z. B. [VL]).

Sehr oft ist zu beobachten, dass Schüler/innen eigene Lerntagebücher führen. Dabei wird in so genannte *Math Journals* geschrieben, was an einem bestimmten Tag oder in einer Woche gelernt wurde oder wie Schüler/innen zu ihren Lösungen der verschiedenen Aufgaben gekommen sind. Es soll damit vor allem das Sprechen über Mathematik bzw. das Formulieren von mathematischen Sachverhalten oder Lösungsstrategien geschult werden. Obwohl die Korrektur dieser Lerntagebücher vielleicht etwas aufwendig erscheint, hat die intensive Beschäftigung mit der Formulierung von mathematischen Sachverhalten aber sicherlich auch jenen Effekt, dass Schülerinnen und Schülern mehr Verantwortung für das eigenen Lernen übergeben wird.

Auf Grund der No Child Left Behind-Politik ist *Differenzierung und Individualisierung* im amerikanischen Mathematikunterricht nichts Ungewöhnliches. Dies kann einerseits anhand der obligatorischen Stundenplanungen beobachtet werden (vgl. dazu Beispiel 1, Abschnitt 6), andererseits werden z.B. Rechenübungsprogramme am Computer für jede Schule zur Verfügung gestellt, schwächere Schüler/innen werden in eigenen Förderstunden gezielt unterstützt und zudem gibt es noch Tutoriumsstunden, die auf freiwilliger Basis besucht werden können.

Als letzter Punkt soll hier die Verwendung von so genannten *Manipulatives* genannt werden. Da amerikanische Schüler/innen zu den Lehrerinnen und Lehrern in deren Klassenraum zum Unterricht kommen, können diese Räume auch dementsprechend mit Material ausgestattet werden. Als oft angeführtes Beispiel nannten Lehrer/innen den Einsatz von *Algebra Tiles*, mit denen algebraische Objekte wie z. B. Terme und Gleichungen bzw. das Lösen von Gleichungen veranschaulicht werden können. Damit kann für die Schüler/innen ein anderer Lernzugang als das reine Operieren mit Papier und Stift geschaffen werden.

6. Beispiele für Enriching Units

In diesem Abschnitt sollen auszugsweise Beispiele vorgestellt werden, die von den eingangs erwähnten Collegestudentinnen und -studenten im Rahmen des *Enriching in Math Education*-Kurses erarbeitet wurden. Die Aufgabenstellung war dabei, dass kleinere thematische Einheiten, welche im Unterricht als „besonders“ im Sinne von zwar den Lehrplan erfüllend, doch etwas weiterreichend als „normale“ Unterrichtsstunden eingesetzt werden können.

Beispiel 1: Calendar Problem

Die ersten beiden Beispiele sind für Schüler/innen der 6. Schulstufe konzipiert und sollen einerseits das Interesse der Schüler/innen wecken, indem mit „alltäglichen“ Mitteln Mathematik betrieben wird. Andererseits sollen die Schüler/innen motiviert werden, ihre Erkenntnisse eventuell auch zuhause mit ihren Eltern zu diskutieren.

This lesson is prepared for students in middle school 6th grade. By using this enrichment lesson I will compound some topics in just one problem. By doing this I will challenge my students, and enrich my lesson by acceleration, expansion and digression.

Standards:

6.A.2 Use substitution to evaluate algebraic expressions.

6.N.4 Identity property of multiplication and addition.

5.A.4 Solve and explain equations involving whole numbers using inverse operations.

7.A.2. Add and subtract monomials with exponents of one.

7.A.8 Create algebraic patterns using graphs, equations and expressions.

7.A.1 Writing algebraic expressions.

November 09						
S	M	T	W	TH	F	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

To Do:

Take any calendar. Tell your friend to choose 4 days that form a square like the example below. Your friend should tell you only the sum of the four days, and you can tell her what the four days are.

Now think: How can you figure out the four numbers? Find a rule.

Solution:

Name the first number n .

$$n + n + 1 + n + 7 + n + 8$$

$$4n + 16 = 88$$

$$n = 18$$

So the numbers are: 18, 19, 25, 26

18	19
25	26

Beispiel 2 (ein anderer Zugang):

Students will use their knowledge of algebra and averages to solve and explain a mathematical puzzle using calendars.

Preassessment:

Students will need to be able to simplify an expression with one variable, in addition to adding/subtracting whole numbers.

Students will also need to be able to find the average (arithmetic mean) of a set of numbers.

Do Now:

Simplify the following expressions: $x + 2x - 3 + x - 1 + 2x - 2$
 $-2s + 4 - s + 7 + 3s + 1$

Find the average (arithmetic mean) of the following numbers:

a. 34, 12, 20, 28, 31, 40, 25, 38, 45

b. -11, -4, -22, -1, -15, -8, -10, -21, -30

Exercise 1:

Choose a number between 1-25

Double it

Add 10
Divide by 2
Subtract the original number
Discuss your results in class

Exercise 2:

Explain the puzzle that the students are attempting to solve.

Using the calendars and a 3x3 box of dates, they are to use the dates (numbers only) to try to solve/explain why you will always end up with the number 9, when you add up all of the dates, and divide by the number in the middle

Procedure for exercise 2:

- Brainstorm ideas
- Attempt to prove the puzzle
- Clues
- Write in notebooks
- Solution

n-8	n-7	n-6
n-1	n	n+1
n+6	n+7	n+8

Beispiel 3: Tower of Hanoi

Auch dieses bekannte mathematische Rätsel soll Schüler/innen motivieren mathematische Sachverhalte spielerisch zu entdecken bzw. die Schönheit mathematischer Probleme sichtbar machen. Das langsame Abarbeiten der Arbeitsanweisungen führt die Schüler/innen schrittweise zur Lösung des Problems (Algorithmus und Dauer). Zudem wird hier eine ausführlichere Verschriftlichung der Erkenntnisse gefordert.

Background:

At the beginning of time, the Priests in a temple were given three golden spikes. On one of the spikes, 64 golden disks were stacked, each one slightly smaller than the one below it. The priests were assigned the tasks of moving all the disks to one of the other spikes while being careful to follow these rules:

- Move only one disk at a time.
- Never put a larger disk on top of a smaller disk.

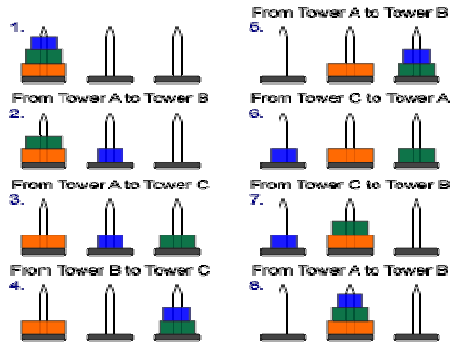
When they completed the task, the temple would crumble and the world would vanish.

Project:

Imagine that the spikes are labeled A, B and C and that the disks start out on Spike A. Since it can be overwhelming to think about moving all 64 disks, it may help to first consider a much simpler puzzle.

1. Suppose the puzzle started with only 1 disk on Spike A. How long would it take to move the disk to Spike B? (Answer: 1 move minimum)
2. Suppose the puzzle started with 2 disks on Spike A. How long would it take to move both disks to Spike B? (Answer: 3 moves minimum)
3. Now try with 3 disks. How long will it take?
4. Predict how the total time required to solve the puzzle will change each time you increase the number of disks by 1.
5. Predict how long it would take to move all 64 disks. Assume you can move 1 disk per second.

Example for 3 disks:



Solve for 5 disks:

6. Click on the website below and solve the puzzle for 2 to 5 disks. Try to solve each puzzle with the minimum moves (the puzzle will let you know). Fill in the table below for these disk combinations and try to determine if there is a pattern.

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_118_g_3_t_2.html?from=category_g_3_t_2.html

Tower Height	2	3	4	5
Number of Moves				

Project Continued:

7. Describe any pattern/s you see that might help you make predictions about how many moves it would take for larger towers.

8. Use your pattern to fill in the table below. Try a sixth ring to test your prediction for a tower of height six.

Tower Height	6	7	8	9	10
Number of Moves					

9. Write an expression for the number of moves it would take to solve the puzzle for a tower height t . (Hint add 1 to each entry in the second row of your table for Question 6, and then look at the pattern again.)

Back to the Legend:

10. Assume 1 disk is moved per second. Figure out how long it would take to solve the puzzle for the heights shown in the table below. (Use the appropriate units. 1 minute = 60 seconds, 1 hour = 60 minutes or 3600 seconds)

Tower of Height	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Number of Moves									
Time									

11. How long would it take to move all 64 disks?

Seconds: _____

Years: _____

12. On a separate sheet of paper please write what you learned from this project. (1/2 to 1 page)

Beispiel 4: Genie

Dieses Beispiel für die 7. Schulstufe ist inhaltlich auch „Standard“ in österreichischen Schulbüchern. In diesem Zusammenhang sei aber auch hier wieder auf die „Verpackung“ der Aufgabe hingewiesen, mathematische Inhalte können (wahrscheinlich) umso besser gelernt werden, je ansprechender sie für Schüler/innen erscheinen. Der didaktische Aufbau dieser Aufgabe beinhaltet eine Einführung in das Thema, die zu lernenden Vokabel (Zylinder, Grundfläche, Flächeninhalt eines Kreises, Oberfläche und Volumen eines Zylinders), kurze Vorübungen zur Wiederholung (Höhe, Oberfläche und Volumen eines Zylinders berechnen – nicht ausgeführt) und zu absolvierende Aktivitäten bezogen auf die neu zu lernenden Inhalte. Klare Anweisungen, welche Aufgabenteile in Gruppen und welche alleine erledigt werden sollen, trennen den explorativen Teil vom reflektiven. Zudem wird hier eine Tabelle zur Bewertung der Schüler/innenarbeiten angegeben.

Lesson Plan (2.3 – 2 Finding Cylinder Volume and Surface Area)

(Lesson will be done with the chalk board, text book and calculator)

Do Now:

Find the area and perimeter of a circle with radius 4 inches (can be in terms of pi)
Area) $4 \times 4 \times \pi = 16\pi \text{ in}^2$ or 50.27 in^2 perimeter) $2 \times 4 \times \pi = 8\pi \text{ in}$ or 25.13 in

Aim: 1) How can we roll a piece of notebook paper (8.5 x 11) to hold the most?

Lesson Agenda:

- 1) Review Do Now
- 2) Review HW
- 3) Vocabulary
- 4) Lesson on surface area and volume of cylinders
- 5) Activity on volume and surface area of cylinders
- 6) Summary

Objectives: Students will be able to:

- 1) Compute the volume of a cylinder.
- 2) Compute the surface area of a cylinder.

Home work:

- 1) Quick Review page 365; 8,9 371; 6,7

1

Vocabulary

cylinder – A figure that is like a prism, but its two bases are circles.



base -The parallel faces of a prism or cylinder.

Activity



This activity is to be done in pairs or three people at your table. Your reflection is to be done by yourself.

Background: You rescued a genie from her bottle. The grateful genie realized that you were a student at Kappa IV and said that she would fill a cylinder with GOLD from a sheet of notebook paper. Since the genie has magical powers the gold will not fall through your cylinder but instead would have a magic base that will hold the gold so you can fill your cylinder to the top. So you need to figure out does it make sense to roll a sheet of notebook paper length wise or width wise to get the most gold. The genie may be magical but also thrifty so she will not tell you the best way to make your cylinder.



All measurements are in inches

Activity Continued



On separate sheets of paper:

- 1) Make a prediction. What is the best way to roll the paper to get the most gold.
- 2) Draw a picture of the paper rolled both length wise and width wise and show the height and area of the base in inches and inches squared.
- 3) Calculate the surface area of both cylinders. Both cylinders only have one base on the bottom (no top).
- 4) Calculate the volume of both cylinders.
- 5) Write a reflection of what you learned. **YOUR** reflection should provide the best way to roll the paper. You should also explain why you think one way to roll the paper may hold more gold than another way. Your reflection should be at least a half page.

Activity Grading Rubric

Rubric	4	3	2	1
Neatness	Writing is neat, clear and shows thoughtfulness.	Writing could be better but can be read and mostly makes sense.	Writing is sloppy but readable.	Writing is sloppy and unreadable.
Accuracy	All calculations are done correctly.	One calculation error.	Two calculation errors.	More than two calculation errors.
Drawing Clarity	Easy to follow. Drawings are clear and labeled correctly.	One minor mistake on drawings.	One major mistake or two minor mistakes on drawings.	More than one major mistake or two minor mistakes on drawings.
Completeness	All parts of activity are completed	Activity is complete except one part is partially incomplete.	Activity is complete except one part is omitted or two parts partially completed.	Activity is complete except more than one part omitted.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Standards und zentrale Leistungsüberprüfungen können prinzipiell nützlich sein. Lehrer/innen erhalten „Informationen über den Leistungsstand und das Leistungsprofil ihrer Schülerinnen und Schüler im Vergleich zu in den Bildungsstandards enthaltenen Leistungserwartungen und im Vergleich zu den in anderen Klassen und Schulen erreichten Lernergebnissen. Diese Standortbestimmung ist nicht nur für ein Bildungssystem, sondern auch für die einzelne Schule als „Schulevaluation“ bedeutsam. Sie klärt Maßstäbe der unterrichtlichen Arbeit, bestätigt Erfolge und deckt Problemzonen der Arbeit in abgrenzbaren Arbeitsbereichen auf“ ([OR], S. 64). Dieser Satz hat seine Berechtigung, so lange die Überprüfungen selbst methodisch abgesichert sind und mit den Ergebnissen vorsichtig umgegangen wird.

Galt es bislang für Lehrer/innen nach der erfolgreichen Absolvierung eines Studiums sich mehr oder weniger dem Leistungsniveau jener Schule anzupassen, an der man zufällig als Lehrer/in eingesetzt wurde – also im gewissen Sinne leistungsmäßig „frei fliegend“ zu unterrichten, da es keinerlei offizielle Anhaltspunkte für Leistungserwartungen gab – so wird jetzt von Lehrer/innen erwartet, in einer Struktur der systematisierten Leistungsüberprüfung zu reüssieren.

Betrachtet man die oben beschriebenen Entwicklungen in den Vereinigten Staaten und vergleicht man diese mit der derzeitigen Situation im österreichischen Bildungswesen, so lassen sich schon vor der flächendeckenden Einführung von Bildungsstandardsüberprüfungen und der zentralen schriftlichen Reifeprüfung gewisse Parallelen ziehen.

Einerseits soll der Mathematikunterricht dazu dienen, die Schönheit der Mathematik den Schülerinnen und Schülern näher zu bringen, sie für das Fach zu begeistern und vor allem mit dem nötigen Wissen auszustatten, damit sie in den verschiedensten beruflichen Situationen dieses Wissen und die damit einhergehenden Kompetenzen erfolgreich anwenden können. Andererseits werden mit zentralen Überprüfungen letztendlich immer Berechtigungen vergeben bzw. Einschätzungen getroffen, welche Konsequenzen und oft auch Schuldzuweisungen mit sich bringen. Die Kluft zwischen „Teaching to the Test“ – was nicht überprüft wird, wird auch nicht gelernt – und einer tieferen Beschäftigung mit dem Fach wird somit offensichtlich und ist keinesfalls leicht zu überbrücken.

So werden in den Vereinigten Staaten Lehrer/innen (und auch Direktor/innen) mittlerweile nicht mehr weiter angestellt, wenn ihre Schüler/innen bei den Testungen nicht erfolgreich sind und in Österreich spricht man auch jetzt schon davon, dass Schulen sich in Zukunft ihre Lehrer/innen aussuchen sollen können.

„Systeme zentraler Standardsicherung sind per se weder nützlich noch schädlich. Es kommt auf ihre Ausgestaltung, auf den Umgang mit ihnen in den Schulen und in der Bildungsadministration und auf ihre Einbettung in eine Gesamtkonzept der Qualitätssicherung schulischer Arbeit an, das nicht vergisst, dass die realen Effekte eines solchen Systems letztendlich von den in der Schule Arbeitenden und Lebenden abhängt“ ([OR], S. 65).

Es bedarf also weniger leicht gemachter Schuldzuweisungen als eines guten Unterstützungssystems für alle Beteiligten und der Schaffung von Rahmenbedingungen,

die letztendlich eine umfassende Förderung aller Schüler/innen, entsprechend ihrer Leistungsfähigkeit, als Ziel schulischer Arbeit hat (vgl. [GP]).

8. Literatur

- [BM8] Heugl, H. und Peschek, W.: Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe, Version 4/07. Herausgegeben vom Institut für Didaktik der Mathematik – Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik – Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung – Alpen-Adria-Universität Klagenfurt. 2007.
http://www.bifie.at/sites/default/files/publikationen/2007-05-09_BIST-M8.pdf (Zugriff:15.12.2010).
- [DI] Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens: Diagnoseinstrumente.
<http://www.bifie.at/diagnoseinstrumente> (Zugriff: 15.12.2010).
- [GP] Götz, S. und Peschek, W.: Festlegung von Bildungsstandards – aber aber was dann? – Versuch über ein Unterstützungssystem. In: Mathematik im Unterricht, Newsletter No.3, 10/2009, S. 162-181.
http://www.mathematikunterricht.at/Newsletter/Newsletter_einzeln/Newsletter3/10.pdf (Zugriff: 15.12.2010).
- [HE] Hernandez, J.C.: Botched Most Answers on New York State Math Test? You Still Pass. The New York Times Education (September 14, 2009, p. A14 of the New York edition).
<http://www.nytimes.com/2009/09/14/education/14scores.html?pagewanted=all> (Zugriff: 15.12.2010).
- [KLI] Klieme, E.: Bildungsqualität und Standards – Anmerkungen zu einem umstrittenen Begriffspaar. In: Friedrich Jahresheft XXIII 2005: Standards – Unterrichten zwischen Kompetenzen, zentralen Prüfungen und Vergleichsarbeiten. S. 6-7.
- [MC] The University of the State of New York – The State Education Department: Mathematics Core Curriculum MST Standard 3 Prekindergarten - Grade 12 Revised March 2005.
<http://www.p12.nysed.gov/ciai/mst/math/documents/mathcore.pdf> (Zugriff: 15.12.2010).
- [ME] Medina, J.: U.S. Math tests Find Scant Gains Across New York. The New York Times Education (October 15, 2009, p. A1 of the New York edition).
<http://www.nytimes.com/2009/10/15/education/15scores.html?ref=jennifermolina> (Zugriff: 15.12.2010).
- [NAEP] National Assessment of Educational Progress. Questions Tool Grade 8, 2009.
<http://nces.ed.gov/nationsreportcard/itmrlsx/search.aspx?subject=mathematics> (Zugriff: 15.12.2010).

- [NRC] Institute of Education Sciences. National Center of Education Statistics: Nation's Report Card Mathematics 2009. National Assessment of Educational Progress at Grades 4 and 8.
<http://nces.ed.gov/nationsreportcard/pdf/main2009/2010451.pdf> (Zugriff: 15.12.2010).
- [OEL] Oelkers, J.: Von Zielen zu Standards – Ein Fortschritt? In: Friedrich Jahresheft XXIII 2005: Standards – Unterrichten zwischen Kompetenzen, zentralen Prüfungen und Vergleichsarbeiten. S. 18-19.
- [OR] Orth, G.: Eine Chance für die Qualität schulischer Arbeit – Standards und zentrale Leistungsüberprüfungen. In: Friedrich Jahresheft XXIII 2005: Standards – Unterrichten zwischen Kompetenzen, zentralen Prüfungen und Vergleichsarbeiten. S. 63-65.
- [SAG] Sattlberger, E. und Götz, S.: Erklären und Begründen im Mathematikunterricht. In: Didaktikhefte der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft. Heft 39, 2006.
<http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2006%20Band%2039/VortragGoetzSattlberger.pdf> (Zugriff: 15.12.2010).
- [TH 1] New York State Testing Program: Mathematics Book 1: Sample Test 2005. Grade 8.
<http://www.nysedregents.org/Grade8/Mathematics/samplebook1.pdf>
 (Zugriff: 15.12.2010).
- [TH 2] New York State Testing Program: Mathematics Book 2: Sample Test 2005. Grade 8.
<http://www.nysedregents.org/Grade8/Mathematics/samplebook2.pdf>
 (Zugriff: 15.12.2010).
- [TH 3] New York State Testing Program: Mathematics Book 3: Sample Test 2005. Grade 8.
<http://www.nysedregents.org/Grade8/Mathematics/samplebook3.pdf>
 (Zugriff: 15.12.2010).
- [TH 4] New York State Testing Program: Regents High School Examination Integrated Algebra 2010.
<http://www.nysedregents.org/IntegratedAlgebra/20100128exam.pdf>
 (Zugriff: 15.12.2010).
- [VL] New York State Education Department: Suggested List of Mathematical Language.
<http://www.p12.nysed.gov/ciai/mst/math/glossary/LanguageAlgebraITrig.doc> (Zugriff: 15.12.2010).

Eva Sattlberger
 Institut für Bildungswissenschaft
 Universität Wien
 Sensengasse 3a, 1090 Wien
 eva.sattlberger@univie.ac.at

Die Autorin lehrte im Wintersemester 2009 am NYCC als Junior Visiting Professor Kurse in Action Research (zur Erstellung der Masterabschlussarbeiten) und Enriching Course im Bereich Mathematik Fachdidaktik.