

# Längsschnitt Funktionale Abhängigkeiten

Eine Perlenkette aus Lernpfaden von der Volksschule bis zur Matura  
Mag. Gabriele Bleier



Im Rahmen eines internationalen Projektes wurden zum Thema **Funktionale Abhängigkeiten** 13 elektronische Lernpfade erstellt, die einen Längsschnitt von der 4. Klasse Volksschule bis zum Studium nach der Matura darstellen und für den Unterricht zum freien Download zur Verfügung stehen. An ausgewählten Stellen dienen sie der Weiterentwicklung des Funktionsbegriffes. Neben Mikro-Lernpfaden für die einzelnen Schulstufen dienen an den Schnittstellen von Volksschule, Sekundarstufe 1, Sekundarstufe 2 und weiterführender Ausbildung so genannte Schnittstellen-Lernpfade dazu, für diese Übergänge wichtige Kompetenzen zu sichern und zu vertiefen.

**Medienvielfalt im Mathematikunterricht** ist ein gemeinsames Projekt von ACDCA, mathe online und GeoGebra in



Zusammenarbeit mit der Pädagogischen Hochschule Niederösterreich, dem Regionalen Fachdidaktikzentrum Mathematik und Informatik, der Universität Würzburg und der Pentagrammgruppe aus Deutschland, gefördert vom Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur.

mathe online



Die Lernpfade sind auf der Homepage des Regionalen Fachdidaktikzentrums Mathematik und Informatik im Bereich „Materialien“ abrufbar (siehe Linkliste).

## 1 Lernpfade und Längsschnitt

Vorgängerprojekte haben gezeigt, dass sich im Zusammenspiel von schüler/innenzentrierten Arbeits- und Lernformen und elektronischen Medien neue Perspektiven und Chancen für den modernen Mathematikunterricht bieten.

Unter dem Begriff **Lernpfad** wird eine strukturierte Sammlung von einzelnen Materialien verstanden, die einerseits einen durchgängigen Unterrichts- und Lernentwurf darstellt und andererseits die Möglichkeit bietet, Einzelmateriale zu verwenden.

Begleitend werden ausführliche **Materialien für Lehrer/innen** mitgeliefert: eine Kurzbeschreibung des Inhalts sowie einen didaktischen Kommentar, der die Lehrenden über folgende Punkte informiert:

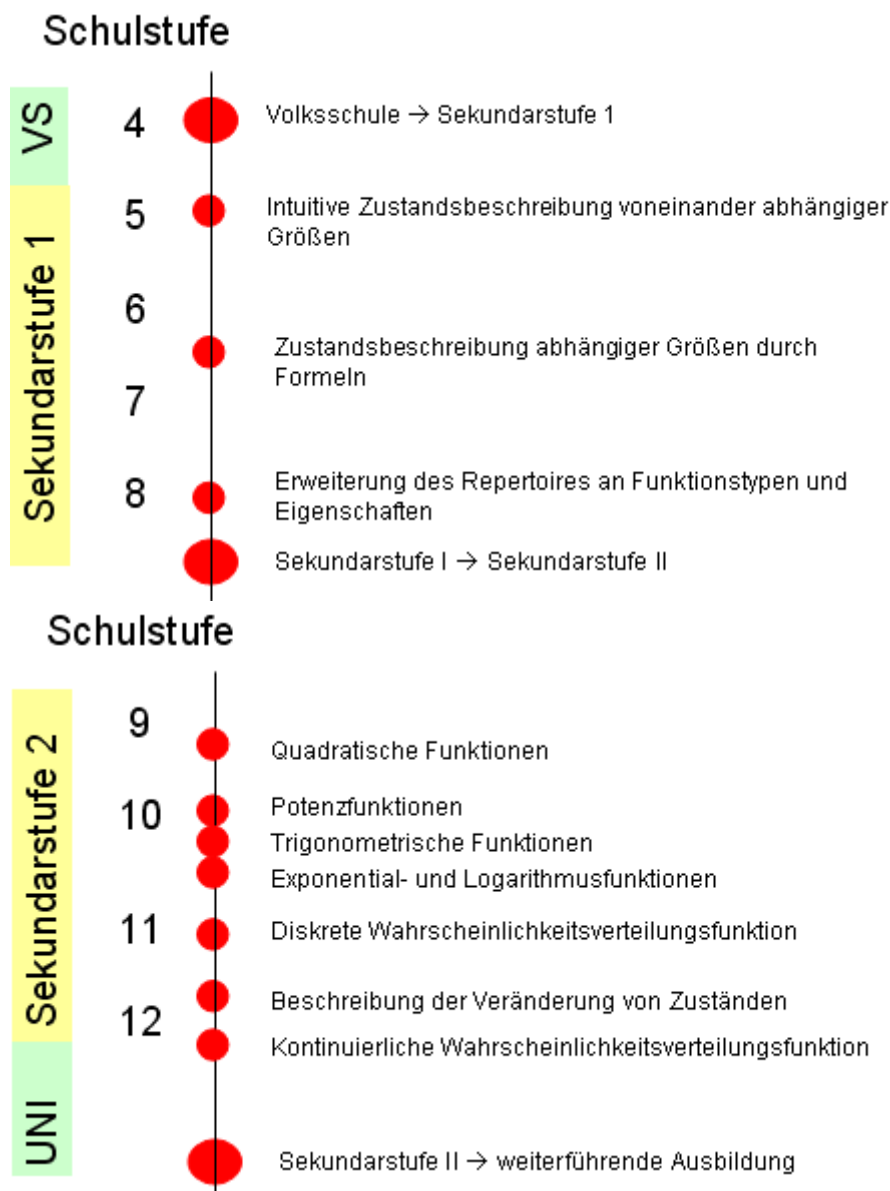
- Lernphasen des Lernpfades
- Inhaltliche, methodische und technische Voraussetzungen
- Lerninhalte und Lernziele
- Didaktischer Hintergrund
- Kombination der Medien
- Lernmedien der Schüler/innen
- Leistungsfeststellung / Leistungsbeurteilung
- Anleitungen für Lehrer/innen

Die Lernpfade sind entweder als Webseite (vor allem in der Sekundarstufe 1) oder als Wiki-Lernpfad (zum Teil in der Sekundarstufe 2) realisiert.

Der thematische Schwerpunkt aller entwickelten Lernpfade liegt auf den verschiedenen **Aspekten funktionaler Abhängigkeiten**. Drei der entwickelten Lernpfade sind den Schnittstellen

- Volksschule - Sekundarstufe 1,
- Sekundarstufe 1 - Sekundarstufe 2 bzw.
- Sekundarstufe 2 - weiterführende Ausbildung (PHs, FHS, Universität,...)

gewidmet. Der inhaltliche Schwerpunkt bei diesen **Schnittstellen-Lernpfaden** liegt dabei zum einen auf den Kompetenzen, die zur Bewältigung dieser Übergänge nötig sind, und zum anderen auf der Zusammenfassung, Sicherung bzw. Vertiefung des bisher Gelernten. Die anderen Lernpfade betreffen kleinere Themengebiete und werden als **Mikro-Lernpfade** bezeichnet. Sie beschäftigen sich mit einem Teilaspekt funktionaler Abhängigkeiten entsprechend dem Lehrplan der jeweiligen Schulstufe.



## 2 Der Projektverlauf

Die 13 Lernpfade sind Ausgangspunkt und Ergebnis sehr umfangreicher Auseinandersetzung mit dem Thema Einsatz elektronischer Medien im Mathematikunterricht. Die Projektphasen sollen hier kurz skizziert werden, um den enormen Einsatz an inhaltlichen, personellen und zeitlichen Ressourcen zu verdeutlichen.

Bei der **Konzeptentwicklung und Erstellung der Materialien** im Jahr 2008 wirkten österreichische und deutsche Lehrer/innen sowie zahlreiche Lehrende aus dem Hochschulbereich (unter anderem Prof. Dr. Heike Wiesner, Dr. Helmut Heugl und Prof. Dr. Hans-Georg Weigand) mit.

Das **Testen der Materialien** erfolgte 2009. Es beteiligten sich etwa 108 österreichische Lehrkräfte mit über 233 Klassen an der Testphase. Dabei waren alle Schultypen (Volksschule, Hauptschule/Mittelschule, AHS und BHS) vertreten.

Die **Evaluation** umfasst mehrere Teilbereiche:

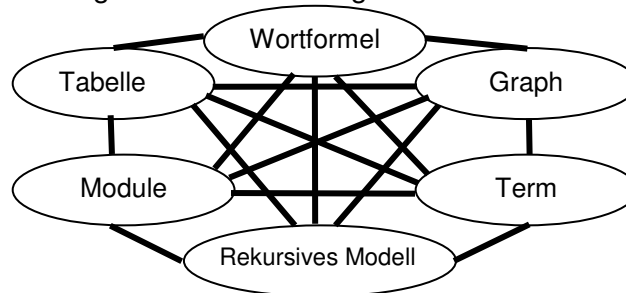
- Die formative Evaluation, bestehend aus Expert/innenbefragung, Lehrer/innenbefragung und Schüler/innenbefragung, wurde von Frau Prof. Dr. Heike Wiesner von der Fachhochschule für Wirtschaft in Berlin durchgeführt.
- Rückmeldungen der Testlehrer/innen mittels Online-Umfrage zu nutzer/innenorientierten Aspekten
- Rückmeldungen der Schüler/innen mittels Online-Umfrage
- Online-Wissenstests für Schüler/innen

Die Feedbacks der österreichischen Schüler/innen und ihre Online-Wissenstests zu den Lernpfaden der Unterstufe wurden im Rahmen einer Diplomarbeit an der Universität Wien evaluiert.

Zur Dissemination des Längsschnittkonzepts und der Unterrichtsmaterialien wurden in jedem Bundesland Medienvielfaltstage als **Fortbildungsveranstaltungen für Lehrer/innen** durchgeführt. Dabei wurden auch Vorschläge zur Unterrichtsorganisation unter Berücksichtigung von Technologieeinsatz und Lernkultur angeboten.

### 3 Das didaktische Konzept

Inhaltlich steht die Vermittlung eines über alle Schulstufen durchgängigen Funktionsbegriffes im Mittelpunkt. Dabei soll im Laufe der Jahre ein **Wissensnetz** aufgebaut werden, das einen Beitrag zur Nachhaltigkeit von Lernprozessen leistet. Vor allem die Kompetenz des Wieder-(Hervor)holen-Könnens soll gestärkt werden. Die Schüler/innen sollen Grundwissen erwerben und Denktechnologie schulen. Im Sinne des Spiralprinzips können so die Vorstellungen rund um funktionale Abhängigkeiten in einem durchgängigen Konzept erweitert werden. Die fundamentale Idee der Funktion wird im Laufe des Längsschnitts auf unterschiedlichen Exaktifizierungsniveaus erarbeitet. Dabei sollen die verschiedenen **Prototypen** [Dörfler, 1991] nicht isoliert nebeneinander stehen, sondern die wechselseitigen Beziehungen und Einsatzmöglichkeiten sichtbar gemacht werden.



Die Prototypen dynamischer Graph, dynamische Tabelle, rekursives Modell und Module (Programme) benötigen den Einsatz von geeigneter Technologie.

Im Zentrum des Lernmodells steht der **genetische Gesichtspunkt**. Bei den Lernenden entwickelt sich der **Begriff der Funktion** in 4 Stufen [Vollrath, Weigand, 2006].

- Intuitives Verständnis des Funktionsbegriffes (Funktionsbegriff als Phänomen): Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und mit Hilfe des Funktionsbegriffs beschreiben; Beispiele derartiger Funktionen kennen; Vorstellungen wie Kurve, Schaubild, Pfeildiagramm, Tabelle; Funktion als Eindeutigkeit der Zuordnung erkennen.
- Inhaltliches Begriffsverständnis (Funktionsbegriff als Träger von Eigenschaften): grundlegende Eigenschaften von Funktionen kennen; Vorstellungen über die Eigenschaften eng verbunden mit den unterschiedlichen Darstellungsformen; Argumente für die erkannten Eigenschaften angeben können; Eigenschaften zur Lösung von Problemen benutzen.

- Integriertes Begriffsverständnis (Funktionsbegriff als Teil eines Begriffsnetzes): Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften erkennen; mögliche charakterisierende Eigenschaften erkennen; Definitionen bilden; Eigenschaften von Funktionen formal ausdrücken und in Beweisen verwenden; für wichtige Funktionstypen Definitionen kennen.
- Formales Begriffsverständnis (Funktionsbegriff als Objekt zum Operieren): wichtige Verknüpfungen von Funktionen kennen; Vorstellungen von den Verknüpfungen, die an die verschiedenen Darstellungsformen gebunden sind; grundlegende Eigenschaften dieser Verknüpfungen kennen und sie begründen; beim Operieren mit Funktionen die gefundenen Verknüpfungseigenschaften verwenden.
- Kritisches Begriffsverständnis: Beziehungen zum Relationsbegriff sehen; über den Einfluss von unterschiedlichen Definitions- und Wertebereichen nachdenken.

Ein vollständiger **Lernprozess** besteht aus **drei Phasen**:

- Heuristische, experimentelle Phase
- Exaktifizierende Phase
- Anwendungsphase

Technologieeinsatz kann in allen drei Phasen wichtige Beiträge leisten. Allerdings ist stets darauf zu achten, dass im Lernprozess und in der Begriffsentwicklung keine gefährlichen „Abkürzungen“ bewirkt werden.

Im Sinne des Kompetenzmodells werden in den Lernpfaden alle vier Handlungsdimensionen berücksichtigt, wie sie auch bei Standardüberprüfungen oder bei der zentralen Reifeprüfung verlangt werden:

- Darstellen und Modellbilden
- Operieren und Rechnen
- Interpretieren
- Argumentieren und Begründen

Als Beitrag zur **Lernkultur** werden in den Lernpfaden eigenverantwortliche Lern- und Arbeitsformen unterstützt:

- Soziales Lernen (Partner- und Gruppenarbeit)
- Kommunikation und Präsentation
- Berücksichtigung verschiedener Lernstile und Lernstrategien (lesendes, akustisches, bildliches und handelnd-kooperatives Lernen)
- Sicherung von Lerninhalten nach dem Prinzip: Vorwissen/Vorschau/Vernetzung – Neue Inhalte – Wiederholen/Festigen

Darüber hinaus wurde versucht, **Genderaspekte** zu berücksichtigen. Diese erschöpfen sich nicht in gendergerechter Anrede, sondern fließen in die Auswahl von Beispielen, Themen und Illustrationen ebenso ein wie in das Aufbrechen von Rollenvorstellungen.

## 4 Die Lernpfade - Kurzbeschreibung

### Schnittstellenlernpfad: Volksschule/Sekundarstufe 1

4. bzw. 5. Schulstufe

Dauer 4 bis 5 Unterrichtsstunden

Dieser Lernpfad beginnt mit der Aktivierung der Grundrechenarten sowie der Flächeninhalts- und Umfangsformeln von Rechteck und Quadrat. Dabei werden die entstehenden funktionalen Abhängigkeiten in Form von Tabellen aufgeschrieben und Auswirkungen von Veränderungen verbal formuliert.

### **Mikrolernpfad: Wetter – Temperaturkurven**

5. bzw. 6. Schulstufe

Dauer 2 Unterrichtsstunden

Dieser Lernpfad versucht am Beispiel Wetter und Temperaturkurven einen intuitiven Zugang zum Thema funktionale Abhängigkeiten zu schaffen. Dabei stehen verschiedene Darstellungsformen im Zentrum, und zwar die verbale Beschreibung, die graphische Beschreibung (Diagramm) und die Tabelle.

### **Mikrolernpfad: Direktes und indirektes Verhältnis**

6. bzw. 7. Schulstufe

Dauer 2 Unterrichtsstunden

Dieser Lernpfad führt anhand von drei anschaulichen Beispielen (Themen: Tankstelle, Taxi, Pool) in die wesentlichen Eigenschaften des direkten und indirekten Verhältnisses ein. Dabei stehen Zustandsbeschreibungen durch Formeln im Zentrum.

### **Mikrolernpfad: Lineare Funktionen**

8. Schulstufe

Dauer 3 bis 4 Unterrichtsstunden

Bereits in den vorangegangenen Schulstufen Gelerntes zum Thema funktionale Abhängigkeiten soll gefestigt werden. Neu ist der Begriff der linearen Funktion. Im Zentrum steht die Verbindung der verschiedenen Darstellungsformen (vor allem Wortformel, Graph, Formel), wobei erstmals ein Graph direkt in eine Formel übergeführt wird. Dynamische Applets unterstützen die Visualisierung der Bedeutung der Parameter  $k$  und  $d$ . Interaktive Tests ermöglichen den Schüler/innen ihr Wissen selbsttätig zu überprüfen und neu Gelerntes zu festigen.

### **Schnittstellenlernpfad: Sekundarstufe 1/Sekundarstufe 2**

8. bzw. 9. Schulstufe bzw. 10. Schulstufe (HAK)

Dauer 7 bis 8 Unterrichtsstunden

Der Lernpfad wiederholt verschiedene Zugänge aus dem Bereich der funktionalen Abhängigkeiten (Darstellungsformen Wortformel, Graph, Tabelle, Term; indirekte/direkte Proportionalität; lineare Funktion; Kapitalwachstum). Vom intuitiven Umgang mit Funktionen werden die Schüler/innen zu einer Verallgemeinerung des Funktionsbegriffs geführt werden, der anhand von Anwendungsaufgaben vertieft wird.

### **Mikrolernpfad: Quadratische Funktionen**

9. Schulstufe

Dauer 6 Unterrichtsstunden

Die Einführung in das Thema erfolgt am Beispiel des Bremsweges eines Autos, genauer gesagt anhand des Zusammenhangs zwischen der Geschwindigkeit eines Autos und der Länge seines Bremsweges. Nachdem auf diese Weise der Begriff der reinquadratischen Funktion erarbeitet worden ist, wird die allgemeine Form vor allem durch Experimentieren am Graphen erarbeitet. Interaktive Übungen tragen zum Verständnis bei und helfen, das Erarbeitete zu festigen.

### **Mikrolernpfad: Potenzfunktionen**

10. Schulstufe

Dauer 4 Unterrichtsstunden

Dieser Lernpfad stellt eine zusammenfassende Wiederholung zu „Potenzfunktionen“ dar. Es wird also vorausgesetzt, dass dieser Themenbereich im Unterricht bereits behandelt wurde. Dieser Lernpfad vertieft den Zusammenhang zwischen den Potenzfunktionen mit verschiedenen Exponenten (natürliche, ganze, rationale Exponenten) und entwickelt insbesondere die Wechselbeziehung zwischen Term und Graph durch Variation der Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  bei  $f(x) = a \cdot x^c + b$ .

### **Mikrolernpfad: Trigonometrische Funktionen**

10. Schulstufe

Dauer 4 bis 5 Unterrichtsstunden

Im Zentrum des Lernpfads steht die Frage, wie die Graphen der Funktionen

$$f(x)=a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d \quad \text{und} \quad f(x)=a \cdot \cos(b \cdot (x + c)) + d$$

von den Parametern  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  abhängen. Teile des Lernpfads können in Expertenteams bearbeitet werden.

### **Mikrolernpfad: Exponential- und Logarithmusfunktion**

10. Schulstufe

Dauer 2 bis 3 Unterrichtsstunden

In diesem Lernpfad wird ausgehend von dem bereits bekannten Beispiel der Kapitalentwicklung ein neuer Typ von Funktion – die Exponentialfunktion – eingeführt. Die Schüler/innen untersuchen die Eigenschaften der Exponentialfunktionen und zeichnen ihre Graphen. Die Logarithmusfunktion wird als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion eingeführt.

### **Mikrolernpfad: Diskret - kontinuierlich**

11. bzw. 12. Schulstufe

Dauer 3 Unterrichtsstunden

Der Lernpfad beschreibt mit Hilfe von bekannten Beispielen aus Ökologie und Ökonomie (Zerfall/Wachstum, Räuber-Beute-Modell, Ausbreitung von Krankheiten, Volkswirtschaftliche Modelle, ...) die formalisierte Darstellung von Prozessen durch Differenzgleichungen (diskret) und Differentialgleichungen (kontinuierlich).

### **Mikrolernpfad: Zugang zur Poissonverteilung**

11., 12. bzw. 13. Schulstufe

Dauer 3 Unterrichtsstunden

Dieser Lernpfad bietet eine kurze Einführung in das Thema Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Verteilungsfunktionen anhand eines anwendungsorientierten Zugangs zur Poissonverteilung. Dabei werden Daten einer Unfallstatistik als Maß der Sicherheit genauer untersucht. Interaktiv kann eine poissonverteilte Modellfunktion als Annäherung an gegebenes grafisches Datenmaterial gefunden werden. Dynamische Applets unterstützen die Visualisierung, wobei hier Parameter durch Schieberegler frei gewählt werden können.

### **Mikrolernpfad: Wie lange dauern Projekte? – Die Dreiecksverteilung**

12. bzw. 13. Schulstufe

Dauer 3 bis 4 Unterrichtsstunden

Anhand der Dreiecksverteilung soll eine Einführung in kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegeben werden. Mithilfe verschiedener Technologien sollen wichtige Eigenschaften dieser Funktion entdeckt werden und anschließend der Begriff der kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsverteilung exaktifiziert werden.

### **Schnittstellenlernpfad: Sekundarstufe 2/Universität/Hochschule**

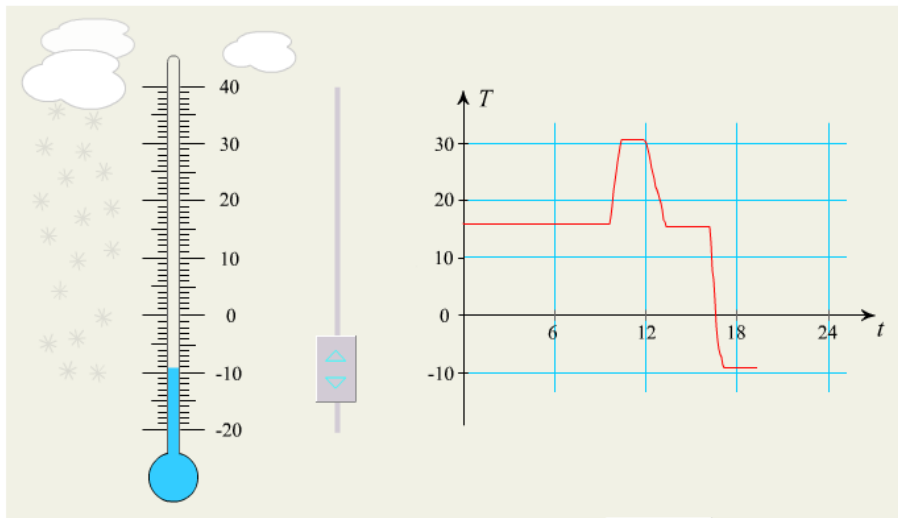
12. bzw. 13. Schulstufe

Dauer 4 bis 5 Unterrichtsstunden

Dieser Schnittstellenlernpfad bietet vermischte Aufgaben aus den Themenbereichen funktionale Abhängigkeiten, Integralrechnung, Differentialrechnung, dynamische Prozesse, Kurvendiskussion zur Maturavorbereitung beziehungsweise zur Wiederholung des Schulstoffes zu Beginn des Studiums.

## 5 Ausgewählte Beispiele

3. Vergleicht in der Gruppe eure Temperaturkurven und diskutiert:  
Wo sind die Unterschiede? Was habt ihr gleich gemacht? Warum unterscheiden sich eure Kurven?



In dieser Übung wird zunächst mit einem interaktiven Applet eine fiktive Temperaturkurve für den eigenen Geburtstag erzeugt und anschließend interpretiert und begründet.

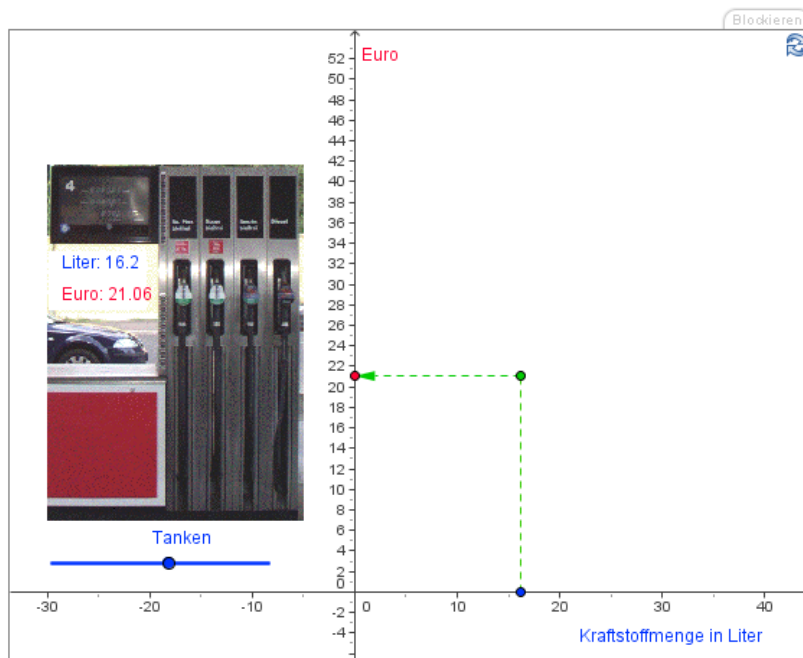
### Tanken 1

An einer Tankstelle sind bei jeder Zapfsäule unterschiedliche Treibstoffsorten mit verschiedenen Literpreisen erhältlich.

Arbeite mit dem Applet und beantworte die Fragen des [Arbeitsblattes](#).



Arbeitsblatt



- a) Fülle den Tank, indem du den blauen Punkt "Tanken" am Schieberegler bewegst. Beobachte die Anzeige an der Zapfsäule und fülle die Tabelle im Arbeitsblatt aus. Wie viel kostet 1 Liter Treibstoff bei dieser Tankstelle?  
Kontrolle:

- b) Paul behauptet: "Wenn ich doppelt so viel tanke, muss ich doppelt so viel bezahlen und wenn ich halb soviel tanke muss ich halb so viel bezahlen!"  
Hat er Recht? Begründe mit Hilfe deiner Tabelle!  
Kontrolle:

**Merke:**

Nach einer Idee von Jürgen Roth. Erstellt mit [GeoGebra](#)

Mit diesem dynamischen Arbeitsblatt lädt ein Schieberegler zum Experimentieren ein. Die Fragestellungen zwingen die Schüler/innen jedoch dazu, zielorientiert zu arbeiten, Ergebnisse festzuhalten, eine Behauptung zu überprüfen und die Antwort zu begründen.

## Aufgabe 5: Multiple Choice

Kreuze die zutreffenden Aussagen an. Es sind jeweils mehrere Antworten richtig.

$$f(x) = 3,5x^2$$

- A)  Die Parabel ist nach oben geöffnet.    B)  Die Parabel ist enger als die Normalparabel.  
C)  Die Parabel ist nach unten geöffnet.    D)  Der Punkt [2|14] liegt auf dem Graphen.  
E)  Der Punkt [14|2] liegt nicht auf dem Graphen.    F)  Die Parabel ist weiter als die Normalparabel.

$$f(x) = -0,5x^2$$

- A)  Die Parabel ist weiter als die Normalparabel.    B)  Der Punkt [2|-2] liegt auf dem Graphen.  
C)  Die Parabel ist enger als die Normalparabel.    D)  Der Punkt [2|2] liegt auf dem Graphen.  
E)  Die Parabel ist nach unten geöffnet.    F)  Die Parabel ist nach oben geöffnet.

$$f(x) = -2x^2$$

- A)  Die Parabel ist nach oben geöffnet.    B)  Der Punkt [0|-2] liegt auf dem Graphen.  
C)  Die Parabel ist nach unten geöffnet.    D)  Die Parabel ist weiter als die Normalparabel.  
E)  Der Punkt [1|2] liegt oberhalb des Graphen.    F)  Die Parabel ist enger als die Normalparabel.

$$f(x) = 0,2x^2$$

- A)  Der Punkt [-1|1] liegt oberhalb des Graphen.    B)  Die Parabel ist nach oben geöffnet.  
C)  Die Parabel ist nach unten geöffnet.    D)  Der Punkt [-1|2] liegt auf dem Graphen.  
E)  Die Parabel ist weiter als die Normalparabel.    F)  Die Parabel ist enger als die Normalparabel.

Neben dem Multiple-Choice-Test werden zahlreiche andere Formate, wie Lückentext, Zuordnungsübungen oder offene Fragen eingesetzt.

## 6 Lernen mit elektronischen Lernpfaden

Beim Arbeiten mit elektronischen Lernpfaden im Unterricht können grundsätzlich verschiedene **Organisationsformen** gewählt werden:

- Lernen unter Anleitung der Lehrkraft
- Methoden des eigenverantwortlichen Lernens
- Offenes Lernen mithilfe von Arbeitsplänen (Pflicht- und Wahlaufgaben)
- E-Learning mit freier Zeiteinteilung und Aufgabenwahl

In der Praxis erweist es sich allerdings sehr rasch als problematisch, von allen Schüler/innen das gleiche Lerntempo einzufordern. Sinnvoll ist es daher, nach einer Einleitung durch die Lehrkraft, die Schüler/innen selbstständig arbeiten zu lassen.

Wichtig ist jedoch dabei, dass im Vorfeld folgende Punkte mit den Schüler/innen geklärt werden und ihnen schriftlich vorliegen, damit **zielorientiertes Arbeiten** möglich wird:

- Was sind die Ziele der Lerneinheit? Was soll gelernt werden?
- Wie viel Zeit ist vorgesehen (Ende der Lernphase, Abgabetermine)?
- Welche Arbeitsaufträge müssen, welche können erledigt werden?
- Wie und was ist zu dokumentieren? (Hefteinträge, Projektmappe)
- In welchen Sozialformen kann bzw. muss gearbeitet werden?
- Wie sind Hausübungen organisiert?
- Welche Kriterien gelten für eine eventuelle Beurteilung des Projektes?

Nicht alle Methoden, die in der Phase des E-Learning-Projektes eingesetzt werden, sollten neu sein. Bei Klassen, die keine oder wenig Erfahrung mit E-Learning haben, erweist es sich als zweckmäßig, den Lernpfad organisatorisch in kleinere Einheiten zu gliedern.

Trotz Computereinsatzes darf keineswegs auf das Lernmedium Heft vergessen werden! Auch den Schüler/innen muss bewusst gemacht werden, dass Mitschriften der Sicherung des Lernertrages dienen. Ein Ausdruck über den Drucker oder elektronische Mitschriften im Copy-and-paste-Verfahren aktivieren Lernvorgänge im Gehirn nicht im selben Maß, wie sie durch den Schreibvorgang angeregt werden.

Trotz mancher Vorbehalte (erhöhter Zeitbedarf, technologische Pannen, ...) bieten elektronische Lernpfade zahlreiche **Chancen**:

- Lernen kann individualisiert bzw. nach Leistungsfähigkeit differenziert werden (Wahl des eigenen Lerntempos, Auswahl, Reihenfolge, Selbstkontrolle).
- Grafiken, Animationen, Diagramme, Simulationen, Bilder und Farbcodes unterstützen die Anschauung.
- Experimentelle Lernphasen werden durch Technologieunterstützung möglich (Schieberegler für Parametervariationen in Verbindung mit entsprechenden Fragestellungen; Computeralgebrasysteme mit der parallelen Verfügbarkeit von Term - Graph und Tabelle).
- Softwareprodukte wie Tabellenkalkulation oder GeoGebra ermöglichen dynamische Zugänge (Graphen, Tabellen).
- Der Grad der Lernaktivität ist im Allgemeinen höher als im lehrer/innengelenkten Unterricht.
- Eigenverantwortung beim Lernen wird gefördert.
- Kommunikation unter den Schüler/inne/n wird gefördert bzw. ermöglicht. Sprechen über Mathematik kann stattfinden, ohne dass der Unterricht gestört wird.
- Verschiedene Zugänge zu einem Thema sind möglich.
- Vielfältige Materialien stehen zur Verfügung und sind nutzbar.

Zum Abschluss soll noch darauf hingewiesen werden, dass unter bestimmten Bedingungen Lernen am Computer keine sinnvolle Unterrichtsalternative darstellt:

wenn das herkömmliche Buch oder Arbeitsblätter lediglich durch ein elektronisches Buch bzw. Arbeitsblatt ersetzt wird,

wenn überwiegend gelesen wird und interaktive Übungen sowie Visualisierungen fehlen,

wenn der Lernprozess durch den Technologieeinsatz keine Verbesserung erfährt,

wenn sich an Inhalten und ihrer Aufbereitung nichts ändert,

wenn Arbeit am PC zum unverbindlichen Spiel wird,

wenn der Mausclick die einzige Aktivität der Schüler/innen darstellt.

Literatur:

Vollrath, H.-J., Weigand, H.-G.: Algebra in der Sekundarstufe, Spektrum-Verlag, Heidelberg 2006

Dörfler, W. (1991): Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium, in Computer – Mensch – Mathematik. Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1991, S.51ff.

Linkliste:

Die Lernpfade, Begleitmaterialien sowie ein umfangreicher Rechenschaftsbericht samt Evaluation sind auf der Homepage des Regionalen Fachdidaktikzentrums Mathematik und Informatik im Bereich „Materialien“ bzw. „Forschung“ abrufbar.

Regionales Fachdidaktikzentrum Mathematik und Informatik – <http://rfdz.ph-noe.ac.at/>  
ACDCA – [www.acdca.ac.at](http://www.acdca.ac.at)

GeoGebra – [www.geogebra.com](http://www.geogebra.com)

mathe online – [www.mathe-online.at](http://www.mathe-online.at)

Mathematik digital (Pentagrammgruppe) – <http://www.mathematik-digital.de/>

Universität Würzburg – [www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de](http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de)