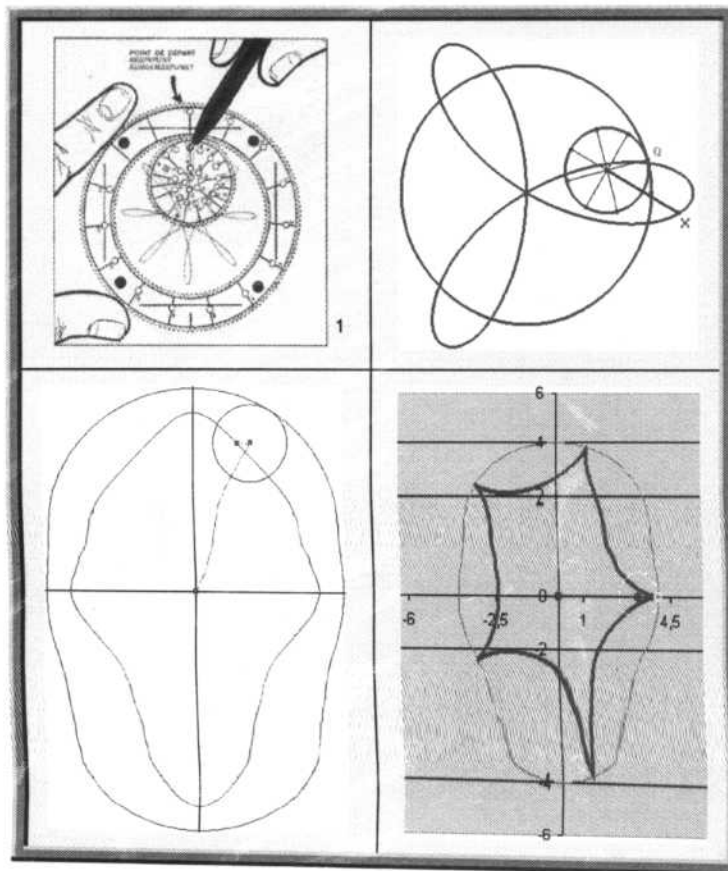


Gerhard Hainscho

Rollkurven - Vom Spiel zum PC

Abstract

Ein Kreis rollt auf einer Geraden oder *auf bzw. in* einem anderen Kreis - welche Bahnen beschreiben mitbewegte Punkte? Bewegungen und Kurven dieser Art werden sowohl spielerisch erforscht als auch mit Hilfe geeigneter Software (Cabri, Derive, Excel, ...) am PC dargestellt und diskutiert. Ausblicke auf historische Hintergründe und mathematische Vertiefungen sowie Hinweise für die Unterrichtspraxis werden gegeben.



Motivation

Durch den möglich gewordenen Einsatz moderner Technologien im Mathematikunterricht haben sich manche Schwerpunkte verschoben, so sind z.B. rekursive Funktionen oder Funktionen in Parameterform stärker in den Vordergrund getreten - moderne Technologien erleichtern gleichermaßen ihre Darstellung wie das Operieren mit ihnen. Der neue Lehrplan für die AHS-Oberstufe fördert diese Entwicklung: Die Nutzung von Technologien ist in den didaktischen Grundsätzen fest verankert; Parameterformen - von denen hier speziell die Rede sein soll - sind im Lehrstoff der 7. Klasse verbindlich für alle Schulformen vorgesehen.

AHS-Lehrplan 2004

Didaktische Grundsätze

Lernen mit technologischer Unterstützung

Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen.

Die minimale Realisierung besteht im Kennenlernen derartiger Technologien, das über exemplarische Einblicke hinausgeht und zumindest gelegentlich eine wesentliche Rolle beim Erarbeiten und Anwenden von Inhalten spielt. Bei der maximalen Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien ein ständiger und integraler Bestandteil des Unterrichts.

Lehrstoff

7. Klasse - Nichtlineare analytische Geometrie

- Beschreiben von ebenen Kurven durch Parameterdarstellungen
- *Beschreiben von Raumkurven und Flächen durch Parameterdarstellungen*

Doch welche Kurven *sollen* in Parameterform dargestellt werden? Viele Antworten sind möglich, viele Kurven von Interesse. Warum nicht Althergebrachtes neu für den Unterricht entdecken? Genau das soll hier mit Zykloiden und anderen Rollkurven geschehen.

Grundsätzlich gibt es zwei Zugänge zum Einsatz technologischer Unterstützung im Unterricht:

- Man sucht nach Aufgaben, die man mit Hilfe einer bestimmten zur Verfügung stehenden Technologie bearbeiten kann.
- Man sucht nach Technologien, die hilfreich sind für die Bearbeitung und Umsetzung seiner Ziele.

Der zweite Weg erscheint sinnvoller, wenn auch mühsamer, erfordert er doch einen gewissen Überblick über verfügbare Werkzeuge *und* eine reflektierte Unterrichtsplanung.

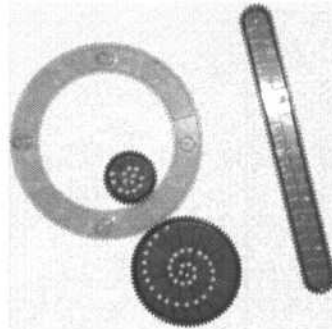
Die vorliegende Arbeit soll es zumindest erleichtern, sich einen Überblick darüber zu verschaffen, welche Möglichkeiten Dynamische Geometrie Software (z.B. Cabri), Computeralgebra-Systeme (z.B. Derive) sowie Tabellenkalkulations-Software (z.B. Excel) für das Thema Rollkurven bieten. Ergänzt wird dieser Überblick durch Aufgaben mit kommentierten Lösungsvorschlägen sowie einer Formelsammlung für Kurven in Parameterdarstellung aus der eigenen Unterrichtspraxis in Klassen mit CAS-Rechnern (derzeit Voyage 200).

Dabei darf nicht vergessen werden, dass

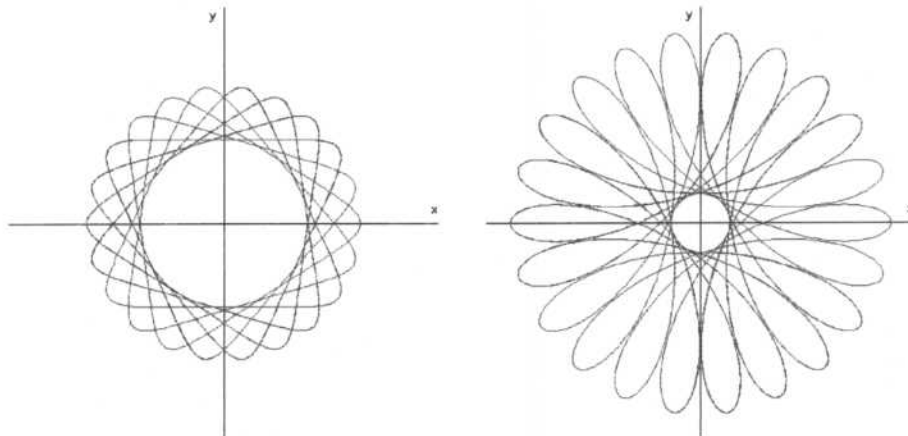
- kein Vortrag und keine Demonstration so ertragreich sein kann wie die eigene Tätigkeit und
- jedes Werkzeug nicht nur das Produktdesign beeinflusst, sondern auch die Vorstellungen darüber, was sinnvoll und möglich ist, in dem verändert, der es verwendet - moderne Technologien also unsere Sichtweise von der Mathematik wandeln und letztlich uns selbst.

Spirograph

Zu Beginn soll eine spielerische Auseinandersetzung mit dem Thema Rollkurven erfolgen. Mit Hilfe von „Spirograph“, einem Zeichengerät bestehend aus Zahnrädern in verschiedenen Größen mit Löchern in unterschiedlichen Abständen vom Zentrum, durch die man einen Zeichenstift stecken kann, lassen sich vielfältige Muster gestalten.



In der Folge soll versucht werden, solche Muster am PC nachzuvollziehen. Die Vorteile sind klar: es gibt kein Verrutschen der Teile, zudem hat man völlige Freiheit in der Wahl der Position des „Zeichenstiftes“.



Hinweis: Rollkurven dieser Art werden hier als **Zykloiden** (ein Kreis rollt auf einer Geraden), **Epizykloiden** (ein Kreis rollt *auf* einem anderen Kreis) und **Hypozykloiden** (ein Kreis rollt *in* einem anderen Kreis) bezeichnet, es sind für dieselben Kurven aber auch andere Namen gebräuchlich, z.B. Trochoiden bzw. Epi- und Hypotrochoiden, Auf- und Inradlinien und andere. Ursache dieser „Sprachverwirrung“ ist die Sitte, Namen mit griechisch/lateinischen Wurzeln zu verwenden; eine Suche in Latein-Wörterbüchern nach Begriffen für Kreise bzw. periodische Prozesse fördert jedoch eine unerwartet große Vielfalt zu Tage, z.B.:

- *cyclus* = Kreis
- *trochus* = Reif (Spielzeug, manchmal mit Schellen besetzt)
- *circulus* = Kreis, Ring, Zirkel
- *corona* = Kranz, Krone, Kreis (von Zuhörern)
- *gyrus* = Windung, Ring, Kreisbewegung
- *orbis* = Kreis, Rundung, Umkreis, Scheibe, Rad
- *turbo* = Wirbel(wind), Kreisel, Wirrwarr, Turbine

