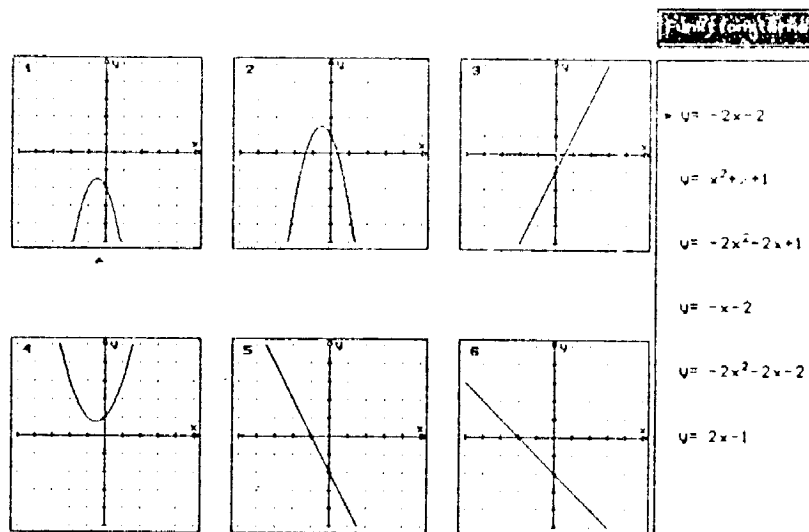


COMPUTERUNTERSTÜTZTER MATHEMATIKUNTERRICHT



VERSION 2.1

FUNKTIONSLEHRE

ab der 4. Klasse

(C) 1991/92 Mag. Günter RAZENBERGER, Mag. Walter KLINGER

BG/BRG STOCKERAU, Unter den Linden 16

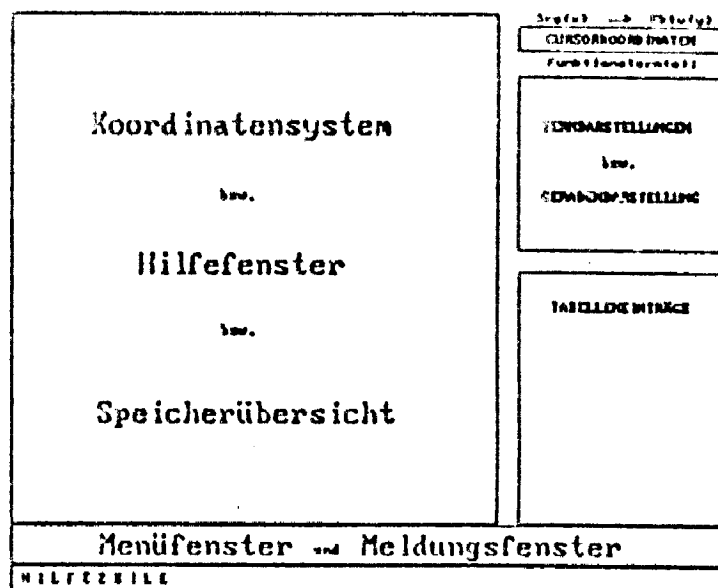
BENUTZERHINWEISE

Bildschirmaufbau:

Mit Ausnahme des Programms ZUORDNEN (wird dort erklärt) haben alle anderen Programme eine ähnliche Bildschirmaufteilung.

Koordinatenfenster/Hilfefenster/Speicherübersicht:

An dieser Stelle wird das verwendete Koordinatensystem angezeigt bzw. das Hilfefenster aufgerufen. In den Programmen LINEAR, TYPEN und TERME kann auch ein Speicherfenster geöffnet werden.



Menüfenster/Meldungsfenster:

Dieser Bereich ist für die Steuerung der Programme zuständig.

Hier erhält man bei Fehlbedienung die entsprechenden Fehlermeldungen, und manchmal auch Erfolgsmeldungen, bei richtiger Durchführung von Aufgaben.

Hilfezeile:

Diese Textzeile unterstützt den Benutzer bei der richtigen Bedienung des Programms.

Cursorkoordinaten:

Nach Aufruf des Menü 2 (siehe Menüleisten) werden die Koordinaten des Kreuzcursors am Bildschirm angezeigt und bei dessen Bewegung über den Bildschirm ständig aktualisiert.

Paradarstellung/Geradenterme:

Hier werden in den Programmen EINSTIEG, LINEAR, TYPEN und TERME die Funktionsterme dargestellt.

Im Programm PUNKTE können die, durch Punkte gelegten Geraden, als Terme dargestellt werden.

Tabelle:

Die Tabelle dient zum Eintragen von Punkten der Funktionsgraphen.

BENUTZERHINWEISE

Programmübersicht (Menüstruktur):

Jedes Programm ist als abgeschlossene Einheit zu einem Thema (siehe Programmnamen) zu verstehen.

Nach dem Programmstart (Eingabe des Namens und [↵]) kommt man in ein Menü; wo man zu jedem Thema weitere Wahlmöglichkeiten besitzt.

Übersicht:

Thema	Wahlmöglichkeit
EINSTIEG	Wanderweg Ableseübung
EINHEIT	Diskuswurf Ausdauerlauf Rettungshubschrauber Goldpreisänderung
LINEAR	Geschwindigkeit Typ: $y = k \cdot x$ Typ: $y = k \cdot x + d$ Steigungsdreieck
PUNKTE	Punkte setzen Textübersetzung
TYPEN	Typ: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ Typ: $y = \text{Polynomfunktion}$ Typ: $y = a \cdot 1/x$ Typ: $y = a \cdot 1/x$ Typ: $y = a \cdot 1/(b \cdot x + c)$
TERME	Typ: $y = \text{beliebig}$
ZUORDNEN	Zuordnung: Term \rightarrow Graph Zuordnung: Typ \rightarrow Formel

Nach Start einer Wahlmöglichkeit [CR/LM] gelangt man entweder gleich in das Hauptmenü oder man muß zuerst Eingaben zum Koordinatensystem durchführen.

WICHTIG:

In der Hilfedatei sind die einzelnen Auswahlpunkte genauer erklärt

DIDAKTIK

Einleitung:

- * Der Computer ist zwar nur eines von vielen Medien, die im Mathematikunterricht eingesetzt werden können, sein Einfluß auf den Unterricht ist jedoch wesentlich größer als der anderer Medien.
- * Konsequenter eingesetzt, führt der Computer zu erheblichen Umgestaltungen sowohl in didaktischer als auch in methodischer Hinsicht.
- * Bei den meisten Schülern verbessert sich auch die Motivation für den Mathematikunterricht.
- * Ein wichtiger Einsatzbereich für Funktionsplotprogramme ist die Einführung neuer Funktionstypen und die Erarbeitung ihrer charakteristischen Eigenschaften.
- * Die gefundenen Gemeinsamkeiten bzw. Unterschiede sollen anhand der Funktionsgleichungen erklärt und begründet werden. Dabei dient das Programm zur Überprüfung der Vermutungen.
- * Mit Hilfe dieses Programms kann, im Unterschied zum herkömmlichen Mathematikunterricht, jeweils eine ganze Funktionsklasse bzw. eine Schar von Graphen betrachtet werden.
- * Konkrete Arbeitsblätter und Textbeispiele können mit dem Computer bearbeitet werden.
- * Die einzelnen Programmteile können entweder zur Erarbeitung von neuen Lerninhalten oder nur/auch zum Üben von schon bekannten Inhalten verwendet werden.
- * Eine Foliensammlung ergänzt die Arbeitsblätter um den Unterricht auch ohne Computereinsatz im Klassenzimmer durchführen zu können.
- * In dieser Handreichung für den Lehrer wird auch versucht ein didaktisches Konzept zu entwickeln, um dem Lehrer eine Hilfestellung bei seinem Unterricht zu geben.

In eigener Sache: Anfragen zum Programm bitte an:

Mag. Günter Razenberger Mag. Walter Klinger
--

Unter den Linden 16 2000 Stockerau

DIDAKTIK

1. ZUM THEMA EINSTIEG: Wanderweg

Dieses Beispiel dient als Einstiegsbeispiel zur Einführung von funktionalen Zusammenhängen. Der Schüler erhält das AUFGABENBLATT (EINSTIEG/1). Es enthält eine vorgegebene Funktion die sofort mit dem Computer gezeichnet werden kann. Der Graph dieser Funktion wird dabei folgendermaßen dargestellt:

Argumente in Stunden (Zeitintervall $[0,10]$), zugehörige Funktionswerte in Meter (Wegintervall $[0,1000]$). Beim Aufruf des Cursor- menüs erscheinen neben dem Koordinatensystem die Argumente und Funktionswerte eingeblendet.

Arg.: 0.00	Fktw.: 200.0
------------	--------------

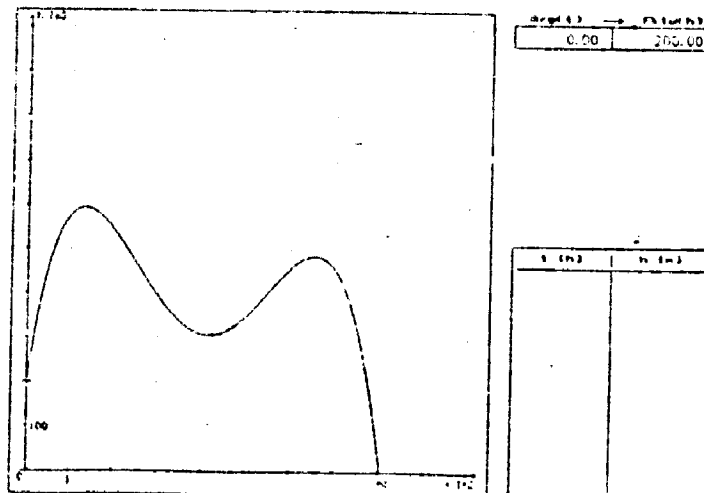
Der Cursor läßt sich punktweise entlang des Graphen bewegen, die Koordinaten laufen dabei mit.

Mathematische Voraussetzungen:

- * Begriff von veränderlichen Größen (z.B.: Zeit - Ort)
- * Abhängigkeit von Größen (z.B.: Ort ist abhängig von der Zeit)
- * Zuordnungsbegriff (Tabelle, Graph, ...)
- * Koordinatensystem (Quadranten)
- * Interpretation von Formeln als Zuordnungen (z.B.: $s = v \cdot t$ d.h. bei konstanter Geschwindigkeit wird einer bestimmten Zeit ein bestimmter Weg zugeordnet)
- * Einheitenüberlegungen (Wiederholung: Maßstab, Selbstfinden von günstigen Maßstäben bei vorgegebenen Größen)

Verwendungsvorschläge:

- * Ausgabe der Aufgabenstellung (Aufgabenblatt: EINSTIEG/1) an jeden Schüler
- * Besprechung der Vorlage
- * Durchführung der einzelnen Aufgabenstellungen
- * Ausdruck einzelner Aufgabenstellungen zur Nachbesprechung



DIDAKTIK

2. ZUM THEMA EINSTIEG: Ableseübung

Bei diesem Beispiel sind drei Funktionen vorgegeben:

$$\begin{array}{ll} y_1 & \dots\dots y = 0.5 \cdot x + 2 \\ y_2 & \dots\dots y = -1.5 \cdot x + 3 \\ y_3 & \dots\dots y = 0.4 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 4 \end{array}$$

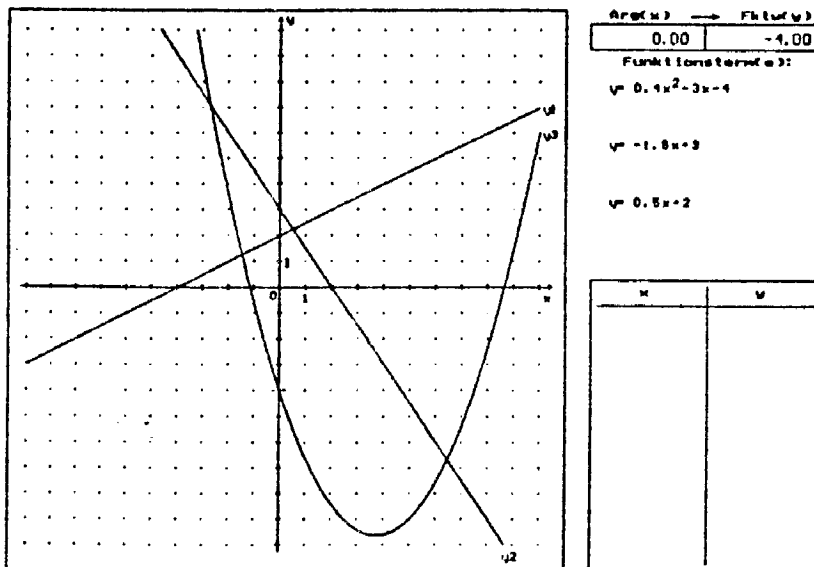
Bei Aufruf dieser Beispielgruppe können die einzelnen Graphen sofort gezeichnet werden. Bei gleichzeitiger Darstellung der Graphen kann rasch zwischen den einzelnen Kurven gewechselt werden (Durchführen von Zuordnungsübungen).

Mathematische Voraussetzungen:

- * Zuordnungsbegriff (Graph, Tabelle, Funktion, Koordinatenpunkte)
- * Argumente, Funktionswerte
- * Lösen von Gleichungen
- * Lösen von Ungleichungen

Verwendungsvorschläge:

- * Ausgabe der drei Aufgabenstellungen (Aufgabenblätter: EINSTIEG/2; EINSTIEG/3; EINSTIEG/4) an jeden Schüler
- * Bearbeitung der Aufgabe a) gemeinsam
- * Selbsterarbeitung der Aufgaben b) - f)
- * Vergleichen dieser Aufgaben
- * Gemeinsames Wiederholen der Aufgabenstellung g)
- * Ausdruck einzelner erarbeiteter Beispiele zur Nachbesprechung



DIDAKTIK

3. ZUM THEMA EINHEITEN: Diskuswurf / Ausdauerlauf / Rettungshubschrauber Goldpreisänderung

Der Schüler¹ soll aus einem kleinen Datenmaterial Einheitenüberlegungen anstellen. Bei den Beispielen Diskuswurf und Rettungshubschrauber sind die Graphen sofort zeichnbar, bei den Aufgaben Ausdauerlauf und Goldpreisänderung müssen nach der Wahl der Einheiten die Punkte selbst in das Koordinatensystem eingetragen werden (mit Punktprüfen wird die richtige Eingabe kontrolliert). Durch Zeichnen der Graphen, erhält der Schüler sofort eine Rückmeldung über die Eignung seines Koordinatensystems.

Vorgaben: Die Beispiele sind auf den 1. Quadranten beschränkt.
Die Achsenlängen betragen jeweils 400 (Bildschirm)punkte.
Es können/müssen die Einheitslängen und Einheitswerte eingegeben werden. Für die Wahl der Länge der Einheiten stehen 2 Möglichkeiten zur Verfügung:

a1) Eingabe der Einheitslänge in (Bildschirm)unkten:

z.B.: 10 Punkte/Einheit	==>	40 Einheiten möglich
20 Punkte/Einheit	==>	20 Einheiten möglich
40 Punkte/Einheit	==>	10 Einheiten möglich

a2) Eingabe der Einheitslänge in cm:

1 cm/Einheit auf x-Achse	=	26 Bildschirmpunkten
	==>	15 Einheiten möglich
1 cm/Einheit auf y-Achse	=	28 Bildschirmpunkten
	==>	14 Einheiten möglich

b) Eingabe der Werte für die Einheit:

ad a1) z.B.: 5 Meter/Einheit	==>	5m·40 (Einheiten) = 200m
5 Meter/Einheit	==>	5m·20 (Einheiten) = 100m

ad a2) z.B.: 5 Meter/Einheit	==>	5m·15 (Einheiten) = 75m (x)
5 Meter/Einheit	==>	5m·14 (Einheiten) = 60m (y)

Mit dem Cursor läßt sich der gesamte Verlauf des Graphen punktweise verfolgen (Die aktuellen Cursorkoordinaten werden dabei angezeigt). Der Schwierigkeitsgrad des Beispiels (DISKUS) ist gering gehalten. Das Beispiel (AUSDAUERLAUF) stellt schon höhere Anforderungen. Die restlichen zwei Beispiele sind zur Übung und Wiederholungen gedacht. Die Einhaltung der Reihenfolge ist bei der Bearbeitung der Beispiele nicht notwendig.

Mathematische Voraussetzungen:

- * Funktionsbegriff (Argument/Funktionswert)
- * Einheitenüberlegungen
(Der Graph soll möglichst anschaulich im vorgegebenen Koordinatensystem dargestellt werden).

DIDAKTIK

Verwendungsvorschläge:

- * Kopie einer geeigneten Darstellung siehe (Aufgabenblätter: EINHEITEN / 1 / 2 / 3 / 4) an die Schüler austeilen.
- * Vorüberlegungen für die Einheitenwahl unter den gegebenen Bedingungen beim 1. Beispiel gemeinsam durchführen.
- * Teile dieses Beispiels lassen sich als Hausübung verwenden.
- * Die Anzahl und Schwierigkeit der weiteren Aufgabenstellungen ist vom Lehrer frei wählbar (eventuell nur die Aufgabenteile vergeben, die im Unterrichtsverlauf vorgesehen sind).

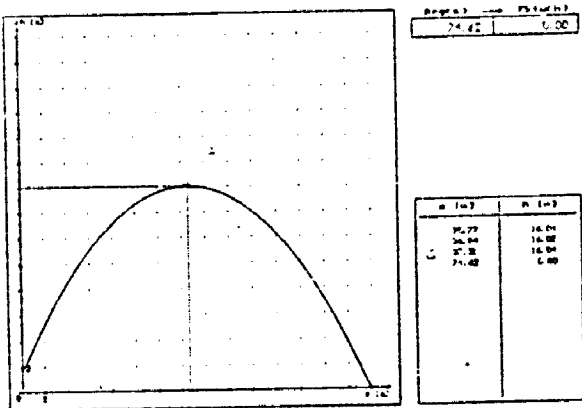


Abb.1) Graph:DISKUSWURF

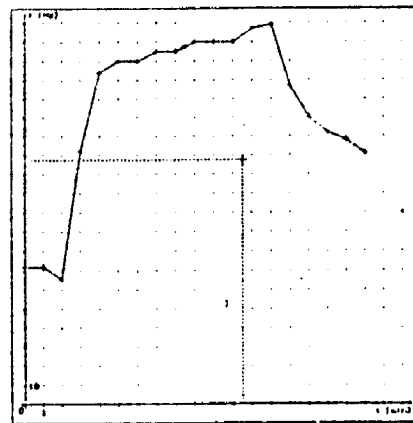


Abb.2) Graph:AUSDAUERLAUF

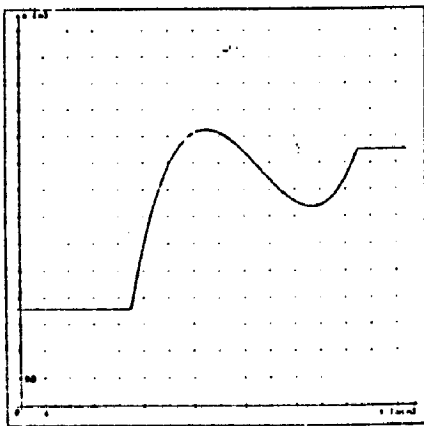


Abb.3) Graph:RETTUNGSHUBSCHRAUBER

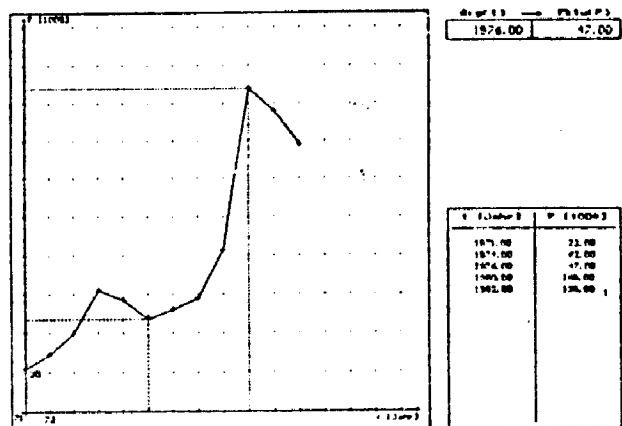


Abb.4) Graph:GOLDPREISÄNDERUNG

Sinige Beispiele für Aufgabenblätter:

FUNKTIONENLEHRE

Aufgabenblatt: EINSTIEG / 1

W A N D E R W E G

Bei der Begehung eines Wanderweges mit durchschnittlicher Gehgeschwindigkeit wurden für einen Wanderführer Daten erhoben. Dabei wurden die Höhenmeter (h) über dem Meeresspiegel in Abhängigkeit von der Wanderzeit (t) gemessen und ein entsprechender Graph gezeichnet.

- a) Welche Höhe hat der Wanderer
 - (1) nach 1 Stunde
 - (2) nach 2 Stunden
 - (3) nach 2 1/2 Stunden
 - (4) nach 3 h 20 min
 - (5) nach 4 Stunden
 - (6) nach 7 Stunden
- b) Wähle noch vier weitere Zeitwerte und bestimme aus dem Graphen die zugehörigen Höhenmeter !
- c) Zu welchen Wanderzeiten hat der Wanderer 400 m (200 m, 600 m, 100 m, 450 m) über dem Meeresspiegel erreicht ?
- d) Wann hat der Wanderer die größte Höhe erreicht und wieviel Meter über dem Meeresspiegel befand er sich zu diesem Zeitpunkt ?
- e) Wann und in welcher Höhe erreichte er die zweite Bergspitze ?
- f) In welchen Zeitabschnitten geht der Wanderer bergauf, in welchen geht er bergab ?
- g) Was bedeutet die Höhenangabe zum Zeitpunkt $t = 0$?
(Stelle eine Vermutung darüber an, wie der Wanderer zu diesem Ausgangspunkt gelangt ist; wie könnte man die Anreise graphisch darstellen ?)
- h) Wie erklärst Du Dir die Höhe des Wanderweges nach 9 Stunden ?
(8 Stunden)
- i) Beschreibe den gesamten Wanderweg in Worten !
Gibt es bei dieser Wanderung auch waagrechte Strecken ?
- j) Wieviele Höhenmeter hat der Wanderer in der 1. Stunde (3. Stunde, 6. Stunde) zurückgelegt ?
- k) Wieviele Höhenmeter hat er in der 3. und 4. Stunde zusammen überwunden ?
- l) Entspricht der Graph wirklich ganz exakt einem Wanderweg ?

Es ist folgende Zuordnung gegeben: $y = -1.5 \cdot x + 3$
 Wir nennen diese Zuordnung eine inhomogene lineare Funktion.
 Zeichne den Graphen und bearbeite folgende Aufgaben:

- a) Trage die, den ganzzahligen Argumenten (x-Werten) zwischen -4 und 6 zugeordneten Funktionswerte (y-Werte) in die Tabelle ein, erhöhe dabei die Argumentwerte jeweils um 2.

Frage 1) Wie lauten die fehlenden Zwischenwerte im Abstand 1 ?

Frage 2) Was geschieht mit den Funktionswerten, wenn Du das Argument um 1 vergrößerst ?

1 rechts bedeutet tief

Frage 3) Wo schneidet der Graph dieser Funktion die x-Achse ?

$$S_x (/)$$

Frage 4) Wo schneidet der Graph dieser Funktion die y-Achse ?

$$S_y (/)$$

Frage 5) Welche Auswirkung hat eine Vergrößerung des x-Wertes für den dazugehörigen y-Wert ?

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \quad f(x_2)$$

Wie nennt man diese Funktion, wenn die obige Beziehung für alle Argumente Gültigkeit hat ?

- b) Suche die Argumente, denen die Funktionswerte 6.38; 2.17; -2.4 und -4.12 zugeordnet werden und trage diese in die Tabelle ein.

Frage 6) Welche Auswirkung hat eine Verkleinerung des y-Wertes für den dazugehörigen x-Wert ?

- c) Wie lautet das Argument, dem der Wert 14.12 zugeordnet wird ?

- d) In welchem Intervall I liegen die Funktionswerte, wenn die Argumente zwischen -1 und 4 liegen ?

Also: Wenn $-1 < x < 4 \Rightarrow a < f(x) < b \Rightarrow I =] a , b [$

Bearbeite diese Aufgabe zuerst in Deinem Koordinatensystem und trage die Werte der Intervallgrenzen in die Tabelle.

Die Funktionswerte liegen zwischen und $\Rightarrow I =] \quad , \quad [$

- e) Erkläre die Aufgabenstellung d) durch eine Berechnung.

$$-1 < x < 4 \quad | \cdot (-0.5)$$

$$| +3$$

$$< f(x) < \Rightarrow I =] \quad , \quad [$$

f) In welchem Intervall I liegen die Argumente, wenn die y-Werte (Funktionswerte) zwischen -3 und 1.5 liegen ?

Also: Wenn $-3 < f(x) < 1,5 \Rightarrow c < x < d \Rightarrow I =] c , d [$

Bearbeite diese Aufgabe zuerst in Deinem Koordinatensystem und trage die Werte der Intervallgrenzen in die Tabelle ein.

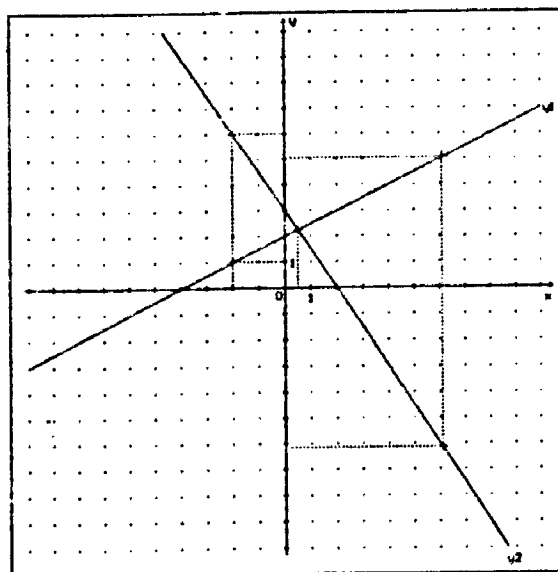
Die Argumente liegen zwischen und $\Rightarrow I =] \quad , \quad [$

g) Erkläre die Aufgabenstellung f) durch eine Berechnung.

$$\begin{array}{rcl}
 -3 < f(x) < 1.5 & & \\
 -3 < -1.5x + 3 < 1.5 & | & -3 \\
 & & | :(-1.5) \\
 & & & & & \\
 < x < & \Rightarrow I =] & , & [
 \end{array}$$

h) Zeige am Bildschirm oder auf Deinem Ausdruck der Beispiele a), b) c) und e) die zueinandergehörigen Argumente und Funktionswerte bzw. Argumente- und Funktionswerteintervalle !

Dem Argument -1 wird der Funktionswert zugeordnet.
 Dem Funktionswert 3 entspricht das Argument
 Zum Argumenteintervall [a,b] gehört das Funktionswerteintervall
 Zum Funktionswerteintervall [f(c),f(d)] gehört das Argumenteintervall



Argument → Funktionswert

6.10	5.05
------	------

Funktionswerte:

$y = -1.5x + 3$

$y = 0.5x + 2$

x	y
0.00	2.75
0.50	2.25
-1.00	1.00
-2.00	1.00
4.10	-4.15
6.10	5.05

AUSDauerlauf

Bei größeren körperlichen Belastungen steigt die Herzfrequenz an und fällt nach der Belastung, je nach Leistungsfähigkeit, wieder ab (gemessen wird in Herzschlägen pro Minute). Bei einem 12-jährigen Mädchen wird die Frequenz vor, während und nach einem Ausdauerlauf festgehalten. Um 9.00 Uhr hatte das Mädchen eine Herzfrequenz von 72 Schlägen pro Minute. Die Frequenz überstieg 200 Schläge/min nicht. Die Aufzeichnungen wurden bis 9.18 Uhr durchgeführt festgehalten.

Zeit	9.00	9.01	9.02	9.03	9.04	9.05	9.06	9.07	9.08	9.09
Frequenz	72	72	66	132	174	130	190	185	185	190

Zeit	9.10	9.11	9.12	9.13	9.14	9.15	9.16	9.17	9.18
Frequenz	190	190	197	199	167	150	142	139	131

- a) Dieser Frequenzverlauf soll graphisch dargestellt werden. Gib an, welches Zeitintervall und welches Frequenzintervall für die graph. Darstellung geeignet sind (wähle 9.00 als "0"-Zeit und lasse das Frequenzintervall bei 0 Schlägen pro Minute beginnen).
- b) Welche Einheiten würdest Du verwenden, damit dieser Frequenz-erlaufübersichtlich gezeichnet werden kann ?
- c) Gib dem Computer Deine gewählten Einheiten ein. Untersuche ob sich alle Zeiten und alle Herzfrequenzen in Dein Koordinatensystem einzeichnen lassen.
- d) Trage die einzelnen Werte punktweise in Dein Koordinatensystem ein. Erkläre, warum Du mit der Darstellung zufrieden bist !
- e) Sieh Dir den Verlauf der Herzfrequenz genau an und besprich die folgenden Fragen:
 1. Stelle eine Vermutung über Beginn und Ende des Laufes auf:
Beginn: Ende:
 2. Lies aus dem Diagramm ab, wie lange der Lauf gedauert haben kann.
 3. Wie hoch ist die Herzfrequenz eine halbe Minute nach 9.08 ?
 4. Wie hoch ist die Herzfrequenz beim Zieleinlauf ?
 5. Wie verändert sich die Herzfrequenz nach dem Zieleinlauf ?
 6. Vergleiche die Herzfrequenz vor und nach dem Zieleinlauf, was fällt Dir auf ?
 7. Das Herz ist in der Lage, in kurzer Zeit die Schlagzahl stark zu verändern. Berechne den größten Unterschied aller auftretenden Herzfrequenzen des Mädchens.
 8. Wieviel mal schneller schlägt das Herz bei der höchsten Frequenz gegenüber der niedrigsten ?
 9. Was fällt Dir sonst noch auf ?
 10. Miß Deine augenblickliche Herzfrequenz.

Autobegegnung:

Zwei Orte A und B sind 320 km von einander entfernt.
 Um 7.00 fährt von A ein Auto mit 60 km/h nach B.
 Um 8.00 fährt von B ein Auto mit 70 km/h nach A.

Um wieviel Uhr fahren die Autos aneinander vorbei ?
 Wie weit sind sie in diesem Augenblick von A entfernt ?

- a) Erstelle eine graphische Lösung dieses Beispiels.
 Überlege Dir die verwendeten Einheiten und die Beschriftung der Achsen. Stelle dazu eine Vermutung über den Treffpunkt auf (um Uhr).
- b) Trage die gefragten Graphenpunkte in die Tabelle ein

60 km/h:	Zeit (h)	Entfernung km von A	70 km/h:	Zeit (h)	Entfernung km von A
	0			0	
	1			1	
				2	

- c) Setze diese Punkte getrennt für jeden Wagen in Dein Koordinatensystem. Verbinde die gesetzten Punkte für jedes Auto durch einen Streckenzug. Verlängere die Stecken, die für das fahrende Auto eingezeichnet sind, jeweil zu einer Geraden.
- d) Wie lauten die beiden Funktionsgleichungen der sich bewegenden Autos:

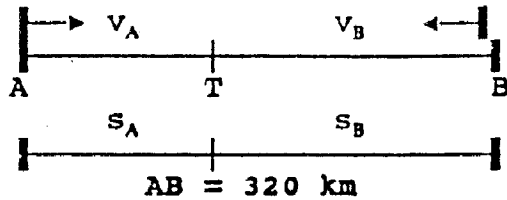
Auto A:

Auto B:

	Auto A:	Auto B:
Welche Art von Funktion erkennst Du ?		
Welche Bedeutung hat das k ?		
Welche Bedeutung hat das d ?		

- e) Bestimme so genau wie möglich den Zeitpunkt des Vorbeifahrens.
 Wie weit sind die beiden Autos von A entfernt ?

f) Versuche durch Vergleich der Wege eine rechnerische Lösung:



T . . . Treffpunkt

v . . . Geschwindigkeit

s . . . Zurückgelegter Weg

t =

Zeitpunkt des Treffens: Entfernung von A:

g) Wieviele km sind die beiden Autos zum Zeitpunkt 9.00 voneinander entfernt ?

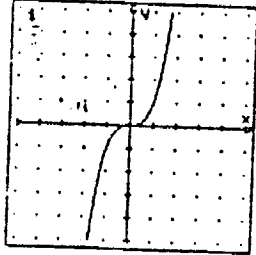
Löse zuerst graphisch und dann rechnerisch!

h) Wann ist das Auto, welches von A aus fuhr, in B angekommen ?
Zeige zuerst eine graphisch Lösung, dann eine rechnerische.

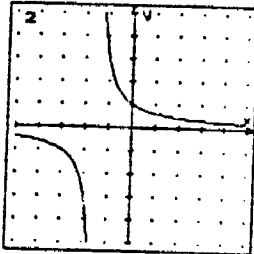
i) Wann ist das Auto, welches von B nach A fuhr, in A angekommen ?
Zeige zuerst eine graphische Lösung und danach eine rechnerische.

4. ZUM THEMA ZUORDNUNGSÜBUNGEN:

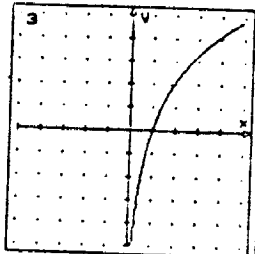
1) TERM \Rightarrow GRAPH



1



2



3

Funktionssterne

$y = -2 \cdot e^{-x}$

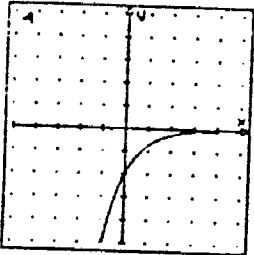
$y = x^3$

$y = \frac{1}{x^2}$

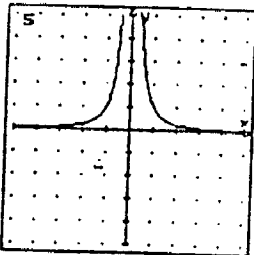
$y = 3 \cdot \ln(x)$

$y = \frac{3}{2x+3}$

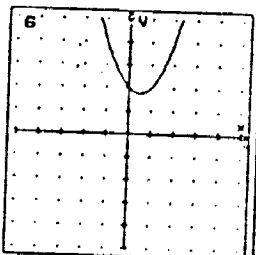
$y = x^2 - x + 2$



4



5



6

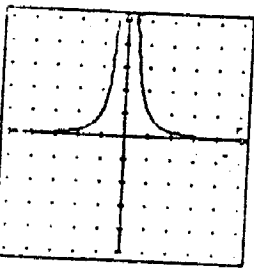
2) TYP \Rightarrow FORMEL

Formel

$$F = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$F = GmM \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$F_{ktu} = \text{konst.} \cdot \frac{1}{ArQ^2}$$



Argument \rightarrow Fktwert

	Typ:
r	r
M	r
r^2	n
r^2	e
n	r
r	n
r	n
r	n
r^2	r
n	n
n	n
r	n
n	n
n	n
n	n

Funktionstyp (Nr.)

$y = k \cdot x$	1
$y = k \cdot x^2$	2
$y = k \cdot \frac{1}{x}$	3
$y = k \cdot \frac{1}{x^2}$	4
$y = k \cdot \sqrt{x}$	5
$y = k \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$	6